

1962. – № 1. – С. 135–155. 9. Orowan E. The creep of metals // *J. West Scotland Iron Steel. Inst.* – 1946. – Vol. 54. – P. 45–59. 10. Голиборода И. М. Влияние температурных эффектов на деформацию ползучести // *Вестн. Львов. политехн. ин-та.* – 1987. – № 210. – С. 33–34. 11. Ильющин А. А. Теория пластичности. – М., 1963. – 295 с. 12. Tanaka K., Hayashi T., Nishimura F. and Tobushi H. Hysteretic behavior in an Fe-Cr-Ni-Mn-Si polycrystalline shape memory alloy during thermomechanical cyclic loading // *J. of Mater. Engineering and Perform.* – 1995. – 3, № 2. – P. 135–143. 13. Чернов Д.Б. Перспективы создания термомеханических устройств // *Материалы XXXII семинара “Акт. Проблемы прочности”*, 12–14 ноября 1996 г. – СПб, 1997. – С. 97–105. 14. Tanaka K., Hayashi T., Nishimura F. and Tobushi H. Hysteretic behavior in an Fe-Cr-Ni-Mn-Si polycrystalline shape memory alloy during thermomechanical cyclic loading // *J. of Mater. Engineering and Perform.* – 1995. – 3, № 2. – P. 135–143. 15. Tanaka K., Nishimura F., Tobushi H., Oberaigner E.R. and Fischer F.D. Thermo-mechanical behavior of an Fe-based shape memory alloy: transformation conditions and hysteresis // *Proc. ICOMAT 95, J. Phys. IV.* – 1995. – 5(8). – P. 463–468.

УДК 621.452.3.011

П.П. Григор’єва, О.Д. Шамровський
Запорізький державний університет

ДИСКРЕТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧОГО КОЛЕСА ГАЗОТУРБІННОГО ДВИГУНА

© Григор’єва П.П., Шамровський О.Д., 2004

З ціллю дослідження власних форм коливань осьового колеса компресора газотурбінного двигуна і побудови надалі вібраційного критерію пошкоджень пропонується дискретна модель такого колеса, метод розв’язання моделі, а також оцінюється адекватність моделі на базі експериментальних даних. Диск і лопатки розглядаються як єдина система із великою кількістю ступенів вільності, яку можна знизити, враховуючи симетрію системи, за допомогою теорії зображень груп.

With the aim of research of the gas-turbine engine compressor axled wheel natural modes and formulating in the future a vibration criteria of damages a discrete model of such wheel is proposed, as well as a method of solving of the model. An adequacy of the model is estimated on the base of the experimental data. The disk and the blades are concern as a single whole, as a system with many degrees of freedom. A dimension if the problem can be reduced by the taking into account symmetry of the system by means of representation theory.

Вступ. Розвиток авіаційної техніки і необхідність підвищення надійності газотурбінних двигунів (ГТД) спричинили велику кількість експериментальних та теоретичних досліджень, що розглядають питання діагностики, проектування, експлуатації і технології виготовлення ГТД. Ефективність теоретичних досліджень значною мірою визначається математичною моделлю, що застосовується. Згідно із сучасними уявленнями моделювання може бути зображено у вигляді такої послідовності: явище, що досліджується – математичні моделі – числові алгоритми – програмування – ЕОМ – обчислення та їх аналіз – оброблення і зберігання результатів [1]. Інакше кажучи, математична модель повинна не тільки відповідати об’єктові, що досліджується, але й забезпечувати можливість аналізу вихідної інформації доступними сучасними засобами. Задача пристосування моделей і методів до оброблення на ЕОМ є нетривіальною. З одного боку, є актуальним питання про дискретизацію неперервних моделей, яка потребує удосконалення старих і створення нових числових методів [2, 3]. З іншого боку, є важливим розвиток методів роботи з моделями систем, яким властива велика кількість ступенів вільності [4] із подальшою адаптацією таких методів до автоматичних засобів аналізу. Математичні засоби дослідження неперервних моделей добре розвинуті, але аналіз поведінки таких

моделей часто є складним як математично, так і технічно. Найбільш розповсюджена складність математичного характеру – проблема переходу від “теоретичної” до “практичної” збіжності рядів, розв’язок задачі утримання саме тих членів ряду, які несуть вагому інформацію про розв’язання [5, 6]. Найбільш розповсюджена технічна складність – питання візуалізації результатів за допомогою такого дискретного приладу, як ЕОМ. В деяких випадках результат дослідження зручно подати таблицею чи графіком. Однак для оцінювання поведінки низки систем необхідні більш досконалі засоби. Ясно, що, якщо модель є а ргіогі дискретною, візуалізація її поведінки, алгоритмізація методів дослідження і аналіз результатів на ЕОМ спрощуються.

