

№ 9. – С. 23–24. 7. Толстой Г.Д. Автоматизация полиграфических производственных процессов. – М.: Книга, 1970. – 360 с. 8. Тюрин А.А. Печатные машины – автоматы. – М.: Книга, 1980. – 416 с. 9. Чехман Я.И. Печатные аппараты (Основы теории). – К.: УМК ВО, 1989. – 88 с. 10. Гульятяев А. Визуальное моделирование в среде MATLAB: Учебный курс – СПб: Питер, 2000. – 432 с.

УДК 621.313.2:536.755

А.Р. Когут, І.З. Щур

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ЕАП

ОПИС ДИНАМИЧНЫХ ПРОЦЕССОВ У ДВИГУНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З ПОГЛЯДУ ТЕРМОДИНАМІКИ НЕРІВНОВАЖНИХ ПРОЦЕССІВ

© Когут А.Р., Щур І.З., 2004

Описано і досліджено електропривід з двигуном постійного струму в динамічних режимах, як термодинамічний перетворювач енергії, проаналізовано його основні характеристики і показники в перехідних процесах з погляду термодинаміки нерівноважних процесів, що дало можливість отримати деякі універсальні аналітичні і графічні залежності між основними параметрами і показниками електропривода у відносних одиницях.

The direct current electric drive in dynamical processes as a thermodynamical energy converter was described and researched mathematically here from the thermodynamical point of view. As a result of this there was appeared an opportunity to obtain a series of universal analytical and graphic dependencies between major parameters and indicators of the electric drive in relative units.

Постановка проблеми. Економія електроенергії завжди була важливим аспектом в експлуатації електроприводів, у тому числі й електроприводів з двигунами постійного струму (ДПС). Оптимізація функціонування електропривода з погляду енергетики дозволяє суттєво зменшити як втрати енергії [1], так і, що не менш важливо, загальну встановлену потужність парку двигунів. Досвід останніх досліджень показує, що опис двигуна постійного струму з використанням підходів термодинаміки нерівноважних процесів (ТД НП) дає змогу суттєво спростити викладення матеріалу, сформувані єдині підходи до аналізу різних процесів, створити нові критерії оптимізації тощо. Крім того, перехід до відносних одиниць дозволяє уніфікувати основні закономірності, отримані внаслідок проведення досліджень.

Аналіз останніх досліджень. За допомогою ТД НП були описані статичні режими роботи ДПС, а також низькоефективних електроприводів постійного струму з резистивним керуванням, які знаходять практичне застосування і нині [1, 2]. При цьому, крім підходів ТД НП, були використані основні енергетичні закономірності, відомі з курсу основ електропривода [3]. ТД подання цих електроприводів дозволило, крім уніфікації опису і спрощення аналізу, отримати низку універсальних залежностей, які забезпечують оптимальні з різних поглядів режими роботи. Подальшим завданням є оптимізація роботи ДПС у динамічних режимах з погляду мінімізації енергетичних втрат.

Мета роботи. Описати ДПС в перехідних режимах як термодинамічний перетворювач енергії (ПЕ). Створити систему відносних одиниць, яка б дала змогу отримати універсальні характеристики, що в перспективі дозволяти б формулювати критерії оптимальної роботи електроприводів постійного струму за мінімальними втратами енергії в динамічних режимах.

Виклад основного матеріалу. У межах ТД НП будь-який перетворювач вільної енергії зображається “чорною скринькою”, яка перетворює вільну вхідну енергію у вільну вихідну енергію. Завдяки

спряженості вхідних та вихідних параметрів такого перетворювача відповідно підібрані термодинамічні потоки (J_1, J_2) та сили (X_1, X_2), зв'язані між собою такими лінійними залежностями [4]:

$$\begin{cases} J_1 = L_{11}X_1 + L_{12}X_2 \\ J_2 = L_{21}X_1 + L_{22}X_2 \end{cases},$$

де L_{jk} – “феноменологічні” коефіцієнти. Причому, згідно зі співвідношеннями взаємності Онзагера, $L_{jk} = L_{kj}$.

