

економії площі в лабораторії, у вигляді великих кубів або призм одні на одних в трьох напрямках на підлозі. У цьому випадку зразки з поверхневого ряду будуть мати одну ослаблену поверхню, біля кутів – три, у верхньому шарі – дві, а в середині – повністю будуть ізольовані від випаровування. У результаті розкидання дослідних даних буде значно великим. Для отримання достовірних результатів необхідно зразки зберігати в однакових умовах. Це саме розповсюджується і на виготовлені конструкції. Ослаблені зони, з яких випаровується вода, мають меншу морозостійкість і довговічність.

Звичайно нормальними умовами є зберігання зразків і конструкцій у камері з водяним замком, а найкращими – після зберігання 1–2 доби в камері з водяним замком помістити зразки у воду на 14–28 діб. Характеристики міцності в таких зразках на 50–60 % більші, ніж у зразках, які зберігаються в нормальних умовах.

Для збільшення морозостійкості і довговічності бетонних виробів і конструкцій, що є сьогодні значною проблемою, необхідно будь-якими засобами не допустити випаровування з них води. Це можна зробити, наприклад, обклеюванням поліетиленовими плівками, покриттям емульсіями тощо.

УДК. 691.32.539.217.2:661.2

Й.Й. Лучко*, Б.З.Парнета

*Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра будівельного виробництва

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОСОЧУВАННЯ БРУСА КРУГЛОГО ПЕРЕРІЗУ АНТИКОРОЗІЙНОЮ РІДИНОЮ

© Лучко Й.Й., Парнета Б.З., 2004

Досліджуємо загальний випадок двовимірної нестационарної задачі просочування залізобетонного суцільного циліндричного бруса антикорозійною рідиною з метою підвищення міцності та корозійної стійкості бетону. У результаті розв’язання задачі запропоновано режим просочування суцільного циліндричного бруса антикорозійною рідиною залежно від глибини просочення виробу в часі, а також визначено час закінчення просочування.

As a result of problem solution, the regime of saturation is proposed for even cylinder bar by anticorrosion liquid depending on saturation depth. Necessary time of saturation is determined. Application of the investigation results allows to increase duration, strength and corrosion duration of concrete and reinforced concrete cylinder bars. Dependence between time and saturation level is comfortable for practical use and discloses over consumption of saturation liquid.

Проблема та її актуальність. На більшості підприємств хімічної промисловості та індустрії, будівельні конструкції переважно працюють в умовах агресивного середовища і корозія відбувається досить інтенсивно. Для забезпечення надійної роботи залізобетонних конструкцій необхідно застосувати антикорозійний захист, використовуючи той спосіб, який є найефективнішим. Техніко-економічні розрахунки показують, що найбільшої ефективності можна досягти підвищенням власної корозійної стійкості матеріалів до агресивного середовища, тобто використовуючи первинний захист.

Режим просочування бетонних виробів, під яким прийнято розуміти графік зміни концентрації (насиченості) просочувальної рідини по товщині виробу, залежить від часу просочення, виду

