

ОСНОВНІ ВТРАТИ В КОРОТКОЗАМКНЕНІЙ КЛІТЦІ РОТОРА АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ВІД ДЕФЕКТІВ У ДЕКІЛЬКОХ ЇЇ СТРИЖНЯХ

© Яцун М.А., Яцун А. М., Ігнатюк В. М., Євсюк М. М., 2004

Визначені основні втрати електричної енергії в короткозамкненій клітці ротора асинхронного двигуна від дефектів у декількох її стрижнях.

The primary losses of electric energy in rotor squirrel-cage winding of induction motor from the defects in its few bars has been determined.

Постановка проблеми. Під час виробництва й експлуатації асинхронних двигунів у короткозамкненій клітці ротора можуть виникати дефекти (недоливи, тріщини, обриви тощо). Вони призводять до збільшення електричного опору елементів клітки ротора з дефектами та погіршення техніко-економічних характеристик двигунів, зокрема зміни втрат електричної енергії. Тому актуальним є дослідження впливу розмірів і взаємного розташування дефектів у короткозамкненій клітці ротора на техніко-економічні характеристики асинхронних двигунів [1–3].

Аналіз останніх досліджень. Розподіл додаткових струмів у клітці ротора за наявності дефектів у декількох її стрижнях досліджений у літературі [4]. Тоді внаслідок дефектів несиметрія клітки зумовлена збільшенням комплексних опорів \underline{Z}_c декількох стрижнів (першого, i -го, m -го) на величину відповідно \underline{Z}_{d1} , \underline{Z}_{di} і \underline{Z}_{dm} і комплексні опори дефектних стрижнів починають дорівнювати $\underline{Z}_c + \underline{Z}_{d1}$, $\underline{Z}_c + \underline{Z}_{di}$, $\underline{Z}_c + \underline{Z}_{dm}$. Звичайно зростають переважно лише активні опори цих стрижнів, тобто $\underline{Z}_{d1} = R_{d1}$, $\underline{Z}_{di} = R_{di}$ і $\underline{Z}_{dm} = R_{dm}$. Відповідно зменшуються комплексні струми в дефектних стрижнях порівняно зі струмами \dot{I}_{c1c} , \dot{I}_{cic} і \dot{I}_{cmc} у цих стрижнях за відсутності дефектів, а також змінюються струми в усіх інших елементах короткозамкненої клітки ротора.

Постановка завдання. Метою дослідження є отримання аналітичної залежності основних втрат електричної енергії в короткозамкненій клітці ротора асинхронного двигуна від дефектів у декількох стрижнях клітки ротора та їх взаємного розташування при різних навантаженнях (ковзаннях) двигуна, параметрах обмотки статора і клітки ротора і різній кількості пар полюсів. Приймаємо припущення, що напруга живлення і струм неробочого ходу при незначному порушенні симетрії короткозамкненої клітки ротора залишаються незмінними. Стан магнітної системи будемо враховувати коефіцієнтом насичення K_H . Аналіз проведимо за основними (першими) гармоніками магнітної індукції, електрорушійних сил і струмів.

Виклад основного матеріалу дослідження. У випадку колового обертового магнітного поля, створеного трифазною симетричною системою струмів у трифазній симетричній обмотці статора, для комплексних струмів у стрижнях (i , m) клітки ротора за відсутності дефектів одержимо [4]

$$\dot{I}_{cic} = \dot{I}_{c1c} \exp[-j2\pi r(i-1)/n] = \dot{I}_{c1c} a_i;$$

$$\dot{I}_{cmc} = \dot{I}_{c1c} \exp[-j2\pi r(m-1)/n] = \dot{I}_{c1c} a_m, \quad (1)$$

де p – кількість пар полюсів обертового магнітного поля; n – кількість стрижнів у клітці ротора. Тут напрям обертання ротора і порядок нумерації стрижнів вибраний у позитивному напрямі кутової координати α (проти ходу годинникової стрілки).

