УДК 536.532

ОЦІНКА ЯКОСТІ ЦИФРОВОЇ ТРАНСМІСІЇ ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИГНАЛІВ

© *Станіслав Райба, Тереза Райба, 2003*

Технічно-гуманітарна академія, Бєльсько-Бяла, Польща

Розкрито особливості оцінки якості цифрової трансмісії вимірювальних сигналів. Розраховано ймовірність помилок під час передачі. Підкреслена роль статичних часових спотворень сигналу.

Представлены особенности оценки качества цифровой трансмиссии измерительных сигналов. Рассчитано вероятность погрешностей при передаче. Подчеркнуто значение статических временных искажений сигнала.

The estimations of measuring signal transmission quality is presented here. The probability of mistakes in process of transmission is considered.The importance of the static time mistakes is carried out.

Постановка проблеми. Загальноприйнятим критерієм якості для забезпечення високої точності трансмісії даних є ймовірність похибок. Переважно ймовірність похибок оцінюють за допомогою BER (скорочення від англ. *Bit Error Ratio*) – відношення кількості спотворених одиниць інформації до всіх аналізованих у бітах. BER є кращим або гіршим наближенням до ймовірності помилок. Це залежить, насамперед, від кількості помилково відібраних бітів [1].

Аналіз останніх досягнень. Щоб оцінити ймовірність похибок на заданому рівні достовірності, вимірювання необхідно продовжувати до реєстрації певної кількості помилкових бітів. Для каналів доброї якості (для телефонних ліній BER $\le 10^{-6}$; для оптичних ліній BER $\le 10^{-9}$) час вимірювання є досить великим. Реально вимірювання тривають 24 години, якщо швидкість трансмісії 2 Мбіт/с. Проте їх результати не дають інформації щодо фактичної ймовірності похибок каналу. Можна стверджувати, що BER є меншим за $5{,}79 10^{-12}$. Вимірювання BER ускладнене ще й іншими незручностями. Це необхідність відключення каналу з трансмісії даних (перерва в експлуатації), потреба у спеціальному тест-сигналі, складність апаратури. Істотним недоліком цього методу є те, що оцінка каналу трансмісії не відбувається під час його експлуатації. Для відповідальних вимірювальних та керуючих систем постійно шукають методи неперервної (non-stop) оцінки якості передачі даних, аналізуючи параметри самого вимірювального сигналу [2–4]. Припускається, що якби була відома математична залежність між ймовірністю помилок і часовими спотвореннями, то ці спотворення можна було б трактувати як статичний параметр [5] для певних технічних систем.

Метою роботи є аналітичне розв'язання описаної вище проблеми. Воно, до певної міри, обмежене такими умовами:

– розглядається клас статичних часових спотворень сигналу;

– у лінійному каналі трансмісії на сигнал впливає лише адитивний шум з нормальним розкладом;

– приймач сигналу обладнаний на вході ідеальним фільтром, який пристосований до сигналу без статичних часових спотворень;

– сигнал квантується у приймачі після вхідного фільтра ідеально у моменти nT відповідно до правила оптимального відбору [6];

– джерело інформації генерує сигнал, у якому ймовірність наявності логічних нуля та одиниці є однаковою й дорівнює 0,5;

– джерело інформації й канал трансмісії не мають пам’яті.

Розрахунок імовірності помилок. Нехай вхідним сигналом буде $s(t)+n(t)$, причому $s(t)$ – імпульс корисного сигналу, а $n(t)$ – шуми каналу; $s_0(t)+n_0(t)$ – сигнал на виході фільтра, причому $s_0(t); n_o(t)$ – відповідні складові на виході. Відповідно до прийнятих припущень існує зв’язок між вказаними величинами:

$$s_0(t)=s(t)\cdot h(t), \tag{1}$$

$$n_0(t) = n(t)\cdot h(t), \qquad (2)$$

де $h(t)$ – функція передачі фільтра для сигналу, не обтяженого статичними часовими спотвореннями.