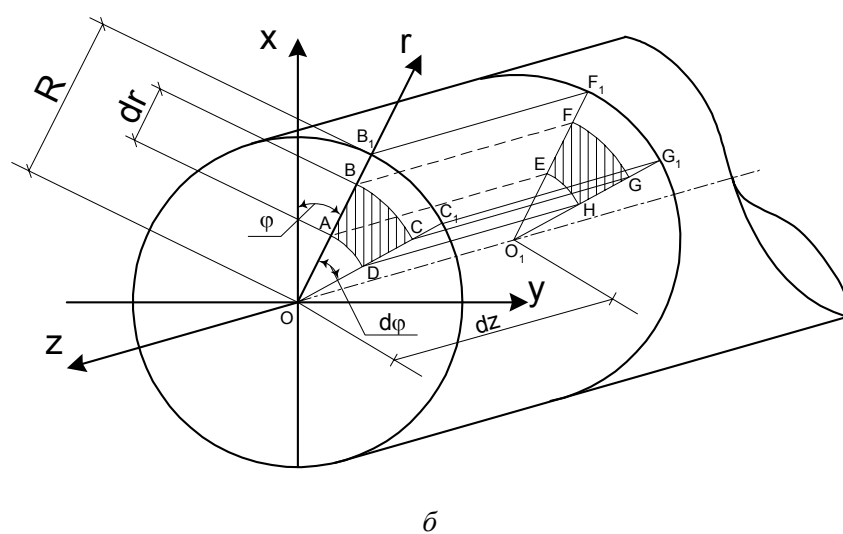
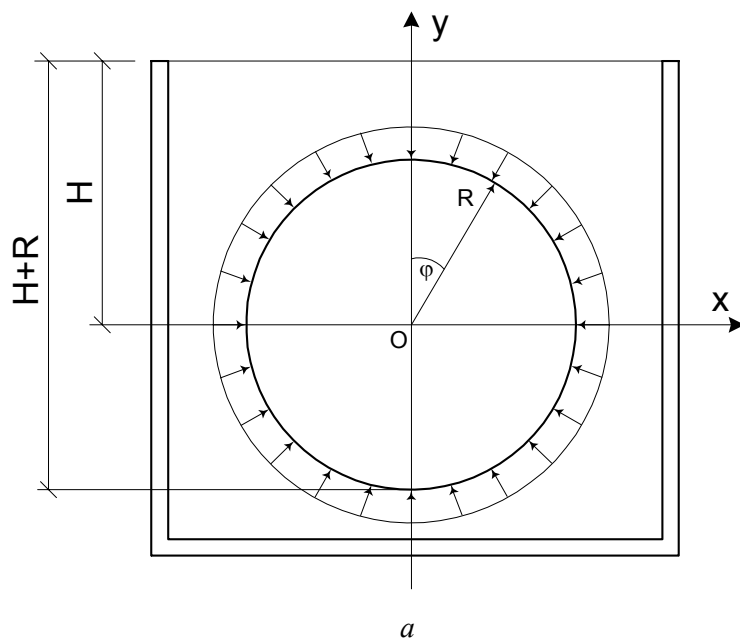
бетону і властивостей антикорозійної рідини. Однак оптимальний режим потрібно вибрати також з врахуванням форми і геометричних розмірів конструкції, орієнтації її в робочому середовищі.

Раніше вже були проведені розрахунки режиму просочування залізобетонної труби [1], плити [2], підп'ятника [3], суцільного бруса [4].

При дослідженні авторами просочування залізобетонного бруса [4] було розглянуто частковий випадок розв'язання даної задачі, але не доведено встановлення критерію, яким завершується насичення виробу антикорозійною рідиною.

У цій роботі досліджується загальний випадок двовимірної нестационарної задачі просочування залізобетонного суцільного циліндричного бруса антикорозійною рідиною з метою підвищення міцності та корозійної стійкості бетону.

Постановка задачі. У деякий резервуар (рисунок) наповнений антикорозійною речовиною, вільна поверхня якої знаходиться на висоті $H+R$ від дна резервуара помістили суцільний брус круглого перерізу радіуса R , центр якого знаходиться на відстані H від вільної поверхні.



*Модель просочування залізобетонного бруса в резервуарі (а)
та розрахункова схема математичної моделі (б)*

Згідно з [5] капілярне просочення з позицій багатозфазної фільтрації можна розглядати як характерний приклад нестационарного потоку рідини в частково насиченому пористому середовищі. Зважаючи на це, процес можна розглядати, як задачу про розподіл двох фаз: повітря і антикорозійної речовини. Таку задачу згідно з [1] розв'язують за допомогою принципу локальної рівноваги фаз в елементарному об'ємі будівельного матеріалу.

Розв'язання задачі. Вважаємо, що просочування відбувається під дією капілярних і гідростатичних сил. Просочування відбувається по нормалі до поверхні суцільного бруса, з зовнішньої сторони і закінчується коли $S_1 - S_2/S_1 = 0,01 \% S_1$, де S_1 насиченість при деякому t_1 , S_2 – насиченість при деякому t_2 . У роботі необхідно визначити Δt_k при заданій глибині просочення.

Введемо циліндричні координати r ; φ ; z . Початок відліку кута φ – верхній кінець вертикального діаметра за годинниковою стрілкою, а початок відліку r – центр циліндричного бруса.

Коли рідина знаходиться в рівновазі, різницю тисків в фазах запишемо як

$$P_2 - P_1 = P_k + P_{cm}, \quad (1)$$

де $P_{cm} = \gamma(H - R \cos \varphi)$ – гідростатичний тиск; $P_k = 2 \alpha \cos \theta \sqrt{m/k} \cdot I(S)$ – капілярний тиск; $P_1 = P_{атм}$ – атмосферний тиск; γ – об'ємна маса рідини; $I(S)$ – функція Леверетта; α – поверхневий натяг рідини; θ – критичний кут змочування рідиною; R – проникність, яка обчислюється як $d^2 / F(m)$: d – середній діаметр капіляра; $F(m)$ – залежність зміни пористості матеріалу під час просочення.

Не зачіпаючи гістерезисних явищ і розглядаючи тільки орієнтовані процеси, закон фільтрації записується у вигляді закону Дарсі:

$$U_i = - \frac{R}{\mu_i} f_i(S) \text{grad} P_i, \quad (2)$$

де μ_i – кінематична в'язкість; i – фази кінематичної в'язкості; $f_i(S)$ – відносна проникність; $i = 1,2$ – індекси, які визначають відповідно більше змочену фазу (антикорозійна рідина) і менше змочену (повітря).

Щоби записати замкнуту систему рівнянь розглянемо деякий елементарний об'єм dW .

$$dW = (R-r) d\varphi dz dr \quad \text{з масою } dM_i = \rho_i m s_i dW_i,$$

де ρ_i – густина відповідної фази.

За час dt зміна маси $\frac{\partial}{\partial t} (\rho_i m s_i (R-r) d\varphi dz dr) dt$ при $\rho_i = const$ дорівнює сумарному притоку через поверхні, що обмежують даний об'єм:

$$\underline{m} \frac{\partial s_i}{\partial t} - \frac{1}{R-r} \frac{\partial [(R-r) \cdot U_{ri}]}{\partial r} - \frac{1}{R-r} \frac{\partial U_{\varphi i}}{\partial \varphi} - \frac{\partial U_{zi}}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

де \underline{m} – коефіцієнт пористості; U_{ri} ; $U_{\varphi i}$; U_{zi} – складові швидкості просочення U_i відповідної фази.

Вважаючи, що просочення відбувається також внаслідок внутрішнього перепаду гідростатичного тиску, в векторному вигляді з урахуванням (2) можна записати $\bar{U} = \bar{U}_{ct} + \bar{U}_o$, або

$$\bar{U} = - \frac{k}{\mu_i} f_i(S) \text{grad} P_{ic} - k_{\phi} \text{grad} P_{cm}, \quad (4)$$

де \bar{U}_{cm} і \bar{U}_c – швидкість просочення при перепаді гідростатичного і капілярного тиску відповідно; k_{ϕ} – коефіцієнт фільтрації.

Рівняння нерозривності, рівняння фільтрації у вигляді закону Дарсі, рівняння капілярного і гідростатичного тиску визначають закон зміни насиченості при просоченні бруса круглого перерізу антикорозійною речовиною

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{\partial S}{\partial t} - \frac{1}{R-r} \cdot \frac{\partial[(R-r) \cdot U_r]}{\partial r} - \frac{1}{R-r} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0; \\ U_i = -\frac{k}{\mu_i} f_i(S) \text{grad} P_{ic} - k_\phi \text{grad} P_{cm}; \\ P_{ic} = 2\alpha \cos \theta \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot I(S); \\ P_{cm} = \gamma(H - R \cos \varphi). \end{array} \right. \quad (5)$$

Метод розв'язання диференціального рівняння просочення другого порядку. Система рівнянь (5) зводиться до диференціального рівняння просочення другого порядку:

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{2\alpha\sqrt{k} \cos \theta}{\mu_i \sqrt{m}} \left\{ \frac{1}{R-r} \frac{\partial}{\partial r} \left[(R-r) \cdot f(S) \frac{\partial I(S)}{\partial r} \right] + \frac{1}{(R-r)^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[f(S) \frac{\partial I(S)}{\partial \varphi} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left[f(S) \frac{\partial I(S)}{\partial z} \right] \right\} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Залежності $f(S)$ і $I(S)$ згідно з [1] мають вигляд

$$f(S) = C_3^* (S - S_*)^{n_1}, I(S) = C_1^* - C_2^* (S - S_*)^{n_2}.$$

Враховуючи ці залежності і прийнявши $\rho = R - r$, рівняння нерозривності (6) буде мати вигляд

$$\frac{\partial s}{\partial t} - a_0^2 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial (S - S_*)^n}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{\partial (S - S_*)^n}{\partial \varphi} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial (S - S_*)^n}{\partial z} \right] \right\} = 0, \quad (7)$$