Тут будується дискретна модель окремого диска з лопатками ГТД, описується необхідний для розв’язання цієї моделі метод, здійснюється приведення моделі на базі експериментальних даних. Запропонована модель дає змогу дослідити віяльні форми коливань турбінних і компресорних колес ГТД. Лопаткові вінці як дискретний об’єкт були досліджувані раніше іншими авторами [7–9] з цілями розробки методів розрахунку параметрів вібраційного стану диска за обмеженою кількістю елементів, що тензометруються; оцінки впливу асиметрії лопаток на величину динамічних напружень; отримання рівнянь частот і форм коливань диска та ін. Однак складність задачі, яка пов’язана з її великою розмірністю, була перешкодою для ефективної дослідницької роботі із дискретними моделями зазначених вузлів ГТД. Нами диск з лопатками досліджується з ціллю побудови критеріїв наявності пошкоджень в таких деталях, при цьому вибір математичного апарата був зумовлений такою властивістю досліджуваного об’єкта, як осьова (поворотна) симетрія. Врахування симетрії системи дає змогу вагомо знизити її кількість ступенів вільності, що робить можливим застосування ЕОМ під час розв’язання задачі про поведінку системи. Таким чином вивчення роботи дисків з лопатками ГТД спрощується, і ідея про підхід до складних вузлів ГТД з погляду дискретного моделювання отримує подальший розвиток.

Опис моделі. Реальна лопатка замінена еквівалентним жорстким стрижнем, який пружно прикріплений до жорсткого диска, причому момент інерції стрижня і жорсткість пружного прикріплення підібрані так, щоби частота коливань жорсткого стрижня дорівнювала частоті коливань реальної лопатки. Відмітимо, що оскільки реальна лопатка має багато різноманітних форм коливань, то задача приведення має відповідну кількість різноманітних розв’язків. Будемо вважати, що усі лопатки, що з’єднані з даним диском, мають однакові характеристики, тобто коливання усіх лопаток здійснюються за однаковими формами. Диск вважається значно жорсткішим, ніж лопатки, і розглядається як абсолютно тверде тіло. Деякі пружні властивості диска враховані за допомогою лінійних пружин, що з’єднують сусідні лопатки.

Диск має радіус R , і на ньому із постійним інтервалом $\frac{2\pi}{n}$ прикріплені n абсолютно жорстких лопаток, що пружно з’єднані з диском (рис. 1).

За відсутності пошкоджень у системі усі лопатки однакові, мають маси m , моменти інерції відносно їх центрів мас j і відстані від центрів мас до точок кріплення a . Крутильні жорсткості пружин, що з’єднують лопатки з диском, дорівнюють c_1 . Жорсткості лінійних пружин, що з’єднують сусідні лопатки, дорівнюють c_0 , відстань між точки кріплення кожної з лопаток до диска і точкою кріплення лінійної пружини до лопатки h .