Для якірного кола ДПС, що живиться від джерела напруги, запишемо рівняння другого закону Кірхгофа, а також рівняння руху електропривода

$$\Delta U = \Delta E + R\Delta i + L \frac{d\Delta i}{dt}; \quad (1)$$

$$\Delta M - \Delta M_c = J \frac{d\Delta \omega}{dt}, \quad (2)$$

де ΔU – зміна напруги живлення; $\Delta \omega$ – зміна кутової швидкості; Δi – зміна струму якоря; $\Delta E = k\Delta\Phi\Delta\omega$ – зміна електрорушійної сили якоря (тут k – конструктивний коефіцієнт, $\Delta\Phi$ – зміна магнітного потоку); $\Delta M = k\Delta\Phi\Delta i$ – зміна електромагнітного моменту двигуна; ΔM_c – зміна статичного моменту навантаження двигуна; t – час перехідного процесу; R – активний опір кола якоря; L – індуктивність кола якоря; J – момент інерції двигуна.

З метою отримання універсальних результатів аналізу, перейдемо до відносних одиниць, система яких є дещо відмінною від традиційних, проте дозволяє спростити математичний опис ДПС [5]. Приймаючи номінальні параметри за базові величини, після низки алгебричних перетворень, рівняння (1) і (2) у відносних одиницях отримують вигляд:

$$U_* = \Phi_*\omega_* + m i_* + n \frac{di_*}{d\tau}; \quad (3)$$

$$i_*\Phi_* - M_{c*} = \frac{d\omega_*}{d\tau}, \quad (4)$$

де U_* , Φ_* , ω_* , i_* , M_{c*} – відповідно відносні значення зміни напруги, магнітного потоку, кутової швидкості, струму якоря та статичного моменту навантаження двигуна.

Реальний час t нормується на механічну сталу часу T_M , яка, на відміну від традиційної електромеханічної сталої часу, дорівнює часу розгону двигуна зі стану спокою до номінальної швидкості при постійному номінальному моменті обертання. Тобто відносне значення часу τ :

$$\tau = \frac{t}{T_M}; \quad T_M = J \frac{\omega_H}{M_H}.$$

Коефіцієнти m та n визначаються з виразів:

$$m = \frac{I_H R}{E_H}; \quad n = \frac{L I_H}{E_H T_M} = m \frac{T_a}{T_M},$$

де $T_a = L/R$ – електромагнітна стала часу кола якоря.

Застосувавши до рівнянь (3) та (4) перетворення Лапласа, отримуємо

$$U_*(s) = \Phi_*(s)\omega_*(s) + (m + ns)i_*(s); \quad (5)$$

$$i_*(s)\Phi_*(s) - M_{c*}(s) = \omega_*(s)s. \quad (6)$$

Визначивши з рівняння (6) Лапласове зображення відносної зміни струму $i_*(s)$ і підставивши його у рівняння (5), знаходимо Лапласове зображення відносної зміни швидкості

$$\omega_*(s) = \frac{\Phi_*(s)}{s(m + ns) + \Phi_*^2(s)} U_*(s) - \frac{m + ns}{s(m + ns) + \Phi_*^2(s)} M_{c*}(s). \quad (7)$$

Вибравши вхідною силою Лапласове зображення відносної зміни напруги живлення $U_*(s)$, вхідним потоком – Лапласове зображення відносної зміни струму якоря $i_*(s)$, а вихідними відповідно Лапласові зображення відносної зміни кутової швидкості $\omega_*(s)$ та електромагнітного моменту двигуна $M_*(s)$ і враховуючи, що $M_*(s) = \Phi_*(s)i_*(s)$, на підставі рівняння (5) запишемо систему рівнянь, яка описує ДПС з погляду ТД НП (у відносних одиницях):

$$\begin{cases} i_*(s) = \frac{1}{m+ns} U_*(s) - \frac{\Phi_*(s)}{m+ns} \omega_*(s) \\ -M_*(s) = -\frac{\Phi_*(s)}{m+ns} U_*(s) + \frac{\Phi_*^2(s)}{m+ns} \omega_*(s) \end{cases} \quad (8)$$

