

точність визначення дефектів КЗ клітки та отримати дані про розміри осердя ротора. Порівняно із [5] спосіб забезпечує вищу точність та інформативність, проте вимагає складнішої обробки діагностичних сигналів та застосування двочастотної системи збудження.

1. Kratochwil Z. Wykrywanie uszkodzeń uzwojeń klatkowych silników indukcyjnych // *Wiadomości elektrotechniczne*. – 1985. – № 15–16. – S. 355–359. 2. Gąsiorowski T. Metody diagnozowania klatek wirników // *Międzynarodowe XI Sympozjum “Mikromaszyny i serwonapędy”*. T. II. – Malbork, 1998. – S. 274–281. 3. Matras A., Nykliński A., Rad M., Rams W. Kontrola klatek wirników silników indukcyjnych z wykorzystaniem czujników magnetorezystancyjnych // *Materiały konferencyjne BOBRME. Maszyny elektryczne. Zeszyty problemowe № 64/2002*. – Katowice (Polska), 2002. – S. 117–120. 4. Glinka T. Badania diagnostyczne maszyn elektrycznych w przemyśle – Katowice: BOBRME KOMEL, 1998. – 168 s. 5. Хліпальський Ю.З. Безконтактне діагностування кліток роторів асинхронних двигунів з компенсацією похибки встановлення ротора // *Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”*. – 2003. – № 487. – С. 211–217. 6. Czuczman J., Chlipalski J. Metody diagnozowania uzwojenia klatkowego wirników silników indukcyjnych // *Materiały konferencyjne BOBRME. Maszyny elektryczne. Zeszyty problemowe № 64/2002*. – Katowice (Polska), 2002. – S. 121–126. 7. Туричин А.М. Электрические измерения неэлектрических величин. – М.–Л.: Энергия, 1966. – 690 с. 8. Виноградов Н.В. Производство электрических машин. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1961. – 320 с. 9. Измерения в промышленности: Справочник / Под ред. П. Профоса; Пер. с нем. – М.: Металлургия, 1980. – 648 с. 10. Олссон Г., Пиани Д. Цифровые системы автоматизации и управления. – СПб.: Невский диалект, 2001. – 557 с. 11. Rusek M., Ćwirko R., Marciniak W. Przewodnik po elektronice – Warszawa: Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, 1986. – 280 s. 12. Łobos T. Cyfrowe wyznaczanie parametrów podstawowej składowej sygnałów w automatyce elektroenergetycznej // *XV Seminarium z podstaw elektrotechniki i teorii obwodów*. – T. II. – Gliwice – Wisła. – 1992. – S. 31–40.

УДК 621.313.33

В. Чабан, В. Лишук, О. Чабан

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ТЗЕ

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВУЗЛА АСИНХРОННИХ МАШИН

© Чабан В., Лишук В., Чабан О., 2004

Запропоновано математичну модель вузла асинхронних моторів, що живляться від спільного трансформатора. Диференціальні рівняння електромеханічного стану системи записуються в нормальній формі Коші, що значно спрощує аналіз систем зі змінною структурою.

There is proposed the mathematical model of asynchronous motors power node, which is supplied by common transformer. The differential equations of electromechanical state are written in normal Cauchy form. It is very important for analysis of systems with variable structures.

Вступ. У багатьох галузях сучасної індустрії функціонують складні електромеханічні системи асинхронних моторів, наприклад, енергетиці, металургії, хемічній, до яких ставляться високі технологічні умови, надійність, швидке реагування на вхідні сигнали тощо. Розв’язання всього комплексу задач, що ставляться до таких систем, методами математичного моделювання є одна з невідкладних задач електромеханіки. У роботі пропонується математична модель вузла живлення групи асинхронних моторів від спільного трансформатора. Диференціальні рівняння електромеханічного стану системи записуються в нормальній формі Коші, що суттєво спрощує не тільки інтег-

рування їх, але, що найважливіше, – аналіз систем зі змінною структурою. Рівняння елементів системи – трансформатора, мотора – уніфіковані.