Оскільки цей сигнал $s(t)$ має вигляд послідовності прямокутних імпульсів з амплітудою A й тривалістю T, то відповідно до [6] фільтр, призначений для його перетворення, характеризується прямокутною функцією перетворення:

$$h(t) = \begin{cases} A..... \text{ якщо } 0 \le t \le T \\ t......\text{для решти}..t \end{cases} \qquad (3)$$

Якість сигналу $s(t)$ визначається на основі спостережень за вихідним сигналом у момент часу $t = T$. Якщо $r(t)$ стосується вихідного сигналу фільтра в момент t, то $r(t) = s_0(t) + n_0(t)$. Приймемо, що шуми каналу $n(t)$ є білими шумами з густиною потужності $N/2$. Тоді амплітуда шумів $n_0(T)$ має вигляд гауссівського розподілу з функцією густини ймовірності, яку можна подати виразом:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x{}^2}\right), \qquad (4)$$

де величина σ_x^2 описує середньоквадратичне значення шуму.

Відповідно до [6] значення шуму $\overline{n_0^2(T)}$ знаходимо:

$$\overline{n_0^2(T)} = \frac{N}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|H(\omega)\right|^2 d\omega,$$

де $H(\omega)$ – перетворення фур'є-функції $h(t)$. Для цієї функції, заданої виразом (3):

$$H(\omega) = AT\frac{sin(\omega T/2)}{\omega T/2}e^{-j\omega T/2}$$

Тоді $\overline{n_0^2(T)} = NA^2T/2$, звідки:

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{n_0^2(T)}} = A\sqrt{NT/2}. \qquad (5)$$

Розглянемо процес на виході фільтра. Нехай a – порогове значення сигналу, тобто вважаємо, що сигнал наявний, коли $r(T) > a$ або сигнал відсутній, якщо $r(T) < a$. Оскільки цей фільтр спеціально підібраний до вхідного сигналу $s(t)$, що описується прямокутною функцією, не обтяженою статичними часовими спотвореннями, то звідси згідно з оптимальним правилом розв'язання для такого пристосованого фільтра $a = s_0(T)/2$. Інакше:

$$a = \frac{A^2T}{2}. \qquad (6)$$

Нехай r – амплітуда вихідного сигналу у момент прийняття рішення, тобто $r = s_0(T) + n_0(T)$. Тоді розклад r з умовою, що $s_0(T) = u$ є згідно з [7], гауссівським розкладом з функцією густини ймовірності, заданою виразом:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(r-u)^2}{2\sigma_x{}^2}\right). \qquad (7)$$

Приймемо, що сигнал $s(t)$ є спотвореним у часі. Будемо розглядати виключно клас статичних часових спотворень, в якому розрізняють три випадки. Для кожного з них обчислимо ймовірність помилки. Так, нехай $0 \le \tau \le T, 0 \le \tau_1 \le T - \tau$

$$s_0(t) = \begin{cases} A.....\text{якщо } \tau_1 \le t \le \tau_1 + \tau \\ t......\text{для решти}..t \end{cases}$$

На підставі (1) методом викреслення [9] отримаємо:

$$s_0(t) = \begin{cases} 0...............\text{для} ...t < \tau_1, \\ A^2(t-\tau)...\text{якщо} ..\tau_1 \le t \le \tau_1 + \tau, \\ A^2\tau...........\text{якщо} ..\tau_1 + \tau \le t < \tau_1 + T, \\ A^2(T + \tau_1 + \tau - t)..\text{якщо} ..\tau_1 + T \le t < \tau_1 + T + \tau, \\ 0......\text{якщо} ..\tau_1 + E + \tau \le t, \end{cases} \qquad (8)$$

За умови сталого сигналу на значення $s_o(t)$ не впливають елементи сигналу сусідніх (перехідних) періодів, тому $s_o(T) = A^2\tau$, коли сигнал існує, та $s_o(T) = 0$ за відсутності сигналу. Врахуємо, що ймовірність отримання логічної одиниці відповідає ймовірності одержання логічного нуля у згаданих умовах й становить ½:

$$P\left[s_0(T) = 0\right] = P\left[s_0(T) = A^2\tau\right] = 1/2. \qquad (9)$$

Нагадаємо, що сигнал існує, коли $r > a$, й відсутній, якщо $r < a$. Тому ймовірність похибки виражається виразом

$$P_1 = P\left[s_0(T) = 0\right]\int_a^{\infty} p_0(r)dr + P\left[s_0(T) = A^2\tau\right]\int_{-\infty}^{a} p_{A^2\tau}(r)dr$$