Тут “феноменологічні” коефіцієнти визначаються з таких виразів:

$$L_{11}(s) = \frac{1}{m+ns}; \quad L_{12}(s) = -\frac{\Phi_*(s)}{m+ns}; \quad L_{21}(s) = -\frac{\Phi_*(s)}{m+ns}; \quad L_{22}(s) = \frac{\Phi_*^2(s)}{m+ns}. \quad (9)$$

Як видно, принцип Онзагера справджується: $L_{12}(s) = L_{21}(s)$.

Використовуючи рівняння (7) та систему рівнянь (8), при заданій зміні статичного моменту навантаження ΔM_c та напруги живлення ΔU , можна легко знайти зміну кутової швидкості, струму та електромагнітного моменту двигуна.

Короткий аналіз системи рівнянь (8) і виразів (9) з погляду ТД НП дає змогу достатньо просто пояснити, як відбувається передача енергії в ДПС. Так, від’ємне значення $L_{21}(s)$ свідчить про те, що вихідний потік $-M_*(s)$ спричиняє вхідна сила $U_*(s)$, причому напрям цього потоку є протилежним до зворотної дії вихідної сили $\omega_*(s)$. Оскільки $U_*(s)$ та $\omega_*(s)$ є додатними за визначенням [4], то перетворення вільної енергії полягає у поглинанні її на вході (тобто додатний $i_*(s)$) і утворенні на виході (від’ємний $M_*(s)$). Отже, значення $L_{11}(s)$, $L_{22}(s)$ та $-L_{21}(s)$ повинні бути додатними. Зрозуміло, що чим меншим є $-L_{12}(s)$, тим більшим є вплив вхідної сили на вихідний потік (насправді, зростання $\Phi_*(s)$ призводить до збільшення $M_*(s)$ при незмінній $U_*(s)$). Отже, коефіцієнт $L_{21}(s)$ характеризує ступінь зв’язку вхідного і вихідного процесів.

Однак існують випадки, коли збільшення $-L_{21}(s)$ не означатиме посилення зв’язку (наприклад, коли усі коефіцієнти $L_{11}(s)$, $L_{22}(s)$, $-L_{21}(s)$ збільшуються з однаковими співвідношеннями). Саме тому було введено поняття ступеня спряження і в такому випадку:

$$q(s) = \frac{L_{12}(s)}{\sqrt{L_{11}(s)L_{22}(s)}} = -1; \quad (10)$$

Звідси можна зробити висновок: ступінь спряження між входом і виходом ДПС протягом перехідного процесу є незмінною величиною. Значення $q = -1$ є максимально можливим за модулем значенням ступеня спряження для ПЕ. Аналіз стаціонарних режимів різних схем вмикання ДПС [1, 2] показує, що часто $|q| < 1$ (наприклад, під час шунтування якоря ДПС) [1].

Крім цього, система рівнянь (8) визначає і решту основних параметрів термодинамічного ПЕ [4] (ДПС):

– феноменологічна стехіометрія

$$Z(s) = \sqrt{\frac{L_{22}(s)}{L_{11}(s)}} = \Phi_*(s);$$

– відношення сил

$$\chi(s) = \frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{\omega_*(s)}{U_*(s)};$$

– приведенне відношення сил

$$Z(s)\chi(s) = \frac{\Phi_*(s)\omega_*(s)}{U_*(s)} = \frac{E_*(s)}{U_*(s)}. \quad (11)$$

За визначених параметрів (10) і (11) можна легко знайти інші класичні показники, які характеризують термодинамічний ПЕ (криві універсальних залежностей наведені в [1, 2, 5]):