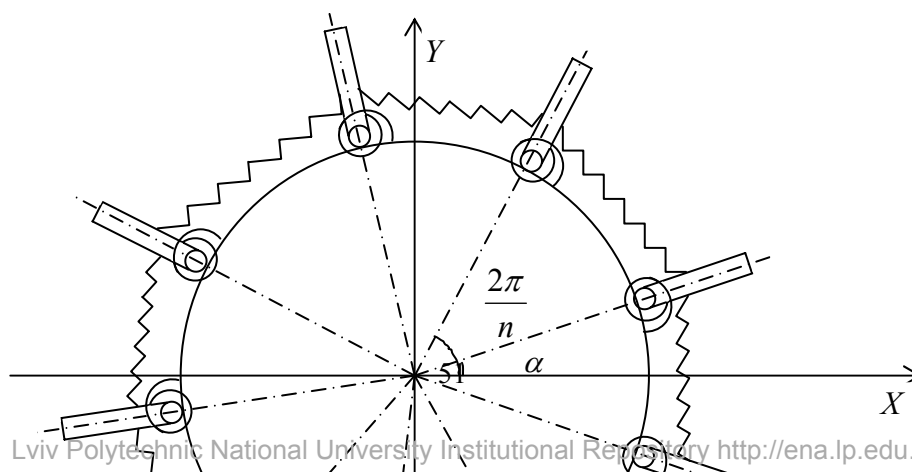


Рис. 1. Схема пружного кріплення жорстких лопаток до жорсткого диска

Диск має пружні зовнішні зв'язки з жорсткостями при переміщеннях вздовж осей Ox і Oy , що дорівнюють c , і жорсткістю при повороті у площині диска c_φ . Маса диска M , момент інерції відносно центральної осі, яка перпендикулярна площині диска, J .

Як узагальнені координати, що задають положення системи на площині, візьмемо x і y центра диска, кут φ повороту диска і кути φ_k ($k = \overline{1, n}$) поворотів лопаток відносно диска, всього $n + 3$ координат. Для довільної лопатки полярний кут θ_k задає початкове положення:

$$\theta_k = \frac{2\pi}{n}(k-1) + \alpha \quad (k = \overline{1, n}).$$

Розв'язання моделі. Запишемо рівняння руху диска і лопаток у матричному вигляді. Маємо: $\mathbf{f} = (x, y, \varphi, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)^T$ – вектор зсувів (T – знак транспонування);

$$\mathbf{M}_0 = \begin{pmatrix} M + nm & 0 & 0 & -ma \sin \theta_1 & -ma \sin \theta_2 & \dots & -ma \sin \theta_n \\ 0 & M + nm & 0 & ma \cos \theta_1 & ma \cos \theta_2 & \dots & ma \cos \theta_n \\ 0 & 0 & nm(R+a)^2 & ma(R+a) & ma(R+a) & \dots & ma(R+a) \\ -ma \sin \theta_1 & ma \cos \theta_1 & ma(R+a) & ma^2 & 0 & \dots & 0 \\ -ma \sin \theta_2 & ma \cos \theta_2 & ma(R+a) & 0 & ma^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -ma \sin \theta_n & ma \cos \theta_n & ma(R+a) & 0 & 0 & \dots & ma^2 \end{pmatrix}$$

– матриця мас;

$$\mathbf{J}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & J + nj & j & j & \dots & j \\ 0 & 0 & j & j & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 & j & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & j & 0 & 0 & \dots & j \end{pmatrix} \text{ – матриця моментів інерції;}$$

$$\mathbf{C}_0 = \begin{pmatrix} c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_\varphi & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_1 + 2h^2c_0 & -h^2c_0 & 0 & \dots & 0 & -h^2c_0 \\ 0 & 0 & 0 & -h^2c_0 & c_1 + 2h^2c_0 & -h^2c_0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -h^2c_0 & c_1 + 2h^2c_0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & c_1 + 2h^2c_0 & -h^2c_0 \\ 0 & 0 & 0 & -h^2c_0 & 0 & 0 & \dots & -h^2c_0 & c_1 + 2h^2c_0 \end{pmatrix}$$

– матриця жорсткостей.

Рівняння руху диска з лопатками має вигляд

$$(\mathbf{M}_0 + \mathbf{J}_0)\ddot{\mathbf{f}} + \mathbf{C}_0\dot{\mathbf{f}} = \mathbf{0}.$$

Згідно з [10] при розгляданні малих коливань системи її рух можна розглядати як результат збудження різних гармонічних осциляторів, що коливаються з різними амплітудами і фазами. Отже, вектор зсувів у випадку r -ї форми коливань має вигляд

$$(x, y, \varphi, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)_r^T = \mathbf{a}_r \sin(\omega_r t + \alpha_r),$$

де \mathbf{a}_r – вектор амплітуд, що не залежить від часу.

Розглянемо вектор амплітуд. Вінець лопаток є інваріантним відносно поворотів диска на кути, що є кратними куту між лопатками у положенні рівноваги. Це означає, що останні n координат вектора амплітуд перетворюються за підображеннями $SO(2)$ довільних обертань площини [11]. Незвідними зображеннями групи $SO(2)$ є тригонометричні функції [12].

Тому амплітуди стрижнів, що моделюють лопатки, можуть мати вигляд

$$k_1, k_1 \cos \theta_k, k_1 \sin \theta_k, k_1 \cos 2\theta_k, k_1 \sin 2\theta_k, \dots \quad (1)$$

де

$$\theta_k = \frac{2\pi}{n}(k-1) + \alpha, k = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Множник k_1 визначається з рівнянь руху системи.

