

## РАЗДЕЛЕНИЕ ОШИБОК НА ИСПРАВЛЯЕМЫЕ И ОБНАРУЖИВАЕМЫЕ В КОДАХ СЛЕПЯНА

© Захарченко Н.В., Мамедов М.А., Осадчук Е.А., 2008

За счет введения на приеме генератора исправляемых векторов ошибок при кратности их  $t_k \leq \frac{d_0 - 1}{2}$  предлагается производить компенсацию искажений в кодовом слове.

Taking into account corrected error vectors on generator reception at their deviation results  $t_k \leq \frac{d_0 - 1}{2}$  it is supposed to make the complete compensation of code word distortions.

Системы передачи информации одностороннего действия (системы без обратного канала и исправляющие ошибки на приеме за счет избыточности кода) не всегда удовлетворяют требованиям к верности и скорости передачи (особенно в случаях быстро стареющей информации). Значительно большими возможностями обладают системы двухстороннего действия, имеющие обратный канал. Наличие такого канала позволяет осуществлять саморегулирование (адаптацию) параметров системы – мощности сигналов, скорости передачи, избыточность кода, вид модуляции, энергетической скрытности и т. д. Различают обратную связь до принятия и после принятия решения [1].

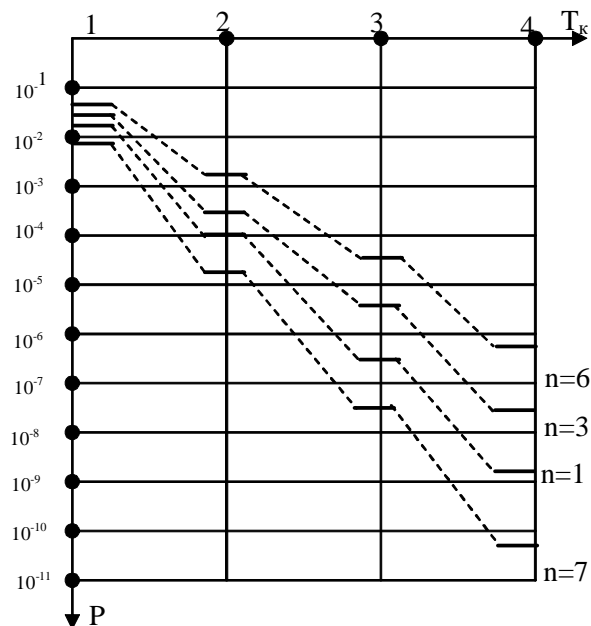


Рис. 1. Зависимость вероятности появления  $t_k$  – кратной ошибки для 4-х длин сигнальных конструкций

( $n = 63$ ;  $n = 31$ ;  $n = 15$ ;  $n = 7$ ) для канала с независимыми ошибками [1]

при вероятности ошибочного приема элемента  $P_0 = 10^{-3}$

В первом случае петля обратной связи охватывает прямой и обратный каналы и решение о качестве переданного сообщения принимается на передающей стороне, во втором учитывается влияние только прямого канала и решение принимается за счет кодов, обнаруживающих  $t_k$  – кратностные ошибки, удовлетворяющие потребителя при данном канале. Системы первого вида

называются системами с информационной обратной связью, системы второго вида называются системами с решающей обратной связью.

Чаще всего используется система второго вида. При этом с целью увеличения скорости доставки информации используются блочные коды (по возможности короткие).

На рис. 1 показаны зависимости вероятности появления  $t_k$ -кратной ошибки для 4-х длин сигнальных конструкций ( $n = 63$ ;  $n = 31$ ;  $n = 15$ ;  $n = 7$ ) для канала с независимыми ошибками [1] при вероятности ошибочного приема элемента  $P_o = 10^{-3}$ .

Вычисления проводились по формуле

$$P_t = C_n^t P_o^t (1 - P_o)^{n-t}. \quad (1)$$

Из рис. 1 следует, что лучшими с практической точки зрения являются коды небольшой длины.

С другой стороны следует отметить, что на скорость передачи  $P_o \leq 2,5 \cdot 10^{-3}$  в основном влияют потери на избыточность. Потери на повторения на много меньше кодовой избыточности.

В табл. 1 приведены для примера результаты экспериментальных  $R_{экс}$  оценок скорости передачи для трех каналов: телефонного канала с  $P_o = 7 \cdot 10^{-4}$   $\alpha = 0,545$ , радиотелеграфного с  $P_o = 2,85 \cdot 10^{-4}$   $\alpha = 0,372$  и радиотелефонного УКВ с  $P_o = 4 \cdot 10^{-4}$   $\alpha = 0,266$  [2].