де

$$a_0 = \frac{2\alpha \cos \theta \sqrt{k} C_3^* C_2^* n_2}{\sqrt{m} \mu_i (n_1 + n_2)}.$$

Будемо вважати, що просочення бруса відбувається лише по нормалі до його поверхні, тобто $U_{iz} = 0$, отже, $\frac{\partial (S - S_z)^n}{\partial z} = 0$.

Рівняння нерозривності запишеться:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = a_0^2 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial (S - S_*)^n}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{\partial (S - S_*)^n}{\partial \varphi} \right] \right\}. \quad (8)$$

Рівняння (8) при переході до безрозмірних координат

$$\bar{S} = \frac{S - S_*}{1 - S_*}; \quad \bar{r} = \frac{R}{r}; \quad \bar{t} = \frac{t - t_0}{\Delta t_k},$$

де $\Delta t_k = t_k - t_0$; t_0 – початок відліку і заміни змінних

$$\xi = \left(\frac{A \sin \varphi + B \cos \varphi}{\bar{r}} \right)^\alpha \cdot \bar{t}^\beta; \quad U(\xi) = \bar{S}$$

перетвориться в рівняння

$$\frac{\beta}{\bar{t}^{2\beta+1}} \xi^3 \frac{dU}{d\xi} = a^2 (A^2 + B^2) \cdot \left\{ \alpha^2 \xi^2 \frac{d^2 U^n}{d\xi^2} (\alpha - 1) \alpha \xi \frac{dU^n}{d\xi} \right\}, \quad (9)$$

де $\alpha = 1$; $\beta = -\frac{1}{2}$; $(A^2 + B^2) a^2 = 1$; $a^2 = \frac{\Delta t_k (1 - S_*)^{n-1} a_0^2}{R^2}$; $n = n_1 + n_2$.

Отримуємо рівняння одновимірного просочення

$$\frac{d^2 U^n}{d\xi^2} + \frac{1}{2} \xi \frac{dU}{d\xi} = 0 \quad (10)$$

з такими граничними умовами:

$$\begin{aligned} \xi = 0 &\Rightarrow U(\xi) = 1; \\ \xi = \infty &\Rightarrow U(\xi) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Для рівняння (12) існує інваріантна група перетворень [1] $\Phi(\xi; \mu_*) = \mu_1^{k_1} U(\mu; \xi)$, тобто така функція, що, якщо $U(\xi; \mu)$ задовольняє рівняння, то і $\Phi(\xi; \mu_*)$ задовольняє це рівняння при довільному значенні μ . Підставляючи значення $\Phi(\xi; \mu) = \mu^{k_1} U(\mu; \xi)$ в рівняння (10), знаходимо показник ступеня k_1 , при якому $\Phi(\xi; \mu)$ задовольняє рівняння (10)

$$k_1 = -\frac{2}{n-1}. \quad (12)$$

Отже,

$$\Phi(\xi; \mu_*) = \mu_1^{-\frac{2}{n-1}} U(\mu; \xi). \quad (13)$$

Для ефективного обчислення функції $U(\xi)$ використаємо метод, застосований в [2]. Спочатку запишемо рішення $[\Phi(\xi)]^{n-1}$ для рівняння другого порядку, яке як і в [2] перетворюється при $\xi = 1$ в нуль і має в цій точці кінцеву похідну, що дорівнює $-\frac{n-1}{2n}$

$$\Phi(\xi)^{n-1} = C_1(1-\xi) + C_2(1-\xi)^2 + C_3(1-\xi)^3 + C_4(1-\xi)^4; \quad (14)$$

$$\left. \frac{d}{d\xi} [\Phi(\xi)^{n-1}] \right|_{\xi=1} = -\frac{n-1}{2n}$$

звідки

$$C_1 = \frac{n-1}{2n}. \quad (15)$$

При $\xi < 1$ функція $\Phi(\xi)$ – це швидкоспадаючий ряд

$$\Phi(\xi) = \left[\frac{n-1}{2n}(1-\xi) + C_2(1-\xi)^2 + C_3(1-\xi)^3 + C_4(1-\xi)^4 \dots \right]^{\frac{1}{n-1}}. \quad (16)$$