Математична модель елемента. За основу рівнянь уніфікованого елемента системи приймемо диференціальні рівняння глибокопазного асинхронного мотора в косогональній системі координат, записані безпосередньо в нормальній формі Коші*

$$\frac{di_1}{dt} = a_1(u_1 - r_1 i_1) + a_{12}(u_2 + \Omega \Psi_2 - r_2 i_2); \quad \frac{di_2}{dt} = a_{21}(u_1 - r_1 i_1) + a_2(u_2 + \Omega \Psi_2 - r_2 i_2). \quad (1)$$

Тут $\lambda_k (\lambda = i, u, \Psi; k = 1, 2) = (\lambda_{kA}, \lambda_{kB})_t$ – колонки струмів, напруг, повних потокозчеплень, індекси 1, 2, вказують на причетність до первинної (статора) і вторинної (ротора) сторін, а A, B – до однойменних фаз; r_1, r_2 – резистивні опори фаз; a_1, a_{12}, a_{21}, a_2 – коефіцієнти:

$$a_1 = \alpha_1(1 - \alpha_1 G); \quad a_{12} = a_{21} = -\alpha_1 \alpha_2 G; \quad a_2 = \alpha_2(1 - \alpha_2 G), \quad G = 1/(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_m); \quad (2)$$

де Ω – матриця швидкості обертання

$$\Omega = \frac{\omega}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

причому $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_m$ – обернені індуктивності дисипації первинної і вторинної обмоток, і основна обернена індуктивність; ω – кутова швидкість обертання ротора.

Колонку повних потокозчеплень знаходимо так:

$$\Psi_k = \frac{1}{\alpha_m}(i_1 + i_2) + \frac{1}{\alpha_k} i_k. \quad (4)$$

Колонка u_2 у випадку трансформатора вважається заданою, у випадку звичайного асинхронного мотора вона дорівнює нулю, а у випадку глибокопазного вона підлягає обчисленню. В останньому випадку зі значень опорів і індуктивностей дисипації обмотки ротора віднімаються значення їхніх пазових компонентів.

Колонку напруг u_2 знаходимо згідно з виразом [1]

$$u_2 = l(E_{2A}, E_{2B})_t, \quad (5)$$

де E_A, E_B – значення напруженостей електричного поля на поверхні провідника в пазовій зоні; l – довжина паза ротора.

Обчислення напруженостей електричного поля на поверхні провідника в пазовій зоні пов'язано з інтегруванням диференціальних рівнянь квазістаціонарного електромагнетного поля. У випадку фігурних пазів доцільно скористатися рівняннями вектор-потенціалу, а у випадку глибокого прямокутного паза – рівняннями Максвелла. Для прикладу розглянемо останній випадок

$$\frac{\partial H_s}{\partial t} = \frac{1}{\mu\gamma} \frac{\partial^2 H_s}{\partial z^2}; \quad E_s = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial H_s}{\partial z}, \quad s = A, B, \quad (6)$$

де H, E – компоненти векторів напруженостей магнетного й електричного полів; μ, γ – приведені до числа витків обмотки статора магнетна проникність і електропровідність провідника; z – просторова координата по глибині паза з початком на його поверхні.

Крайові умови одержуємо за законом Ампера

$$H_s(0) = i_s / a; \quad H_s(h) = 0, \quad s = A, B, \quad (7)$$

де a, h – ширина й глибина паза.

У зв'язку з тим, що диференціальні рівняння обмотки ротора записані в області лінійних координатних перетворень, то диференціальні рівняння електромагнетного поля (6) також треба

* Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів, 1997. – 344 с.

записати в області тих же лінійних координатних перетворень [1]. Утворивши колонку напружень магнетного поля $H = (H_A, H_B)$, одержимо

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\mu\gamma} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \Omega H. \quad (8)$$

Рівняння електромагнетного стану для випадку мотора слід доповнити рівняннями механічного стану, щоб обчислити кутову швидкість ω , що фігурує в (9)

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0}{J} (M_E - M(\omega)), \quad M_E = \sqrt{3} p_0 (i_{RA} i_{SB} - i_{RB} i_{SA}) / \alpha_m. \quad (9)$$

де $M(\omega)$ – механічний момент; p_0 – число пар магнетних полюсів; J – момент інерції ротора; M_E – електромагнетний момент.

Система диференціальних рівнянь (1), (8), (9) становить А-модель елемента системи. Її незамінні якості: диференціальні безпараметричні рівняння записані в нормальній формі Коші, первинні сторони оперують фізичними величинами, відсутня процедура обертання матриць коефіцієнтів, відсутнє віднімання двох близьких величин. (У традиційній L -моделі, що оперує індуктивностями контурів, віднімання близьких величин неминуче виникає на стадії обертання матриці коефіцієнтів!). Наша модель незамінима при аналізі тривалих перехідних процесів і систем зі змінною структурою. *Все це робить її основною коловою математичною моделлю найширшого застосування.*

Для практичного користування нею необхідно знати такі вхідні дані: опори й обернені індуктивності дисипації первинної і вторинної обмоток, основну обернену індуктивність, число пар магнетних полюсів і момент інерції ротора, розміри паза, електропровідність матеріалу провідника ротора. Оскільки ми оперуємо обмоткою ротора, приведеною до числа витків обмотки статора, то потрібно навести μ і γ в (6), (8)! Вхідними сигналами є: фазні напруги живлення, механічний момент на валу.