Вхідні комплексні струми ланцюгових схем між дефектними стрижнями визначаються виразами [4]:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{clc} D_1/D; \quad \dot{I}_i = \dot{I}_{clc} D_i/D; \quad \dot{I}_m = \dot{I}_{clc} D_m/D, \quad (2)$$

де

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1i} & a_{1m} \\ a_{i1} & a_{ii} & a_{im} \\ a_{m1} & a_{mi} & a_{mm} \end{vmatrix}; \quad D_1 = \begin{vmatrix} h_1 & a_{1i} & a_{1m} \\ h_i & a_{ii} & a_{im} \\ h_m & a_{mi} & a_{mm} \end{vmatrix}; \quad D_i = \begin{vmatrix} a_{11} & h_1 & a_{1m} \\ a_{i1} & h_i & a_{im} \\ a_{m1} & h_m & a_{mm} \end{vmatrix}; \quad D_m = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1i} & h_1 \\ a_{i1} & a_{ii} & h_i \\ a_{m1} & a_{mi} & h_m \end{vmatrix};$$

$$a_{11} = d_{11} + c_{11}b_{11}; \quad a_{ii} = d_{ii} + c_{ii}b_{ii}; \quad a_{mm} = d_{mm} + c_{mm}b_{mm};$$

$$a_{1i} = c_{11}b_{1i} + d_{1i} - b_{ii}; \quad a_{im} = c_{ii}b_{im} + d_{im} - b_{mm}; \quad a_{m1} = c_{mm}b_{m1} + d_{m1} - b_{11};$$

$$a_{1m} = -b_{im}; \quad a_{i1} = -b_{m1}; \quad a_{mi} = -b_{1i};$$

$$h_1 = a_m g_{im} - a_i c_{11} g_{li} - a_i Z_{di}; \quad h_i = g_{m1} - a_m c_{ii} g_{im} - a_m Z_{dm};$$

$$h_m = a_i g_{li} - c_{mm} g_{m1} - Z_{dl};$$

$$b_{11} = \frac{Z_0 \{ (Z_{di} + Z_c + Z_k) \text{ch}[(i-2)\gamma_1] + Z_0 \text{sh}[(i-2)\gamma_1] \}}{Z_0 \text{ch}[(i-2)\gamma_1] + (Z_{di} + Z_c + Z_k) \text{sh}[(i-2)\gamma_1]},$$

$$b_{ii} = \frac{Z_0 \{ (Z_{dm} + Z_c + Z_k) \text{ch}[(m-i-1)\gamma_1] + Z_0 \text{sh}[(m-i-1)\gamma_1] \}}{Z_0 \text{ch}[(m-i-1)\gamma_1] + (Z_{dm} + Z_c + Z_k) \text{sh}[(m-i-1)\gamma_1]},$$

$$b_{mm} = \frac{Z_0 \{ (Z_{d1} + Z_c + Z_k) \text{ch}[(n-m)\gamma_1] + Z_0 \text{sh}[(n-m)\gamma_1] \}}{Z_0 \text{ch}[(n-m)\gamma_1] + (Z_{d1} + Z_c + Z_k) \text{sh}[(n-m)\gamma_1]},$$

$$b_{1i} = -\frac{Z_0 (Z_{di} + Z_c)}{Z_0 \text{ch}[(i-2)\gamma_1] + (Z_{di} + Z_c + Z_k) \text{sh}[(i-2)\gamma_1]};$$

$$b_{im} = -\frac{Z_0 (Z_{dm} + Z_c)}{Z_0 \text{ch}[(m-i-1)\gamma_1] + (Z_{dm} + Z_c + Z_k) \text{sh}[(m-i-1)\gamma_1]};$$

$$b_{m1} = -\frac{Z_0 (Z_{d1} + Z_c)}{Z_0 \text{ch}[(n-m)\gamma_1] + (Z_{d1} + Z_c + Z_k) \text{sh}[(n-m)\gamma_1]};$$

$$g_{li} = \frac{Z_0 Z_{di}}{Z_0 \text{ch}[(i-2)\gamma_1] + (Z_{di} + Z_c + Z_k) \text{sh}[(i-2)\gamma_1]};$$

$$g_{im} = \frac{Z_0 Z_{dm}}{Z_0 \text{ch}[(m-i-1)\gamma_1] + (Z_{dm} + Z_c + Z_k) \text{sh}[(m-i-1)\gamma_1]};$$

$$g_{m1} = \frac{Z_0 Z_{d1}}{Z_0 \text{ch}[(n-m)\gamma_1] + (Z_{d1} + Z_c + Z_k) \text{sh}[(n-m)\gamma_1]};$$

$$d_{11} = (Z_{di} + Z_c) \text{ch}[(i-2)\gamma_1]; \quad c_{11} = -(Z_{di} + Z_c) \text{sh}[(i-2)\gamma_1]/Z_0; \quad d_{1i} = -(Z_{di} + Z_c + Z_k);$$

