области математики. – М.: Сов. радио, 1970. – 152 с. 13. Франко І.Я. З секретів поетичної творчості. – К.: Рад. письменник, 1969. – 191 с. 14. Математика серед наук / В. Левицький, М. Зарицький, І. Свєнціцкий. – Львів: Сп. діло, 1927 – 58 с. 15. Новіков Л.О., Скоробогатько В.Я. Методи математики: розвиток, застосування, відлуння. – Львів: Слово і комерція, 1995. – 219 с. 16. Драґан Я., Сікора Л., Яворський Б. Основи сучасної теорії сиґналів: енергетична концепція, математичний апарат, фізичне тлумачення. – Львів: Центр стратегічних досліджень еко-біотехнічних систем, 1999. – 133 с. 17. Ovsyak V.K. Computation models and algebra of algorithms // Вісник нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2008. – № 621: Інформаційні системи та мережі. – С. 3–18. 18. Ивс Г., Ньюсом К.В. О математической логике и философии математики. – М.: Знание, 1968. – 48 с. 19. Харди Г.Г. Исповедь математика // Математики о математике. – М.: Знание, 1967. – С. 4–14. 20. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Основание математики. – М.: Мир, 1998. – 703 с. 21. Пуанкаре А. О науке. – М.: Наука, 1983. – 560 с. 22. Попа К. Теория определения. – М.: Прогресс, 1976. – 246 с. 23. Слуцький Є. Етюд до проблеми будування формально-праксеологічних засад економіки // Записки соціально-економічного відділу Української академії наук. – 1926. – Т. 4. – С. 165–175. (див. передрук у збірнику: Є. Слуцький. Творча спадщина з погляду сучасності. – К.: Знання, 2007. – С. 678–693). 24. Kotarbiński T. Abecadło praktyczności. – W.: Wiedza powszechna, 1972. – 87 s. 25. Злупко С.М. Основоположник праксеології // Аксіоми для нащадків. Українські імена у світовій науці. Зб. нарисів / Упоряд. О.К. Романчук. – Львів: Вид-во Меморіал, 1992. – 544 с. – С.465 – 487. 26. Свідзинський А. Самоорганізація і культура. – К.: Вид-во ім. Олени Теліги, 1999. – 256 с. 27. Свідзинський А. Математичні методи теоретичної фізики. – К.: Вид-во ім. Олени Теліги, 1998. – 442 с.

УДК 519.16

Р.П. Базилевич, Р.К. Кутельмах, Б. Кузь
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра програмного забезпечення

АЛГОРИТМ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ КОМІВОЯЖЕРА ВЕЛИКОЇ РОЗМІРНОСТІ МЕТОДОМ “ТОРА”

Запропоновано метод об’єднання часткових розв’язків, отриманих для локальних областей, утворених кластеризацією робочого поля для задачі комівояжера в загальний розв’язок. Метод зменшує затрати часу на пошуки розв’язку для задач великих та надвеликих розмірностей із незначними втратами якості, порівняно з результатами, отриманими за допомогою найкращих евристичних алгоритмів.

Ключові слова: задача комівояжера, комбінаторна оптимізація

Article describes approach to forming TSP solution from partial results. Approach reduces the cost of time to find solution for large size problems with small quality losses with comparison by the best heuristic algorithms.

Keywords – traveling salesman problem, combinatorial optimization

Вступ

Задача комівояжера належить до складних класу NP. Для задач великих та надвеликих розмірностей важко знайти точний розв’язок. Для розв’язання таких задач використовують евристичні алгоритми, які дають змогу знайти розв’язок, наближений до оптимального. Із збільшенням розмірності множини даних істотно зростає час виконання алгоритму. В зв’язку з цим виникає проблема декомпозиції даних. Кластеризація дає змогу поділити велику задачу на менші заданого розміру. Розміри кластерів необхідно вибирати так, щоб час отримання часткових розв’язків за допомогою базових алгоритмів був невеликим. На останньому етапі часткові розв’язки зшиваються у загальний розв’язок.

Алгоритм розв’язання задачі

Розв’язання задачі комівояжера здійснюється за чотири етапи:

1. Кластеризація вхідних даних на підмножини заданої розмірності.
2. Розв’язання задачі для кожного з кластерів.
3. Зшивання часткових розв’язків в єдиний для всієї задачі.
4. Оптимізація розв’язку. Отриманий шлях оптимізують за допомогою декількох алгоритмів [2, 3].

У результаті кластеризації робочого поля утворюються кластери із заданою кількістю точок. Пошук розв’язків для кластерів піддається розпаралеленню на багатопроцесорних систем, зокрема і розподілених. Розглянемо детально третій етап – зшивання часткових розв’язків. Після відшукання часткових розв’язків визначають периметри кластерів. Навколо границь будуються “тори”, що задають область зшивання. Параметрами “тора” є його внутрішня та зовнішня ширина. Тор виникає навколо периметра кластера, утвореного границею суміжних кластерів. Для формування кластерів використовується тріангуляція Делоне [4].

Запропонований алгоритм містить такі етапи:

1. Формування кластерів.
2. Визначення периметрів кластерів.
3. Зшивання часткових розв’язків для суміжних кластерів у загальний:

- формування внутрішньої зони “тора” для кластера;
- формування зовнішньої зони “тора” для кластера;
- визначення фіксованих ребер “тора”;
- розв’язання задачі комівояжера для утвореного “тора” із урахуванням фіксованих ребер;
- злиття часткових розв’язків для кластерів у загальний розв’язок усуненням фіксованих ребер.

Периметр кластера складається з усіх ребер тріангуляції Делоне, лівий (внутрішній) трикутник яких належить до цього кластера, а зовнішній – не належить. Внутрішня частина “тора” будується поширенням хвилі у внутрішню від периметра кластера зону на задану кількість трикутників. У цю частину тора входять також точки, які належать периметру кластера.

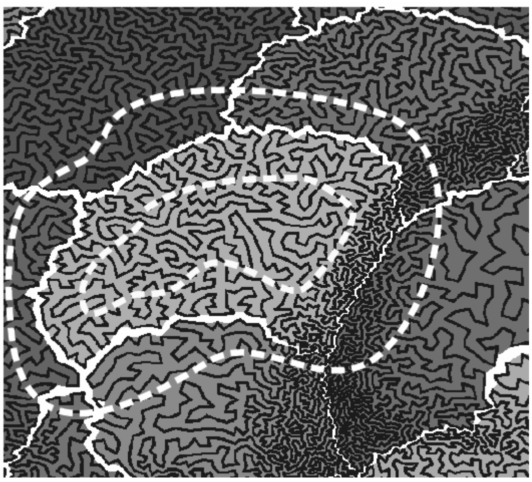

Рис. 1. Формування “тора” для кластера та визначення часткових розв’язків

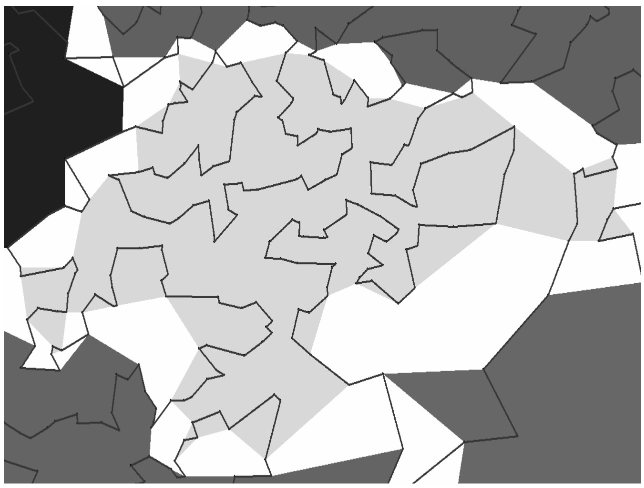

Рис. 2. Загальний розв’язок

У частковому випадку, коли ширина поширення хвилі у внутрішню частину кластера є достатньо великою, порівняно із розмірами кластера, у тор входить весь кластер. У цьому випадку утворюється кільце. У результаті поширення хвилі у правий бік від периметра на задану кількість трикутників утворюється зовнішня зона "тора". В неї можуть входити точки, які належать тільки суміжним кластерам. Наступним кроком є пошук фіксованих ребер тора. Ці ребра утворюються пошуком пар точок, які належать периметру кластера та між якими існує шлях, жодна з точок якого не належить тору, тобто належить до зовнішньої його частини.

Пошук розв'язку для тора виконується за допомогою одного з відомих базових алгоритмів, із урахуванням визначених фіксованих ребер. Можливе застосування довільного, зокрема найкращого з наявних евристичних алгоритмів розв'язання задачі комівояжера – LKH [1].

Розв'язок задачі для тора містить в собі усі фіксовані ребра тора. Для кожного такого ребра існує шлях, який виходить із однієї з вершин ребра, проходить через точки, які не належать до множини точок тора, та повертається в другу вершину цього ребра. Всі фіксовані ребра заміщуються відповідними зовнішніми частинами. Утворюється загальний розв'язок, який проходить через множину точок поточного кластера та усіх суміжних до нього кластерів.