– нормований вихідний потік

$$j_0(s) = -\frac{J_2(s)}{Z(s)L_{11}(s)X_1(s)} = -Z(s)\chi(s) - q(s) = 1 - \frac{E_*(s)}{U_*(s)}; \quad (12)$$

– нормоване відношення вихідного потоку до вхідного

$$j(s) = -\frac{J_2(s)}{Z(s)J_1(s)} = -\frac{Z(s)\chi(s) + q(s)}{q(s)Z(s)\chi(s) + 1} = 1; \quad (13)$$

– термодинамічну ефективність перетворення вільної енергії

$$\eta(s) = -\frac{J_2(s)X_2(s)}{J_1(s)X_1(s)} = -Z(s)\chi(s) \frac{Z(s)\chi(s) + q(s)}{q(s)Z(s)\chi(s) + 1} = \frac{E_*(s)}{U_*(s)}; \quad (14)$$

– нормовану вихідну потужність

$$p(s) = -\frac{J_2(s)X_2(s)}{L_{11}(s)X_1^2(s)} = -[Z(s)\chi(s) + q(s)]Z(s)\chi(s) = \frac{E_*(s)}{U_*(s)} \left(1 - \frac{E_*(s)}{U_*(s)} \right). \quad (15)$$

Використовуючи побудовану математичну модель ДПС, проаналізуємо характер зміни показників $j_0(\tau)$, $j(\tau)$, $\eta(\tau)$, $p(\tau)$ за час запуску. Для теоретичного аналізу розглянемо двигун 2ПН200ЛГ з $m = 0,022$ та $n = 7,98 \cdot 10^{-4}$ при постійному номінальному потоці збудження $\Phi_* = 1$ і стрибкоподібному заданні номінальної напруги живлення та статичного моменту навантаження ($U_* = 1,022$, $M_{c*} = 1$). Зрозуміло, що для побудови цих залежностей (див. рисунок) після низки перетворень здійснюється зворотнє перетворення Лапласа.

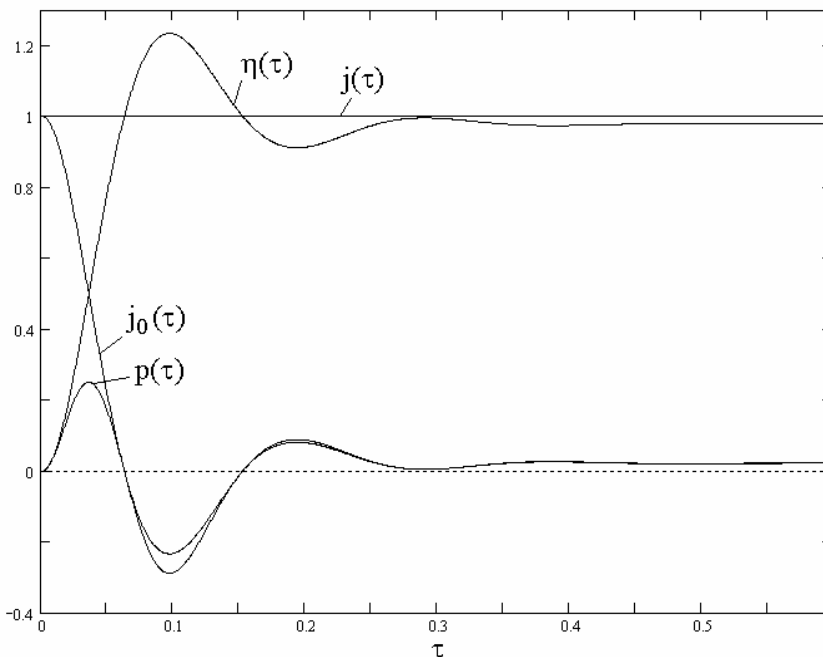


Рис. 1. Залежності термодинамічних показників ДПС від відносного часу

Коротко проаналізуємо отримані залежності та зміст показників (12)–(15).

