

termometrycznych // Prace naukowe. Konferencje z.4. VIII Krajowa Konferencja Metrologii. Tom I. – Warszawa (Poland). – 1995. – P.205 - P.209. 4. I. Sonnenschmidt D., Vanselow K.H. Measurement of water flow and ambient media by analysis of short temperature steps // Proc. International Sem. on: Low Temperature Thermometry and Dynamic Temperature Measurement. - WROCLAW-LONDEK ZDROJ (Poland). – 1997. – V-1 - V-6. 5. Дослідження нетрадиційних методів та створення засобів вимірювання фізичних величин: Звіт з НДР (заверш.) / Державний університет “Львівська політехніка” – ДБ / 11 ABC; № ДР 0196U000677. - Львів, 1997. – 99 с. 6. Lin Jun. Connect ADC to PC's I/o port, ED. – 1990. - '19. – P.109-110. 7. Справочник программиста и пользователя / Под. ред. А.Г. Шевчика, Т.В. Демьянкова. – М.: Кварта, 1993. – 128 с. 8. Федорков Б.Г., Телец В.А. Микросхеми ЦАП и АЦП: функционирование, параметры, применение. – М., 1990. – 320 с. 9. Стаднык Б.И., Куритнык И.П., Гамула П.Р., Скоропад Ф.И. Установка для определения коэффициента термо-э.д.с. тонкопленочных образцов // Контрольно-измерительная техника. – Львов. – 1987. - Вып.42. – С. 57-60. 10. Скоропад П.И. Перетворювач магнітометра на осерді з металічного аморфного сплаву // Вісник ДУ “Львівська політехніка”. – Львів. 1988. №324. С. 135 – 138. 11. Gorodilov B. Ya., Krivchikov A.I., Pirogov A.S., Korolyuk O.A. Automated system to calibrate resistance thermometers // Proc. International Sem. on: Low Temperature Thermometry and Dynamic Temperature Measurement. - WROCLAW-LONDEK ZDROJ (Poland). – 1997. – L-80 - L-82. 12. Проспект обладнання для наукових досліджень фірми “Oxford Instruments”. - OI 173 10/96. 13. Sankowski D., Kucharski J., Jackowska-Strumillo L. Szagura P. Przenosny układ pomiarowo-badawczy dla potrzeb diagnozowania urzadzen elektrotermicznych // Prace naukowe. Konferencje z.4. VIII Krajowa Konferencja Metrologii. Tom I. – Warszawa (Poland). – 1995. – P.115 - P.120. 14. Проспект обладнання для наукових досліджень фірми “Quantum Design”. - ACTSPEC7. DOC. - 12/5/96. – San Diego, CA 92121 – 1311 USA.

УДК 531.7.08

В.В. Кухарчук, В.Ю. Кучерук, В.О. Поджаренко
Вінницький державний технічний університет,
кафедра метрології та промислової автоматики

ОЦІНКА СТАТИЧНИХ МЕТРОЛОГІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОПОСЕРЕДКОВАНИХ ВИМІРЮВАНЬ

© Кухарчук В.В., Кучерук В.Ю., Поджаренко В.О., 2001

Розглянуті питання оцінки статичних метрологічних характеристик опосередкованих вимірювань. Запропоновано як математичний апарат для дослідження статичних метрологічних характеристик використовувати розкладання функції в ряд Тейлора. Такий підхід дозволив одержати такі характеристики, як номінальна функція перетворення; абсолютна і відносна похибки нелінійності номінальної функції перетворення; мультиплікативна й адитивна похибки вимірювального перетворення. На основі запропонованого підходу проаналізовано метрологічні характеристики засобу вимірювання моменту інерції ротора електричної машини.

The questions of evaluation of static metrological characteristics of non-direct measurements are considered in the article. As a mathematical apparatus for research of static metrological characteristics it was proposed to represent the function by Taylor's series. Such approach allowed to get such characteristics as nominal conversion function, absolute and relative non-linearity errors of nominal conversion function, multiplicative and additive errors of measuring converting. On the basis of proposed approach the analysis of metrological characteristics of measuring means of moment of rotor inertia of electrical machine was made.

