щення ефективності використання міцнісних характеристик матеріалу (при необхідності) можна отримати за рахунок зменшення відстані між вершинами дискретного комірчастого заповнювача (кроку) чи за рахунок збільшення товщини зовнішніх шарів. При товщині зовнішніх шарів 0,8 мм втрата стійкості відбувалася при напруженнях 300…350 кГ/см^2, що становить 60…70 % від границі повзучості матеріалу.

З отриманих результатів можна зробити такі висновки. Клей ВК-36 і рекомендації до режимів склеювання дискретного комірчастого заповнювача до зовнішніх шарів забезпечують реалізацію міцнісних характеристик дискретного комірчастого заповнювача при усіх видах навантаження. При усіх випробуваннях руйнування по клеєному з'єднанню не відмічено.

Дискретний комірчастий заповнювач даної конструкції може бути рекомендований до застосування в тришарових конструкціях, для яких робочі навантаження не перевищують наведених у табл.2.

Найслабкішим місцем дискретного комірчастого заповнювача є перехід від бічних поверхонь зрізаних вершин до ділянок серединної площини.

1. Кобелев В.Н. и др. Расчет трехслойных кострукций: Справочник. М., 1984. 2. Биргер И.А., Пановко Я.Г. Прочность. Устойчивость. Колебания: Справочник: В 3 т. М., 1968.

УДК 539.375

Зеленяк В.М., Лібацький Л.Л.
ДУ "Львівська політехніка", кафедра вищої математики

ТЕМПЕРАТУРНІ НАПРУЖЕННЯ У ПІВПЛОЩИНІ З ДОВІЛЬНО ОРІЄНТОВАНОЮ КРАЙОВОЮ ТРІЩИНОЮ, ЗУМОВЛЕНІ ДЖЕРЕЛОМ ТЕПЛА

© Зеленяк В.М., Лібацький Л.Л., 2000

Методом сингулярних інтегральних рівнянь розглянуто стаціонарну задачу термопружності для півплощини, послабленої довільно орієнтованою крайовою тріщиною, краї якої термоізольовані, ненавантажені і не контактують між собою. Межа півплощини вільна від навантажень, її бокові поверхні термоізольовані, а в довільній точці півплощини на деякій віддалі від краю розміщене зосереджене джерело тепла.

Числовий розв'язок інтегрального рівняння одержано методом механічних квадратур. Обчислено коефіцієнти інтенсивності напружень у вершині тріщини для різних геометричних параметрів задачі.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Термопружний стан півплощини, яка послаблена крайовою тріщиною, перпендикулярною до межі півплощини, досліджувався раніше [1]. Нижче, методом сингулярних інтегральних рівнянь, розглядається випадок довільної орієнтації крайової тріщини.

Нехай у пружній ізотропній півплощині-пластині, яка пов'язана з прямокутною Декартовою системою координат xOy ($y<0$, вісь Ox направлена вздовж межі півплощини), розташована крайова прямолінійна тріщина довжини l, що утворює з межею півплощини кут β. Припустимо, що бокові поверхні пластини теплоізольовані, а на осі Oy зосереджене стаціонарне джерело тепла інтенсивності q на віддалі h від краю (схема рис.1). Межа півплощини вільна від навантажень, а тріщина термоізольована, ненавантажена і її краї не контактують між собою. За цих умов задача термопружності зводиться до розв'язку таких задач:

а) визначення термопружного стану суцільної півплощини, викликаного дією джерела тепла (при цьому граничні температурні умови не впливають на напруження);

б) розв'язання силової задачі для півплощини з тріщиною, до країв якої прикладені напруження, сталі за величиною і протилежні за знаком до знайдених в задачі а) на відрізку розташування тріщини (межові умови вказані вище);

в) знаходження розподілу напружень, викликаних збуреним температурним полем, що виникло внаслідок наявності тріщини. Далі розглянемо перші дві задачі.

