

Ємність смуги $C = \tau l / \varphi_c$. Опір смугового уземлювача $R = \varepsilon / (\gamma C)$.

Аналіз отриманих результатів планується викласти в частині 2 поданої статті.

Висновки. Запропоновано методику розрахунку стаціонарного електричного поля уземлювачів на підставі використання апарата інваріантного наближення функцій. Незважаючи на прийняте допущення про лінійність середовища, задача є нелінійною за рахунок інтегрування по поверхні уземлювача. Вперше отримано алгебричні аналоги лапласіана та оператора Гамільтона на регулярному комплекті четвертого порядку. Перевірка адекватності моделі виконується на підставі інтегральних параметрів. Модель можна використати для розрахунку уземлювачів довільної конфігурації.

1. Фільц Р.В. Дискретний аналог оператора Гамільтона // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 1986. – Вип. 24. – С. 20–25. 2. Фільц Р.В., Коцюба М.В. Расчёт методом конечных разностей плоских электростатических полей в областях сложной конфигурации // Теоретическая электротехника. – 1990. – Вип. 50. – С. 27–34. 3. Фільц Р.В., Коцюба М.В. Розв'язування методом скінченних різниць нелінійних задач магнетостатики на підставі теорії інваріантного наближення функцій // Теоретична електротехніка. – 1998. – Вип. 54. – С. 127–139. 4. Коцюба М.В. Застосування інваріантних наближень до розрахунку уземлювачів // Доп. 3-ї Міжнар. конф. “Математичне моделювання в електротехніці та енергетиці”. – 1999. – С. 130–131. 5. Коцюба М.В., Фільц Р.В., Костів О.П. Розв'язування задачі оптимізації в лісовій галузі на основі теорії інваріантного наближення функцій // Лісове господарство, лісова, паперова та деревообробна промисловість. – 1991. – Вип. 22. – С. 101–105.

УДК 621.3.019 : 51.001.57

О.Ю. Лозинський, С.В. Щербовських
Національний університет “Львівська політехніка”
кафедра ЕАП

ПРОБЛЕМИ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЙ ПЕРЕХОДУ ДЛЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНОГО ОБ'ЄКТА

© Лозинський О.Ю., Щербовських С.В., 2004

Розглянуто проблему формування функцій переходу математичних моделей надійності електротехнічних об'єктів. Для математичної моделі об'єкта із загальним двократним заміщувальним резервом розглянута процедура визначення функцій переходу. Досліджено також питання ефективності такого підходу для розрахунку безвідмовності та готовності електротехнічних систем.

The paper is devoted to problem of mathematical reliability models of electro-technical items transition functions creating. Transition functions derivation for mathematical model of item with whole system standby double reserve is considered. The problem of this approach effectiveness for electro-technical system reliability and availability calculations is considered too.

Постановка проблеми. З метою підвищення адекватності розрахунків показників надійності електротехнічних об'єктів, пропонується в методі простору станів [1] замість аналізу відповідної однорідної моделі виконувати аналіз відповідної неоднорідної марківської моделі надійності. Такий підхід виправдовує себе тоді, коли характеристики випадкових процесів відмов та відновлення складових елементів об'єкта суттєво відрізняються від характеристик експоненціального закону

розподілу. Такий стан справ властивий низці електротехнічних об'єктів, наприклад, електричним двигунам [2]. При синтезі неоднорідних марківських математичних моделей надійності електротехнічних об'єктів виникають деякі проблеми. Основною із них є проблема встановлення взаємозв'язку між функціями інтенсивностей переходу неоднорідних марківських математичних моделей надійності (надалі функцій переходу) та імовірнісними функціями, що описують характеристики процесів відмов та відновлень конкретних елементів електротехнічного об'єкта.

Вирішення цієї проблеми дозволить у перспективі сформулювати практичні підходи для розрахунку показників надійності електротехнічних об'єктів, в яких характеристики випадкових процесів відмов та відновлення описуються довільними законами розподілу. Це дасть змогу виконувати ефективніше їх проектування.