Вимірювальна техніка має великий арсенал різноманітних технічних засобів з нормованими метрологічними характеристиками. Тому актуальною є проблема вибору необхідного засобу вимірювань для розв'язання конкретної вимірювальної задачі. Виходячи з режимів роботи засобів вимірювань, розрізняють їх статичні і динамічні метрологічні характеристики. До основних статичних метрологічних характеристик належать такі: функція перетворення; статична характеристика; чутливість; адитивна та мультиплікативна похибки; похибка нелінійності [1]. Цих характеристик достатньо, щоб здійснити нормування точності засобів вимірювань у статичному режимі роботи. Необхідно також, щоб і математичний апарат досліджень засобів вимірювання у статичному режимі дозволяв доволі просто отримувати виділені нормативними документами метрологічні характеристики. Складність полягає в тому, що функція вимірювального перетворення описує для різних засобів різні фізичні процеси, які належать до різних галузей знань, і є функціями багатьох змінних. Необхідно мати узагальнений для всіх них метод дослідження, який був би універсальним для всіх фізичних явищ, покладених в основу побудови засобів вимірювань. Як такий математичний апарат для дослідження статичних метрологічних характеристик використовують розклад функції перетворення в ряд Тейлора [2]. Але такий підхід не дозволяє оцінити основні статичні метрологічні характеристики опосередкованих вимірювань. Тому метою даної роботи є подальший розвиток відомого підходу розкладання функції перетворення в ряд Тейлора, що спрямований на отримання аналітичних залежностей для основних статичних метрологічних характеристик при опосередкованих вимірюваннях.

Опосередкованими називаються вимірювання фізичної величини з перетворенням її роду чи обчисленням за результатами вимірювань інших величин, з якими вимірювана величина пов'язана явною функційною залежністю $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Крім інформативного параметра, на результат вимірювань діють також впливові величини $\mathbf{f} = f(f_1, f_2, \dots, f_m)$, які викликають появу неінформативних складових (додаткових похибок) вимірювального перетворення (ВП).

Тому в загальному випадку функція перетворення опосередкованого вимірювання (рис. 1) матиме вигляд:

$$y = f(\mathbf{x}, \mathbf{f}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n, f_1, f_2, \dots, f_m) = f(v_1, v_2, \dots, v_{n+m}) = f(\mathbf{v}). \quad (1)$$

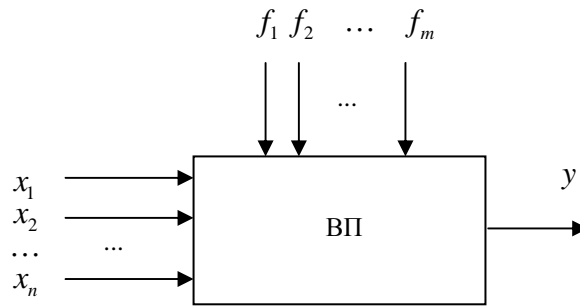


Рис. 1. Загальне представлення вимірювального перетворення

Розклавши (1) в ряд Тейлора, матимемо:

$$f(v_1, v_2, \dots, v_{n+m}) = f(\Phi) + \sum_{i=1}^{n+m} \frac{\partial y}{\partial v_i} \Big|_{\Phi} \cdot (v_i - v_{i_n}) + \\ + \frac{1}{2!} \sum_{i=1}^{n+m} \sum_{j=1}^{n+m} \frac{\partial^2 y}{\partial v_i \partial v_j} \Big|_{\Phi} \cdot (v_i - v_{i_n})(v_j - v_{j_n}) + \dots \quad (2)$$

Індекс “ Φ ” при похідних означає, що вони визначаються при номінальних значеннях параметрів v : $\Phi = (v_{1_n}, v_{2_n}, \dots, v_{n+m_n}) = (x_{1_n}, x_{2_n}, \dots, x_{n_n}, f_{1_n}, f_{2_n}, \dots, f_{m_n})$.