$$d_{ii} = (Z_{dm} + Z_c) \text{ch}[(m-i-1)\gamma_1]; \quad c_{ii} = -(Z_{dm} + Z_c) \text{sh}[(m-i-1)\gamma_1]/Z_0;$$

$$d_{im} = -(Z_{dm} + Z_c + Z_k);$$

$$d_{mm} = (Z_{d1} + Z_c) \text{ch}[(n-m)\gamma_1]; \quad c_{mm} = -(Z_{d1} + Z_c) \text{sh}[(n-m)\gamma_1]/Z_0;$$

$$d_{m1} = -(Z_{d1} + Z_c + Z_k);$$

$\underline{Z}_0 = \sqrt{\underline{Z}_k(\underline{Z}_k + 2\underline{Z}_c)}$; $\text{th}\gamma_1 = \sqrt{\underline{Z}_k(\underline{Z}_k + 2\underline{Z}_c)}/(\underline{Z}_k + \underline{Z}_c)$; \underline{Z}_k – комплексний опір елемента короткозамкненого кільця між двома сусідніми стрижнями.

Відповідно струми у бездефектних стрижнях (k) визначаються як різниці струмів у сусідніх елементах короткозамкненого кільця: $\dot{I}_{ck} = \dot{I}_{k-1} - \dot{I}_k = \underline{D}_k \dot{I}_{c1c} = \dot{I}_{c1c} \underline{D}_k \exp(j\varphi_{Dk})$.

На основі рівняння ланцюгової схеми і після підстановки для цих струмів одержимо:
при $1 < k < i$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{k1} &= \dot{I}_1 \text{ch}[(k-1)\gamma_1] - (\dot{U}_1/\underline{Z}_0) \text{sh}[(k-1)\gamma_1] \\ \dot{I}_{ck1} &= 2\text{sh}(\gamma_1/2) \{ (\dot{U}_1/\underline{Z}_0) \text{ch}[(k-3/2)\gamma_1] - \dot{I}_1 \text{sh}[(k-3/2)\gamma_1] \}, \end{aligned} \quad (3)$$

при $i < k < m$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ki} &= \dot{I}_i \text{ch}[(k-i)\gamma_1] - (\dot{U}_i/\underline{Z}_0) \text{sh}[(k-i)\gamma_1] \\ \dot{I}_{cki} &= 2\text{sh}(\gamma_1/2) \{ (\dot{U}_i/\underline{Z}_0) \text{ch}[(k-i-1/2)\gamma_1] - \dot{I}_i \text{sh}[(k-i-1/2)\gamma_1] \}, \end{aligned} \quad (4)$$

при $m < k \leq n$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{km} &= \dot{I}_m \text{ch}[(k-m)\gamma_1] - (\dot{U}_m/\underline{Z}_0) \text{sh}[(k-m)\gamma_1] \\ \dot{I}_{ckm} &= 2\text{sh}(\gamma_1/2) \{ (\dot{U}_m/\underline{Z}_0) \text{ch}[(k-m-1/2)\gamma_1] - \dot{I}_m \text{sh}[(k-m-1/2)\gamma_1] \}, \end{aligned} \quad (5)$$

де

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{I}_1 \{ (\underline{Z}_{d1} + \underline{Z}_c + \underline{Z}_k) \text{ch}[(i-2)\gamma_1] + \underline{Z}_0 \text{sh}[(i-2)\gamma_1] \} - \dot{I}_i (\underline{Z}_{d1} + \underline{Z}_c) + a_i \underline{Z}_{d1}}{\text{ch}[(i-2)\gamma_1] + [(\underline{Z}_{d1} + \underline{Z}_c + \underline{Z}_k)/\underline{Z}_0] \text{sh}[(i-2)\gamma_1]},$$

$$\dot{U}_i = \frac{\dot{I}_i \{ (\underline{Z}_{dm} + \underline{Z}_c + \underline{Z}_k) \text{ch}[(m-i-1)\gamma_1] + \underline{Z}_0 \text{sh}[(m-i-1)\gamma_1] \} - \dot{I}_m (\underline{Z}_{dm} + \underline{Z}_c) + a_m \underline{Z}_{dm}}{\text{ch}[(m-i-1)\gamma_1] + [(\underline{Z}_{dm} + \underline{Z}_c + \underline{Z}_k)/\underline{Z}_0] \text{sh}[(m-i-1)\gamma_1]},$$

$$\dot{U}_m = \frac{\dot{I}_m \{ (\underline{Z}_{d1} + \underline{Z}_c + \underline{Z}_k) \text{ch}[(n-m)\gamma_1] + \underline{Z}_0 \text{sh}[(n-m)\gamma_1] \} - \dot{I}_1 (\underline{Z}_{d1} + \underline{Z}_c) + \underline{Z}_{d1}}{\text{ch}[(n-m)\gamma_1] + [(\underline{Z}_{d1} + \underline{Z}_c + \underline{Z}_k)/\underline{Z}_0] \text{sh}[(n-m)\gamma_1]}.$$

Струми у дефектних стрижнях визначаються за виразами:

$$\dot{I}_{c1} = \dot{I}_{c1c} \underline{D}_1 \exp(j\varphi_{D1}) = \dot{I}_m \text{ch}[(n-m)\gamma_1] - \frac{\dot{U}_m}{\underline{Z}_0} \text{sh}[(n-m)\gamma_1] - \dot{I}_1; \quad (6)$$

$$\dot{I}_{ci} = \dot{I}_{c1c} \underline{D}_i \exp(j\varphi_{Di}) = \dot{I}_1 \text{ch}[(i-2)\gamma_1] - \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_0} \text{sh}[(i-2)\gamma_1] - \dot{I}_i; \quad (7)$$

$$\dot{I}_{cm} = \dot{I}_{c1c} \underline{D}_m \exp(j\varphi_{Dm}) = \dot{I}_i \text{ch}[(m-i-1)\gamma_1] - \frac{\dot{U}_i}{\underline{Z}_0} \text{sh}[(m-i-1)\gamma_1] - \dot{I}_m. \quad (8)$$

Тоді електричні втрати у короткозамкненій клітці ротора за наявності дефектів

$$P_B = P_c + P_k, \quad (9)$$

де перша складова

$$P_c = I_{c1}^2 (R_c + R_{d1}) + I_{ci}^2 (R_c + R_{di}) + I_{cm}^2 (R_c + R_{dm}) + \sum_{k=2}^{i-1} I_{ck1}^2 R_c + \sum_{k=i+1}^{m-1} I_{cki}^2 R_c + \sum_{k=m+1}^n I_{ckm}^2 R_c;$$

виражає втрати у стрижнях, а друга складова

$$P_k = \sum_{k=1}^{i-1} I_{k1}^2 R_k + \sum_{k=i}^{m-1} I_{ki}^2 R_k + \sum_{k=m}^n I_{km}^2 R_k;$$

виражає втрати у елементах короткозамкнених кілець.

За відсутності дефектів комплексні струми у стрижнях і елементах короткозамкнених кілець визначаються відповідно за виразами [4]

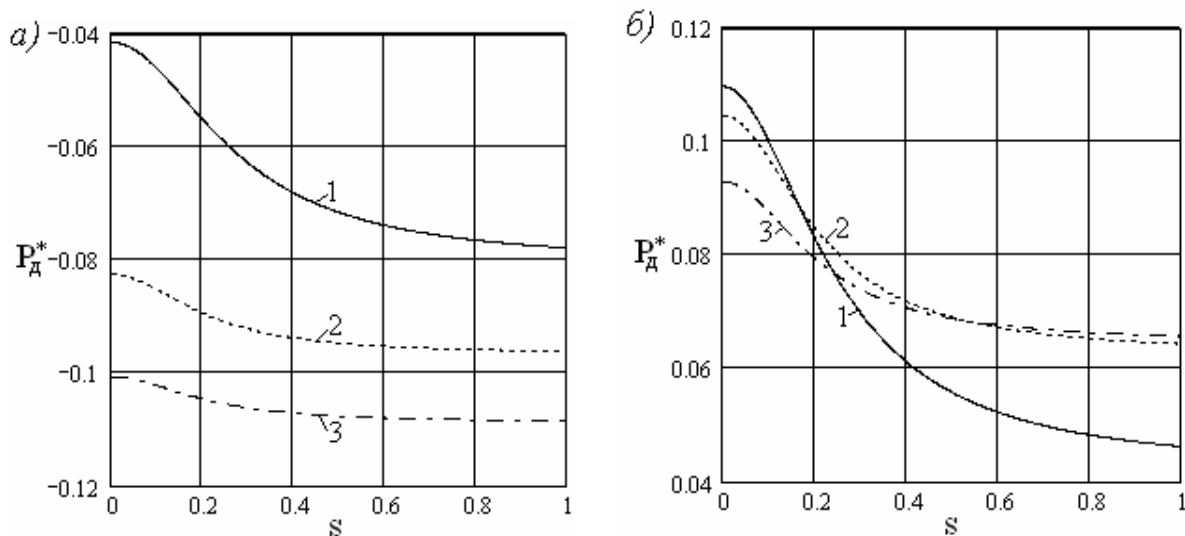
$$\dot{I}_{ckc} = \dot{I}_{clc} \exp[-j2\pi p(k-1)/n]; \quad \dot{I}_{kc} = \frac{\dot{I}_{ckc}}{1 - \exp(-j2\pi p/n)} = \frac{\dot{I}_{clc} \exp[-j2\pi p(k-1)/n]}{1 - \exp(-j2\pi p/n)}. \quad (10)$$

Тоді втрати у короткозамкненій клітці ротора

$$P_{bc} = n(I_{clc}^2 R_c + I_{kc}^2 R_k) = nI_{clc}^2 \left[R_c + \frac{R_k}{[1 - \cos(2\pi p/n)]^2 + \sin^2(2\pi p/n)} \right]. \quad (11)$$

Відносна зміна електричних втрат у клітці ротора за наявності дефектів

$$P_d^* = (P_B - P_{bc})/P_{bc}. \quad (12)$$



Залежності відносної зміни електричних втрат у клітці ротора від ковзання двигуна при обриві трьох стрижнів клітки ротора, розташованих симетрично по колу ротора (а) і рядом (б):
1 – p = 1; 2 – p = 2; 3 – p = 3.

На рисунку показані результати розрахунків у програмному середовищі MathCAD за виразом (12) залежностей відносної зміни електричних втрат у клітці ротора від ковзання двигуна при обриві трьох стрижнів клітки ротора для випадку, коли $Z = Z_k/Z_c = (1+j2s)/(50+j250s)$, $\varphi_E = \arctg(5s) + \arg\{1 + Z/[2\sin^2(\pi p/n)]\}$ і $n = 30$ для різної кількості пар полюсів ($p = 1, 2, 3$) і різного розташування дефектних стрижнів (симетричного по колу ротора і підряд). Характерною особливістю цих залежностей є те, що при симетричному розташуванні обірваних стрижнів по колу ротора втрати у клітці ротора зменшуються, а при розташуванні рядом – зростають.

Висновки. Отримані аналітичні вирази дозволяють дослідити вплив розташування і величини (розмірів) дефектів, поданих додатковими опорами у декількох (трьох) стрижнях клітки ротора, на електричні втрати у клітці ротора асинхронного двигуна при різних навантаженнях (ковзаннях) двигуна, параметрах обмотки статора і клітки ротора і різній кількості пар полюсів. Подальші дослідження доцільно проводити у напрямку аналізу температурного режиму роботи і допустимого навантаження двигуна за наявності дефектів у клітці ротора.

1. Яцун М., Яцун А., Хліпальський Ю. Розподіл струму в короткозамкненій обмотці ротора асинхронного двигуна за наявності дефектів у ній // *Електромеханіка. Теорія і практика: Пр. наук.-техн. конф., присвяченої 100-річчю від дня народження видатного українського вченого-електромеханіка Тихона Губенка.* – Львів, 1996. – С. 203–206. 2. Яцун М., Яцун А. Розподіл і

симетричні складові додаткових струмів у короткозамкненій обмотці ротора асинхронного двигуна за наявності дефектів в одному стрижні // Теоретична електротехніка. – 2000. – Вип. 55. – С. 124–128. 3. Яцун М., Яцун А. Додатковий електромагнетний момент асинхронного мотора від дефекту у стрижні короткозамкненої обмотки ротора // 4-th INTERNATIONAL MODELLING SCHOOL of AMSE-UAPL. Crimea, Alushta, Ukraine, September 10–15, 1999. 4. Яцун М.А., Яцун А.М., Ігнатюк В.М., Євсюк М.М. Додаткові струми у клітці ротора асинхронного двигуна за наявності дефектів у декількох стрижнях // *Методи та прилади контролю якості.* – 2002. – № 9. – С. 11–14.