Записавши вектор зсувів у загальному вигляді і підставивши його у рівняння руху системи, отримуємо дві форми коливань вигляду

$$(0, 0, \varphi_0, k_1, k_1, \dots, k_1)^T, \quad (3)$$

які якісно відрізняються співвідношенням знаків величин φ_0 і k_1 . Коли це величини одного знака, при повороті диска праворуч вінець лопаток також повертається праворуч, і навпаки. Коли знаки φ_0 і k_1 різні, диск і вінець лопаток рухаються у різні боки. Такі форми описують випадок осьової симетрії. Диск повертається на малий кут, але його зсуви вздовж осей координат дорівнюють нулю.

Наступні дві форми коливань мають вигляд

$$(0, y_0, 0, k_1 \cos \theta_1, k_1 \cos \theta_2, \dots, k_1 \cos \theta_n)^T. \quad (4)$$

Такі форми коливань описують випадок симетрії відносно осі Oy . Маємо один вузловий діаметр, який проходить паралельно осі ординат і малий зсув диска вздовж цієї осі.

Наступні дві форми коливань відповідають випадку симетрії відносно осі Ox . Маємо один вузловий діаметр і малий зсув диска вздовж осі абсцис:

$$(x_0, 0, 0, k_1 \sin \theta_1, k_1 \sin \theta_2, \dots, k_1 \sin \theta_n)^T. \quad (5)$$

Ці форми ортогональні до попередніх двох форм.

Маючи справу з формами коливань (3), (4), (5), ми маємо задачу про коливання системи із двома степенями вільності. Наступні форми коливань відповідають випадку нерухомого диска, і нами досліджується система з одним степенем вільності. Випишемо такі форми коливань у загальному випадку.

$$\begin{aligned} & (0,0,0, k_1 \cos(2\theta_1), k_1 \cos(2\theta_2), \dots, k_1 \cos(2\theta_n))^T, \\ & (0,0,0, k_1 \sin(2\theta_1), k_1 \sin(2\theta_2), \dots, k_1 \sin(2\theta_n))^T, \\ & (0,0,0, k_1 \cos(3\theta_1), k_1 \cos(3\theta_2), \dots, k_1 \cos(3\theta_n))^T, \\ & \dots\dots\dots \\ & (0,0,0, k_1 \cos(q\theta_1), k_1 \cos(q\theta_2), \dots, k_1 \cos(q\theta_n))^T, \\ & (0,0,0, k_1 \sin(q\theta_1), k_1 \sin(q\theta_2), \dots, k_1 \sin(q\theta_n))^T, \\ & \dots\dots\dots \end{aligned} \tag{6}$$

Для кожного q функція $\sin(q\theta)$ ($\cos(q\theta)$) має на одиничному колі $2q$ проміжків знакопостійності. Тому частина лопаток має в кожний момент часу недодатний зсув, частина – невід’ємний, тобто q вузлових діаметрів. Для парного n максимальне значення q дорівнює $\frac{n}{2}$, для непарного – $\frac{n-1}{2}$. У випадку непарного n для кожного q маємо 2 форми коливань, отже, усього $n-3$ форми вигляду (6). Дійсно, маємо значення q : $2 = \frac{5-1}{2}, \frac{7-1}{2}, \dots, \frac{n-1}{2}$. Отже, усього $\left(\frac{n-5}{2} + 1\right) \cdot 2 = n-3$ форм коливань. Разом з формами (3), (4), (5) маємо $n+3$ форми коливань. Таке міркування справедливе для значень $n > 3$. При $n = 3$ маємо тільки форми коливань (3), (4), (5).

Розглянемо випадок парного n . Якщо $n = 2$, форми коливань (5) вироджуються в одну форму, коли система рухається як тверде тіло вздовж осі, що проходить через лопатки. Нехай $n > 2$. При $q = \frac{n}{2}$ маємо не дві, а тільки одну форму коливань, коли сусідні лопатки коливаються з однаковими амплітудами у протилежні боки, якщо початковий поворот $\alpha \neq 0$. Якщо ж $\alpha = 0$, також маємо тільки одну форму коливань, яка відповідає векторам (6), у які входить функція косинус. У векторів, у які входить функція синус, усі координати нульові. Можливі значення q : $2 = \frac{4}{2}, \frac{6}{2}, \dots, \frac{n-2}{2}, \frac{n}{2}$. Усього маємо $\left(\frac{(n-2)-4}{2} + 1\right) \cdot 2 + 1 = n-3$ форм коливань, які разом з формами (3), (4), (5) дають $n+3$ форми.