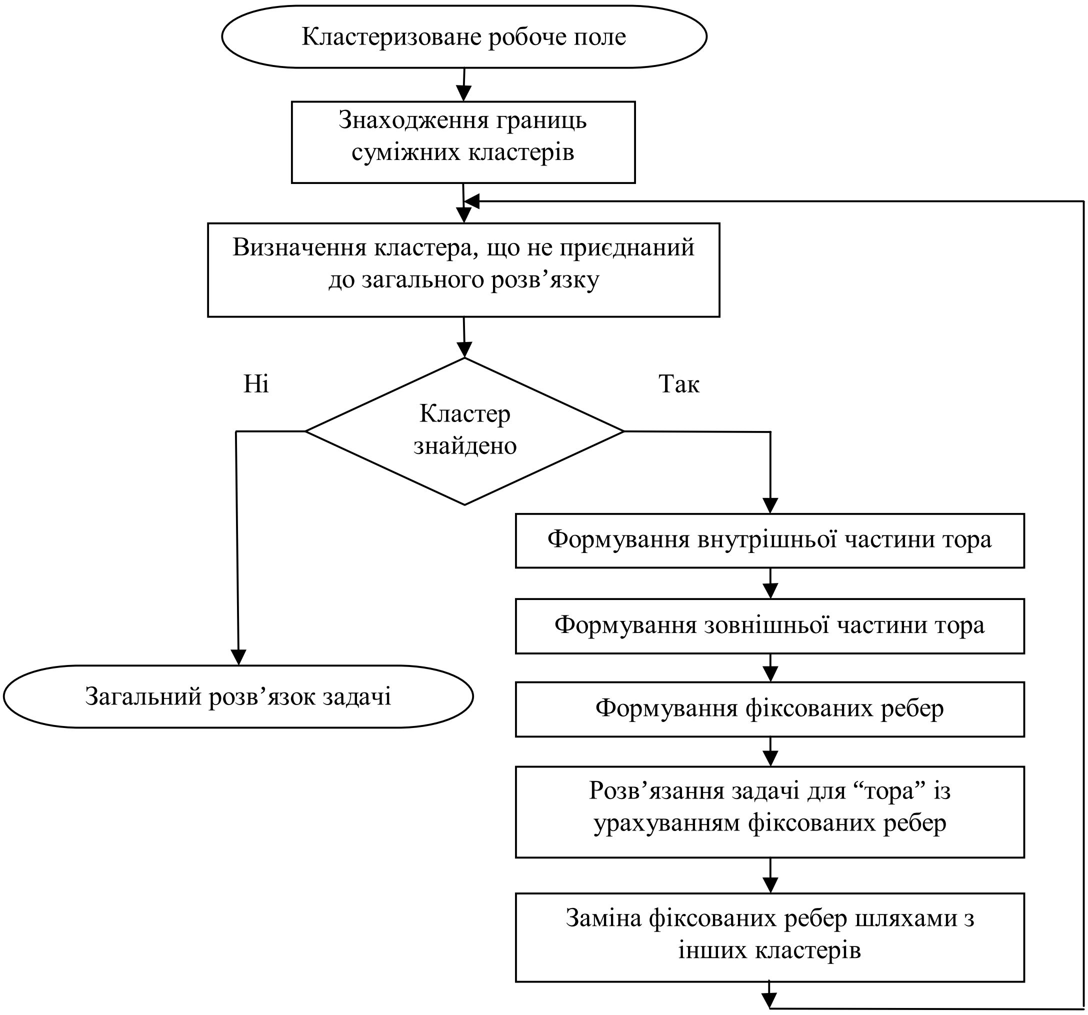

Рис. 3. Блок-схема алгоритму формування загального розв'язку

Експериментальні дослідження

Досліджено вплив часткових параметрів на якість загального розв'язку з часткових розмірів кластера. Для дослідження використовувався тест Mona Lisa [5]. Експерименти виконано на комп'ютері з процесором Athlon X2 240, із тактовою частотою 2,8 ГГц та оперативною пам'яттю 2 Гб. Відоме сьогодні значення для тесту Mona Lisa, отримане евристичним алгоритмом LKH [1], становить 5757199. Як бачимо, отримані результати дають незначне погіршення якості з одночасним істотним виграшем у часі.

Результати досліджень

Розмір кластера	Внутрішній розмір тора	Зовнішній розмір тора	Довжина шляху	Відхилення від оптимального, %	Час, с
500	25	25	5757486	0,0049	217
600	25	25	5757427	0,0039	222
700	25	25	5764173	0,1211	245
800	25	25	5757415	0,0037	261
900	20	20	5757679	0,0083	144
900	25	20	5757424	0,0039	282
1000	8	8	5760536	0,0579	27
1000	10	10	5763324	0,1063	44
1000	15	15	5758243	0,0181	85
1000	20	20	5757714	0,0089	158
1100	20	20	5757683	0,0084	166

Висновки

Розроблений метод розв'язання задачі комівояжера великих та надвеликих розмірностей підтвердив свою високу ефективність з погляду як якості отриманих результатів, так і швидкодії. Важливою особливістю методу є те, що він піддається широкому розпаралеленню, що робить його придатним для реалізації як на багатокомп'ютерних, так і на багатопроцесорних системах, зокрема і розподілених.

1. Helsgaun K. An effective implementation of the Lin–Kernighan Traveling Salesman Heuristic. – 2002. 2. Базилевич Р.П., Кутельмах Р.К. Алгоритм оптимізації розв'язків задачі комівояжера у локальній області // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – Харків, 2009. – № 7 (41). – С. 41–45. 3. Базилевич Р.П., Кутельмах Р.К. Оптимізація розв'язків задачі комівояжера методом послідовного сканування // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2009. – № 638. – С. 254–260. 4. Делоне Б.Н. О пустоте сферы // Изв. АН СССР. ОМЕН. – 1934. – № 4. – С. 793–800 5. Kaplan C.S., Bosch R. TSP Art // Proceedings of Bridges 2005: Mathematical Connections in Art, Music and Science.