Зазначимо, що $erfc(x)$ для $x \in R$ становить:

$$erfc(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-y^2/2} dy . \qquad (10)$$

Тоді

$$\int_a^{\infty} p_0(r)\, dr = erfc\left(\frac{a-u}{\sigma_x}\right). \qquad (11)$$

Із рівнянь (5), (7), (9), (11) одержуємо:

$$P_1 = \frac{1}{2}\left[1 - erfc\left(\frac{a - A^2\tau}{\sigma_x}\right) + erfc\left(\frac{a}{\sigma_x}\right)\right].$$

Позначивши

$$\delta = \tau / T , \qquad (12)$$

то, порівнюючи вирази (6), (12), отримуємо:

$$P_1 = \frac{1}{2}\left[1 - erfc\left(A\sqrt{T/2N}\,(1-2\delta)\right) + erfc\left(A\sqrt{T/N}\right)\right]. \qquad (13)$$

Якщо

$$\gamma = \frac{A^2 T}{2N} \qquad (14)$$

матимемо вираз достовірності похибки у вигляді:

$$P_1 = \frac{1}{2}\left[1 - erfc\left(\sqrt{\gamma}\,(1-2\delta)\right) + erfc\left(\sqrt{\gamma}\right)\right]. \qquad (15)$$

Залежність достовірності похибки подано так, що аргументом служить відношення сигнал–шум на виході приймача, не обтяженого статичними часовими спотвореннями. Шуканим параметром вважаємо величину часових спотворень. Очевидно, внаслідок дії причин, що зумовлюють статичні часові спотворення, практично параметр δ є нічим іншим, як характеристикою зміни згаданого відношення сигнал–шум. Тоді погіршення якості трансмісії є наслідком саме невідповідності приймача зміненому сигналові.

Висновок. Наведений аналіз зі здійсненими допущеннями та обмеженнями лише одним видом часових спотворень набуває характер часткової задачі стосовно цілісного вирішення проблеми оцінки достовірності похибок на підставі легковимірюваних величин, зокрема часових спотворень. Цей аналіз дає можливість оцінити погіршення якості трансмісії даних у разі статичних часових спотворень, виникнення яких фіксується постійно внаслідок недосконалості трансмісійного обладнання, як і внаслідок непогодження несучих частот у каналах.

Зрозуміло, що погіршення якості трансмісії, зумовлене статичними часовими спотвореннями, є нічим іншим, як погіршенням відповідності приймача зміненому сигналу, а часові спотворення, визначені дещо інакше у кожному конкретному випадку, є мірою відхилень відповідності приймача сигналові. Отже, невеликий приріст часових спотворень за малої достовірності похибок, а, отже, для практичних вимог каналів трансмісії, зумовлює істотні втрати достовірності передачі за наявності шуму з нормальним частотним розподілом (погіршення якості на декілька порядків).

Практична сторона викладеної проблеми досліджена в [5], де експериментально визначено для аналогового трансмісійного сигналу зі зміною частоти залежність ймовірності похибок від статичних часових спотворень в присутності гауссівського шуму.

1. Lubacz I. Analiza możliwości okreslenia przydatności łącza do transmisji cyfrowej na podstawie krótkotrwalego pomiaru. – Rozprawy Elektrotechniczne. – Politechnika Wrocławska. – 1976. – Z.1. 2.Weinstein S.B. Estimation of small probabilities by linearization of the tail of the probability distribution function. – IEEE Transactions on Communication Technology. – 1971. – COM-19. – № 6.3. Zatorski A., Sroka R. Podstawy pomiarów telekomunikacyjnych. – WAGH. – Kraków. – 1998. 4. Plewko K. Metody i przyrządy pomiarowe w teletransmisji cyfrowej. – WKŁ. – Warszawa. – 1979. 5. Rajba S. Wpływ statycznych zniekształceń czasowych na stopę błędów w transmisji danych w obecności szumu gaussowskiego. Przegląd Telekomunikacyjny. – 1981. – № 1. 6. Lathi B.P. Systemy telekomunikacyjn. – WNT. – Warszawa. – 1972. 7. Gooding I. Performance monotor techniques for eligital recievers based on extrapolation of error rate. – IEEE Transactions on Communication Technology. – 1968. – v. COM-16. – № 3. – P.380–387.