Насамперед, необхідно відзначити важливу перевагу опису динаміки енергетичних показників ДПС нормованими показниками, а саме універсальність залежностей

$$\begin{aligned} j_0(s) &= 1 - \eta(s); & p(s) &= j_0(s)\eta(s); \\ j_0(\tau) &= 1 - \eta(\tau); & p(\tau) &= j_0(\tau)\eta(\tau). \end{aligned}$$

Нормований вихідний потік в ТД НП загалом характеризує вихідний потік у відношенні до вхідного потоку при нульовій вихідній силі. Тобто у випадку ДПС $j_0(s)$ вказує, яким є реальний момент двигуна порівняно з моментом, при якому б швидкість у цей час була нульовою. У стаціонарному режимі – це фактично відношення моменту двигуна до моменту короткого замикання

$$j_0 = -\frac{J_2}{ZL_{11}X_1} = \frac{M_*}{\Phi_*L_{11}U_*} = \frac{M_*}{M_{к.з.*}}.$$

З іншого боку, розглядаючи ДПС як ТД ПЕ, легко показати, що $j_0(s)$ характеризує “просадку” швидкості щодо швидкості неробочого ходу у відносних одиницях

$$j_0(s) = 1 - \frac{E_*(s)}{U_*(s)} = 1 - \frac{\Phi_*(s)\omega_*(s)}{\Phi_*(s)\omega_{0*}(s)} = \frac{\omega_{0*}(s) - \omega_*(s)}{\omega_{0*}(s)} = \frac{\Delta\omega_*(s)}{\omega_{0*}(s)} = \Delta\Omega_*(s).$$

Тобто в разі повного спряження ($q = -1$) нормований вихідний потік фактично визначає відхилення термодинамічної ефективності перетворення вільної енергії від ідеального процесу (100 %).

Оскільки у повністю спряженому ТД ПЕ обидва потоки (вхідний і вихідний) жорстко спряжені, то вихідний потік відрізняється від вхідного завжди в постійну кількість разів (Z). Саме тому графік функції нормованого відношення вихідного потоку до вхідного $j(\tau)$ є прямою, що дорівнює одиниці ($Z(\tau) = \Phi_*(\tau) = 1$).

Базуючись на визначенні термодинамічної ефективності функціонування ПЕ, перевищення кривою $\eta(\tau)$ рівня одиниці можна пояснити перевищенням швидкістю утворення вільної вихідної енергії швидкості поглинання вільної енергії на вході, обумовленим внутрішніми – електричними та механічними – інерційностями двигуна (акумуляторами енергії). Аналізуючи рівняння (14), видно, що при постійних $U_*(\tau)$ та $\Phi_*(\tau)$ термодинамічна ефективність стає фактично функцією єдиного параметра – $\omega_*(\tau)$.

Дуже часто системи ЕП намагаються оптимізувати з метою забезпечення максимуму η . Однак такий висновок не є самоочевидним, хоча і здається привабливим на перший погляд. Так, при $q = -1$, максимуму η відповідає $\chi = \frac{1}{Z}$, тобто $\omega_* = U_*$ (за умови $\Phi_* = 1$). Проте за такого співвідношення сил величина вихідного потоку є нульовою. Хоч процес і є дуже ефективним, він, тим не менше, безрезультатний, оскільки швидкість його перебігу надто мала (у цьому випадку – взагалі нульова). Отже, для того, щоб перетворення вільної енергії відбувалось з певною швидкістю, потрібно забезпечити:

$$\chi < \frac{1}{Z} \quad \rightarrow \quad \frac{\omega_*}{U_*} < \Phi_*.$$

Оскільки априорі невідомо, яке співвідношення сил відповідає оптимальному співвідношенню між швидкістю перебігу процесу і термодинамічною ефективністю, одним з компромісних варіантів і було визначення нормованої вихідної потужності (інколи саме за цим показником варто оптимізувати системи). Причому, як відомо з [4], при $q = -1$ максимуму η відповідає термодинамічна ефективність $\eta = 0,5$. У розглянутому вище прикладі із запуском ДПС ці параметри в усталеному режимі мають такі значення: $\eta = 0,978$ і $p = 0,021$.