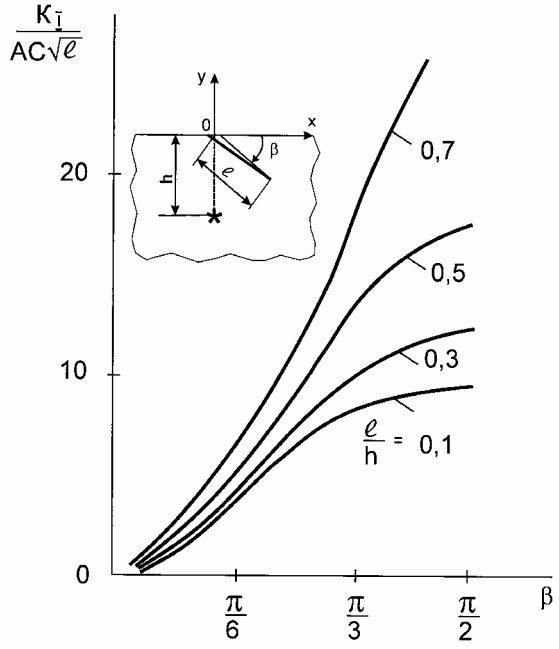

Рис.1. Графіки залежності коефіцієнта K_1 від кута β

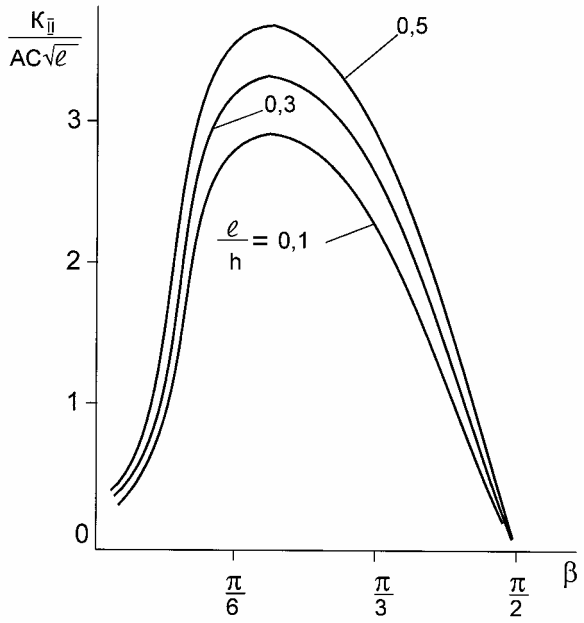

Рис.2. Графіки залежності коефіцієнта K_2 від кута β

У задачі а) температурні напруження у площині без тріщини можна записати у вигляді [2]:

$$\sigma_x = 2AC\ln\frac{q_1}{q_2} + \frac{8ACh(y-h)}{q_1^2} - N_2(x,y);$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

$$\sigma_y = 2AC\ln\frac{q_1}{q_2} + N_2(x,y);$$

$$\tau_{xy} = \frac{8AChyx}{q_1^2}\left(\frac{y+h}{q_2^2} - \frac{y-h}{q_1^2}\right); \qquad (1)$$

$$N_2(x,y) = \frac{8AChyx^2}{q_1^2}\left(\frac{1}{q_2^2} - \frac{1}{q_1^2}\right) + \frac{4AChy}{q_1^2};$$

$$q_1^2 = x^2 + (y-h)^2; \qquad q_2^2 = x^2 + (y+h)^2; \qquad A = \frac{q}{4\pi\lambda d};$$

де d – товщина пластини; $C = \frac{1}{2}\alpha E$ – для плоского напруженого стану; $C = \frac{\alpha E}{2(1-\nu)}$ – для плоскої деформації; α – коефіцієнт лінійного теплового розширення; ν – коефіцієнт Пуансона; E – модуль пружності.

Задача б) зводиться до знаходження розв'язку інтегрального рівняння, яке в безрозмірних змінних $\xi = \frac{t}{\iota}$, $\eta = \frac{x}{\iota}$ має вигляд [3]:

$$\int_{-1}^{1}\left[K(\xi,\eta)g'(\xi) + L(\xi,\eta)\overline{g'(\xi)}\right]d\xi = \pi P(\eta); \qquad |\eta| < 1; \qquad (2)$$

$$K(\xi,\eta) = \frac{1}{\xi-\eta} + \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{1+\eta-(1+\xi)\exp(2i\beta)} + \right.$$