Аналіз останніх досліджень. У статтях [3] та, частково, [4] розглянуте питання взаємозв'язку між функціями переходу та імовірнісними функціями, що характеризують процеси відмов та відновлення окремих елементів досліджуваного об'єкта. Ці роботи ґрунтуються на загальновідомому зв'язку [1] функції інтенсивності відмов $\lambda(t)$ елемента та функції імовірності безвідмовної роботи $R(t)$ цього елемента

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda_i(\tau) d\tau\right).$$

Таке співвідношення можливо обґрунтовано отримати шляхом аналізу неоднорідної марківської математичної моделі надійності простого об'єкта без відновлення, як це наведено в [3]. У такій математичній моделі надійності, функція переходу збігається із функцією інтенсивності відмов цього об'єкта. У статтях [3, 4] пропонується поширити дане твердження на інші неоднорідні марківські математичні моделі надійності. Тобто, пропонується вважати, що функція переходу математичної моделі надійності багатоелементного об'єкта, що відповідає переходу об'єкта між станами, дорівнює функції інтенсивності відмови (або відновлення) елемента, зміна стану якого і обумовлює цей перехід об'єкта. Надалі виявилось, що поданий спосіб визначення функцій переходу не може бути адекватно застосований для усієї множини неоднорідних марківських моделей надійності. Наприклад, при розрахунку коефіцієнта готовності простого ремонтovanого об'єкта, цей підхід дає суттєво занижене його значення, що досліджено і обґрунтовано в [5].

У [6] пропонується підхід щодо наближеного визначення досліджуваного зв'язку. Функцію переходу намагаються визначити у вигляді спеціального розкладу в ряд відповідної функції безвідмовності (або відновлення), яка обумовлює такий перехід об'єкта між станами. Отримана таким чином математична модель частково втрачає свою ефективність та адекватність. У [7] пропонується метод еквівалентної інтенсивності потоку. Згідно з цим методом функція переходу наближено визначається на основі обчислення допоміжних однорідних марківських математичних моделей окремих випадкових процесів. Цей підхід може бути реалізований лише для законів розподілу Ерланга k -го порядку. Щодо цих способів визначення функцій переходу [6, 7] є застереження. Виникає питання правомірності застосування їх при побудові моделей надійності електротехнічних об'єктів. Тобто, з'являється потреба для кожного досліджуваного об'єкта, при заданих параметрах, визначити втрату ступеня адекватності, що не завжди є простою задачею.

У [8, 9] пропонується метод побудови неоднорідних марківських математичних моделей на основі диференціальних рівнянь у часткових похідних. Даний підхід не потребує окремого визначення функцій переходу, проте накладає обмеження на закони розподілу випадкових процесів. У [10, 11] пропонується спосіб визначення функцій переходу на основі методу Монте-Карло. Цей підхід дозволяє визначити невідомі функції переходу, проте в отриманих результатах буде міститися стохастична похибка, що суттєво знижуватиме адекватність отриманих моделей.

Отже, наведені в [3–7, 10, 11] способи щодо визначення функцій переходу, не можна застосувати для побудови неоднорідних марківських математичних моделей надійності електротехнічних об'єктів при довільних законах розподілу тривалостей процесів відмов та відновлення. Основним питанням, що лежить в основі цієї проблеми виступає те, що наведені підходи не можуть адекватно врахувати передісторію функціонування об'єкта при попаданні його в певний проміжний стан.

Задачі досліджень. Метою статті є вивід і перевіркового аналізу функцій інтенсивності переходу неоднорідної марківської моделі надійності електротехнічного об'єкта із загальним двократним заміщувальним резервом, в якому характеристики надійності складових елементів описуються довільні закони розподілу.