З класичної термодинаміки відомо, що можливість, напрям і межа перебігу перехідного процесу в термодинамічному ПЕ залежать від співвідношення так званих факторів інтенсивності, а

саме: перебіг процесу між різноманітними частинами системи (чи між системою та середовищем) можливе тільки в напрямі вирівнювання фактора інтенсивності для всіх частин системи (чи між системою і середовищем); досягнення однакового значення цього фактора є межею перебігу процесу в даних умовах, і відповідно умовою рівноваги. Очевидно, що факторами інтенсивності в цьому випадку є U_* та E_* , а різницею, внаслідок якої і відбувається процес, $-\left(m i_* + n \frac{d i_*}{d \tau}\right)$.

На підставі визначення термодинамічної рівноваги як стану системи, коли всі її параметри постійні в часі і відсутні будь-які стаціонарні потоки за рахунок дії будь-яких зовнішніх джерел, можна дійти висновку, що станом рівноваги для ДПС є статичний режим (стан спокою). Тут слід розрізнити поняття статичного та стаціонарного стану: статичний – існує за відсутності будь-яких вхідних та вихідних сил і потоків, а стаціонарний – при постійних у часі (як правило, ненульових) вхідних та вихідних силах і потоках.

Згідно з першим законом термодинаміки, кількість теплоти, наданої системі (δQ), витрачається на зміну її (системи) внутрішньої енергії (dU) та на виконання роботи системою над зовнішнім середовищем (δN):

$$\delta Q = dU + \delta N.$$

Зважаючи на те, що, виконуючи роботу, система не перебуває в рівноважному стані, то під час релаксації системи до рівноваги також виконується робота, частина якої перетворюється в теплоту ($\delta Q_{\text{тр}}$). Класична ТД показує, що зміна ентропії dS необоротного процесу $dS \equiv (\delta Q + \delta Q_{\text{тр}})$. Тобто, ентропія є мірою втрати роботи внаслідок необоротності реального процесу: чим більша необоротність процесу, тим більше зростає ентропія і тим більша частина енергії розсіюється в середовищі, не перетворюючись на користу роботу. У лінійній ТД НП показано [6], що швидкість виробництва ентропії σ_s :

$$\sigma_s = \frac{dS}{dt} = \sum_k \overrightarrow{J_k} \overrightarrow{X_k}, \quad (16)$$

де $\overrightarrow{J_k}$ – внутрішній потік, який характеризує швидкість перебігу процесу, а $\overrightarrow{X_k}$ – рушійна сила, яка зумовлює цей потік (відображає наявну нерівноважність).

Підставивши в (16) відповідні значення сил та потоків, можна знайти загальні втрати потужності в двигуні. Отже, загальні підходи ТД НП доцільно використовувати і під час аналізу енергетики електропривода в динамічних режимах. Враховуючи те, що втрати енергії, які виділяються в двигунах, визначаються не тільки статичним навантаженням, але і характером перехідних процесів (особливо величиною і тривалістю струму перехідного режиму), то для узагальненої оцінки втрат енергії доцільно визначати не потужність, а загальні втрати енергії (тобто ентропію процесу) в двигуні за перехідний режим. Очевидно, що

$$N_k = \int_0^{t_{\text{п.п.}}} J_2(t) X_2(t) dt = \int_0^{t_{\text{п.п.}}} M(t) \omega(t) dt; \quad N_c = \int_0^{t_{\text{п.п.}}} J_1(t) X_1(t) dt = \int_0^{t_{\text{п.п.}}} i(t) U(t) dt, \quad (17)$$

