

– создание определенного микрорельефа, повышение отражательной способности и качества поверхностного слоя.

1. Бабичев А. П. Основы вибрационной технологии. Ч. 1. – Ростов-на-Дону, 1993. 2. Бабичев А.П. Основы вибрационной технологии. Ч. 2. – Ростов-на-Дону, 1994. 3. Устинов В.П. Вибрационная отделка в стальных средах. // Технология производства сельскохозяйственных машин. – Ростов-на-Дону, 1969. – Вып. 2. 4. Иванов В.В., Лебедев В.А. Технология формирования декоративных покрытий на деталях из алюминиевых сплавов в условиях вибрационной обработки (статья) // Упрочняющие технологии и покрытия. – 2005. – № 10.

УДК 621.01

О.С. ЛАНЕЦЬ, Я.В. ШПАК, В.І. ЛОЗИНСЬКИЙ\*

Національний університет “Львівська політехніка”

## ПОШИРЕННЯ СИНФАЗНОГО МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ТРИМАСОВИХ МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ ДЛЯ СТВОРЕННЯ ВИСОКОЕФЕКТИВНИХ МІЖРЕЗОНАНСНИХ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН З ІНЕРЦІЙНИМ ПРИВОДОМ

Ó Ланець О. С., Шпак Я. В., Лозинський В. І., 2010

*Обґрунтовано можливість створення вискоефективного вібраційного технологічного обладнання з дебалансними віброзбудниками на основі відомого синфазного методу розрахунку міжрезонансних механічних коливальних систем з електромагнітним приводом.*

*The possibility of creation of high-efficiency oscillation technological equipment with unbalance vibration exciter on the basis of the known cophased method of calculation of the interresonance mechanical oscillating systems with an electromagnetic drive is grounded in the article.*

**Вступ.** У пріоритетних для нашої країни енергомістких галузях машинобудівної, будівельної, гірничої, хімічної та металургійної промисловостей використовуються великогабаритні та потужні вібраційні установки. Найпоширенішим типом приводу переважної більшості таких машин є інерційний на основі дебалансних віброзбудників завдяки їх компактності при великій збурювальній силі, відносній легкості їх виготовлення та простоті застосування. Основні методики розрахунку такого вібраційного технологічного обладнання розроблені до 80-х років минулого століття. Хоча розвинені наукові підходи цілком забезпечують реалізацію широкого класу вібраційного обладнання різноманітного призначення, у більшості випадків таке обладнання залишається енергомістким, а самі методики розрахунку – морально застарілими.

**Постановка проблеми.** У зв'язку з прийнятим Законом України № 2623-III від 11 липня 2001 р., в якому пріоритетним напрямом розвитку науки і техніки декларується забезпечення новітніх ресурсоощадних технологій у промисловості, нагальною стає потреба в оновленні вібраційного технологічного обладнання, частка якого на виробництві доволі висока. Впровадження енергоощадних принципів створення такого типу обладнання матиме загальномасштабний

характер у технологічному переоснащенні різного роду виробництв із значним економічним ефектом. Особливо це актуально для енергомістких галузей промисловості, таких як машинобудівна, будівельна, переробна, гірнична та хімічна, де задіяні багатотонні великогабаритні потужні вібраційні установки, більшість з яких реалізовані на інерційному приводі з низькоефективним далекозарезонансним налагодженням системи. Саме підвищення ефективності (забезпечення вищих співвідношень амплітуд коливань у механічній системі вібраційної машини на одиницю питомої (на одиницю маси) затраченої приводом потужності) серед великогабаритних установок є найефективнішим з енергетичного погляду. Так, економія потужностей на одиниці малогабаритного обладнання може становити десятки  $Bm$ , на одиниці великогабаритного – десятки  $kBm$ .

Існує загальнопромислова потреба у створенні енергоощадного та нескладного у виготовленні великогабаритного вібраційного обладнання різноманітного призначення. Впровадження якісно нових принципів розрахунку вібраційних машин з інерційним приводом мало б загальнопромислового характеру в технологічному переоснащенні виробництва та призвело б до значного зменшення споживаної потужності великогабаритних віброустановок.

**Огляд літературних джерел.** Встановлено, що найбільш передовими за технічними характеристиками та структурою МКС є конструкції тримасових міжрезонансних вібраційних машин, перші зразки яких з'явилися в США у кінці 30-х років ХХ століття [1]. Їх застосування як великогабаритних віброустановок надзвичайно перспективне в будівельній, гірничодобувній та збагачувальній промисловостях, підприємствах важкого машинобудування, що насамперед пов'язано зі стабільністю амплітуд коливань мас на відносно пологих ділянках АЧХ у міжрезонансних режимах роботи тримасових механічних коливальних систем (МКС).

Останнім часом не спостерігається широкого використання міжрезонансних МКС для створення великогабаритних вібраційних машин заводами та фірмами-виробниками. Практично усі сучасні розробки вібраційних грохотів та живильників зводяться до одно- та двомасових конструкцій, які простіші у виготовленні, налагодженні та експлуатації порівняно з тримасовими міжрезонансними. Для широкого використання міжрезонансних вібраційних машин на підприємствах необхідно запропонувати якісно нові підходи до їх розрахунку. Це дало б змогу за необхідності спростити конструкції в одних випадках або ж істотно підвищити їх ефективність.

Існує низка підходів у розрахунку міжрезонансних МКС. Так, у роботі [2] наведено таку методу вибору параметрів міжрезонансної МКС:

$$X_1 = \frac{P}{m_n^* (\omega_p^2 + \omega_n^{*2} - \omega^2)} \cdot \frac{\omega_a^2}{\omega_a^2 - \omega^2}; \quad X_2 = \frac{P}{m_n^* (\omega_p^2 + \omega_n^{*2} - \omega^2)}; \quad X_3 = \frac{-P}{m_p (\omega_p^2 + \omega_n^{*2} - \omega^2)};$$

$$\omega_a^2 = \frac{c_1}{m_a}; \quad \omega_p^2 = \frac{c_2}{m_p}; \quad \omega_n^{*2} = \frac{c_2}{m_n^*}; \quad m_n^* = m_n \left( 1 + \frac{m_a}{m_n} \cdot \frac{\omega_a^2}{\omega_a^2 - \omega^2} \right), \quad (1)$$

де  $\omega_n^*$  – зведена парціальна частота колових коливань проміжної маси;  $m_n^*$  – зведена проміжна маса;  $P$  – амплітудне значення збурювального зусилля;  $c_1, c_2$  – жорсткості пружних систем;  $\omega_a, \omega_p$  – парціальні колові частоти відповідно активної та реактивної мас;  $\omega$  – колова частота вимушених коливань МКС;  $m_a, m_n, m_p$  – інерційні значення відповідно активної, проміжної та реактивної мас.