Отже, вичерпано усі випадки, бо система з $n+3$ степенями вільності має стільки ж форм коливань.

Опишемо процедуру обчислення величин, які входять до виразів (3)–(6). Наприклад, опишемо отримання вектора вигляду (5).

Запишемо вектор зсувів у загальному вигляді:

$$\mathbf{f} = (x, y, \varphi, k_1 \sin \theta_1, \dots, k_1 \sin \theta_n)^T \sin(\omega t + \alpha). \tag{7}$$

Очевидно, $\ddot{\mathbf{f}} = -\omega^2 \mathbf{f}$. Підставляючи (7) в рівняння руху системи і враховуючи, що

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \sin\left(\frac{2\pi}{n}(k-1) + \alpha\right) &= \sum_{k=1}^n \sin \theta_k = 0, \\ \sum_{k=1}^n \sin^2\left(\frac{2\pi}{n}(k-1) + \alpha\right) &= \sum_{k=1}^n \sin^2 \theta_k = \frac{n}{2}, \end{aligned}$$

$$2 \sin\left(\frac{2\pi}{n}k + \alpha\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{n}(k-1) + \alpha\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{n}(k+1) + \alpha\right) = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{n}k + \alpha\right) \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{n} + \alpha\right)\right),$$

отримаємо рівняння

$$\begin{aligned} y &= 0, \\ \varphi &= 0, \\ (M + mn)(-\omega^2)x - \frac{1}{2}amn(-\omega^2)k_1 + cx &= 0, \\ -ma(-\omega^2)x + (ma^2 + J)(-\omega^2)k_1 + \left(c_1 + 2h^2c_0\left(1 - \cos\frac{2\pi}{n}\right)\right)k_1 &= 0. \end{aligned}$$

Введемо позначення

$$\begin{pmatrix} x \\ k_1 \end{pmatrix} = \mathbf{s}, \quad \begin{pmatrix} M + mn & -\frac{1}{2}amn \\ -ma & ma^2 + J \end{pmatrix} = \mathbf{G}, \quad \begin{pmatrix} c \\ 0 \\ c_1 + 2h^2c_0\left(1 - \cos\frac{2\pi}{n}\right) \end{pmatrix} = \mathbf{H}.$$

Тоді $\mathbf{G}(-\omega^2)\mathbf{s} + \mathbf{H}\mathbf{s} = 0$, звідки $\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{s} = \omega^2\mathbf{s}$. Отже, вектор не відомих коефіцієнтів \mathbf{s} є власним вектором, а квадрат частоти ω^2 є власним числом матриці $\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}$. Для визначення власних чисел і власних векторів матриці існують стандартні програми [13], які і треба застосувати при знаходженні величин, що входять у вираз для форми коливань.

Зазначимо, що за відсутності лінійних пружин, що з'єднують лопатки між собою, усім власним формам вигляду (6) відповідає одне значення частоти. Дійсно, коли диск нерухомий, кінематичних зв'язків між лопатками немає. Коливання різних лопаток зв'язані тільки умовою сумарної рівноваги, і рівняння руху системи перетворюються у рівняння, що описують рух окремої лопатки. Введення лінійних пружин, що дозволяють враховувати деякі пружні властивості диска, призводить до того, що кожній парі векторів вигляду (6), що описує взаємно ортогональні форми коливань з q вузловими діаметрами, відповідає своє значення частоти.

Наведемо приклад візуалізації взаємно ортогональних віяльних форм коливань з двома і трьома вузловими діаметрами, яку здійснено за допомогою пакета MathCAD11. Додатні зсуви лопаток позначено світлим кольором, від'ємні – темним. Вінець лопаток позначений безперервним кільцем через те, що якісний результат не залежить від кількості лопаток.