У конкретних випадках ця модель зазнає спрощень. У випадку звичайного мотора $u_2 = 0$. У випадку трансформатора $\omega = 0$.

Математична модель групового вузла живлення. Рівняння будь-якої системи складається зі структурних рівнянь, що відображають спосіб сполучення елементів, і рівнянь самих елементів. Рівняння елементів ми використаємо у вигляді (1), (8), (9). Структурні рівняння запишемо на підставі законів Кірхгофа. Якщо прийняти, що кожен елемент під'єднується до вузла первинною стороною, то матимемо

$$\sum_{i=1}^m i_{1k} = 0; \quad u_{11} = u_{12} = \dots = u_{1m} = V; \quad (10)$$

де $V = (V_A, V_B)_t$ – колонка напруг вузла, m – число елементів (трансформаторів і моторів) у вихідній системі.

Розв'язуючи сумісно (1), (10), одержимо

$$V = a b, \quad (11)$$

де

$$a = \left(\sum_{k=1}^m a_{1k} \right)^{-1}; \quad b = \sum_{k=1}^m (a_{1k} r_{1k} i_{1k} - a_{12k} (u_{2k} + \Omega_k \Psi_{2k} - r_{2k} i_{2k})). \quad (12)$$

Нерідко для покращання економічних показників системи до вузла підмикається батарея конденсаторів ємністю C . У такому разі наругу вузла знаходимо ще простіше

$$\frac{dV}{dt} = C^{-1} \sum_{i=1}^m i_{1k}; \quad (13)$$

На кожному кроці інтегрування згідно з (11), або (13) обчислюємо напругу вузла, а відтак, повна система рівнянь розпадається на незалежні рівняння окремих елементів (1), (8), (9), ін-

тегрування яких очевидне. При зміні структури системи у формулах (12) треба лише змінити значення m кількості елементів.

Комутації. Вузли живлення електричних пристроїв – це вироджені вузли, тому тут зазвичай виникають стрибки струмів і поточкозчеплень окремих елементів. Найчастіше цю проблему розв’язують введенням великих опорів, що треба признати найневиправданішим заходом, що викликає велику штивність рівнянь, а заодно – проблеми числового аналізу. Розумно тут застосувати узагальнені закони комутації. На їх підставі можемо записати для моменту комутації

$$\sum_{i=1}^n \Delta i_{1k} (+0) = -\sum_{i=1}^n i_{1k} (-0) = 0; \quad \Delta \Psi_{11} = \Delta \Psi_{12} = \dots = \Psi_{1n} = \Theta, \quad (14)$$

де $\Delta \lambda_{1k} (\lambda = i, \Psi) = \lambda_{1k} (+0) - \lambda_{1k} (-0)$ – прирости первинних струмів і повних поточкозчеплень у момент комутації, n – число елементів (трансформаторів і моторів) у новоскомутуваній системі.

Комутаційні прирости струмів одержуємо на підставі (1) через комутаційні прирости первинних повних поточкозчеплень

$$\Delta i_{1k} = a_{1k} \Delta \Psi_{1k}; \quad \Delta i_{2k} = a_{21k} \Delta \Psi_{1k}, \quad (15)$$

бо $\Delta \Psi_{2k} \equiv 0$, як контурів, не задіяних у груповому вузлі.

Підставляючи (15) у (14), одержуємо необхідне рівняння для обчислення початкових умов згідно з (15)

$$\Theta = -a \sum_{i=1}^n i_{1k} (-0). \quad (16)$$

Згідно з (16) комутаційні стрибки струмів зумовлені некомпенсованими струмами в новоскомутуваному електричному колі. Якщо їх сума у вузлі задалегідь дорівнює нулю, то в системі зберігається неперервність струмів і поточкозчеплень окремих елементів.

У випадку наявності батареї конденсаторів, коли напругу вузла шукаємо згідно з (13), у системі зберігається умова неперервності струму

$$i_{1k} (+0) = i_{1k} (-0), \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (17)$$

Метод пройшов всесторонню перевірку в “Укрчормет” (м. Харків) у процесі аналізу електромашинних систем підприємств металургії й коксохімії заводів півдня України.

Висновки. 1. Запропонований метод аналізу описує вузол живлення асинхронних моторів диференціальними рівняннями в нормальній формі Коші. Такі рівняння нештвнн й інтегруються явними методами. Тому така форма запису набуває принципового значення.

2. Успішний аналіз електромашинних систем без врахування комутаційних стрибків струмів є неможливий.