Підставляючи ряд (16) в рівняння (10) і розв'язуючи систему рівнянь, отримаємо коефіцієнти

$$C_2 = -\frac{n-1}{4n^2}; \quad C_3 = \frac{(n-1)^2}{12n^3(2n-1)}; \quad C_4 = \frac{(n-1)^2(n+2)}{48n^4(2n-1)(3n-2)}. \quad (17)$$

Враховуючи, що шукане рішення $U(\xi) = \frac{\Phi(\mu; \xi)}{\mu^{\frac{2}{n-1}}}$ задовольняє рівняння (10) і володіє

необхідною властивістю неперервності, виберемо таке $\mu = \mu_0$, щоби функція $U(\xi)$ задовольняла умову $U(0) = 1$. Тоді отримана функція $U(\xi)$ також буде задовольняти всі умови, які накладаються на шукане розв'язання.

$$U(0) = 1 = \left[\frac{1}{\mu_0} \right]^{\frac{2}{n-1}} \Phi(0);$$

звідки отримуємо

$$\mu_0 = \sqrt{\Phi(0)^{n-1}}.$$

Значення ξ_0 , починаючи з якого $U(\xi) = 0$, отримаємо у випадку, коли врахувати, що $\Phi(\mu; \xi) \equiv 0$ при $\xi \cdot \mu_0 \geq 1$, з чого випливає, що $\xi_0 = \frac{1}{\mu_0}$; $\mu_0 = \frac{1}{\xi_0}$.

Отже, з виразу (12) отримаємо

$$\mu_0 = \sqrt{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}. \quad (18)$$

Шуканий розв'язок запишемо у вигляді

$$U(\xi) = \frac{1}{\mu_0^{\frac{n-1}{2}}} \left[C_1(1 - \mu_0 \xi) + C_2(1 - \mu_0 \xi)^2 + C_3(1 - \mu_0 \xi)^3 + C_4(1 - \mu_0 \xi)^4 \right]^{\frac{1}{n-1}}. \quad (19)$$

Розглянемо розмірні координати

$$\frac{S - S_*}{1 - S_*} = \frac{1}{\mu_0^{\frac{n-1}{2}}} \left[C_1 \left(1 - \frac{\xi}{\xi_0} \right) + C_2 \left(1 - \frac{\xi}{\xi_0} \right)^2 + C_3 \left(1 - \frac{\xi}{\xi_0} \right)^3 + C_4 \left(1 - \frac{\xi}{\xi_0} \right)^4 \right]^{\frac{1}{n-1}}, \quad (20)$$

де

$$\frac{\xi}{\xi_0} = \frac{\sqrt{\Delta t_k} (A_1 \sin \varphi + B_1 \cos \varphi) \cdot r}{\xi_0 \sqrt{t - t_0} R}; \quad (21)$$

$$A_1^2 + B_1^2 = \frac{\sqrt{m} \mu_1 (n_1 + n_2) R^2}{\Delta t_k (1 - S_*)^{n-1} \cdot 2\alpha \cos \theta \sqrt{k} C_3^* C_2^* n_2}. \quad (22)$$

Визначаємо співвідношення між C_2^* і C_3^* :

$$P_c = 2\alpha \cos \theta \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot I(S) = 2\alpha \cos \theta \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot (C_2^* - C_3^* (S - S_*)^{n_2}). \quad (23)$$

При граничних умовах

$$S = S^* \approx 1; \quad I(S^*) = 0; \quad S = S_*; \quad I(S_*) = C_2^*; \quad C_3^* = C_2^* / (1 - S_*)^{n_2}. \quad (24)$$

$$P_k = 2\alpha \cos \theta \sqrt{\frac{m}{k}} (C_2^* - C_2^* / (1 - S_*)^{n_2} (S - S_*)^{n_2}) = 2\alpha \cos \theta \sqrt{\frac{m}{k}} C_2^* \left[1 - \left(\frac{S - S_*}{1 - S_*} \right)^{n_2} \right]. \quad (25)$$

