мірами в H [3], то загальна форма слабкого розподілу в гільбертовому просторі є побудованою.

Наслідок доведено.

Наслідок 2. Ймовірнісний функціонал на дійсному сепарабельному гільбертовому просторі цілком визначається за допомогою формули (2).

Доведення. Розглянемо текст теореми та наслідку 1. Означення міри формулою (2) та зазначення відповідного слабкого розподілу надають змогу інтегруванням на цій мірі, ставити у відповідність цьому слабкому розподілу функціоналом

$$\Phi(f) = \int_H f(x)\mu(dx)$$

весь можливий спектр відповідних значень, що узгоджується з теоремою Рісса.

1. Мацак І. К. Слабка збіжність екстремальних значень незалежних випадкових елементів у банахових просторах з безумовним базисом // Укр. мат. журн. 1996. Т.48. №6. С.805-812. 2. Березанский Ю. М., Кондратьев Ю. Т. Спектральные методы в бесконечномерном анализе. К., 1988. 3. Го Х.-С. Гауссовские меры в банаховых пространствах. М., 1979. 4. Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайних процессов. М., 1977. 5. Невё Ж. Математические основы теории вероятностей М., 1969. 6. Гаврилів О. С., Козак П. П. Кратний абстрактний вінерівський інтеграл і його властивості // Доп. АН УРСР. Сер. А. 1985. №2. С.36. 7. Ахиезер Н. И., Глазман И. М. Теория линейних операторов в гильбертовом пространстве: В 2 т. Т.1. Х., 1977. 8. Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной. М., 1974. 9. Королюк В. С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А. Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М., 1985. 10. Далецкий Ю. Л., Фомин С. В. Меры и дифференциальные уравнения в бесконечномерных пространствах. М., 1983. 11. Пич А. Операторные идеалы. М., 1982.

УДК 519.62

І.І.Кровіцький
Національний університет "Львівська політехніка", кафедра вищої математики

НОВА МЕТОДИКА ПОБУДОВИ ДІАГОНАЛЬНО-НЕЯВНИХ ЧИСЛОВИХ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЖОРСТКИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

У роботі розглянуто нову методику побудови окремого класу числових методів розв'язування жорстких систем, яка є універсальною для методів довільного порядку точності.

New methodology for construction of the separate class of numerical methods to solve the stiff systems is proposed. It is universal for the methods of arbirary exactness order.

Останнім часом достатньо повно розроблена теорія неявних однокрокових числових методів розв'язку жорстких систем диференціальних рівнянь. Ці методи, які назвали неявними методами Рунге-Кутта, теоретично володіють властивостями стійкості і високого порядку точності апроксимації шуканих розв'язків*. Однак немає єдиної методики визначення коефіцієнтів методу довільного порядку точності. Існуюча методика для кожного методу конкретного порядку вимагає розв'язування своєї великої кількості нелінійних алгебраїчних рівнянь. Крім того, розмірність вказаних систем також залежить і від кількості рівнянь диференціальної системи. Подібні труднощі існують і для діагональних неявних числових методів Рунге-Кутта. Тому проблема побудови ефективних неявних числових методів з єдиною методикою визначення коефіцієнтів для методів довільного порядку точності є і сьогодні актуальною.

Розглянуті нові принципи побудови неявних діагональних числових методів розв'язання задачі Коші

$$y' = f(x); \quad y(0) = y_0, \quad y \in R^N, \quad f: R^N \to R^N \tag{1}$$

За цією методикою наближення $p-$го порядку точності розв'язання задачі (1) в сітковому вузлі x_{n-1} визначається співвідношенням

$$y_{n+1}^{[p]} = y_n + \gamma_1 k_1 + \gamma_2 k_2 + \ldots + \gamma_p k_p, \tag{2}$$

де $$k_l = hf\left(y_n + \beta_{l1}k_1 + \beta_{12}k_2 + \ldots + \beta_{u-1}k_{l-1} + \beta_u k_l\right) \tag{3}$$

$$(l = 1, p)$$

Основною проблемою побудови методу вигляду (2), (3) є визначення послідовності коефіцієнтів типу γ_1 і $\beta_{l1}(i = 1, p; i = 1, p).$, які визначають з умови узгодженості методу з відповідним порядком тейлорівського наближення.