Провівши перетворення рівняння (2), отримуємо:

$$y = f(x_{1_n}, x_{2_n}, \dots, x_{n_n}, f_{1_n}, f_{2_n}, \dots, f_{m_n}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial y}{\partial x_i} \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{i_n}) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial y}{\partial f_i} \Big|_{\Phi} \cdot (f_i - f_{i_n}) + \\ + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{i_n}) \cdot (x_j - x_{j_n}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 y}{\partial f_i \partial f_j} \Big|_{\Phi} \cdot (f_i - f_{i_n}) \cdot (f_j - f_{j_n}) + \\ + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial f_j} \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{i_n}) \cdot (f_j - f_{j_n}) + \dots \quad (3)$$

Згідно з [2] введемо такі позначення:

- $f(x_{1_n}, x_{2_n}, \dots, x_{n_n}, f_{1_n}, f_{2_n}, \dots, f_{m_n})$ – вільний член розкладу при номінальних значеннях параметрів;

- $\sum_{i=1}^n \frac{\partial y}{\partial x_i} \Big|_{\Phi} = \sum_{i=1}^n S_i \Big|_{\Phi}$ – сума номінальних коефіцієнтів перетворення або чутливостей

ВП;

- $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{\Phi} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n S'_{ij} \Big|_{\Phi}$ – сума змін чутливостей в діапазоні перетворень;

- $\sum_{i=1}^m \frac{\partial y}{\partial f_i} \Big|_{\Phi} = \sum_{i=1}^m \beta_i \Big|_{\Phi}$ і $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 y}{\partial f_i \partial f_j} \Big|_{\Phi} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \beta'_{ij} \Big|_{\Phi}$ – коефіцієнти впливу

впливових величин на вихідний параметр ВП y ;

$$- \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial f_j} \Big|_{\Phi} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \Big|_{\Phi} \quad - \text{ коефіцієнти впливу впливових величин на}$$

номінальні чутливості S_i ВП.

З урахуванням прийнятих позначень рівняння (3) подамо у вигляді:

$$\begin{aligned} y = & f(x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{nn}, f_{1n}, f_{2n}, \dots, f_{mn}) + \sum_{i=1}^n S_i \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{in}) + \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n S'_{ij} \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{in}) \cdot (x_j - x_{jn}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{in}) \cdot (f_j - f_{jn}) + \\ & + \sum_{i=1}^m \beta_i \Big|_{\Phi} \cdot (f_j - f_{jn}) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \beta'_{ij} \Big|_{\Phi} \cdot (f_i - f_{in}) \cdot (f_j - f_{jn}) + \dots, \end{aligned} \quad (4)$$

де $y = f(\Phi) + \sum_{i=1}^n S_i \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{in}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n S'_{ij} \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{in}) \cdot (x_j - x_{jn}) + \dots$ – номінальна

функція перетворення ВП; $\Delta y_n = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n S'_{ij} \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{in}) \cdot (x_j - x_{jn}) + \dots$ – абсолютна

похибка нелінійності номінальної функції перетворення; $\delta_n = \frac{\Delta y_n}{\sum_{i=1}^n S_i \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{in})}$ – відносна

похибка нелінійності номінальної функції перетворення;

$\Delta y_m = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{in}) \cdot (f_j - f_{jn})$ – абсолютна мультиплікативна похибка ВП;

$\Delta y_a = \sum_{i=1}^m \beta_i \Big|_{\Phi} \cdot (f_j - f_{jn}) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \beta'_{ij} \Big|_{\Phi} \cdot (f_i - f_{in}) \cdot (f_j - f_{jn})$ – абсолютна адитивна

похибка ВП.

На рис. 2 наведено модельну структурну схему ВП, яка відповідає рівнянню (4).