Позначимо $2\alpha \cos \theta \sqrt{\frac{m}{k}} C_2^* = P_k^0$, тоді

$$P_k = P_k^0 \left[1 - \left(\frac{S - S_*}{1 - S_*} \right)^{n_2} \right]; \quad I(S) = C_2^* \left[1 - \left(\frac{S - S_*}{1 - S_*} \right)^{n_2} \right]. \quad (26)$$

Використовуючи [1] визначаємо значення коефіцієнтів: $C_1^* = 1.042$; $C_2^* = 1.348$; $n_1 = 2.63$; $n_2 = 0.33$; $n = n_1 + n_2 = 3$; $S_* = 0.05$.

$$I(S) = 1.348 \left[1 - \left(\frac{S - S_*}{1 - S_*} \right)^{\frac{1}{3}} \right]; \quad f(S) = 1.142 (S - S_*)^{2.63}. \quad (27)$$

Додаткове рівняння, яке пов'язує постійні А і В отримаємо, вважаючи, що після закінчення просочення $P_2 - P_1 = P_c + P_{zid} = 0$, звідки

$$|P_c| = |P_{zid}|;$$

$$\left| P_k^0 \left[1 - \left(\frac{S - S_*}{1 - S_*} \right)^{n_2} \right] \right| = |\gamma(H - R \cos \varphi)|,$$

або з точністю до знака

$$\left(\frac{S - S_*}{1 - S_*} \right)^{n_2} \approx 1 - k_2 \frac{\xi}{\xi_0},$$

де

$$k_1 = \left[\frac{1}{\mu_0^2} (C_1 + C_2 + C_3 + C_4) \right]^{\frac{n_2}{n-1}} = 1.$$

$$k_2 = \frac{n_2}{n-1} \left[\frac{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}{\mu_0^2} \right]^{\frac{n_2}{n-1}} \left(\frac{C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} \right) = \frac{n_2}{n-1} \frac{1}{\mu_0^2} (C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4);$$

$$\frac{\gamma(H - R \cos \varphi)}{P_k^0} = k_2 \frac{\xi}{\xi_0} = k_2 \frac{A \sin \varphi + B \cos \varphi}{\xi_0 R} r. \quad (28)$$

Коефіцієнти А і В повинні забезпечувати рівність при будь-якому φ , тому що при $t \gg t_k$ $r \rightarrow R$.

Прийmemo $\varphi = 90^\circ$

$$\frac{\gamma \cdot H}{P_k^0} = k_2 \frac{B}{\xi_0}; \quad B = \frac{\gamma \cdot H}{P_k^0 k_2} \xi_0; \quad (A^2 + B^2) \cdot \alpha^2 = 1; \quad A = \sqrt{\frac{1}{\alpha^2} - \left(\frac{\gamma \cdot H}{P_k^0 k_2} \xi_0 \right)^2}.$$

Висновки. Внаслідок розв'язання задачі запропоновано режим просочування суцільного циліндричного бруса антикорозійною рідиною залежно від глибини просочення виробу в часі, а також визначено час закінчення просочування. Застосування отриманих результатів дає змогу підвищити довговічність, міцність та корозійну стійкість бетонних та залізобетонних виробів циліндричної форми за допомогою просочування їх антикорозійною рідиною. Залежності насиченості від глибини та часу просочування є зручними для практичного використання і усувають можливість перевитрат антикорозійних матеріалів.

1. Андрейкив А.Е., Леценко А.В., Лучко И.И. Математическая модель пропитки железобетонной трубы антикоррозийной жидкостью // ФХММ. – 1992. – № 2. – С. 86–90. 2. Лучко И.И., Леценко А.В. Пропитка железобетонной плиты антикоррозийной жидкостью // ФХММ. – 1993. – № 1. – С. 89–96. 3. Лучко Й.Й., Пастернак Р.І. Нестационарне просочування залізобетонного підп'ятника // Строительные материалы и конструкции. – 1994. – № 2. – С. 37–38. 4. Лучко Й.Й., Леценко А.В. Нестационарне просочування суцільного залізобетонного бруса круглого поперечного перерізу антикорозійною рідиною // Матеріали VI Міжнар. наук. конф. – Кошіце (Словенія), 1997. С. 21–24. 5. Баренблат Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. – М.: Недра, 1972. – 288 с.