$$+ \frac{(1+\eta)^2 + (1+\xi)(1+\eta)\left[1 - 4\exp(-2i\beta) + \exp(-4i\beta) + (1+\xi)^2\left[\exp(-2i\beta) - \right.\right.}{\left[1+\eta-(1+\xi)\exp(-2i\beta)\right]^3}$$

$$\left.\left.\frac{-\exp(-4i\beta) + \exp(-6i\beta)}{}\right\}\right\};$$

$$L(\xi,\eta) = \frac{1+\xi}{2}\left\{\frac{1-\exp(-2i\beta)}{\left[1+\eta-(1+\xi)\exp(-2i\beta)\right]^2} + \frac{\exp(2i\beta)\left[1-\exp(2i\beta)\right]}{\left[1+\eta-(1+\xi)\exp(2i\beta)\right]^2}\right\},$$

де $P(\eta) = \sigma_n + i\tau_n$; σ_n, τ_n – нормальні і дотичні напруження на берегах тріщини, які знаходяться із співвідношень (1) і взяті з протилежним знаком; $g'(\xi)$ – стрибок переміщень на тріщині.

Для розв'язання інтегрального рівняння (2) скористаємось методикою, розробленою в [4]. Подамо функцію $g'(\xi)$ у формі $g'(\xi) = \frac{V(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}}$ і будемо шукати $V(\xi)$ у вигляді інтерполяційного полінома Лагранжа у вузлах Чебишова $\xi_k = \cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right)$.

Замість умови, відомої для внутрішньої тріщини, використаємо співвідношення

$$V(-1) = 0 \qquad (3)$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

яке вказує на те, що функція $g'(\xi)$ має при $\xi = -1$ (що відповідає точці $x = 0$) особливість меншого порядку, ніж $\frac{1}{\sqrt{1+\xi}}$.

Використавши квадратні формули Гаусса для сингулярного і регулярного інтегралів [3], із рівняння (2) і умови (3) одержимо повну систему n лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення n невідомих значень функції $V(\xi_k)$; $(k = 1,2,...,n)$.

$$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left[K(\xi_k,\eta_m)V(\xi_k) + L(\xi_k,\eta_m)\overline{V(\xi_k)}\right] = P(\eta_m); \qquad m = 1,2,....,n-1;$$

$$\sum_{k=1}^{n}(-1)^k V(\xi_k)tg\left(\frac{2k-1}{4n}\pi\right) = 0, \quad \eta_m = cos\frac{\pi m}{k}. \tag{4}$$

Коефіцієнти інтенсивності напружень у вершині тріщини знаходимо за формулою [4]

$$K_{\text{I}} - iK_{\text{II}} = \sqrt{\frac{\iota}{2}}\cdot\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(-1)^k V(\xi_k)ctg\left(\frac{2k-1}{4n}\pi\right).$$

Числовий розв'язок системи рівнянь (4) одержано методом механічних квадратур [4]. Обчислено коефіцієнти інтенсивності напружень K_{I} і K_{II}, що віднесені до $K_q = A\cdot C\cdot\sqrt{\iota}$ залежно від кута нахилу тріщини β до краю півплощини (рис.1,2).

Характерною особливістю досліджуваного напруженого стану в околі вершини тріщини є те, що інтенсивність нормальних напружень (максимальна) є значно більша, ніж інтенсивність дотичних напружень ($K_{\text{I}} > K_{\text{II}}$) для різних фіксованих довжин тріщини. Крім того, при повороті тріщини в бік джерела тепла, коефіцієнт K_{I} збільшується до максимального значення (рис.1), а коефіцієнт K_{II} зменшується до нуля (рис.2) у випадку дії джерела вздовж лінії тріщини ($\beta = \frac{\pi}{2}$). Коефіцієнт інтенсивності K_{II} стає максимальним при кутах β, приблизно до 35°, незалежно від довжини тріщини, що, очевидно, зумовлено впливом краю півплощини (рис.2).

1 Зеленяк В.М., Лібацький Л.Л. Термопружний стан круглого диска чи півплощини, ослаблених крайовою тріщиною, зумовлений точковим джерелом тепла // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". 1995. № 286. С.56–62. 2. Гриліцький Д.В., Осів М.П. Задачі теплопровідності й термопружності для пластин. Львів, 1974. 3. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацишин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. К., 1976. 4. Саврук М.П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. К., 1981.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua