УДК 517.9+534.111

М.В. Боженко, А.М. Сліпчук
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра теоретичної механіки

ВПЛИВ ПОВЗДОВЖНЬОГО РУХУ НА НЕЛІНІЙНІ ПОПЕРЕЧНІ КОЛИВАННЯ ПРУЖНИХ ОДНОВИМІРНИХ СИСТЕМ

Розглядаються поперечні коливання одновимірних пружних систем (балки), які рухаються уздовж своєї недеформованої осі з постійною швидкістю. Отримано диференціальне рівняння, яке описує динамічні процеси у зазначених одновимірних системах; для аналізу руху використовують метод КБМ. Це дає змогу отримати залежності для визначення впливу фізико-механічних і кінематичних характеристик системи на амплітуду і частоту її коливань.

In borders of the specified model the cross fluctuations of one-measurable elastic systems (beam, girder) are considered(examined) which move along the not deformed axis with constant speed. The differential equation is received which is described dynamic processes in specified one-measurable by(with) system; is offered, for certain(determined) of the assumptions, technique of his(its) research, which permits to receive dependences, which define(determine) influence physico-mathematical and kinematic of the characteristics of system on its(her) amplitude and frequency of fluctuations.

Динамічні процеси, які спостерігаються в одновимірних системах, вивчені достатньою мірою для практичних цілей, якщо їх матеріал задовольняє лінійний або близький до нього закон пружності [4]. Якщо ж до того такі системи рухаються з постійною чи змінною швидкостями вздовж своєї геометричної осі, то дослідження коливань таких систем навіть для випадку лінійно-пружних властивостей матеріалу пов’язано із значними труднощами. Нижче на прикладі поперечних коливань рухомої балки досліджується вплив: нелінійно-пружних характеристик матеріалу балки; зовнішніх періодичних збурень; швидкості їх руху на АФХ динамічного процесу. В основу досліджень покладено принцип одночастотності коливань у нелінійних системах з багатьма ступенями вільності та розподіленими параметрами, асимптотичний метод побудови розв’язків деяких класів диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Постановка задачі. Розглянемо поперечні коливання балки, яка рухається вздовж недеформованої осі з постійною швидкістю. Будемо вважати: а) матеріал балки задовольняє близький до лінійного закон пружності; б) на балку діють зовнішні періодичні збурення; в) балка рухається вздовж своєї геометричної осі із сталою швидкістю.

Для опису поперечних коливань за координатну вісь ми приймемо прямолінійну вісь x і від неї будемо відраховувати відхилення елементів балки при поперечних коливаннях. Нехай:

1) відхилення окремих точок осі балки проходять перпендикулярно до прямолінійного, недеформованого її напрямку, ігноруючи при цьому зміщення цих точок, паралельними осі;

2) відхилення точок осі балки для поперечних коливаннях відбуваються в одній площині (“площина коливань”).

За таких припущень відхилення точок осі балки при поперечних коливаннях однозначно визначаються однією функцією двох змінних – координати x і часу t, тобто $u = u(x,t)$.

Позначимо через $m(x)$ масу одиниці довжини балки, через EJ – жорсткість на згин (E – модуль пружності, J – момент інерції поперечного перерізу балки відносно нейтральної осі перерізу, яка перпендикулярна до площини коливань). Тоді диференціальне рівняння поперечних коливань балки має вигляд

$$\frac{d^2u}{dt^2}+\alpha^2\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}=\varepsilon\, F\left(u,\theta,\frac{\partial u}{\partial t},\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\frac{\partial^3 u}{\partial x^3},\frac{\partial^4 u}{\partial x^2\partial t^2},\frac{\partial^4 u}{\partial t^4},\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}\right), \tag{1}$$