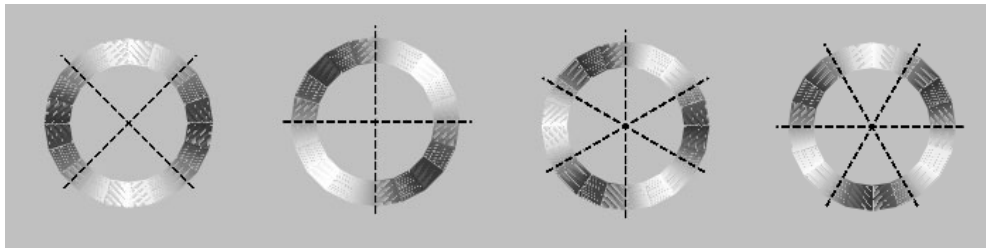


Рис. 2. Віяльні форми коливань з 2 і 3 вузловими діаметрами

Запропонована модель є стійкою у тому сенсі, що при змінюванні значень її параметрів у достатньо широкому діапазоні поведінка моделі принципово не змінюється. Тому є коректним розглядання питання про завдання точності моделі. З цією метою були проведені експерименти з реальним диском ГТД. Враховувалось, що вплив різних параметрів на р точність моделі різний, окрім того, на її точність впливають неізолювані значення параметрів, а усі параметри у сукупності. Не розглядаючи питання про оптимальний у сенсі точності моделі набір параметрів, фіксували тільки самий факт можливості такого дослідження. З цією метою варіювали значення жорсткості кріплення лопаток до диска c_1 і жорсткості лінійних пружин, що з'єднують лопатки

одну з одною c_0 , прийнявши як критерій точності моделі збіг розрахункових і експериментальних частот форм коливань ω з кількістю вузлових діаметрів k від 2 до 9. На рис. 3–7 пунктирна лінія відповідає експериментальним даним, неперервна – теоретичним розрахункам. Теоретичні значення частот, згідно з рівнянням системи, визначаються формулою

$$\omega_k = \left(\frac{c_1 + 2 \cdot h^2 \cdot c_0 \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) \right)}{ma^2 + j} \right)^{\frac{1}{2}}, k = \overline{2, 9}.$$

Рис. 3, 4, 5 відповідає одна й та сама жорсткість кріплення лопаток до диска. Рис. 3 демонструє достатньо добру близькість експериментальних і теоретичних даних на низьких частотах, що є пріоритетним у зв'язку з технічним утрудненням дослідження коливань диска на більш високих частотах.

