інформації з виявлених ознак і одномоментного або поступового мисленнєвого створення цілісного образу, що відповідає вибраному еталону в задачі. Врахування розглянутих особливостей формалізації зображень об'єктів та сприйняття і розпізнавання їх людиною вже на початку побудови математичної моделі функціонування системи обробки візуальної інформації сприяє уникненню багатьох помилок.

1. Гуревич И.Б., Журавлев Ю.И. Методы и средства преобразования и обработки информации в задачах распознавания образов и анализа изображений // Параллельная обработка информации. К., 1990. С. 218 - 318. 2. Грановская Р.М., Березная И.Я., Григортьева А.Н. Восприятие и признаки формы. М., 1981. 3. Фурман Я.А. О понятии формы плоского изображения // Автометрия. 1992. № 5. С. 113-120. 4. Харин Н.П. Метод ранжирования выдачи, учитывающий автоматически построенные ассоциативные отношения между терминами // Научно-техническая информация. Сер.2. 1989. № 9. С. 19-23. 5. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М., 1965. 6. Грицык В.В., Каминский Р.Н., Хома О.И. Об одной математической модели восприятия и обработки зрительной информации // Распараллеливание обработки информации. Львов, 1983. С.194-197.

УДК 519.6

І.І. Демків
Національний університет "Львівська політехніка", кафедра обчислювальної математики та програмування

НАБЛИЖЕННЯ ОПЕРАТОРА УРИСОНА ОПЕРАТОРНИМИ ПОЛІНОМАМИ ТИПУ БЕРНШТЕЙНА В $L_p[0,1]$ $(1<p<\infty)$

У цій роботі, при заданих інтерполяційних умовах, оператор Урисона з невідомим ядром наближається операторним поліномом типу Бернштейна в $L_p[0,1]$ ($1<p<\infty$). Даються оцінки, виражені в термінах модулів гладкості.

In this work, by the given interpolating conditions, the Urison operator with unknown kernel is approximated with operator polynomial of Bernstein type in $L_p[0,1]$ ($1<p<\infty$) Rates, expressed in the terms of modulus of smoothness, are given.

У роботі [1] для наближення до оператора Урисона

$$F(t,x(\cdot))=\int_0^1 f(t,z,x(z))dz \tag{1}$$

з невідомим ядром $f(t,z,x(z))$ операторним поліномом типу Бернштейна

$$B_n(F,x(\cdot))=\int_0^1\sum_{k=0}^n f\left(t,z,\frac{k}{n}\right)C_n^k x^k(z)[1-x(z)]^{n-k}dz\,, \tag{2}$$

дані оцінки в метриці $C[0,1]$, якщо задані інтерполяційні умови

$$F(t,x_i(\cdot))=\int_0^1 f(t,z,x_i(z))dz\,,$$

$$x_i(z)=\frac{i}{n}H(z-\xi), \qquad \xi\in[0,1], \qquad i=\overline{0,n},$$

де $H(y)$ – функція Хевісайда.

При цьому використовувалось таке співвідношення [2]:

$$f\left(t,z,\frac{k}{n}\right)=-\frac{\partial F\left(t,\frac{k}{n}H(\cdot-z)\right)}{\partial z}+f(t,z,0).$$

У цій роботі ми одержимо оцінки в нормі L_p, $1<p<\infty$ відстані між функцією $F(t,x(\cdot))$ та $B_n(F,x(\cdot))$, виражені в термінах модулів гладкості [3].

Аналогічно до [1] введемо функцію (оператор)

$$F_1(t,z,x(z))=\frac{\partial F(t,x(\cdot)H(\cdot-z))}{\partial z}=f(t,z,0)-f(t,z,x(z))$$

і припустимо, що

$$F_1(t,z,x)\in C([0,1]\times[0,1]\times[0,1]).$$

Для функції $F_1(t,z,x(z))$ з формули Тейлора одержуємо

$$F_1(t,z,y(z))=F_1(t,z,x(z))+[y(z)-x(z)]\frac{\partial F_1(t,z,x(z))}{\partial x}+$$

$$+\int_{x(z)}^{1}[y(z)-\theta]_+\frac{\partial^2 F_1(t,z,\theta)}{\partial\theta^2}d\theta+\int_0^{x(z)}[\theta-y(z)]_+\frac{\partial^2 F_1(t,z,\theta)}{\partial\theta^2}d\theta, \tag{3}$$

де

$$t_+=\begin{cases}0, & t\le 0\\ t, & t\ge 0\end{cases} \qquad \text{або} \qquad t_+=tH(t).$$

Дійсно, візьмемо довільне $\bar z\in[0,1]$ та зафіксуємо його. Нехай 1) $y(\bar z)<x(\bar z)$, тоді формула (3) набуде вигляду

$$F_1(t,\bar z,y(\bar z))=F_1(t,\bar z,x(\bar z))+[y(\bar z)-x(\bar z)]\frac{\partial F_1(t,\bar z,x(\bar z))}{\partial x}+$$

$$+\int_{y(\bar z)}^{x(\bar z)}[\theta-y(\bar z)]\frac{\partial^2 F_1(t,\bar z,\theta)}{\partial\theta^2}d\theta=F_1(t,\bar z,x(\bar z))+[y(\bar z)-x(\bar z)]\frac{\partial F_1(t,\bar z,x(\bar z))}{\partial x}+$$

$$+[x(\bar z)-y(\bar z)]\frac{\partial F_1(t,\bar z,x(\bar z))}{\partial x}-F_1(t,\bar z,x(\bar z))+F(t,\bar z,y(\bar z))=F_1(t,\bar z,y(\bar z)),$$

а значить (3) у випадку 1) правильне. Аналогічно переконуємося в справедливості (3) і у випадку 2) $y(\bar z)>x(\bar z)$.

Користуючись відомими властивостями оператора Бернштейна B_n (лінійністю та тим, що $B_n(t,x)=x$), одержуємо

$$B_n(F,x(\cdot))-F(t,x(\cdot))=\int_0^1\sum_{k=0}^{n}\left[F_1(t,z,x(z))-F_1\left(t,z,\frac{k}{n}\right)\right]P_{n,k}(x(z))dz=$$

$$=\int_0^1\sum_{k=0}^n\left\{\left[x(z)-\frac{k}{n}\right]\frac{\partial F_1(t,z,x(z))}{\partial x}-\int_{x(z)}^1\left[\frac{k}{n}-\theta\right]_+\frac{\partial^2F_1(t,z,\theta)}{\partial\theta^2}d\theta-\right.$$

$$\left.-\int_0^{x(z)}\left[\theta-\frac{k}{n}\right]_+\frac{\partial^2F_1(t,z,\theta)}{\partial\theta^2}d\theta\right\}P_{n,k}(x(z))dz=-\int_0^1\sum_{k=0}^n\left\{\int_{x(z)}^1\left[\frac{k}{n}-\theta\right]_+\frac{\partial^2F_1(t,z,\theta)}{\partial\theta^2}d\theta+\right.$$

$$\left.+\int_0^{x(z)}\left[\theta-\frac{k}{n}\right]_+\frac{\partial^2F_1(t,z,\theta)}{\partial\theta^2}d\theta\right\}P_{n,k}(x(z))dz\ , \tag{4}$$

де $P_{n,k}(x)=C_n^kx^k(1-x)^{n-k}$.

Виходячи з (4), одержуємо

$$\left|B_n(F,x(\cdot))-F(t,x(\cdot))\right|=\left|\int_0^1\int_0^1K(x(z),\theta)\frac{\partial^2F_1(t,z,\theta)}{\partial\theta^2}d\theta\,dz\right|,$$

де

$$K(x(z),\theta)=\begin{cases}B_n([\cdot-\theta]_+,x(z)) & ,\text{якщо}\quad \theta\ge x(z)\\ B_n([\theta-\cdot]_+,x(z)) & ,\text{якщо}\quad \theta\le x(z)\end{cases}.$$

Що призводить до оцінки

$$\left|B_n(F,x(\cdot))-F(t,x(\cdot))\right|\le\int_0^1\int_0^1\left|\frac{\partial^2F_1(t,z,\theta)}{\partial\theta^2}\right|d\theta\max_{0\le\theta\le1}\left|K(x(z),\theta)\right|dz\le$$

$$\le\max_{0\le z\le1}\int_0^1\left|\frac{\partial^2F_1(t,z,\theta)}{\partial\theta^2}\right|d\theta\max_{0\le\theta\le1}\int_0^1\left|K(x(z),\theta)\right|dz\ . \tag{5}$$

Нехай $x(z)\in\Phi_2=\{y(z):0\le y(z)\le1,\,y(z)\in C^1[0,1],\,y'(z)\ge\mu>0\ \forall z\in[0,1]\}$. Тоді

$$\int_0^1\left|K(x(z),\theta)\right|dz\le\frac{1}{\mu}\int_0^1\left|K(x(z),\theta)\right|x'(z)dz=\frac{1}{\mu}\int_{x(0)}^{x(1)}\left|K(u,\theta)\right|du\le\frac{1}{\mu}\int_0^1\left|K(u,\theta)\right|du\ .$$

Але для інтеграла в правій частині останньої нерівності відома оцінка [3, с.134 ф-ла (4.16)]

$$\int_0^1\left|K(u,\theta)\right|du\le\frac{13}{8n}\ .$$

Отже доведена

Лема 1. *Нехай оператор Урисона* $F(t,x(\cdot))$ *володіє властивістю, що*

$$N_{1,\infty,p}\equiv\left\{\int_0^1\left\{\max_{0\le z\le1}\int_0^1\left|\frac{\partial^3F(t,\theta H(\cdot-z))}{\partial\theta^2\,\partial z}\right|d\theta\right\}^pdt\right\}^{1/p}<\infty\ ,$$

тоді $\forall\ x(z)\in\Phi_2$ *справедлива оцінка*

$$\left\|B_n(F,x(\cdot))-F(t,x(\cdot))\right\|_{L_p[0,1]}\le\frac{13}{8\mu}N_{1,\infty,p}(F)\frac{1}{n}.$$

Нехай $\Phi_3=\{y(z):0\le y(z)\le1\ \forall\ z\in[0,1],\,y(z)\in Q^1[0,z]$ і, якщо $y(z)\in C^1[\bar{z},\bar{\bar{z}}]$, $0\le\bar{z}<\bar{\bar{z}}\le1$, то $|y'(z)|\ge\mu>0$ або $y'(z)=0\}$.

Оцінимо на цьому класі $\max\limits_{0\le\theta\le1}\int\limits_0^1 \left|K\left(x(z),\theta\right)\right| dz$.

Розбиваємо інтеграл на суму інтегралів за відрізками $\left[\bar{z},\bar{\bar{z}}\right]$, на кожному з яких $x(z)\in C^1\left[\bar{z},\bar{\bar{z}}\right]$ і або $\left|x'(z)\right|\ge\mu>0$, або $x'(z)=0\quad\forall\, z\in\left[\bar{z},\bar{\bar{z}}\right]$. Шукана оцінка для випадку $x'(z)\ge\mu$ одержується просто

$$\int\limits_{\bar{z}}^{\bar{\bar{z}}}\left|K\left(x(z),\theta\right)\right| dz\le\frac{1}{\mu}\int\limits_{x(\bar{z})}^{x(\bar{\bar{z}})}\left|K(u,\theta)\right| du\le\int\limits_0^1\left|K(u,\theta)\right| du\le\frac{13}{8\,n\mu}\ .$$

Випадок $-x'(z)\ge\mu>0$ зводиться до попереднього заміною z на $1-z$.

Розглянемо випадок $x(z)=c\quad\forall\, z\in\left[\bar{z},\bar{\bar{z}}\right]$.Маємо

$$K(c,\theta)=\sum_{k=0}^{n}P_{n,k}(c)\left[\left(\frac{k}{n}-\theta\right)_+ H(\theta-c)+\left(\theta-\frac{k}{n}\right)_+ H(c-\theta)\right]$$

причому, якщо $\frac{k}{n}<c$, то

$$\left[\left(\frac{k}{n}-\theta\right)_+ H(\theta-c)+\left(\theta-\frac{k}{n}\right)_+ H(c-\theta)\right]=\begin{cases}0\quad, & c<\theta\\ \left(\theta-\frac{k}{n}\right)\quad, & \frac{k}{n}\le\theta\le c\\ 0\quad, & \theta<\frac{k}{n}\quad,\end{cases}$$

і, якщо $c<\frac{k}{n}$ то

$$\left[\left(\frac{k}{n}-\theta\right)_+ H(\theta-c)+\left(\theta-\frac{k}{n}\right)_+ H(c-\theta)\right]=\begin{cases}0\quad, & \theta<c\\ \left(\frac{k}{n}-\theta\right)\quad, & c\le\theta\le\frac{k}{n}\\ 0\quad, & \frac{k}{n}<\theta\quad.\end{cases}$$

Звідси одержуємо, що

$$\left|K(c,\theta)\right|\le\sum_{k=0}^{n}P_{n,k}(c)\left|\frac{k}{n}-c\right|\le\frac{M}{n\sqrt{c(1-c)}}+\sqrt{\frac{2c(1-c)}{\pi}}\frac{1}{\sqrt{n}}\le\frac{M_1}{\sqrt{n}},$$

при цьому ми скористались нерівністю (2.8) з [5].

Значить доведена

Лема 2. *Нехай оператор Урисона* $F(t,x(\cdot))$ *володіє властивістю, що*

$$N_{1,\infty,p}\equiv\left\{\int\limits_0^1\left\{\max_{0\le z\le1}\int\limits_0^1\left|\frac{\partial^3 F\left(t,\theta H(\cdot-z)\right)}{\partial\theta^2\,\partial z}\right| d\theta\right\}^p dt\right\}^{1/p}<\infty\ ,$$

тоді $\forall\, x(z)\in\Phi_3$ *справедлива оцінка*

$$\left\| B_n\left(F, x(\cdot)\right) - F\left(t, x(\cdot)\right)\right\|_{L_p[0,1]} \le N_{1,\infty,p}(F)\,\frac{M_2}{\sqrt{n}} \quad ,$$

де M_2 – стала, що не залежить від n.

Нехай $F(t,0)=0$. Оцінимо норму

$$\left\| B_n\left(F, x(\cdot)\right)\right\|_{L_p[0,1]} = \left\{ \int_0^1 \left| \int_0^1 \sum_{k=0}^{n} F_1\left(t, z, \frac{k}{n}\right) P_{n,k}\left(x(z)\right) dz \right|^p dt \right\}^{1/p} \le$$

$$\le \left\{ \int_0^1 \left(\int_0^1 \sum_{k=0}^{n} \left| F_1\left(t, z, \frac{k}{n}\right)\right| P_{n,k}\left(x(z)\right) dz \right)^p dt \right\}^{1/p} \le$$

$$\le \left\{ \int_0^1 \int_0^1 \sum_{k=0}^{n} \left| F_1\left(t, z, \frac{k}{n}\right)\right|^p P_{n,k}\left(x(z)\right) dz\, dt \right\}^{1/p} \le$$

$$\le \left\{ \int_0^1 \sum_{k=0}^{n} \max_{z\in[0,1]} \left| F_1\left(t, z, \frac{k}{n}\right)\right|^p \int_0^1 P_{n,k}\left(x(z)\right) dz\, dt \right\}^{1/p} \le$$

$$\le \frac{1}{\mu^{1/p}} \left\{ \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{n+1} \int_0^1 \max_{z\in[0,1]} \left| F_1\left(t, z, \frac{k}{n}\right)\right|^p dt \right\}^{1/p} \qquad \forall\ x(z)\in\Phi_2 .$$

При цьому ми використали нерівність Йєнсена

$$\left| \sum_{i=0}^{n} \alpha_i\, \beta_i \right|^p \le \sum_{i=0}^{n} \alpha_i \left|\beta_i\right|^p, \quad \alpha_i \ge 0, \quad \sum_{i=0}^{n} \alpha_i = 1, \quad p \ge 1 \quad .$$

Отже, доведена

Лема 3. *Нехай оператор Урисона* $F\left(t, x(\cdot)\right)$ *володіє властивостями, що* $F(t,0)\equiv 0$,

$$W_F^p(\theta) = \int_0^1 \max_{z\in[0,1]} \left| \frac{\partial F\left(t, \theta H(\cdot - z)\right)}{\partial z} \right|^p dt < \infty \quad , \ W_F^p(\theta) \in C[0,1],$$

тоді $\forall\ x(z)\in\Phi_2$ *існує оцінка*

$$\left\| B_n\left(F, x(\cdot)\right)\right\|_{L_p[0,1]} \le \frac{1}{\mu^{1/p}} \left\{ \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{n+1} W_F^p\left(\frac{k}{n}\right) \right\}^{1/p} .$$

Теорема 1. *Нехай оператор Урисона володіє властивістю, що*

$$\frac{\partial F\left(t, \theta\, H(\cdot - z)\right)}{\partial z} = w(t, z, \theta)$$

обмежена функція, тоді $\exists$ *такий оператор* $\hat{F}_{2,h}\left(t, x(\cdot)\right)$ *з властивостями*

$$1)\ \left| F\left(t, x(\cdot)\right) - \hat{F}_{2,h}\left(t, x(\cdot)\right)\right| \le \frac{1}{\mu} \max_{0\le z\le 1} \int_0^1 \omega_2\left(F_1(t, z, \cdot); u; 2h\right) du , \qquad \forall \quad x(z)\in\Phi_2 ,$$

де $\omega_2\left(f, \cdot, 2h\right)$ *- локальний модуль гладкості другого порядку [3], с.18].*

$$2)\ \left\| F(t,x(\cdot)) - \hat{F}_{2,h}(t,x(\cdot)) \right\|_{L_p[0,1]} \le \frac{1}{\mu}\left\{ \int_0^1 \left[\max_{0\le z\le 1} \tau_2\left(F_1(t,z,\cdot);2h\right)_{L_p[0,1]} \right]^p dt \right\}^{1/p} ,$$

$$\forall \quad x(z)\in \Phi_2 ,$$

де $\tau_2(f;2h)$ *- усереднений модуль гладкості другого порядку [3], с.19].*

$$3)\ N_{1,\infty,p}\left(\hat{F}_{2,h}\right) \le \frac{9}{h^2}\left\{ \int_0^1 \left[\max_{0\le z\le 1} \tau_2\left(F_1(t,z,\cdot);2h\right)_{L_p(0,1)} \right]^p dt \right\}^{1/p} .$$

Доведення. Нехай $0 < h \le [x(1)-x(0)]/2$, $x(z)\in\Phi_2$. Розглянемо усереднений оператор Урисона

$$\hat{F}_{2,h}(t,x(\cdot)) = \int_0^1 \frac{1}{h^2}\int_0^h\int_0^h \left[F_1\left(t,z,x(z)+2\theta_{x(z)}\right) - 2F_1\left(t,z,x(z)+\theta_{x(z)}\right)\right] dt_1 dt_2 dz ,$$

де

$$\theta_{x(z)} = \frac{t_1+t_2}{2} - \frac{x(z)-x(0)}{x(1)-x(0)}h .$$

Тоді, враховуючи оцінку (2.36) [3, с. 64] будемо мати

$$\left| F(t,x(\cdot)) - \hat{F}_{2,h}(t,x(\cdot)) \right| \le \int_0^1 \frac{1}{h^2}\int_0^h\int_0^h \left| \Delta^2_{\theta_{x(z)}} F_1(t,z,x(z)) \right| dt_1 dt_2 dz \le$$

$$\le \frac{1}{\mu}\int_{x(0)}^{x(1)} \omega_2\left(F_1\left(t,x^{-1}(u),\cdot\right);u;2h\right) du \le \frac{1}{\mu}\max_{0\le z\le 1}\int_0^1 \omega_2\left(F_1(t,z,\cdot);u;2h\right) du \le$$

$$\le \frac{1}{\mu}\max_{0\le z\le 1} \tau_2\left(F_1(t,z,\cdot);2h\right)_{L_p[0,1]} .$$

Залишилось довести 3). Маємо

$$\frac{\partial^3 \hat{F}_{2,h}(t,\theta H(\cdot - z))}{\partial\theta^2 \partial z} = \frac{\partial^3}{\partial\theta^2\partial z}\int_0^1 \frac{1}{h^2}\int_0^h\int_0^h \left[F_1\left(t,z_1,\theta H(z_1-z) - 2H(z_1-z)h + t_1 + t_2\right) - \right.$$

$$\left. - 2F_1\left(t,z_1,\theta H(z_1-z) - H(z_1-z)h + \frac{t_1+t_2}{2}\right)\right] dt_1 dt_2 dz_1 =$$

$$= -\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\frac{1}{h^2}\int_0^h\int_0^h \left[F_1\left(t,z,\theta - 2h + t_1 + t_2\right) - 2F_1\left(t,z,\theta - h + \frac{t_1+t_2}{2}\right)\right] dt_1 dt_2 =$$

$$= -\frac{1}{h^2}\int_0^h\int_0^h \left[\frac{\partial^2}{\partial t_1\partial t_2}F_1\left(t,z,\theta - 2h + t_1 + t_2\right) - 8\frac{\partial^2}{\partial t_1\partial t_2}F_1\left(t,z,\theta - h + \frac{t_1+t_2}{2}\right)\right] dt_1 dt_2 =$$

$$= -\frac{1}{h^2}\left[\Delta_h^2 F_1(t,z,\theta - 2h) - 8\Delta^2_{\frac{h}{2}} F_1(t,z,\theta - h)\right] .$$

Звідси випливає

$$\left| \frac{\partial^3 \hat{F}_{2,h}(t,\theta H(\cdot - z))}{\partial\theta^2\partial z} \right| \le \frac{9}{h^2}\omega_2\left(F_1(t,z,\cdot);\theta;2h\right)$$

та

$$N_{1,\infty,p}\left(\hat{F}_{2,h}\right)\le\left\{\int_0^1\left\{\max_{0\le z\le 1}\int_0^1\frac{9}{h^2}\omega_2\left(F_1(t,z,\cdot);\theta;2h\right)d\theta\right\}^p dt\right\}^{1/p}\le$$

$$\le\frac{9}{h^2}\left\{\int_0^1\left[\max_{0\le z\le 1}\tau_2\left(F_1(t,z,\cdot);2h\right)_{L_p[0,1]}\right]^p dt\right\}^{1/p}.$$

Теорему доведено.

Аналогічно, можна довести відповідне твердження, опираючись на лему 2 за умови, що $x(z)\in\Phi_2$.

Зауваження 1. *З доведення теореми 1 випливає, що при виконанні її умов будуть справедливі оцінки*

1) $$\left\|F(t,x(\cdot))-\hat{F}_{2,h}(t,x(\cdot))\right\|_{L_p[0,1]}\le\frac{1}{\mu}\left\{\int_0^1\left[\max_{0\le z\le 1}\omega_2\left(F_1(t,z,\cdot);2h\right)\right]^p dt\right\}^{1/p}.$$

2) $$N_{1,\infty,p}\left(\hat{F}_{2,h}\right)\le\frac{9}{h^2}\left\{\int_0^1\left[\max_{0\le z\le 1}\omega_2\left(F_1(t,z,\cdot);2h\right)\right]^p dt\right\}^{1/p},$$

де використані позначення з [3, с. 19].

Нехай $x(z)\in\Phi_2$. Візьмемо $h\le\frac{x(1)-x(0)}{2}$ та побудуємо для оператора Урисона F оператор $\hat{F}_{2,h}$. Тоді

$$\left\|F(t,x(\cdot))-B_n(F,x(\cdot))\right\|_{L_p[0,1]}\le\left\|F(t,x(\cdot))-\hat{F}_{2,h}(t,x(\cdot))\right\|_{L_p[0,1]}+$$

$$+\left\|\hat{F}_{2,h}(t,x(\cdot))-B_n\left(\hat{F}_{2,h},x(\cdot)\right)\right\|_{L_p[0,1]}+\left\|B_n\left(\hat{F}_{2,h},x(\cdot)\right)-B_n(F,x(\cdot))\right\|_{L_p[0,1]}. \tag{6}$$

В силу зауваження 1

$$\left\|F(t,x(\cdot))-\hat{F}_{2,h}(t,x(\cdot))\right\|_{L_p[0,1]}\le\frac{1}{\mu}\left\{\int_0^1\left[\max_{0\le z\le 1}\omega_2\left(F_1(t,z,\cdot);2h\right)\right]^p dt\right\}^{1/p} \tag{7}$$

і

$$N_{1,\infty,p}\left(\hat{F}_{2,h}\right)\le\frac{9}{h^2}\left\{\int_0^1\left[\max_{0\le z\le 1}\omega_2\left(F_1(t,z,\cdot);2h\right)\right]^p dt\right\}^{1/p}.$$

Виходячи з леми 1

$$\left\|\hat{F}_{2,h}(t,x(\cdot))-B_n\left(\hat{F}_{2,h},x(\cdot)\right)\right\|_{L_p[0,1]}\le\frac{13}{8\mu\, n}\;\frac{9}{h^2}\left\{\int_0^1\left[\max_{0\le z\le 1}\omega_2\left(F_1(t,z,\cdot);2h\right)\right]^p dt\right\}^{1/p}. \tag{8}$$

З леми 3 одержуємо

$$\left\|B_n\left(\hat{F}_{2,h},x\right)-B_n(F,x)\right\|_{L_p[0,1]}\le\frac{1}{\mu^{1/p}}\left\{\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{n+1}W^{\,p}_{\hat{F}_{2,h}-F}\left(\frac{k}{n}\right)\right\}^{1/p}\le$$

$$\le\frac{2}{\mu^{1/p}}\left\{\int_0^1\left[\max_{0\le z\le 1}\omega_2\left(F_1(t,z,\cdot);2h\right)\right]^p dt\right\}^{1/p}. \tag{9}$$

Підставляючи (7), (8), (9) в (6), переконуємося в справедливості твердження

Теорема 2. *Нехай оператор Урисона володіє властивістю, що*

$$\frac{\partial F(t,\theta H(\cdot - z))}{\partial z} = w(t,z,\theta)$$

обмежена функція на $[0,1]\times[0,1]\times[0,1]$, *тоді* $\forall\, x(z)\in\Phi_2$

$$\left\|F(t,x(\cdot)) - B_n(t,F,x(\cdot))\right\|_{L_p[0,1]} \le M_3 \left\{ \int_0^1 \left[\max_{0\le z\le 1} \omega_2\left(F_1(t,z,\cdot);\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right]^p dt \right\}^{1/p} .$$

1. Демків І.І. Про наближення оператора Урисона операторними поліномами типу Бернштейна // Вісн. Львів. ун-ту. 2000. Вип. 2. С. 23-28. 2. Makarov V.L., Khlobystov V.V. On the identification of non-linear operators and its application. 1987. BEM IX, Vol.1. Pp. 43-58 3. Сендов Б., Попов В. Усредненные модули гладкости / Пер. с болгар., М., 1988. 4.Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М., 1974. 5. Bojanic R. Rate of Convergence of Bernstein Polynomials for Functions with Derivatives of Bounded Variation // J. Mathem. Analysis and Applications, 1989. 141. P. 136-151.

УДК 621.372.061

П.В. Тимощук
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра радіотехнічних пристроїв

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНИХ МАКРОМОДЕЛЕЙ ДЕТЕКТОРА АМ-СИГНАЛІВ

Побудовано аналогову та дискретну математичні макромоделі нелінійного детектора амплітудно-модульованих гармонічних сигналів за зовнішніми часовими характеристиками. Аналогова макромодель визначається у вигляді неявного алгебро-диференціального рівняння. Дискретна макромодель отримується в формі відповідної різницевої схеми.

The analogue and discrete mathematical macromodels of nonlinear amplitude-modulated harmonic signals detector at the external time characteristics base has been built. The analogue macromodel is determined in an implicit algebra-differential equation aspect. The discrete macromodel is obtained in an appropriate difference diagram form.

Відомі методи розв'язання задачі визначення математичних макромоделей детекторів АМ- сигналів. Так, наприклад, у роботі [2] для цього сконструйовано оператор лінійного детектора в області неперервного часу та неперервних станів з подальшим переходом до дискретного часу. Безпосередню побудову за часовими характеристиками детектора рекурсивних макромоделей в формі різницевих рівнянь передбачає підхід з [1]. Методи з [3] грунтуються на різних евристичних прийомах. Побудова макромоделей цифрових нерекур-