де N_k – корисна енергія; N_c – спожита енергія; $t_{\text{п.п.}}$ – тривалість перехідного процесу. Отже, втрати енергії протягом перехідного процесу

$$\Delta N = N_c - N_k.$$

Якщо в підінтегральних виразах (17) перейти до відносних одиниць за допомогою методу, який був описаний вище, і врахувати, що $M_H \omega_H = I_H E_H$, то можна отримати такі вирази у відносних одиницях:

$$N_{k*} = \int_0^{\tau_{\text{п.п.}}} M_*(\tau) \omega_*(\tau) d\tau; \quad N_{c*} = \int_0^{\tau_{\text{п.п.}}} i_*(\tau) U_*(\tau) d\tau; \quad \Delta N_* = N_{c*} - N_{k*}, \quad (18)$$

де відносна корисна енергія, спожита енергія, втрати енергії, а також відносний час перехідного процесу відповідно визначаються так:

$$N_{k*} = \frac{N_k}{E_H I_H T_M} = \frac{N_k}{J \omega_H^2}; \quad N_{c*} = \frac{N_c}{E_H I_H T_M} = \frac{N_c}{J \omega_H^2}; \quad \Delta N_* = \frac{\Delta N}{E_H I_H T_M} = \frac{\Delta N}{J \omega_H^2}; \quad \tau_{п.п.} = \frac{t_{п.п.}}{T_M}. \quad (19)$$

У рівняннях (19) добуток $J \omega_H^2 = I_H E_H T_M$ фактично визначає роботу, виконану двигуном, що працює в номінальному режимі протягом часу T_M .

Аналізуючи перехідні режими в ПЕ (зокрема в електроприводах), обов'язково слід наголосити, що енергетичні втрати в динаміці є набагато більшими порівняно з втратами в стаціонарних режимах (за такий самий час). Це відповідає принципові мінімуму Пригожина [6], згідно з яким швидкість виробництва ентропії в нестационарному процесі зменшується протягом її прямування до стаціонарного стану, в якому ця швидкість досягає мінімуму.

Висновки. 1. Побудована у відносних одиницях і зображеннях Лапласа математична модель динамічної системи – електропривода постійного струму як ТД ПЕ.

2. Проаналізовано основні характеристики і показники досліджуваного ПЕ в перехідних процесах з погляду ТД НП.

1. Щур І.З. Застосування підходів нерівноважної термодинаміки для аналізу енергетичної ефективності електроприводів постійного струму // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2002. – № 452. 2. Щур І.З., Костинюк Л.Д., Козут А.Р. Електропривід за системою “джерело струму – двигун постійного струму” як термодинамічний перетворювач енергії // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2003. – № 479. 3. Чиликин М.Г., Сандлер А.С. Обиций курс электропривода. – М.: Энергоиздат, 1981. 4. Вестерхоф Х., ван Дам К. Термодинамика и регуляция превращений свободной энергии в биосистемах: Пер. с англ. – М., 1992. 5. Петров Ю.П. Оптимальное управление электроприводом. – Л.: Энергия, 1971. 6. Карпов В.Н., Щур И.З. Термодинамика оптических электротехнологий АПК. – СПб., 1996. 7. Конторович М.И. Операционное исчисление и нестационарные явления в электрических цепях. – М., 1953.

УДК 621.313.32

М. Коцюба, В. Горячко, М. Соколовський
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ТЗЕ

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТАЦІОНАРНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ УЗЕМЛЮВАЧІВ НА ПІДСТАВІ ІНВАРІАНТНОГО НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ

© Коцюба М., Горячко В., Соколовський М., 2004

Запропоновано методику розрахунку стаціонарного електричного поля уземлювачів на підставі застосування тривимірних інваріантних алгебричних аналогів диференційних операторів.

A technique for determination of distribution of stationary electric field of a ground by means of application of three-dimensional invariant algebraic analogies of differential operators has been offered.

Постановка проблеми. Для дослідження електромагнетних полів довільного походження було запропоновано апарат інваріантного наближення функцій [1]. Його було використано для обчислення плоских полів [2, 3]. Однак задача розрахунку уземлювачів є суттєво тривимірною.