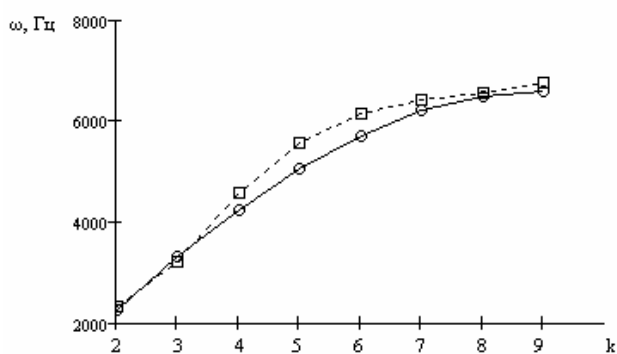


Рис. 3

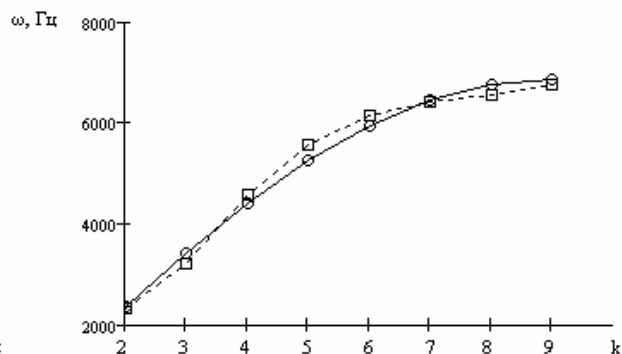


Рис. 4

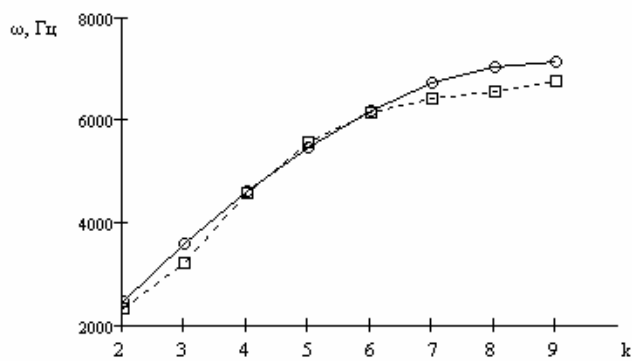


Рис. 5

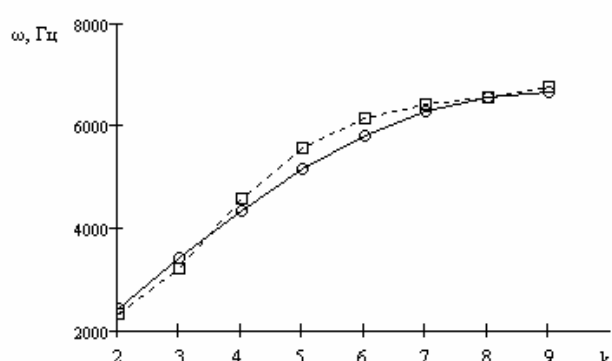


Рис. 6

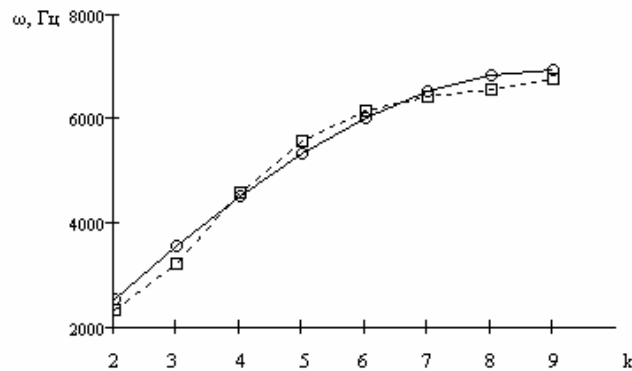


Рис. 7

Випадку, який ілюструє рис. 4, відповідає більш висока (на 8 %) жорсткість диска при деформаціях у його площині (тобто жорсткість лінійних пружин, що з'єднують лопатки одну з одною). Видно, що, хоча точність моделі на низьких частотах знизилась, для форм коливань з 4–7 і 9 діаметрами експеримент і розрахунки збігаються ліпше. Рис. 5 ілюструє випадок, коли жорсткість диска ще більш висока (на 17 %) порівняно з випадком, що відповідає рис. 3. У цьому випадку модель практично ідеально описує коливання диска на частотах з 4–6 діаметрами.

Порівняємо тепер рис. 3 і 6, яким відповідає одна й та сама жорсткість диска при плоских деформаціях. Жорсткість кріплення лопатки до диска у випадку рис. 6 на 99 % перевищує зазначену величину у випадку рис. 3. Ми бачимо, що за більш жорстке кріплення лопатки до диска підвищується точність моделі для високочастотних форм коливань.

Більша (на 8 %) жорсткість диска при плоских деформаціях відповідає рис. 4 і 7 (співвідношення жорсткостей кріплення лопатки до диска таке саме, як і для рис. 3 і 6). Помітне підвищення точності моделі для середніх частот з одночасним погіршенням збігу експерименту і розрахунків на високих і низьких частотах.

Висновки. Розглянуто задачу про побудову моделі вузла газотурбінного двигуна (диска з лопатками), що дає змогу аналізувати резонансні коливання такого вузла, допускає подальше ускладнення і дослідження з метою побудови вібраційного діагностичного критерію наявності пошкоджень. Обгрунтовано застосування ідеї дискретного моделювання із залучанням апарата теорії зображень груп як такого, який забезпечує простоту розв'язання задачі за допомогою сучасних обчислювальних засобів. Описані форми коливань досліджуваної системи, які моделюють віяльні форми коливань диска, при яких лопатки коливаються за першою згинальною формою. Показано, що теоретичні розрахунки добре збігаються із даними експерименту. Проаналізовано точність моделі і встановлено, що для моделювання поведінки диска на різних частотах необхідна корекція параметрів моделі.

Можна вказати чотири напрямки подальшого розвитку застосованої у статті ідеї побудови дискретних моделей роторних систем. Перш за все, необхідним є створення моделей, що описують складніші форми коливань диска з лопатками. Далі важливим є питання про формулювання такої методики наведення моделі, яка би дала змогу керувати усією сукупністю параметрів моделі, що дозволить застосовувати більш тонкі критерії точності моделі. Третім напрямком є визначення математичного апарату для досліджень диска з пошкодженнями і створення на цьому ґрунті вібраційного діагностичного критерію. У цієї області вже отримані певні результати [14]. Як четвертий напрямок належить указати суворе дослідження стійкості дискретних моделей, розв'язання питання про відповідність моделей деталям двигуна конкретного типу.