де $\alpha^2=\dfrac{EI}{m}$, ε – малий додатний параметр, $F\left(\theta,u,\dfrac{\partial u}{\partial t},\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2},\dfrac{\partial^3 u}{\partial x^3},\dfrac{\partial^4 u}{\partial x^2\partial t^2},\dfrac{\partial^4 u}{\partial t^4},\dfrac{\partial^4 u}{\partial x^4}\right)$ – аналітична 2π періодична до $\nu\, t=\theta$ функція, яка може бути подана у вигляді:

$$F\left(u,\theta,\frac{\partial u}{\partial t},\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\frac{\partial^3 u}{\partial x^3},\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}\right)=\sum_{n=-N}^{N}e^{in\nu t}F_n\left(u,\frac{\partial u}{\partial t},\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\frac{\partial^3 u}{\partial x^3},\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}\right). \tag{2}$$

При цьому будемо вважати, що коефіцієнти $F_n\left(u,\dfrac{\partial u}{\partial t},\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2},\dfrac{\partial^3 u}{\partial x^3},\dfrac{\partial^4 u}{\partial x^4}\right)$ у кінцевій сумі (2) є деякими поліномами щодо $\dfrac{\partial u}{\partial t},\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2},\dfrac{\partial^3 u}{\partial x^3},\dfrac{\partial^4 u}{\partial x^4}$.

Балка рухається вздовж своєї осі зі сталою швидкістю, тому

$$\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial}{\partial t}=V\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial t}\ ; \tag{3}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}=\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+2\frac{dx}{dt}\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}+\frac{\partial^2}{\partial t^2}=V^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}+2V\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}+\frac{\partial^2}{\partial t^2}\ . \tag{4}$$

Отже, з врахуванням руху середовища рівняння (2) набирає вигляду

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\alpha^2\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+2V\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t}+V^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\varepsilon\, f\left(u,\theta,\frac{\partial u}{\partial t},\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right). \tag{5}$$

Функція $f\left(u,\theta,\dfrac{\partial u}{\partial t},\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2},\dfrac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)$ враховує нелінійні пружні властивості середовища, а також дисипативні сили, сили опору за умови, що останні є малими порівняно з нелінійними пружними силами та зовнішніми періодичними збуреннями.

Для рівняння (5) будемо розглядати крайові умови, які відповідають шарнірно закріпленим кінцям [4], тобто

$$u(x,t)\Big|_{\substack{x=0\\x=l}}=0\ ;\qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t)\Big|_{\substack{x=0\\x=l}}=0\ . \tag{6}$$

Методика дослідження

Розв’язок рівняння (6) у першому наближені згідно із асимптотичними методами нелінійної механіки будемо шукати у вигляді*:

$$u(x,t)=aX(x)T(\psi,\theta)+\varepsilon u_1(a,\psi,\theta,x)\ , \tag{7}$$

де a – амплітуда одночастотних коливань; $u_1(a,\psi,\theta,x)$ – періодичні ψ і θ функції з періодом 2π; $X(x)$ – функція, яка визначає форму коливань і для розглянутого випадку крайових умов має вигляд:

$$X(x)=\sin\frac{k\pi x}{l}\ ,\quad \mathrm{k}=1,2,\ldots \tag{8}$$

---

* При дослідженні поперечних коливань балки будемо вважати, що швидкість повздовжнього руху є малою. Останнє дає змогу застосувати для її дослідження асимптотичний метод нелінійної механіки.

Враховуючи (6), асимптотичне представлення (7), а також умови, накладені на функції $u_i(t,x)$ та $u_1(a,x,\theta,\psi)$, повинна задовольняти крайові умови:

$$u_i(a,x,\theta,\psi)\Big|_{\substack{x=0\\x=l}} = 0 \qquad u_{ixx}(a,x,\theta,\psi)\Big|_{\substack{x=0\\x=l}} = 0\ . \tag{9}$$

З врахуванням того, що на досліджувану систему діють періодичні збурення для її дослідження, слід розглянути два випадки : нерезонансний – $\omega \neq \nu$ і резонансний – $\omega \approx \nu$ (ми зупинимось у своїх дослідженнях на випадку головного резонансу).

Нерезонансний випадок. На відміну від лінійного випадку параметри a і ψ будуть змінні і вони у (8) будуть враховувати вплив нелінійних, періодичних сил, а також рух середовища на АФХ динамічного процесу. Закони зміни останніх будемо задавати, як і [2] диференціальним рівнянням:

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a) + \ldots \tag{10}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega + \varepsilon B_1(a) + \ldots$$

при чому $A_1(a)$ і $B_1(a)$ – знаходяться так, щоб рівняння (7), в якому підставимо замість $a(t)$ і $\psi(t)$ [4]. Крім того, вони повинні задовольняти (5) з необхідним ступенем точності.

Отож, задача побудови наближеного розв'язку рівняння полягає у знаходженні функції $A_1(a), B_1(a)$ та $.u_1(a,\psi,\theta,x)$. Для цього продиференціюємо залежність (7), врахувавши (8), отримаємо для першого наближення :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \varepsilon A_1(a)\sin\frac{k\pi}{l}x\cos\psi - a\sin\frac{k\pi}{l}x\left(\sin\psi\left(\omega + \varepsilon\, B_1(a)\right)\right) + \frac{\partial u_1}{\partial\psi}\left(\omega + \varepsilon B_1(a)\right)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -a\,\omega^2\sin\frac{k\pi}{l}x\cos\psi - 2\varepsilon\ a\ A_1(a)\sin\frac{k\pi}{l}x\sin\psi -$$

$$-2a\,B_1(a)\,\omega\sin\frac{k\pi}{l}x\cos\psi + \varepsilon\ \omega^2\ \frac{\partial^2 u_1}{\partial\psi^2} \tag{11}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{k\pi}{l}a\cos\frac{k\pi}{l}x\cos\psi + \varepsilon\frac{\partial u_1}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 a\sin\frac{k\pi}{l}x\cos\psi + \varepsilon\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = -\left(\frac{k\pi}{l}\right)^3 a\cos\frac{k\pi}{l}x\cos\psi + \varepsilon\frac{\partial^3 u_1}{\partial x^3}$$

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \left(\frac{k\pi}{l}\right)^4 a\sin\frac{k\pi}{l}x\cos\psi + \varepsilon\frac{\partial^4 u_1}{\partial x^4} \tag{12}$$

Враховуючи ці співвідношення, запишемо загальне подання для першого наближення

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial\psi^2}\omega^2 + \alpha^2\frac{\partial^4 u_1}{\partial x^4} = 2\,a\omega\,A_1(a)\sin\frac{k\pi}{l}x\sin\psi + 2\omega\,aB_1(a)\sin\frac{k\pi}{l}x\cos\psi +$$

$$+\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 V^2 a\sin\frac{k\pi}{l}x\cos^2\psi + 2\left(\frac{k\pi}{l}\right)Va\omega\cos\frac{k\pi}{l}x\sin\psi + F(a,\psi,x,\theta) \tag{13}$$

Тоді $F(a,\psi,x,\theta)$ для розглядуваного випадку набере вигляд:

$$F\left(a,\psi,x,\theta\right)=f\left(a\sin\frac{k\pi}{l}x\cos\psi,a\frac{k\pi}{l}\cos\frac{k\pi}{l}x\cos\psi,\theta\right) \tag{14}$$

Для позначеного визначення невідомих функцій $A_1(a), B_1(a)$ накладемо, як і в [3], на $u_1\left(a,\psi,\theta,x\right)$ додаткову умову – умову відсутності у її розкладі доданків, пропорційних $\sin\frac{k\pi}{l}x\cos\psi$ і $\sin\frac{k\pi}{l}\sin\psi$. Це дає змогу отримати вказані функції у вигляді

$$A_1(a)=\frac{1}{p}\frac{1}{4\omega\pi^2}\int_0^l\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}F(a,x,\psi,\theta)\sin\frac{\pi}{l}x\sin\psi\, dxd\psi d\theta; \tag{15}$$

$$B_1\left(a\right)=\frac{1}{p}\frac{1}{4\omega\pi^2 a}\int_0^l\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}F\left(a,x,\psi,\theta\right)\sin\frac{\pi}{l}x\cos\psi \quad dxd\psi d\theta.$$

Отже, у першому наближенні АФХ динамічного процесу визначається залежністю

$$\frac{da}{dt}=\varepsilon\frac{1}{p}\frac{1}{4\omega\pi^2}\int_0^l\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}F\left(a,x,\psi,\theta\right)\sin\frac{\pi}{l}x\sin\psi \quad dxd\psi d\theta.$$

$$\frac{d\psi}{dt}=\omega-\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 V^2+\varepsilon\frac{1}{p}\frac{1}{4\omega\pi^2 a}\int_0^l\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}F(a,x,\psi,\theta)\sin\frac{\pi}{l}x\cos\psi\, dxd\psi d\theta. \tag{16}$$

Останні формули показують, що постійна швидкість руху середовища впливає тільки на частоту його поперечних коливань.

Резонансний випадок. Тепер розглянемо таку саму систему тільки для резонансного випадку. Як і в нерезонансному випадку розв'язок можна шукати у вигляді (7). На відміну від нерезонансного випадку, у резонансному АЧХ процесу суттєво залежить від різниці фаз власних коливань і вимушених коливань. Тому подамо $\frac{d\psi}{dt}$ і $\frac{da}{dt}$ як функції не тільки від a, а і від $\varphi=\psi-\theta$ [5] тобто:

$$\frac{da}{dt}=\varepsilon A_1(a,\varphi)+\varepsilon^2 A_2(a,\varphi)+\ldots$$

$$\frac{d\psi}{dt}=\omega-\nu+\varepsilon B_1(a,\varphi)+\varepsilon^2 B_2(a,\varphi)+\ldots \tag{17}$$

Таким чином нам потрібно визначити для першого наближення функції $A_1(a,\varphi)$, $B_1(a,\varphi)$ та $u_1(a,\psi,\theta,x)$. Для цього продиференціюємо (7) з врахуванням вказаного вище.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\varepsilon A_1(a,\varphi)\sin\frac{k\pi}{l}x\cos\psi-a\sin\frac{k\pi}{l}x\left(\sin\psi\left(\omega-\nu+\varepsilon B_1(a,\varphi)\right)\right)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\varepsilon\nu\frac{\partial A(a,\varphi)}{\partial\varphi}\sin\frac{k\pi}{l}x\cos\psi-\varepsilon A_1(a,\varphi)\sin\frac{k\pi}{l}x\sin\psi\left(\omega-\nu+\varepsilon B_1(a,\varphi)\right)-$$

$$-a\cos\psi\sin\frac{k\pi}{l}x\left(\omega+\varepsilon B_1(a,\varphi)\right)^2-a\varepsilon\sin\frac{k\pi}{l}x\sin\psi\frac{\partial B_1(a,\varphi)}{\partial\varphi}(\omega-\nu). \tag{18}$$

Отож, прирівнюючи коефіцієнти, при ε отримаємо крайову задачу для $u_1(x,a,\psi,\theta)$

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial\psi^2}\omega^2+2\frac{\partial u_1}{\partial\psi\,\partial\theta}\nu\omega+\nu^2\frac{\partial^2 u_1}{\partial\theta^2}+\alpha^2\left(\frac{k\pi}{l}\right)^4\frac{\partial^4 u_1}{\partial x^4}=aV^2\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2\sin\frac{k\pi}{l}\cos\psi-$$

$$-2V\frac{k\pi}{l}\cos\frac{k\pi}{l}\cos\psi+F(x,a,\psi,\theta)+\varepsilon\sin\frac{k\pi}{l}x+ \tag{19}$$

$$+\left(\cos\psi\left(-\frac{\partial A(a,\varphi)}{\partial\varphi}(\omega-\nu)+2a\omega B\right)+\sin\psi\left(a\frac{\partial B(a,\varphi)}{\partial\varphi}(\omega-\nu)+2A\omega\right)\right).$$