Наведені аналітичні залежності (1), по суті, ні про що не свідчать, оскільки відсутні ключові аналітичні залежності або співвідношення інерційних, жорсткісних та частотних параметрів МКС. Так, незрозуміло, яких значень повинні набувати парціальні частоти  $\omega_a$  та  $\omega_p$ , які співвідношення

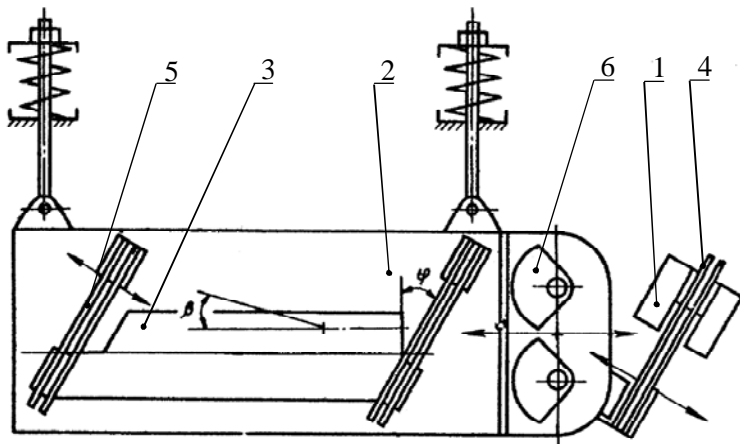


Рис. 1. Конструктивна схема вібраційного живильника розроблення Інституту гірської справи ім. О. О. Скочинського

проміжної маси 2 через пружні системи 4 та 5 відповідно кінематично збуджуються коливання активної 1 та реактивної 3 мас. ця конструкція з яскраво вираженим міжрезонансним режимом роботи.

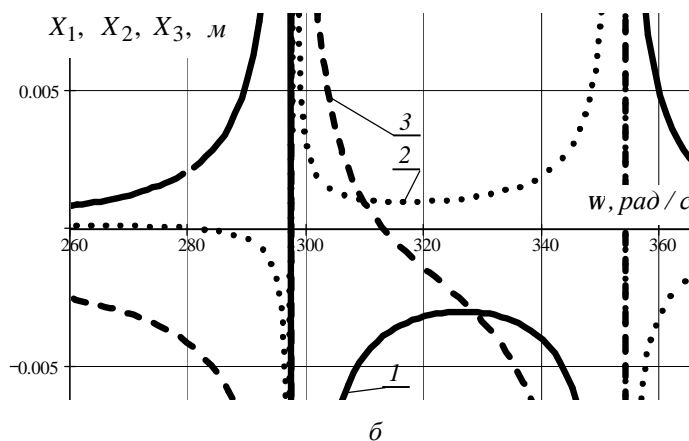
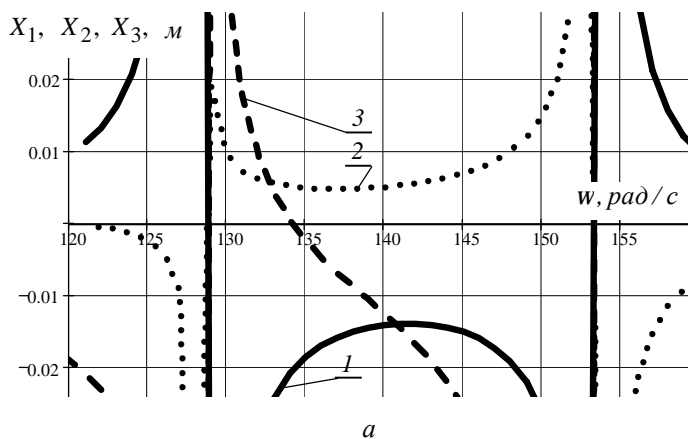


Рис. 2. АЧХ тримасової міжрезонансної МКС:

а – коли  $\omega_a = 120 \text{ рад/с}$ ,  $\omega_p = 140 \text{ рад/с}$ ;

б – коли  $\omega_a = 280 \text{ рад/с}$ ,  $\omega_p = 320 \text{ рад/с}$ ,

де 1, 2, 3 – амплітудні значення коливань відповідно активної  $X_1$ , проміжної  $X_2$  та реактивної  $X_3$  мас

мас  $m_a, m_n, m_p$ . Відповідь на це можна частково знайти в розробках Інституту гірничої справи ім. О.О. Скочинського [3], де підбирались параметри тримасового дебалансного вібраційного живильника. Для прикладу пропонується тримасовий міжрезонансний вібраційний живильник з інерційним приводом (рис. 1). Силове збурення генерується від двох синхронізованих дебалансних віброзбудників 6, що безпосередньо передають вимушені коливання на проміжну масу 2. Від

згідно з поданим у патенті матеріалом, параметри МКС підбираються так, щоб співвідношення інерційних значень мас 1 та 3 до інерційного значення робочого органу (проміжної маси 2) знаходилося в межах від  $1K3.3$  до  $1K2$ , що забезпечує стабільні коливання маси 2. Крім того, співвідношення парціальних частот мас 1 та 3 як одномасових МКС до частоти вимушених коливань повинне знаходитись також в межах від  $1K3.3$  до  $1K2$ . Користуючись наведеними рекомендаціями, проаналізуємо МКС. Приймаючи частоту вимушених коливань  $\omega = 314 \text{ рад/с}$  ( $\nu = 50 \text{ Гц}$ ), парціальні частоти можуть бути вибрані так:  $\omega_a = 120 \text{ рад/с}$  та  $\omega_p = 140 \text{ рад/с}$ . Користуючись формулами з (1), будемо АЧХ системи (рис. 2, а). Як видно, МКС має міжрезонансну зону на частотах  $130...150 \text{ рад/с}$ , а отже, запропоновані співвідношення парціальних частот у роботі [3] неточні. Значення парціальних частот мас  $m_a$  та  $m_p$  повинні б бути приблизно однакові:  $\omega_a = 280 \text{ рад/с}$ ,  $\omega_p = 320 \text{ рад/с}$  (рис. 2, б).

**Постановка задачі.** Цікаві конструктивні рішення в галузі створення великогабаритного тримасового вібраційного обладнання з дебалансним приводом пропонують представники Інституту гірничої справи ім. О. О. Скочинського. Однак, судячи з опублікованих наукових робіт, вповні розкрити потенціал таких МКС не вдалось. У наукових роботах та практичних розробках акцент зроблено лише на забезпеченні високої стабільності амплітуд коливань робочого органу під час його завантаження.

Для широкого впровадження міжрезонансних вібраційних машин з дебалансним приводом на підприємствах необхідно запропонувати якісно нові підходи до їх розрахунку.

Тому, ґрунтуючись на принципах розробленого синфазного методу визначення параметрів тримасових МКС [1], спробуємо обґрунтувати параметри міжрезонансних дебалансних вібраційних машин з перспективою виявлення додаткових динамічних підсилень коливань, як і в системах з електромагнітним приводом.

**Математична модель тримасової дебалансної вібраційної машини.** Виявляється, що запропонований метод розрахунку параметрів МКС можна успішно поширити на міжрезонансні вібраційні машини з віброзбудниками інших типів, такі як дебалансні, кулькові пневматичні. Так, розглянемо тримасову МКС, збурення коливань якої відбувається тільки через реактивну масу (у випадку збурення коливань через проміжну масу ніяких підсилень коливань не спостерігатиметься, що буде розглянуто нижче). На практиці вектор одиничної гармонійної збурювальної сили у певному напрямку можна отримати, використавши інерційний привід, чи то дебалансні віброзбудники, чи кулькові пневматичні.

Як досліджувану МКС розглянемо тримасову конструкцію вібраційної машини (рис. 3), в якій реалізовані прямолінійні коливання і динаміка якої відбувається за тримасовою схемою. Верхня (активна) 1, проміжна 2 та нижня (реактивна) 3 маси з інерційними параметрами відповідно  $m_a$ ,  $m_n$  та  $m_p$  здійснюють прямолінійні коливання вздовж вертикальної осі  $x$  за узагальненими координатами відповідно  $x_1$ ,  $x_2$  та  $x_3$ . Активна маса приводиться в рух завдяки кінематичному збуренню від проміжної маси. Збурення вимушених коливань відбувається за рахунок синусоїдального зусилля  $p(t) = P \sin(\omega t + \varepsilon)$  (тут  $P$  – амплітудне значення збурювального зусилля;  $t$  – час;  $\varepsilon$  – зсув фаз сила–переміщення), що прикладається до реактивної маси. Активна та проміжна, проміжна та реактивна маси попарно з'єднані між собою пружними системами відповідно 4 та 5 із жорсткостями  $c_1$  та  $c_2$  у напрямку руху, що на рисунку схематично зображені у вигляді витих пружин. Уся МКС вібраційної машини спирається через проміжну масу на віброізолятори 6 жорсткістю  $c_{i3}$ .

Вважається, що переміщення реактивної маси 3 у горизонтальному напрямку (вздовж осі  $y$ ) під дією незрівноваженої маси дебалансу  $m_\theta$  незначні, що пов'язано, з одного боку, з наявністю маятникової підвіски, яка практично нівелює вплив збурювального зусилля у горизонтальному напрямку, з іншого боку – з високою жорсткістю  $c_{2y}$  пружної системи 2 у цьому напрямку (у випадку використання плоских пружних елементів). За рахунок цього МКС вздовж осі  $y$  буде в далекодорезонансному налагодженні, і значні підсилення коливань у горизонтальному напрямку будуть відсутні.

Інша ситуація в МКС у вертикальному напрямку, де якраз очікуються високі підсилення коливань за рахунок міжрезонансного налагодження системи. Отже, вважатимемо, що на реактивну масу 3 діє синусоїдальне збурювальне зусилля лише у вертикальному (вздовж осі  $x$ ) напрямку, знехтувавши рухом по колу з частотою вимушених коливань  $\omega$  незрівноваженої маси  $m_\theta$  на ексцентриситеті  $\rho$ .

Вважатимемо, що в системі діє дисипація, для чого в динамічну модель у вигляді демпфера вводяться коефіцієнти в'язкого опору  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ , які пропорційні швидкості і відображають явище гістерезису в пружних системах відповідно 4, 5, 6 і вводяться, якщо пружні елементи виготовлені із склотекстоліту, гуми тощо. Якщо пружні системи зі сталі, коефіцієнти  $\mu_i$  відображатимуть конструкційний гістерезис і визначатимуться як  $\mu_i = \Upsilon c_i / \omega$ , де  $\Upsilon$  – коефіцієнт конструкційного гістерезису для сталей. Коефіцієнти  $\mu_a, \mu_n, \mu_p$  описують в'язкий опір руху мас відповідно 1, 2 та 3 і викликані в'язкістю ймовірного середовища завантаження.

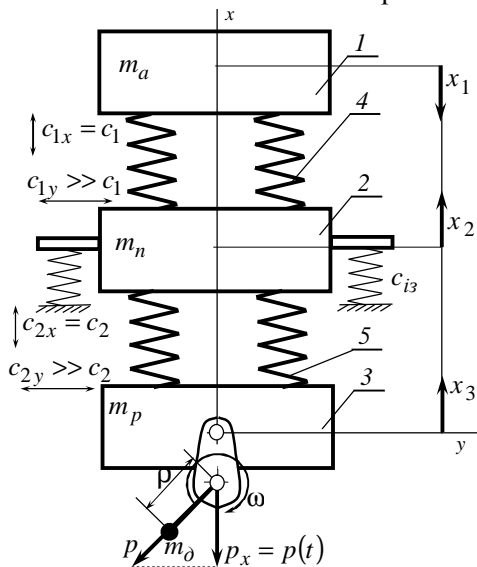


Рис. 3. Принципова схема МКС тримасової вібраційної машини з дебалансним віброзбудником на реактивній масі

Найзручніше для отримання рівнянь малих коливань динамічної моделі МКС за трьома ступенями вільності використати систему узагальнених рівнянь руху – трьох диференціальних рівнянь Лагранжа II роду у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x_1} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} + Q_{x_1}; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_2} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x_2} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} + Q_{x_2}; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_3} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x_3} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} + Q_{x_3}, \end{cases} \quad (2)$$

де  $T, \Pi, \Phi$  та  $Q_{x_i} = Q_{x_i}(t)$  – відповідно кінетична і потенціальна енергії, функція розсіювання МКС та узагальнені збурювальні зусилля за незалежними узагальненими координатами  $x_i$ .

Сумарна кінетична енергія тримасової МКС становить:

$$T = \frac{m_a \dot{x}_1^2}{2} + \frac{m_n \dot{x}_2^2}{2} + \frac{m_p \dot{x}_3^2}{2}. \quad (3)$$

Потенціальну енергію  $\Pi$  для МКС знайдемо як суму робіт відновлювальних сил пружності у пружних елементах:

$$\Pi = \frac{1}{2} c_1 (x_1 - x_2)^2 + \frac{1}{2} c_2 (x_2 - x_3)^2 + \frac{1}{2} c_{i3} x_2^2. \quad (4)$$

Дисипативну функцію  $\Phi$  для МКС розраховуємо за таким виразом:

$$\Phi = \frac{1}{2} \mu_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)^2 + \frac{1}{2} \mu_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2} \mu_3 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} \mu_a \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} \mu_n \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} \mu_p \dot{x}_3^2. \quad (5)$$

Узагальнені збурювальні зусилля визначаємо за виразами:

$$Q_{x_2} = -P \sin(\omega t + \varepsilon); \quad Q_{x_3} = P \sin(\omega t + \varepsilon). \quad (6)$$

Використовуючи (3)–(6), знаходимо складові системи рівнянь (2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} &= m_a \dot{x}_1; & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) &= m_a \ddot{x}_1; & \frac{\partial T}{\partial x_1} &= 0; & \frac{\partial \Pi}{\partial x_1} &= c_1 (x_1 - x_2); & \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}_1} &= \mu_a \dot{x}_1 + \mu_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2); \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} &= m_n \dot{x}_2; & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) &= m_n \ddot{x}_2; & \frac{\partial T}{\partial x_2} &= 0; & \frac{\partial \Pi}{\partial x_2} &= c_1 (x_2 - x_1) + c_2 (x_2 - x_3) + c_{i3} x_2; \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}_2} &= \mu_1 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \mu_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + \mu_3 \dot{x}_2 + \mu_n \dot{x}_2; & \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} &= m_p \dot{x}_3; & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} \right) &= m_p \ddot{x}_3; & \frac{\partial T}{\partial x_3} &= 0; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_3} = c_2(x_3 - x_2); \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \xi_3} = \mu_2(\xi_3 - \xi_2) + \mu_p \xi_3.$$

Підставляємо вирази (7) до системи рівнянь Лагранжа II роду (2). Система диференціальних рівнянь руху за лінійними координатами для тримасової МКС набуде вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_a \ddot{x}_1 + c_1(x_1 - x_2) + \mu_a \dot{x}_1 + \mu_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = 0; \\ m_n \ddot{x}_2 + c_1(x_2 - x_1) + c_2(x_2 - x_3) + c_{i3}x_2 + \mu_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \mu_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + (\mu_3 + \mu_n)\dot{x}_2 = 0; \\ m_p \ddot{x}_3 + c_2(x_3 - x_2) + \mu_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + \mu_p \dot{x}_3 = P \cdot \sin(\omega t + \varepsilon). \end{array} \right. \quad (8)$$

Користуючись загальними методами розв’язання добутої системи диференціальних рівнянь (8), аналітичні вирази для усталеного руху мас за трьома незалежними ступенями вільності шукаємо у вигляді  $x_1 = X_1 e^{i\omega t}$ ,  $x_2 = X_2 e^{i\omega t}$  та  $x_3 = X_3 e^{i\omega t}$ , де  $X_1, X_2, X_3$  – амплітудні значення лінійних вимушених коливань відповідно за узагальненими координатами  $x_1, x_2$  та  $x_3$ . Підставляючи ці вирази в (8) і скоротивши в кожній частині системи рівнянь член  $e^{i\omega t}$ , після деяких перетворень можна отримати залежності для визначення значень  $X_1, X_2$  та  $X_3$ . У матричному записі за амплітудами коливань цей розв’язок матиме вигляд:

$$X = C^{-1} \cdot P, \quad (9)$$

де  $X$  – матриця-стовпець невідомих (матриця переміщень);  $C^{-1}$  – матриця коефіцієнтів при невідомих (матриця жорсткості);  $P$  – матриця-стовпець збурювальних зусиль дебалансними віброзбудниками. Розписуючи рівняння (9) для нашого випадку, отримуємо:

$$\left[ \begin{array}{ccc} \left( \begin{array}{l} c_1 - m_a \omega^2 + \\ + i(\mu_a + \mu_1)\omega \end{array} \right) & -c_1 - i\mu_1\omega & 0 \\ -c_1 - i\mu_1\omega & \left( \begin{array}{l} c_1 + c_2 + c_{i3} - m_n \omega^2 + \\ + i(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_n)\omega \end{array} \right) & -c_2 - i\mu_2\omega \\ 0 & -c_2 - i\mu_2\omega & \left( \begin{array}{l} c_2 - m_p \omega^2 + \\ + i(\mu_2 + \mu_p)\omega \end{array} \right) \end{array} \right]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Позначивши:

$$k_{11} = c_1 - m_a \omega^2 + i(\mu_a + \mu_1)\omega; \quad k_{12} = k_{21} = -c_1 - i\mu_1\omega; \quad k_{13} = 0;$$

$$k_{22} = c_1 + c_2 + c_{i3} - m_n \omega^2 + i(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_n)\omega;$$

$$k_{23} = k_{32} = -c_2 - i\mu_2\omega; \quad k_{31} = 0; \quad k_{33} = c_2 - m_p \omega^2 + i(\mu_2 + \mu_p)\omega,$$

розв’язок системи (10) запишеться у вигляді:

$$X_1 = \frac{-P \cdot k_{12}k_{23}}{k_{12}k_{21}k_{33} - k_{11}k_{22}k_{33} + k_{11}k_{23}k_{32}}; \quad X_2 = \frac{P \cdot k_{11}k_{23}}{k_{12}k_{21}k_{33} - k_{11}k_{22}k_{33} + k_{11}k_{23}k_{32}}; \\ X_3 = \frac{-P \cdot (-k_{12}k_{21} + k_{22}k_{11})}{k_{12}k_{21}k_{33} - k_{11}k_{22}k_{33} + k_{11}k_{23}k_{32}}. \quad (11)$$

Відповідні вирази з [1] для систем з електромагнітним віброзбудником:

$$X_1 = \frac{-P \cdot k_{12}(k_{23} + k_{33})}{k_{12}k_{21}k_{33} - k_{11}k_{22}k_{33} + k_{11}k_{23}k_{32}}; \quad X_2 = \frac{P \cdot k_{11}(k_{23} + k_{33})}{k_{12}k_{21}k_{33} - k_{11}k_{22}k_{33} + k_{11}k_{23}k_{32}};$$

$$X_3 = \frac{-P \cdot (k_{11}k_{32} - k_{12}k_{21} + k_{22}k_{11})}{k_{12}k_{21}k_{33} - k_{11}k_{22}k_{33} + k_{11}k_{23}k_{32}}. \quad (12)$$

За необхідності амплітудне значення збурювального зусилля  $P$  зручно визначати через значення амплітуд коливань  $X_1$ ,  $X_2$  або  $X_3$  відповідно активної, проміжної та реактивної мас МКС. Переписавши рівняння (11), маємо:

$$P = \left| \frac{-X_1 \cdot (k_{12}k_{21}k_{33} - k_{11}k_{22}k_{33} + k_{11}k_{23}k_{32})}{k_{12}k_{23}} \right|$$

Або

$$P = \left| \frac{X_2 \cdot (k_{12}k_{21}k_{33} - k_{11}k_{22}k_{33} + k_{11}k_{23}k_{32})}{k_{11}k_{23}} \right|, \quad (13)$$

або ж

$$P = \left| \frac{-X_3 \cdot (k_{12}k_{21}k_{33} - k_{11}k_{22}k_{33} + k_{11}k_{23}k_{32})}{(-k_{12}k_{21} + k_{22}k_{11})} \right|.$$

**Визначення сумарних жорсткостей**  $c_1$ ,  $c_2$ . Для пружних систем відповідно 4 та 5 тримасової МКС вібраційної машини нехтуємо коефіцієнтами в'язкого опору  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$ ,  $\mu_a$ ,  $\mu_n$ ,  $\mu_p$ . Враховуватимемо їх при моделюванні роботи вібраційної машини. Це пов'язано з тим, що у більшості вібраційного технологічного обладнання в'язкість середовища завантаження істотного впливу на зсув резонансних піків у частотній області не має (частотний пік зміщується до 3%). Крім того, при значному резонансному налагодженні МКС,  $z=0.94$ – $0.97$  вплив сил дисипації на амплітуду коливань мінімальний. Жорсткістю віброізоляторів також нехтуємо, враховуючи, що частота власних коливань вібраційної машини як умовно твердого тіла на м'яких пружних елементах в  $3$ – $4$  рази нижча за вимушену, а тому істотного впливу на динаміку руху мас в МКС віброізолятори не матимуть. Неврахування дисипативних сил та жорсткостей віброізоляторів при підборі інерційно-жорсткісних параметрів є виправданим для інженерних розрахунків.

Використаємо спільний знаменник у виразах (11), він же детермінант системи рівнянь (10):

$$c_1^2 (c_2 - m_p \omega^2) - (c_1 - m_a \omega^2) (c_1 + c_2 - m_n \omega^2) (c_2 - m_p \omega^2) + (c_1 - m_a \omega^2) c_2^2, \quad (14)$$

за допомогою якого можна визначити необхідні значення жорсткостей пружних елементів 4 та 5, задовольнивши умову резонансу.

Жорсткість  $c_2$  в аналітичному вигляді визначаємо з (14), прирівнявши його до нуля та враховуючи резонансне налагодження  $z$  МКС шляхом заміни значення  $\omega$  на  $\omega/z$ :

$$c_2 = m_p \left( \frac{\omega}{z} \right)^2 \eta, \quad (15)$$

де  $\eta$  – безрозмірний коефіцієнт, який називатимемо часткою від жорсткості  $c_2$ , що математично він собою і являє:

$$\eta = \frac{m_a m_n \left( \frac{\omega}{z} \right)^2 - c_1 (m_a + m_n)}{m_a \left( \frac{\omega}{z} \right)^2 (m_n + m_p) - c_1 (m_a + m_n + m_p)}. \quad (16)$$

Надалі користуватимемось значеннями  $\eta \in [0; 1]$ . Із виразу (16) визначаємо значення жорсткості  $c_1$ :

$$c_1 = m_a \left( \frac{\omega}{z} \right)^2 \left( \frac{m_p \eta + m_n (\eta - 1)}{(\eta - 1) (m_a + m_n) + m_p \eta} \right). \quad (17)$$

Аналітичні вирази (15) та (17) повністю математично узгоджуються в тому, щоб МКС за довільного підбору механічних параметрів  $m_a$ ,  $m_n$ ,  $m_p$  та  $\eta$  перебувала в заданому резонансному налагодженні  $z$ . Відлік резонансного налагодження ведемо відносно другої власної частоти коливань  $\omega_{e2} = \omega/z$  тримасової МКС. Дорезонансне розташування частоти вимушених коливань  $\omega$  відносно другої власної частоти коливань  $\omega_{e2}$  автоматично закладене в системі.

Сумарні жорсткості  $c_1$  та  $c_2$  пружних систем, що визначаються відповідно з (15) та (17), можна переписати у вигляді, аналогічному виразам для МКС з динамічним гасником:

$$c_1 = m_a \left( \frac{\omega}{z_1} \right)^2; \tag{18}$$

$$c_2 = m_p \left( \frac{\omega}{z_2} \right)^2, \tag{19}$$

де

$$z_1 = \frac{z}{\sqrt{\frac{m_p \eta + m_n (\eta - 1)}{(\eta - 1)(m_a + m_n) + m_p \eta}}}; \tag{20}$$

$$z_2 = \frac{z}{\sqrt{\eta}}. \tag{21}$$

Тобто, за запропонованого підбору параметрів тримасової МКС можна, як і в традиційних конструкціях з динамічним гасником, розраховувати систему як таку, що складається з двох “одномасових”, використовуючи при цьому виведені аналітичні вирази (20) та (21) для резонансних налагоджень  $z_1$  та  $z_2$ . Значення  $(\omega/z_1)$  та  $(\omega/z_2)$  у залежностях (18) та (19) відповідно є парціальними частотами коливань мас  $m_a$  та  $m_p$ . Здавалось би, в цьому проявляється повна аналогія з традиційними конструкціями. Однак відмінність полягає в тому, що МКС не працює на цих парціальних частотах, а входить у резонанс на частотах, утворених взаємовпливом усіх параметрів МКС. Вирази (15)–(21) ідентичні для МКС з електромагнітним приводом [1].

**Виведення аналітичної залежності для інерційного значення реактивної маси.** Умова забезпечення синфазних коливань передбачає, що реактивна  $Z$  маси (рис. 3), перебуваючи в силовому збуренні, рухатиметься як одне ціле – синфазно разом з проміжною, тобто їхні коливання будуть однаковими як за амплітудою ( $X_2 = X_3$ ), так і за зсувом фаз ( $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ ) відносно збурювального зусилля  $P$ . Для реалізації цієї умови прирівняємо другий та третій аналітичні вирази системи рівнянь (11) і визначимо як найраціональніше інерційне значення  $m_p$  реактивної маси з урахуванням виразів (15) та (17):

$$m_p = \frac{m_n [(1 - \eta) ((m_a + m_n) (1 - z^2))]}{\eta [m_n (1 - z^2) + m_a]}. \tag{22}$$

Відповідний вираз з [1] для систем з електромагнітним вібробудником:

$$m_p = \frac{1}{2 \cdot \eta (1 - z^2)} \left[ (1 - z^2) (m_n - 2\eta m_n - \eta m_a) - z^2 m_a \pm \sqrt{z^4 [2m_a m_n (1 - \eta) + m_a^2 (1 - \eta)^2 + m_n^2] + 2z^2 [m_a^2 (\eta - \eta^2) - m_n^2 - m_a m_n] + (\eta m_a + m_n)^2} \right]. \tag{23}$$



**Обґрунтування ефективності в коливальних системах з дебалансними віброзбудниками.**

Поділивши вирази з (11) на відповідні їм вирази з (12), та розв'язавши їх з урахуванням (15), (19) та (22), отримаємо, що співвідношення значення амплітуди коливань активної маси МКС з дебалансним віброзбудником, де збурення відбувається лише реактивної маси відносно активної маси МКС з електромагнітним приводом, де збурення відбувається в протифазі до проміжної та реактивної маси, становить:

$$\Delta_1 = \frac{\eta}{z^2}. \quad (24)$$

Аналогічно для співвідношення проміжних мас:

$$\Delta_2 = \frac{\eta}{z^2}. \quad (25)$$

Для співвідношення реактивних мас:

$$\Delta_3 = \frac{\eta + z}{z^2}. \quad (26)$$

За графіком (рис. 4), побудованим за виразами (24), (25), видно, що при низьких значеннях частки жорсткості  $\eta$  та високому значенні резонансного налагодження  $z$  дебалансні МКС дещо поступаються за ефективністю системам з електромагнітним віброзбудником (за умови однакового тягового зусилля). Це пояснюється тим, що за умови, коли  $\eta \rightarrow 0$ , по суті розірваний механічний зв'язок між реактивною та проміжною масами, тому збурювальне зусилля від дебалансного віброзбудника практично не передається на проміжну та активну маси. Однак, при високих значеннях  $\eta$  дебалансні МКС стають навіть ефективнішими за електромагнітні. Те саме відбувається при зменшенні значення  $z$ , де відносна ефективність дебалансних МКС також зростає (рис. 5).

Фізичний зміст формул (24),(25) полягає в тому, що вони коригують більшість отриманих аналітичних залежностей з адаптацією до дебалансних МКС. Так, розглянемо приклад. Нехай необхідно спроектувати тримасову міжрезонансну МКС з дебалансним приводом та додатковим динамічним підсиленням коливань  $D = 10$ . Приймаємо такі параметри МКС:  $m_a = 5$  кг;  $m_n = 20$  кг;  $\omega = 157$  рад/с;  $z = 0.94$ ;  $P = 500$  Н. Користуючись формулою з [1]:

$$\eta = \frac{(D-1)(z^2 m_a + z^2 m_n - m_n) + m_a(1-2D+D^2)}{m_a D (z^2 + D - 1)},$$

знаходимо значення частки жорсткості  $\eta = 0.858$ . Скориговане (реальне) значення  $D$  для системи з дебалансним віброзбудником згідно з (24)  $D_p = D \frac{\eta}{z^2} = 9.7$ , що доволі точно збігається зі значенням  $D$ , а тому параметри системи перераховувати не будемо.

Згідно з (22), значення реактивної маси становить  $m_p = 1.24$  кг, а значення жорсткостей пружних систем згідно з (17) та (15) дорівнюватимуть  $c_1 = 9.99 \cdot 10^4$  Н/м та  $c_2 = 2.96 \cdot 10^4$  Н/м.

Підставляючи параметри МКС до виразів (11), будемо АЧХ (рис. 6). Аналізуючи її, спостерігаємо, що МКС з дебалансним віброзбудником має ідентичний характер руху, що і в системах з електромагнітним приводом.

Кількісні показники підсилень коливань коригуються формулами (24), (25). Якщо вивести точні формули для випадку збурення коливань від реактивної маси за принципами розробленого методу [1], коригувальних виразів в такому випадку не потрібно.

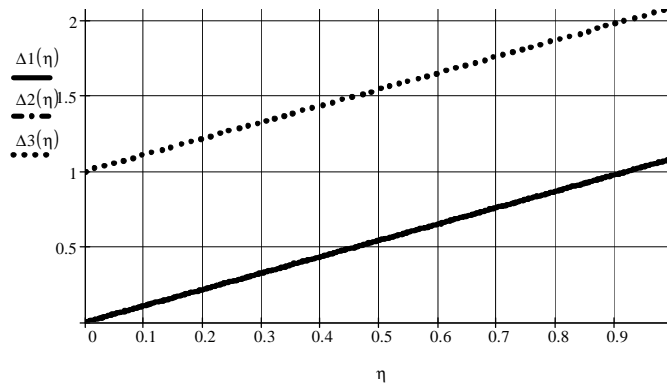


Рис. 4. Співвідношення значення амплітуд коливань мас коливної системи з електромагнітним приводом відносно мас системи з дебалансним вібробудником залежно від частки жорсткості  $\eta$

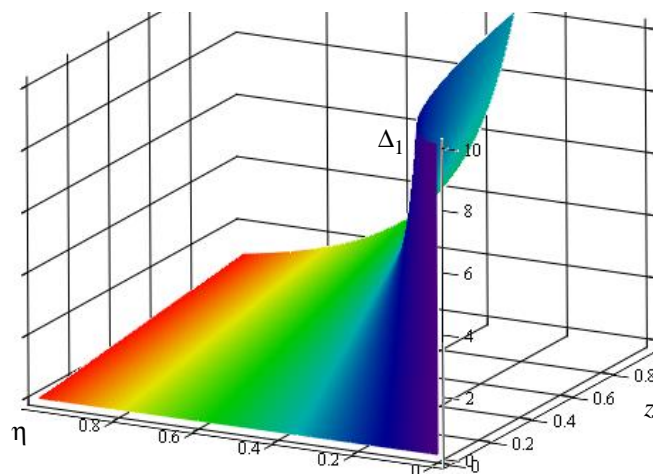


Рис. 5. Співвідношення значення амплітуди коливань активної маси МКС з електромагнітним приводом відносно тієї самої маси МКС з дебалансним вібробудником залежно від частки жорсткості  $\eta$  і резонансного налагодження  $z$

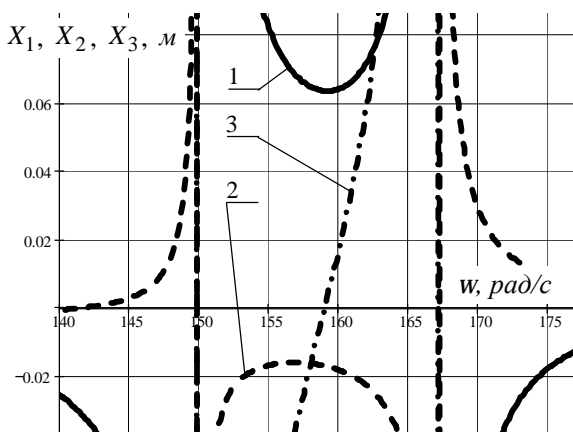


Рис. 6. АЧХ тримасової МКС з дебалансним вібробудником на реактивній масі, де 1 – активна, 2 – проміжна та 3 – реактивна маси

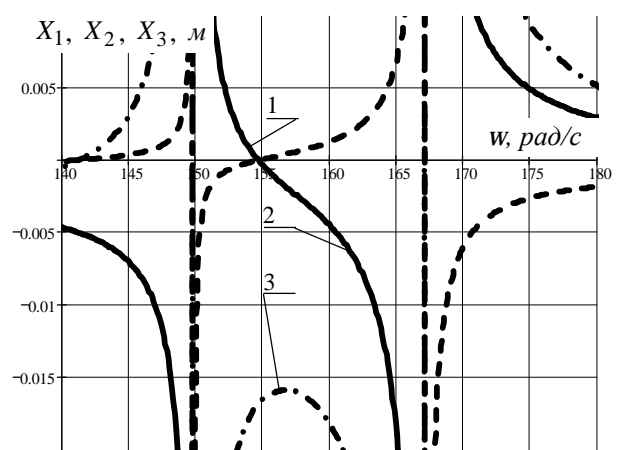


Рис. 7. АЧХ тримасової МКС з дебалансним вібробудником на проміжній масі (зміст позицій відповідає рис. 6)

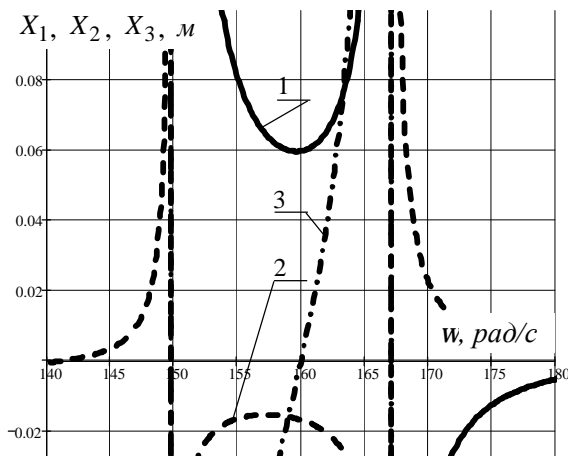


Рис. 8. АЧХ тримасової МКС з дебалансним віброзбудником на проміжній та реактивній масах (зміст позицій відповідає рис. 6)

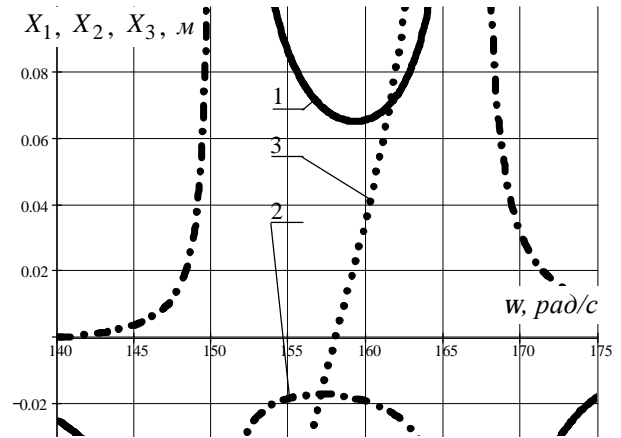


Рис. 9. АЧХ тримасової МКС з дебалансним віброзбудником на реактивній масі (зміст позицій відповідає рис. 6)

Отже, розроблений метод розрахунку параметрів, як виявляється, має узагальнювальний характер, оскільки поширюється на усі типи вібраційних машин з найбільш розповсюдженими типами приводів: електромагнітним та дебалансним. Усі принципи запропонованого методу притаманні і системам зі збуренням лише реактивної маси, до якої може кріпитись лише один дебалансний віброзбудник.