1. Ковеня В.М. *Некоторые проблемы и тенденции развития математического моделирования // Прикладная механика и техническая физика.* – 2002. – Т. 43. – 3. – С. 3–14. 2. George L., Borouchaki H., Lang P. *An efficient algorithm for 3D adaptive meshing // Advances in Engineering Software, Issues 7–10, July-October 2002.* – Vol. 33. – P. 377–387. 3. Lackner R., Mang H. A. *Mesh*

generation and mesh refinement procedures for the analysis of concrete shells // *Advances in Engineering Software*, Vol. 33, Issues 7–10, July–October 2002. – P. 389–402. 4. Пфайффер Ф. Системы многих тел с односторонними связями // *Прикладная математика и механика*. – 2001. – Т. 65. – 4. – С. 681–687. 5. Бурау Н.И. Теоретические исследования временных и частотных характеристик нестационарной модели объекта виброакустической диагностики // *Техническая диагностика и неразрушающий контроль*. – 2002. – 1. – С. 13–17. 6. Бовсуновский А.П., Матвеев В.В. Вибрационные характеристики усталостного повреждения стержневых конструкций // *Проблемы прочности*. – 2002. – 1. – С. 52–70. 7. Иванов В.П., Сердотецкий А.С. Расчет колебаний лопаточных венцов со сложным периодом циклической симметрии методом волновых динамических жесткостей // *Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов*. – Куйбышев: Куйбышевский авиационный институт. – 1975. – 1(68). – С. 11–17. 8. Кохановский Л.Ф. Упругое взаимодействие колебаний рабочих лопаток турбомашин: Дисс. ...канд. техн. наук. – Рига, 1966. – 100 с. – Машинопис. 9. Алешин Н.П. К определению параметров вибрационного состояния циклически симметричных систем // *Динамика систем, несущих подвижную распределенную нагрузку*. – Харьков, 1980. – 2. – С. 69–76. 10. Голдстейн Г. Классическая механика. – М.: Наука, 1975. – 416 с. 11. Рихтмайер Р. Принципы современной математической физики. – М.: Мир, 1984. – 381 с. 12. Вилкинсон Н.Я. Специальные функции и теория представлений групп. – М.: Наука, 1965. – 588 с. 13. Уилкинсон, Райниш. Справочник алгоритмов на языке Алгол. Линейная алгебра. – М.: Машиностроение, 1976. – 389 с. 14. Шамровський О.Д., Григор'єва П.П. Метод збурень при дослідженні коливаний механічної системи // *Вісн. Запорізького держ. ун-ту. Фізико-математичні науки. Біологічні науки*. – 2002. – 1. – С. 96–101.

УДК 629.113-59.001.4

Г.С. Гудз, М.М. Остапук

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра автомобілебудування

ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ ФРИКЦІЙНИХ НАКЛАДОК НА ТЕМПЕРАТУРНИЙ РЕЖИМ ТА РОЗПОДІЛ ТЕПЛОВИХ ПОТОКІВ В АВТОМОБІЛЬНИХ ДИСКОВИХ ГАЛЬМАХ

© Гудз Г.С., Остапук М.М., 2004

Викладено результати порівняльних досліджень температурних режимів і розподілу теплових потоків в автомобільних дискових гальмах з різними теплофізичними та конструктивними параметрами фрикційних накладок при випробуваннях II, отримані комп'ютерним моделюванням.

Results of comparative study of thermal flows distribution temperature conditions in automobile disk brakes with different thermophysical and design parameters of friction linings during test II, obtained by computer simulation, are presented.

До важливих завдань в галузі подальшого вдосконалення гальмівних систем автомобілів слід віднести підвищення їх параметричної надійності, під якою розуміють властивість системи зберігати вихідні параметри у заданих межах під час експлуатації. Важливість забезпечення достатності параметричної надійності збільшується в міру зростання енергонавантаженості.

Відомо, що найбільш нестабільну ланку гальмівної системи становить гальмівний механізм, ефективність дії якого значною мірою залежить від його теплового стану. Тому перед конструктором гальмівних систем автомобілів **актуальним** постає завдання створення такого гальмівного