Виклад основного матеріалу. Загального методу щодо визначення функцій переходу немає, проте, для окремих особливих випадків, можливо знайти ці функції на основі наступного способу. Для відомої множини об'єктів можливо побудувати математичну модель надійності на основі альтернативних, щодо методу простору станів, підходів. Далі отриману математичну модель надійності, необхідно звести до запису у вигляді, подібному до неоднорідної марківської моделі надійності. Тоді, порівнюючи результуючу математичну модель надійності із відповідною неоднорідною марківською моделлю надійності, виникає можливість визначити аналітичні вирази невідомих функції переходу. Розглянемо застосування такого способу на прикладі математичної моделі надійності електротехнічного об'єкта із двократним загальним активним резервом, діаграма станів та переходу якого зображена на рис. 1.

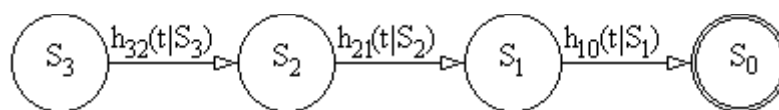


Рис. 1. Діаграма станів та переходів досліджуваної системи

Нехай ми маємо систему трьох елементів “а”, “b” та “с”, які працюють за наступним алгоритмом. У початковий момент часу система перебуває в стані S_3 , що відповідає навантаженню елемента “а”, надійність якого описується функцією імовірності безвідмовної роботи $r_a(t)$ та функцією густини відмов $f_a(t)$. Протягом часу, коли елемент “а” функціонує, елементи “b” та “с” перебувають в ненавантаженому резерві і відмовити не можуть. У певний випадковий момент часу, елемент “а” переходить в непрацездатний стан, що відповідає переходу системи зі стану S_3 в стан S_2 діаграми станів та переходів із функцією $h_{32}(t | S_3)$. Внаслідок такої відмови відбувається процес зміни структури схеми – елемент “а” відмикається і елемент “b” вмикається під навантаження. Допускаємо, що процес зміни структури відбувається миттєво. Стан S_2 відповідає навантаженню елемента “b”, надійність якого буде описуватись функцією імовірності безвідмовної роботи $r_b(t)$ та функцією густини відмов $f_b(t)$. Протягом часу, коли елемент “b” функціонує, елемент “с” перебуває в ненавантаженому резерві і не може відмовити. У певний випадковий момент часу елемент “b”, також, переходить в непрацездатний стан, що відповідає переходу системи із стану S_2 в стан S_1 із функцією $h_{21}(t | S_2)$. Знову відбувається процес миттєвої зміни структури схеми – елемент “b” відмикається і елемент “с” вмикається. Стан S_1 відповідає навантаженню елемента “с”, надійність якого буде описуватись функцією імовірності безвідмовної роботи $r_c(t)$ та функцією густини відмов $f_c(t)$. Після відмови елемента “с”, система переходить із стану S_1 в стан S_0 із функцією $h_{10}(t | S_1)$. Стан S_0 є кінцевим поглинальним станом діаграми і відповідає відмові досліджуваної системи.

Неоднорідна марківська модель надійності досліджуваного електротехнічного об'єкта – це система диференціальних рівнянь, що визначає імовірності $b_j(t)$ перебування досліджуваного об'єкта у відповідних станах S_j , рис. 1

$$\left. \begin{aligned} \frac{db_3(t)}{dt} &= -h_{32}(t | S_3) b_3(t), & \frac{db_2(t)}{dt} &= h_{32}(t | S_3) b_3(t) - h_{21}(t | S_2) b_2(t), \\ \frac{db_1(t)}{dt} &= h_{21}(t | S_2) b_2(t) - h_{10}(t | S_1) b_1(t) & \frac{db_0(t)}{dt} &= h_{10}(t | S_1) b_1(t), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

при початкових умовах $b_3(0) = 1, b_2(0) = b_1(0) = b_0(0) = 0$.

Отже, задача полягає у визначенні поданих функцій переходу $h_{32}(t | S_3)$, $h_{21}(t | S_2)$ та $h_{10}(t | S_1)$ через функції імовірності безвідмовної роботи $r(t)$ та функції густини відмов $f(t)$ складових

елементів, відмови яких спричиняють такі переходи. Для отриманої системи диференціальних рівнянь (1) існує принципова можливість визначення функцій переходу. Виконаємо для цього перетворення. Запишемо математичну модель надійності досліджуваного електротехнічного об'єкта на основі методу, що описаний в [12]

$$\left. \begin{aligned} b_3(t) &= r_a(t), & b_2(t) &= \int_0^t f_a(\tau) r_b(t-\tau) d\tau, & b_1(t) &= \int_0^t \int_{\tau_1}^t f_a(\tau_1) f_b(\tau_2 - \tau_1) r_c(t - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1, \\ b_0(t) &= 1 - r_a(t) - \int_0^t f_a(\tau) r_b(t - \tau) d\tau - \int_0^t \int_{\tau_1}^t f_a(\tau_1) f_b(\tau_2 - \tau_1) r_c(t - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1. \end{aligned} \right\}$$

Цей метод виведений без використання постулатів Пуассона і є альтернативним щодо методу простору станів. Для зручності подальших перетворень, виразимо функції імовірності безвідмовної роботи елементів "b" та "c" через функції імовірності відмови і візьмемо похідну по часу кожної рівності цієї системи

$$\left. \begin{aligned} \frac{db_3(t)}{dt} &= -f_a(t), & \frac{db_2(t)}{dt} &= f_a(t) - \int_0^t f_a(\tau) f_b(t - \tau) d\tau, \\ \frac{db_1(t)}{dt} &= \int_0^t f_a(\tau) f_b(t - \tau) d\tau - \int_0^t \int_{\tau_1}^t f_a(\tau_1) f_b(\tau_2 - \tau_1) f_c(t - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1, \\ \frac{db_0(t)}{dt} &= \int_0^t \int_{\tau_1}^t f_a(\tau_1) f_b(\tau_2 - \tau_1) f_c(t - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1, \end{aligned} \right\}$$

при початкових умовах $b_3(0) = 1, b_2(0) = b_1(0) = b_0(0) = 0$.

Помножимо та розділимо функцію густини розподілу відмов елемента "a" в першій та другій рівності на імовірність безвідмовної роботи елемента "a". Потім, помножимо та розділимо згортку густин розподілу відмов елементів "a" і "b" в другій та третій рівності на функцію імовірності перебування системи в другому стані. І, відповідно, помножимо та розділимо згортку густин розподілу відмов елементів "a" "b" та "c" в третій та четвертій рівності на функцію імовірності перебування системи в першому стані. Тобто, перетворимо систему інтегрально-диференціальних рівностей в систему інтегрально-диференціальних рівнянь.

$$\left. \begin{aligned} \frac{db_3(t)}{dt} &= -\frac{f_a(t)}{r_a(t)} b_3(t), & \frac{db_2(t)}{dt} &= \frac{f_a(t)}{r_a(t)} b_3(t) - \frac{\int_0^t f_a(\tau) f_b(t - \tau) d\tau}{\int_0^t f_a(\tau) r_b(t - \tau) d\tau} b_2(t), \\ \frac{db_1(t)}{dt} &= \frac{\int_0^t f_a(\tau) f_b(t - \tau) d\tau}{\int_0^t f_a(\tau) r_b(t - \tau) d\tau} b_2(t) - \frac{\int_0^t \int_{\tau_1}^t f_a(\tau_1) f_b(\tau_2 - \tau_1) f_c(t - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1}{\int_0^t \int_{\tau_1}^t f_a(\tau_1) f_b(\tau_2 - \tau_1) r_c(t - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1} b_1(t), \\ \frac{db_0(t)}{dt} &= \frac{\int_0^t \int_{\tau_1}^t f_a(\tau_1) f_b(\tau_2 - \tau_1) f_c(t - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1}{\int_0^t \int_{\tau_1}^t f_a(\tau_1) f_b(\tau_2 - \tau_1) r_c(t - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1} b_1(t), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

при початкових умовах $b_3(0) = 1, b_2(0) = b_1(0) = b_0(0) = 0$.

Порівняємо отриману систему диференціальних рівнянь (3) із системою (1), що містить невідомі функції переходу. Зіставимо множники в правій частині при функціях імовірностей перебування системи в станах. Ці множники є шуканими функціями переходу, і тому, на основі принципу ортогональності, можна записати вирази

$$h_{32}(t | S_3) = \frac{f_a(t)}{p_a(t)},$$

$$h_{21}(t | S_2) = \frac{\int_0^t f_a(\tau) f_b(t - \tau) d\tau}{\int_0^t f_a(\tau) p_b(t - \tau) d\tau}, \quad h_{10}(t | S_1) = \frac{\int_0^t \int_{\tau_1}^t f_a(\tau_1) f_b(\tau_2 - \tau_1) f_c(t - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1}{\int_0^t \int_{\tau_1}^t f_a(\tau_1) f_b(\tau_2 - \tau_1) p_c(t - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1}.$$

Розглянемо фізичну інтерпретацію отриманих результатів, яку можливо відобразити за допомогою часової епюри напрацювань [13], що показана на рис. 2.

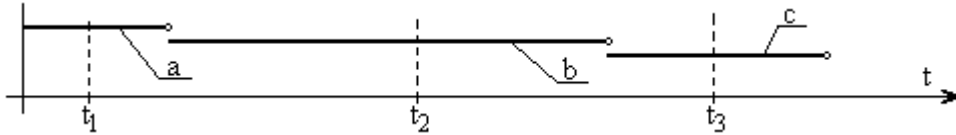


Рис. 2. Часова епюра напрацювань складових елементів системи

Стан S_3 відповідає тому, що у довільний випадковий момент часу t_1 досліджувана електротехнічна система є працездатною внаслідок працездатності елемента “а”. Відповідно функція переходу із такого стану $h_{32}(t | S_3)$ залежить лише від надійнісних часових функцій елемента “а”, що відображає собою врахування в математичній моделі надійності проміжку часу, який вже пропрацював даний елемент. Зауважимо, що отримана форма запису функції переходу збігається із такою формою, що висувалась в статтях [3, 4]. Можна показати, що функції переходу такого виду є характерними для електротехнічних об’єктів зі сталими резервами, проте така властивість потребує подальших детальних досліджень. Стан S_2 відповідає тому, що у довільний випадковий момент часу t_2 досліджувана електротехнічна система є працездатною внаслідок працездатності елемента “b”. Функція переходу із такого стану $h_{21}(t | S_2)$ залежить вже від надійнісних часових функцій елементів “а” та “b”, що відображає собою врахування, як попереднього напрацювання елемента “а”, так і проміжку часу, який пропрацював елемент “b”. Аналогічно і для стану S_1 , функція переходу із якого $h_{10}(t | S_1)$, відображає собою врахування, як попереднього напрацювання елементів “а” та “b”, так і проміжку часу, який пропрацював елемент “c”. Отже, отримані вирази дійсно, по-перше, залежать від імовірнісних функцій конкретних елементів досліджуваного об’єкта, і, по-друге, враховують передісторію відмов.

У випадку, якщо характеристики усіх трьох елементів підлягають експоненціальному закону розподілу із параметрами λ_a , λ_b та λ_c відповідно, то неважко перевірити, що функції переходу вироджуються в константи, які дорівнюють параметрам розподілу

$$h_{32}(t | S_3) = \lambda_a = \text{const}, \quad h_{21}(t | S_2) = \lambda_b = \text{const}, \quad h_{10}(t | S_1) = \lambda_c = \text{const}.$$

Зауважимо, що можливо записати математичну модель надійності досліджуваного електротехнічного об’єкта на основі підходу, що наведений в [12], в операторній формі. Після застосування теореми Бореля отримуємо, що

$$b_3(s) = p_a(s), \quad b_2(s) = f_a(s) p_b(s), \quad b_1(s) = f_a(s) f_b(s) p_c(s), \quad b_0(s) = f_a(s) f_b(s) q_c(s),$$

де s – оператор Лапласа, $q_c(s)$ – зображення функції імовірності відмови елемента “c”.

Розпишемо зображення функції імовірності безвідмовної роботи та зображення функції імовірності відмови через зображення функції густини розподілу відмов, і потім помножимо кожне рівняння на оператор s

$$sb_3(s) - 1 = -f_a(s), \quad sb_2(s) = f_a(s) - f_a(s) f_b(s), \\ sb_1(s) = f_a(s) f_b(s) - f_a(s) f_b(s) f_c(s), \quad sb_0(s) = f_a(s) f_b(s) f_c(s).$$

Помножимо та розділимо кожний доданок правої частини кожного рівняння на відповідні функції імовірностей станів, внаслідок чого перейдемо від системи рівностей до наступної системи рівнянь, яка є аналогом в операторній формі системи (3)

$$\left. \begin{aligned} sb_3(s) - 1 &= -\frac{f_a(s)}{p_a(s)} b_3(s), & sb_2(s) &= \frac{f_a(s)}{p_a(s)} b_3(s) - \frac{f_b(s)}{p_b(s)} b_2(s), \\ sb_1(s) &= \frac{f_b(s)}{p_b(s)} b_2(s) - \frac{f_c(s)}{p_c(s)} b_1(s), & sb_0(s) &= \frac{f_c(s)}{p_c(s)} b_1(s). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

В операторній математичній моделі даного досліджуваного об'єкта, операторний аналог функції переходу визначається як звичайне відношення операторної функції густини розподілу відмов до операторної функції імовірності безвідмовної роботи, без необхідності запису складних інтегральних виразів.

Висновки. Як показують наведені дослідження, проблема полягає, власне, не в тому, що не існує загального алгоритму, який би визначав способи формування функцій переходу, а в тому, що математичні моделі електротехнічних об'єктів, що утворені на основі такого принципу, є неефективними. Аналіз аналітичних виразів функцій переходу для досліджуваного об'єкта, і для подібних йому об'єктів, показує, що знаменник виразів функцій переходу містить вираз імовірності перебування системи в стані, із якого здійснюється перехід. Тобто для обчислення функції переходу необхідно знати функцію імовірності перебування системи в стані, із якого здійснюється перехід, і, в свою чергу, функція переходу необхідна для складання диференціальних рівнянь, що визначають функції імовірностей перебування системи в досліджуваних станах. Очевидно, що такий підхід є не виправданим, оскільки він вимагає на початку знання такої інформації, яка є метою цього розрахунку. Для уникнення цієї складності, можна відійти від “класичного” вигляду (1) і скоротити знаменники функцій переходу із відповідними функціями імовірностей станів у правій частині рівнянь. У такому разі, натикаємось на проблему, що полягає в обчисленні чисельника функції переходу, який є, в загальному випадку, складною згортокою. Складність визначення згортки, за допомогою обчислювальної техніки, полягає в тому, що на кожному новому кроці інтегрування не можна використати значення з попереднього кроку інтегрування – його треба рахувати наново. Це суттєво впливає на швидкість цієї числової процедури, причому швидкість знижується лінійно із збільшенням співвідношення $t-t$. Швидкість розрахунку падає настільки, що практичне використання такого способу розрахунку показників надійності немає сенсу, навіть, враховуючи сучасний розвиток обчислювальної техніки. Аналітичне визначення виразу складної згортки так само часто є проблематичним завданням. Перехід в операторну площину не дає бажаного результату. Можливо навести електротехнічні об'єкти, для яких операторна математична модель вигляду (4) буде містити такі операторні функції переходу, які визначатимуться вже як відношення згорткових виразів операторних імовірнісних функцій складових елементів. Виникають проблеми із зворотним перетворенням операторних виразів в часову площину.

Зауважимо, за умови, що всі елементи системи підпорядковуються показниковому закону розподілу, приходимо до відомих рівнянь Колмогорова – Чепмена, які порівняно легко перетворюються і обчислюються як в часовій, так і в операторній площині.