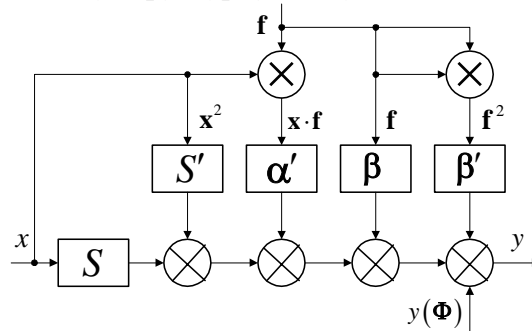


Рис. 2. Модельна структурна схема ВП

Розглянемо оцінку статичних метрологічних характеристик на прикладі засобу вимірювання приведенного моменту інерції ротора електричної машини в обмеженому діапазоні кутових швидкостей при самогальмуванні ротора [3], де момент опору M_0 лінійно пов'язаний з кутовою швидкістю ω_r : $M_0 = a \cdot \omega_r$ (a – тангенс кута нахилу усередненої характеристики опору). При цьому приведений момент інерції J визначається із такого рівняння перетворення

$$J(t) = \frac{a \cdot t}{\ln\left(\frac{\omega_{ном}}{\omega_r(t)}\right)}, \quad (5)$$

де $\omega_{ном}$ – номінальна кутова швидкість.

При використанні фотоелектричного сенсора і частотоміра миттєвих значень [4] рівняння (5) набуває остаточного вигляду

$$J(t) = \frac{a \cdot t}{\ln\left(\frac{N(t)}{N_{ном}}\right)}, \quad (6)$$

де $N(t)$ – кількість імпульсів на вході в лічильник в момент часу t ; $N_{ном}$ – кількість імпульсів на вході в лічильник при номінальній кутовій швидкості.

Для спрощення рівняння (6) введемо коефіцієнт $k(t) = \frac{N(t)}{N_{ном}}$. В динамічному режимі роботи засобу вимірювань $N(t) = +\infty \dots N_{ном}$, тобто $k(t) = +\infty \dots 1$. Тоді рівняння (6) запишеться:

$$J(t) = \frac{a \cdot t}{\ln(k(t))}. \quad (7)$$

Коефіцієнт a може бути визначений як в [5].

Для статичного режиму роботи засобу вимірювань ($t = t_*$) момент інерції визначається:

$$J = \frac{a \cdot t_*}{\ln(k_*)}. \quad (8)$$

Рівнянню (8) відповідає схема вимірювального перетворення, показана на рис. 3 ($\mathbf{x} \in [k_*, t_*]$, $\mathbf{f} \in [a]$, $J = f(k_*, t_*, a)$).

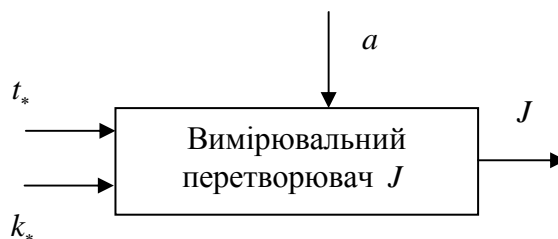


Рис. 3. Схема вимірювального перетворення моменту інерції

Розклавши (8) в ряд Тейлора в точці $\Phi = (k_n, t_n, a_n)$, матимемо:

$$\begin{aligned}
 J = J(\Phi) &+ \frac{\partial J}{\partial k_*|_{\Phi}} \cdot (k_* - k_n) + \frac{\partial J}{\partial t_*|_{\Phi}} \cdot (t_* - t_n) + \frac{\partial J}{\partial a|_{\Phi}} \cdot (a - a_n) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial k_*^2|_{\Phi}} \cdot (k_* - k_n)^2 + \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial k_* \partial a|_{\Phi}} \cdot (k_* - k_n)(a - a_n) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial t_*^2|_{\Phi}} (t_* - t_n)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial t_* \partial a|_{\Phi}} (t_* - t_n)(a - a_n) + \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial a^2|_{\Phi}} (a - a_n)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial J}{\partial k_* \partial t_*|_{\Phi}} (k_* - k_n)(t_* - t_n) + \dots
 \end{aligned} \quad (9)$$

Прийемо такі позначення:

$$- S_k = \frac{\partial J}{\partial k_*|_{\Phi}} = - \frac{a \cdot t_n}{\ln^2(k_n) k_n} - \text{номінальний коефіцієнт перетворення або чутливість } J$$