Виявляється, умовою досягнення високої ефективності у міжрезонансних МКС є збурення коливальних через відносно легку реактивну масу. В іншому випадку високої ефективності МКС досягти нереально. Так, розглянемо МКС з вищезазначеними вихідними параметрами, з тією відмінністю, що збурення коливальних відбувається лише через проміжну масу (рис. 7). У такому випадку ми спостерігаємо не тільки відсутність додаткових підсилень коливальних в МКС, а й взагалі практично ніяких коливальних активної та проміжної мас.

Можна розглянути випадок, коли МКС будуть збурювати два дебалансні віброзбудники, вставлені на проміжній та реактивних масах. У такому випадку усі наведені з [1] аналітичні залежності будуть справедливими для розрахунку такої системи, оскільки вона повністю копіює МКС з електромагнітним приводом. Однак трудностю використання двох дебалансних віброзбудників може бути те, що їх необхідно синхронізувати один з одним. Перевагою такої схеми порівняно зі збуренням коливальних від одного дебалансного віброзбудника, встановленого на реактивній масі, є те, що вона придатна для використання на усьому діапазоні зміни частки жорсткості  $\eta$ .

Розглянемо випадок, коли дебалансні віброзбудники рухаються абсолютно синхронно (без зміщення фаз між ними). МКС з вищевказаними вихідними параметрами. У такому випадку спостерігаємо додаткове підсилення коливальних (рис. 8). Однак, амплітуди коливальних активної та проміжної мас дещо нижчі ніж у випадку зі збуренням коливальних лише від одного дебалансного віброзбудника, встановленого на реактивній масі. Тому, використовується на практиці для високоєфективних МКС, така схема збурення губить зміст.

Наведемо низку точних аналітичних залежностей для інерційних параметрів МКС та значень додаткового підсилення коливальних у випадку збурення коливальних від реактивної маси. Так, наприклад, за тих самих вихідних параметрів МКС, що обумовлені вище, насамперед встановлюємо точне значення частки жорсткості  $\eta$ :

$$\eta = \frac{m_a D}{m_n (1 - z^2) + m_a (1 + D)} = 0.872. \quad (27)$$

Виконуючи умову синфазного руху, інерційне значення реактивної маси становить:

$$m_p = \frac{m_n [(1-\eta)(m_a + m_n)(1-z^2)]}{\eta [m_n(1-z^2) + m_a]} = 1.164 \text{ кг}. \quad (28)$$

За відомих проміжної та реактивних мас формула для  $\eta$  переписується як:

$$\eta = \frac{m_n D}{m_n(D+z^2) + m_p D} = 0.872. \quad (29)$$

Аналітичні залежності для значень жорсткостей  $c_1$  та  $c_2$  повністю відповідають формулам (17) та (15), а тому  $c_1 = 9.87 \cdot 10^4 \text{ Н/м}$  та  $c_2 = 2.835 \times 10^4 \text{ Н/м}$ . АЧХ системи (рис. 9) практично повністю узгоджується з характеристиками МКС, для підбору параметрів якої використовувались аналітичні залежності, виведені у [1]. Це наочно підтверджує можливість використання підходів і розрахунків запропонованого методу під час створення високоефективного вібраційного обладнання з інерційним віброзбудником.

Отже, можна констатувати, що причиною високої ефективності у міжрезонансних МКС є два джерела: власне МКС з певним чином підібраними параметрами, які і формують два резонансні піки з можливістю їх зближення, та вимушене збурення коливань саме реактивної маси. Якщо у МКС з електромагнітним приводом можна було однозначно констатувати перше твердження, то друге вдалось обґрунтувати лише під час розгляду МКС з інерційним приводом. Це пов'язано з тим, що саме такий тип приводів дає змогу збурювати одну з трьох мас, на відміну від електромагнітного приводу, де обов'язкове збурення двох мас.

**Висновки.** Розроблений метод розрахунку параметрів [1] виявився придатним для використання на практиці не лише для МКС вібраційних машин з електромагнітним приводом різноманітного технологічного призначення незалежно від галузі використання, а і для систем з інерційним приводом – найпоширеніших у сучасних вібраційних машинах. У цьому контексті:

— встановлено, що основні принципи розробленого методу для розрахунку вібромашин з електромагнітним приводом властиві вібраційним машинам з інерційним приводом;

— обґрунтовано, що у випадку використання двох інерційних віброзбудників, встановлених на проміжній та реактивній масі, аналітичні залежності розробленого методу розрахунку параметрів тримасових МКС повністю придатні до використання за умови синхронізації віброзбудників. У випадку встановлення лише одного інерційного віброзбудника на реактивній масі основні аналітичні залежності коригуються виведеним лінійним коефіцієнтом, причому такі МКС можуть мати навіть вищу ефективність порівняно із системами з одночасним збуренням проміжної та реактивної мас. Збурення лише проміжної маси не забезпечує жодних додаткових динамічних підсилень коливань, що дає змогу підтвердити тезу про вирішальний вплив збуреної реактивної маси для генерування коливань у високоефективній МКС як з електромагнітним, так і з інерційним приводом.

Отже, запропонований метод розрахунку параметрів є загальномасштабним у створенні енергоощадного вібраційного технологічного обладнання.

1. Ланець О. С. *Високоефективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): Монографія / О. С. Ланець.* – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2008. – 324 с. 2. Вайсберг Л. А. *Проектирование и расчет вибрационных грохотов / Л. А. Вайсберг.* – М.: Недра, 1986. – 144 с. 3. А. с. 962133 СССР, МКИ В 65 G 27/04. *Вибрационный питатель / Г. А. Хотулев, И. Ф. Гончаревич, Д. И. Жуковин (СССР).* – №2942907/27-03; заявл. 13.06.80; опубл. 30.09.82, Бюл. № 36. – 3 с.: ил.