Далі, використовуючи вказаний метод, знайдемо розв'язок у вигляді ряду

$$u_1(x,a,\psi,\theta)=\sum X_m(x)U_{1m}(a,\theta,\psi)\ . \qquad (20)$$

Крайові умови при такому поданні виключаються автоматично. Підставляючи рівняння (19) у (5), отримаємо для випадку m=1

$$\frac{\partial^2 u_{11}}{\partial\psi^2}\omega^2+2\frac{\partial u_{11}}{\partial\psi\,\partial\theta}\nu\,\omega+\nu^2\frac{\partial^2 u_{11}}{\partial\theta^2}+\alpha^2\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 U_{11}=aV^2\left(\frac{\pi}{l}\right)^2\sin\frac{k\pi}{l}\cos\psi+$$

$$+\ \frac{1}{p}\int_0^l F(a,x,\theta\ ,\psi)X_1(x)\,dx+$$

$$+\left(\cos\psi\left(-\frac{\partial A(a,\varphi)}{\partial\varphi}(\omega-\nu)+2a\omega B\right)+\sin\psi\left(a\frac{\partial B(a,\varphi)}{\partial\varphi}(\omega-\nu)+2A\omega\right)\right) \qquad (21)$$

$$\frac{\partial^2 u_{1m}}{\partial\psi^2}\omega^2+2\frac{\partial u_{1m}}{\partial\psi\,\partial\theta}\nu\,\omega+\nu^2\frac{\partial^2 u_{1m}}{\partial\theta^2}+\alpha^2\left(\frac{m\pi}{l}\right)^4 U_{1m}=aV^2\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2\sin\frac{m\pi}{l}\cos\psi+$$

$$+\ \frac{1}{p}\int_0^l F(a,x,\theta\ ,\psi)X_m(x)\,dx \qquad (22)$$

для випадку при $m\neq 1$.

Розв'язок отриманих рівнянь будемо шукати у вигляді рядів Фур'є. Комплексно-експоненційна форма кратного ряду Фур'є досить зручна для розрахунків. Ця форма еквівалентна звичайній формі розкладу по синусу та косинусу , так що умови збіжності будуть такі самі. Тому функцію $u_{1k}(a,\psi,\theta)$ зобразимо у вигляді:

$$u_{1k}=\sum U_{1kpr}(a)e^{i(p(\varphi+\theta)+r\theta)}\ . \qquad (23)$$

Накладаючи на функцію $u_{1k}(a,\psi,\theta)$ умови, аналогічні до нерезонансного випадку, отримаємо для випадку поголовного резонансу

$$(\omega-\nu)\frac{\partial A}{\partial\varphi}-2a\omega B=\frac{1}{p}\frac{1}{4\pi^2}\sum_s e^{is\varphi}\int_0^l\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}F(a,x,\psi,\theta)\sin\frac{k\pi}{l}xe^{-is\varphi}\cos\psi\,dxd\psi\,d\theta\,; \qquad (24)$$

$$a\frac{\partial B}{\partial\varphi}(\omega-\nu)-2A\omega+V^2\frac{\pi^2}{l^2}=\frac{1}{p}\frac{1}{4\pi^2}\sum_s e^{is\varphi}\int_0^l\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}F(a,x,\psi,\theta)\sin\frac{k\pi}{l}xe^{-is\varphi}\cos\psi\,dxd\psi\,d\theta\,.$$

Отже, у резонансному випадку для першого наближення розв'язку задачі маємо систему диференціальних задач, яка зв'язує шукані функції у вигляді

$$(\omega-\nu)\frac{\partial^2 a}{\partial t\,\partial\varphi}-2a\omega\frac{\partial\varphi}{\partial t}=\frac{1}{p}\frac{1}{4\pi^2}\sum_s e^{is\varphi}\int_0^l\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}F(a,x,\psi,\theta)\sin\frac{k\pi}{l}xe^{-is\varphi}\cos\psi\,dxd\psi\,d\theta \qquad (25)$$

$$a\frac{\partial^2\psi}{\partial t\,\partial\varphi}(\omega-\nu)-2a\frac{\partial a}{\partial\varphi}+V^2\frac{\pi^2}{l^2}=\frac{1}{p}\frac{1}{4\pi^2}\sum_s e^{is\varphi}\int_0^l\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}F(a,x,\psi,\theta)\sin\frac{k\pi}{l}xe^{-is\varphi}\cos\psi\,dxd\psi\,d\theta\,.$$

Як приклад розглянемо поперечні коливання рухомої балки під дією гармонійного збурення у випадку, коли матеріал її задовольняє нелінійний технічний закон пружності. Диференціальне рівняння руху такої системи можна записати у вигляді

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\omega^2+\alpha^2\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}=-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}V^2-2\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t}V-\varepsilon\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+2\left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)\right]+\varepsilon H\sin\nu t\,. \qquad (26)$$

Якщо вважати, що крайові умови для рівняння (26) відповідають шарнірно закріпленим кінцям, то одночастотний коливний процес у режимі, близькому до частоти зовнішніх збурень, можна описати залежністю.

$$u(x,t) = a\sin\frac{\pi}{l}x\cos(\nu t + \varphi). \tag{27}$$

Тільки параметри a і φ для вказаного випадку визначаються системою диференціальних рівнянь.

$$\frac{da}{dt} = -\frac{2H}{\pi\omega^2}\cos\varphi\ . \tag{28}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega - \nu + V^2\frac{\pi^2}{l^2} - \varepsilon\left(\frac{9}{128}\frac{\pi^7}{l^7}\frac{a^2}{\omega} - \frac{\pi}{l}\frac{V^2}{8\omega}\right) + 2\varepsilon\frac{H}{\pi\omega^2 a}\sin\varphi$$

Отож, як бачимо зміна амплітуди залежить тільки від гармонійної сили, яка діє на балку. Вплив швидкості проявляється на зміну фази системи, при чому чим більша швидкість, тим частота системи зростає.

1. Гащук П., Зорій Л. Лінійні моделі дискретно-неперервних механічних систем. – Львів: Українські технології, 1999. – 372 с. 2. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1976. – 592 с. 3. Каударер Г. Нелинейная механика. – М.: Мир, 1966. – 655 с. 4. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории неленейных колебаний. – М.: Наука, 1974. – 372 с. 5. Найф А.Х. Методы возмущений. – М.: Мир, 1976. – 456 с.

УДК 534

І.А. Вікович, Х.А. Висоцька*
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра нарисної геометрії та графіки,
* кафедра прикладної механіки

НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ РУХОМОЇ СТРУНИ

За допомогою асимптотичного методу нелінійної механіки визначено частоту і основний період нелінійних коливань струни, залежно від початкового натягу і швидкості її руху.

By means of an asymptotic method of nonlinear mechanics it is defined frequency and a fundamental period of nonlinear oscillations of a string depending on an initial tension and a velocity of its driving

В електротехнічній і текстильній промисловостях важливим завданням є збільшення швидкостей намотування дроту чи ниток. Збільшення швидкості намотування пов’язано із забезпеченням необхідного натягу для досягнення якісного намотування. Під час виконання технологічного процесу намотування при певних співвідношеннях величини натягу, частоти, амплітуди та швидкості руху дроту чи нитки можуть у намотувальних станках відбуватись обриви дроту (ниток). Тому дослідження динамічних процесів у намотувальних системах залишається і надалі актуальною задачею.

Для дослідження динамічних процесів у рухомій струні (нитці) важливим є знаходження оптимальних співвідношень між натягом, амплітудою коливань і швидкістю руху струни.

Переважно в існуючих дослідженнях коливань рухомої струни не враховувались швидкість руху струни. Однак у роботі [3] швидкість руху струни була врахована.

Нелінійні коливання струни, що рухається в поздовжньому напрямі, згідно з [3], можна записати у вигляді