по k_* ;

$$- S_t = \frac{\partial J}{\partial t_*|_{\Phi}} = \frac{a}{\ln(k_n)} - \text{номінальний коефіцієнт перетворення або чутливість } J \text{ по } t_*;$$

$$- S'_k = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial k_*^2|_{\Phi}} = \frac{a \cdot t_n}{\ln^2(k_n) k_n^2} \left[\frac{1}{\ln(k_n)} + \frac{1}{2} \right] - \text{зміна чутливості } S_k \text{ по діапазону}$$

перетворення;

$$- S'_t = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial t_*^2|_{\Phi}} = 0 - \text{зміна чутливості } S_t \text{ по діапазону перетворення;}$$

$$- \gamma = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial k_* \partial t_*|_{\Phi}} = - \frac{1}{2} \frac{a}{\ln^2(k_n) k_n} - \text{коефіцієнт спільного впливу параметрів } k_* \text{ і } t_* \text{ на}$$

швидкість зміни J ;

$$- \beta = \frac{\partial J}{\partial a|_{\Phi}} = \frac{t_n}{\ln(k_n)}, \quad \beta' = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial a^2|_{\Phi}} = 0 - \text{коефіцієнти впливу } a \text{ на вихідний параметр } J;$$

$$- \alpha_k = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial k_* \partial a|_{\Phi}} = - \frac{1}{2} \frac{t_n}{\ln^2(k_n) k_n} - \text{коефіцієнт впливу } a \text{ на номінальну чутливість } S_k;$$

$$- \alpha_t = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial t_* \partial a|_{\Phi}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\ln(k_n)} - \text{коефіцієнт впливу } a \text{ на номінальну чутливість } S_t.$$

Із урахуванням прийнятих позначень рівняння (9) подамо у вигляді:

$$\begin{aligned}
 J = J(\Phi) &+ S_k (k_* - k_n) + S_t (t_* - t_n) + S'_k (k_* - k_n)^2 + S'_t (t_* - t_n)^2 + \\
 &+ \gamma (k_* - k_n)(t_* - t_n) + \alpha_k (k_* - k_n)(a - a_n) + \alpha_t (t_* - t_n)(a - a_n) + \beta_k (a - a_n) + \beta'_k (a - a_n)^2 + \dots
 \end{aligned} \quad (10)$$

Тут

$$J = J(\Phi) + S_k(k_* - k_H) + S_t(t_* - t_H) + S'_k(k_* - k_H)^2 + S'_t(t_* - t_H)^2 + \gamma(k_* - k_H)(t_* - t_H) =$$

$$= \frac{a_H t_H}{\ln(k_H)} - \frac{a_H t_H}{\ln^2(k_H) k_H} (k_* - k_H) + \frac{a_H}{\ln(k_H)} (t_* - t_H) + \frac{a_H t_H}{\ln^2(k_H) k_H^2} \left[\frac{1}{\ln(k_H)} + \frac{1}{2} \right] \times$$

$$\times (k_* - k_H)^2 - \frac{1}{2} \frac{a_H}{\ln^2(k_H) k_H} (k_* - k_H)(t_* - t_H)$$
(11)

– номінальна функція перетворення;

$$\Delta J_H = \frac{a_H t_H}{\ln^2(k_H) k_H^2} \left[\frac{1}{\ln(k_H)} + \frac{1}{2} \right] (k_* - k_H)^2 - \frac{1}{2} \frac{a_H}{\ln^2(k_H) k_H} (k_* - k_H)(t_* - t_H)$$
(12)

– абсолютна похибка нелінійності номінальної функції перетворення;

$$\delta_H = \frac{\Delta J_H}{S_k(k_* - k_H) + S_t(t_* - t_H)} = \frac{\Delta J_H}{-\frac{a_H t_H}{\ln^2(k_H) k_H} (k_* - k_H) + \frac{a_H}{\ln(k_H)} (t_* - t_H)} =$$

$$= \frac{\frac{t_H (k_* - k_H)^2 \left[\frac{1}{\ln(k_H)} + \frac{1}{2} \right] - \frac{1}{2} \frac{(k_* - k_H)(t_* - t_H)}{\ln(k_H) k_H}}{\ln(k_H) k_H^2}}{-\frac{t_H}{\ln(k_H) k_H} (k_* - k_H) + (t_* - t_H)}$$
(13)

– відносна похибка нелінійності номінальної функції перетворення;

$$\Delta J_M = \alpha_k(k_* - k_H)(a - a_H) + \alpha_t(t_* - t_H)(a - a_H) = -\frac{1}{2} \frac{t_H}{\ln^2(k_H) k_H} (k_* - k_H)(a - a_H) +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{1}{\ln(k_H)} (t_* - t_H)(a - a_H)$$
(14)

- абсолютна мультиплікативна похибка перетворення за рахунок зміни a ;

$$\Delta J_a = \beta(a - a_H) + \beta'(a - a_H)^2 = \frac{t}{\ln(k_H)} (a - a_H)$$
(15)

– абсолютна адитивна похибка перетворення за рахунок зміни a .

На рис. 4-9 показано результати математичного моделювання похибок ВП моменту інерції.

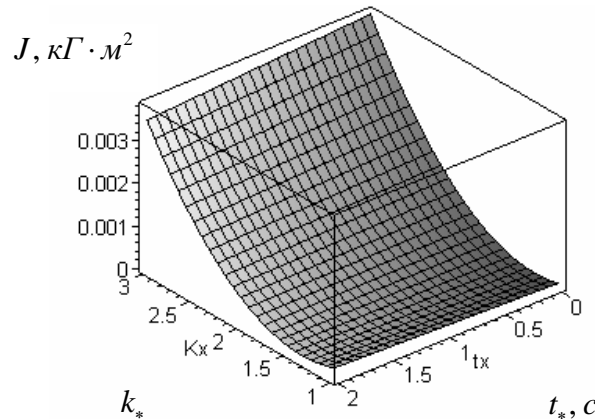


Рис. 4. Номінальна функція перетворення J (11)

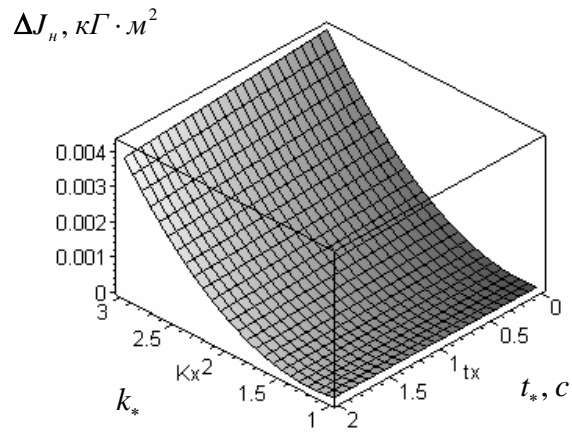


Рис. 5. Абсолютна похибка нелінійності ΔJ_n (12)

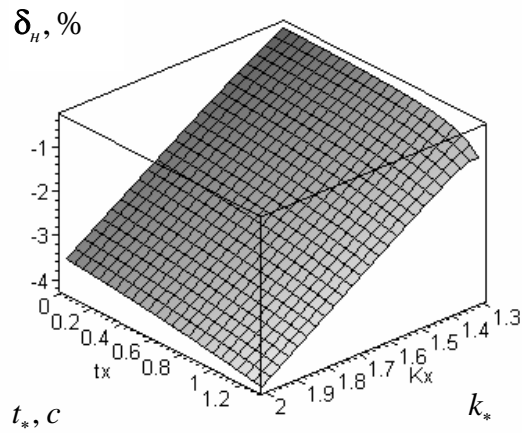


Рис. 6. Відносна похибка нелінійності δ_n (13)