На відміну від прийнятих принципів їх знаходження запропонована методика є єдиною для методу будь-якого порядку і вимагає розв”язків тільки відповідного типу лінійних алгебраїчних систем. Коефіцієнти типу γ_i визначається системою

$$\begin{cases} \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \ldots + \gamma_{p-1} + \gamma_p = 1 \\ a_1\gamma_1 + a_2\gamma_2 + a_3\gamma_3 + \ldots + a_{p-1}\gamma_{p-1} + a_p\gamma_p = \dfrac{1}{2} \\ a_2^2\gamma_2 + a_3^2\gamma_3 + \ldots a_{p-1}^2\gamma_{p-1} + a_p^2\gamma_p = -\dfrac{1}{3} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{p-1}^{p-1}\gamma_{p-1} + a_p^{p-1}\gamma_p = \dfrac{1}{p} \end{cases} \tag{4}$$

а коефіцієнти типу β_{ij} системою

$$\begin{cases} \beta_{i1} + \beta_{i2} + \ldots + \beta_{ii-1} + \beta_{ii-1} + \beta_{ii} = a_i \\ a_1\beta_{i1} + a_2\beta_{12} + \ldots a_{i-1}\beta_{ii-1} + a_i\beta_{ii} = \dfrac{a_l^2}{2} \\ a_2^2\beta_{i2} + \ldots + a_i^2\beta_{ii-1} + a_i^2\beta_{ii} = \dfrac{a_i^3}{3} \\ a_{i-1}^{i-1}\beta_{ii-1} + a_i^{i-1}\beta_{ii} = \dfrac{a_i^i}{i} \end{cases} \tag{5}$$

---

*Деккер К., Вернер Я. Устойчивость методов Рунге-Кутта для жестких нелинейных дифференциальных уравнений. М., 1988.

де a_i – вільні параметри $\left(0 \prec a_i \prec 1\right)$ визначають проміжні вузлові точки на вказаному інтервалі інтегрування задачі (1).

За вказаною методикою побудовані конкретні методи до п'ятого порядку точності, які на підставі експерименту підтвердили свою високу ефективність.

УДК 519.62

М.В. Кутнів
Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра прикладної математики

ПРО РЕАЛІЗАЦІЮ ТОЧНИХ ТРИТОЧКОВИХ РІЗНИЦЕВИХ СХЕМ ДЛЯ МОНОТОННИХ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Обгрунтована реалізація точних триточкових різницевих схем через триточкові різницеві схеми m-го рангу при виконанні достатніх умов існування та єдиності розв”язку нелінійних монотонних крайових задач з кусково-гладкими коефіцієнтами та правими частинами. Побудовані триточкові різницеві схеми у вузлах сітки апроксимують розв”язок і його потік з m-м порядком точності.

The implementation of accurate three-point difference schems by three-point difference schems m-th order under a sufficient conditions for the existence and uniqueness of a solution nonlinear monotonic boundary value problems with piecewise smooth coefficients and right sides is proved. To construct a three-point difference schems at grid points approximate a solution and its flux with m-th order of accuracy.

У роботах [1,2] побудовані точні триточкові різницеві схеми (т.т.р.с.) для нелінійної крайової задачі

$$\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right] = -f(x,u(x)), \quad x \in (0,1), \quad u(0) = A, \quad u(1) = B, \tag{1}$$

за умов

$$k(x) \in Q^{p+1}[0,1], \quad 0 < c_1 \le k(x) \le c_2, \tag{2}$$

$$f_u(x) \equiv f(x,u) \in Q^p[0,1],\ \forall u \in R^1, \quad f_x(u) \equiv f(x,u) \in C^p(R^1),\ \forall x \in [0,1], \tag{3}$$

$$p = 0,$$

$$|f(x,u)| \le g(x) + c|u|, \quad g(x) \in L_2(0,1), \tag{4}$$

$$[f(x,u) - f(x,v)](u-v) \le 0, \quad \forall u,v \in R^1, \tag{5}$$

що є достатніми умовами існування та єдиності розв”язку задачі (1). Тут $Q^p[0,1]$ - клас функцій з кусково-неперервними похідними до p–го порядку включно з скінченною кількістю точок розриву першого роду, c-невід”ємна константа. У [2,3] розроблена алгоритмічна реалізація т.т.р.с. через триточкові різницеві схеми (т.р.с.) m–го рангу за умов