Наведені вище обставини не дозволяють ефективно застосувати “прямий” підхід, тобто “постулати Пуассона \rightarrow неоднорідна марківська модель надійності об'єкта \rightarrow дослідження показників надійності” для аналізу класу електротехнічних об'єктів. Задача пошуку загального алгоритму розрахунку функцій переходу, в такому світлі, втрачає свою актуальність. Для уникнення виявлених складностей можливо запропонувати “непрямі” підходи. Особливо перспективним видається метод фаз, який ґрунтується на перетворенні неоднорідної марківської математичної моделі надійності у відповідну їй спеціальну розширену однорідну марківську математичну модель

надійності. Внаслідок такого перетворення, виникає *принципова* можливість уникнення поданих у статті складностей і, тим самим, ефективного дослідження показників надійності об'єктів, в яких відбуваються процеси відмов та відновлень, характеристики яких описуються умовно довільними законами розподілу. Проте при застосуванні методу фаз щодо побудови математичних моделей надійності електротехнічних об'єктів, виникають важливі особливості, неврахування яких призводить до суттєвого зниження ефективності та адекватності результуючих математичних моделей. Внаслідок цього постає проблема адаптації методу фаз до специфіки досліджуваного класу об'єктів.

1. Лозинський О.Ю., Маруцак Я.Ю., Костробій П.П. *Розрахунок надійності електроприводів: Підручник*. – Львів: Вид-во Держ. ун-ту “Львівська політехніка”, 1996. – 234 с. 2. Rome Laboratory, *Reliability Engineer's Toolkit* – Griffiss AFB, NY, 1993. – 274 p. 3. Hassett T., Dietrich D., Szidarovszky F. *Time-Varying Failure Rate in the Availability & Reliability Analysis of Repairable Systems* // *IEEE Transactions on Reliability*. – 1995. – Vol. 44, № 1. – P. 155–160. 4. Jianan Xue, Kai Yang, *Dynamic Reliability Analysis of Coherent Systems* // *IEEE Transactions on Reliability*. – 1995. – Vol. 44, No. 4. – P. 683–688. 5. Newton J. *Comment on: Time-Varying Failure Rate in the Availability & Reliability Analysis of Repairable Systems* // *IEEE Transactions on Reliability*. – 1996 – Vol. 45, No. 1. – P. 27. 6. Perman M., Senegacnik A. *Semi-Markov Models with an Application to Power-Plant Reliability Analysis* // *IEEE Transactions on Reliability*. – 1997. – Vol. 46, No. 4. – P. 526–531. 7. Мандзій Б.А., Беляев В.П., Волочій Б.Ю. “Метод надійнісного моделювання самовідновлюваних бортових інформаційних систем” // *Космічна наука та технологія*. – 1998. – Т. 4, № 4. – С. 55–60. 8. Райнишке К., Ушаков И.А., *Оценка надежности систем с использованием графов* / Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1988. 208 с. 9. Telek M., Horváth A., Horváth G. *Analysis of inhomogeneous Markov reward models* // *International Conference on Numerical Solution of Markov Chains, NSMC 2003*. – Urbana, IL, USA. – 2003. – P. 305–322. 10. Leemis L., Shih L. *Variate Generation for Nonhomogeneous Poisson Processes with Time Dependent Covariates* // *Journal of Statistical Computation and Simulation*. – 1993. – Vol. 44. – P. 165–186. 11. Leemis L., Arkin B.L. *Nonparametric Estimation of the Cumulative Intensity Function for a Nonhomogeneous Poisson Process from Overlapping Realizations* // *Management Science*. – 2000. – Vol. 46, No. 7. – P. 989–998. 12. Лозинський О.Ю., Маруцак Я.Ю., Поліщук Н.А., *Метод розрахунку надійності електромеханічних систем з багатократним резервуванням* // *Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика* / Под ред. В.Б. Клепикова, Л.В. Акімова. – 1998 – Харьков: Основа, – С. 178–181. 13. *Теория надёжности радиоэлектронных систем в примерах и задачах: Учеб. пособие для студентов радиотехнических специальностей вузов* / Под ред. Г.В. Дружинина. – М.: Энергия, 1976. – 448 с.