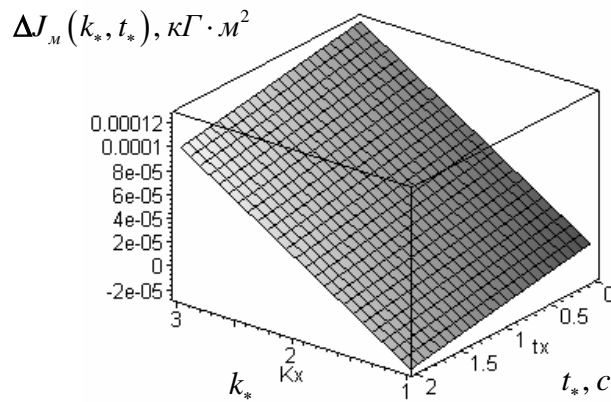


Рис. 7. Абсолютна мультиплікативна похибка $\Delta J_M(k_*, t_*)$ (14)

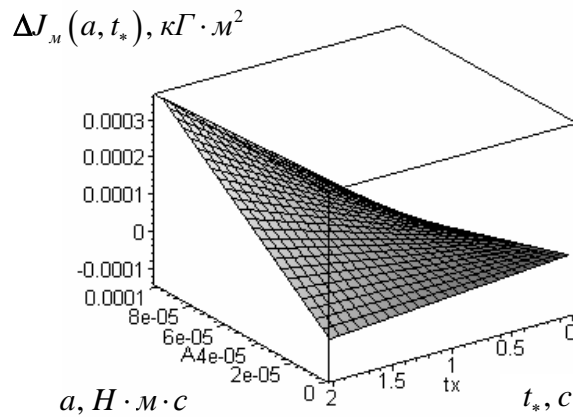


Рис. 8. Абсолютна мультиплікативна похибка $\Delta J_m(a, t_*)$ (14)

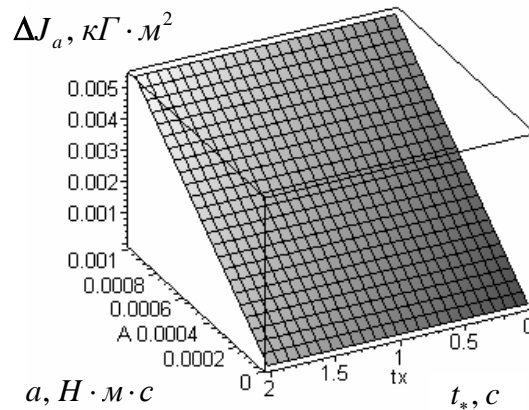


Рис. 9. Абсолютна адитивна похибка ΔJ_a (15)

Висновки:

1. Розвинуто підхід до оцінки статичних метрологічних характеристик за допомогою розкладання функції в ряд Тейлора для опосередкованих вимірювань, що дозволило узагальнити методику отримання аналітичних залежностей для оцінки основних статичних метрологічних характеристик.

2. На базі розробленої методики отримано аналітичні залежності для номінальної функції перетворення; чутливості; похибки нелінійності; мультиплікативної і адитивної похибок засобу вимірювання приведенного моменту інерції ротора електричних машин, здійснено їх моделювання в програмному середовищі Maple V R5, що дозволяє синтезувати мікропроцесорні засоби вимірювань із нормованими метрологічними характеристиками.

1. ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення. - К., 1994. 2. Воловик Г.С. Основи теорії інваріантних измерень. – Севастополь. 1995. 3. Кучерук В.Ю., Кухарчук В.В., Поджаренко А.В., Дудикевич В.Б. Методологія побудови засобів вимірювання моменту інерції роторів електричних машин // Наук. праці Кременчуцького державного політехнічного інституту. – 2000. – Вип. 1(8). С.113-118. 4. Кучерук В.Ю., Кухарчук В.В. Аналіз та практична реалізація мікропроцесорного засобу вимірювання кутової швидкості обертання електричних машин // Вісн. Вінницького політехнічного інституту. 1995. №2(7). –С.12-17. 5. Кучерук В.Ю. Спосіб визначення моменту опору електричних машин та пристрій для його реалізації // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. Хмельницький. - 1999. -№3. –С.49-52.