Таблица 1

**Результаты экспериментальных оценок скорости передачи для трех каналов: телефонного канала, радиотелеграфного и радиотелефонного УКВ**

n	1 канал			$\Delta R$ - канал	2 канал		3 канал	
	$r = n - m$	$\frac{m}{n}$	$R_{экс}$	$-\Delta R$	$R_{экс}$	$-\Delta R$	$R_{экс}$	$\Delta R$
15	5	0,6666	0,66	0,0066	0,663	0,003	0,661	0,005
15	7	0,53333	0,527	0,0033	0,530	0,0033	0,462	0,0713
31	5	0,83870	0,825	0,0137	0,835	0,0037	0,825	0,0137
31	7	0,77419	0,763	0,011	0,771	0,0031	0,730	0,044
63	7	0,8888	0,874	0,014	0,84	0,04	0,848	0,040

Символ  $\alpha$  обозначает коэффициент группирования ошибок, а  $-\Delta R$  – потери на повторение.

Из табл. 1 следует, что потери на повторение минимум в десятки раз меньше затрат на избыточность. С другой стороны избыточность совместно с параметрами потока ошибок в канале определяет остаточную вероятность ошибки.

В связи с этим следует рассмотреть граничное условие Варшавова-Гильберта, которое определяет взаимосвязь общего числа элементов  $n$ , кодовое расстояние  $d_0$ , число информационных элементов [3]:

если при заданных параметрах  $n$ ,  $k$  и  $d_0$  выполняется неравенство

$$2^{n-m} \geq \sum_{i=0}^{d_0-2} C_{n-1}^i, \quad (2)$$

то существует  $(n, k)$  код с кодовым расстоянием  $d_0$ , который реализуется с помощью не более  $n - m$ -проверок на четность.

Коды, для которых граничное условие Хэмминга выполняется со знаком равенства, называются совершенными, или плотноупакованными. Простейшими примерами таких кодов являются все коды Хэмминга и Слепяна с  $d_0 = 3$ , для которых  $n = 2^r - 1$  при  $m = 2^r - r - 1$  и  $r = m - n$  при  $r = 2, 3, 4, \dots$

Все совершенные коды обладают минимальной избыточностью  $\rho = r/n$  для достижения требуемой корректирующей способности.

Систематичные линейные блочные коды компактно задаются порождающей матрицей  $G_{n,k}$  в приведенной ступенчатой форме, левая часть которой представляет собой квадратную единичную подматрицу  $I_{k,k}$ , а правая – подматрицу проверочных элементов  $B_{n-k,k}$ :

$$G_{n,k} = \left\| I_{kk} B_{(n-k),k} \right\| = \left\| \begin{array}{cccccc} 100 & \dots & 00 & \alpha_{11}\alpha_{12} & \dots & \alpha_{1(n-k)} \\ 010 & \dots & 00 & \alpha_{21}\alpha_{22} & \dots & \alpha_{2(n-k)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 000 & \dots & 01 & \alpha_{k1}\alpha_{k2} & \dots & \alpha_{k(n-k)} \end{array} \right\| \quad (3)$$

Процесс кодирования с математической точки зрения означает умножение матрицы строки первичной последовательности информационных символов  $A_k = \left\| \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \right\|$  на порождающую матрицу  $G_{n,k}$ . Результатом такого умножения является матрица-строка  $D_n$ , которая соответствует КК систематического  $(n, k)$ -кода.

На практике разрешенные кодовые комбинации формируются через проверочные элементы  $b_j$  [4]:

$$b_j \equiv \left( \sum_{i=0}^k \alpha_{ij} \cdot \alpha_i \right) \bmod 2, \quad (4)$$

а  $j = 1, 2, 3, \dots, r$ .

Система равенств (4) используется в качестве алгоритма для построения функциональной схемы кодера систематического  $(n, k)$  кода, корректирующая способность которого полностью определяется видом подматрицы  $I_{kk}$ .

В основу декодирования может быть положена проверочная матрица  $H_{n,r}$ . Смысл названия "проверочная матрица" заключается в том, что с помощью этой матрицы выполняется проверка принадлежности полученного кодового слова к разрешенным КК.

Проверочная матрица  $H_{n,r}$  легко получается из порождающей матрицы  $P_{n,k}$  путем транспонирования подматрицы  $B_{r,k}$  и перестановки ее местами с единичной подматрицей:

$$H_{n,n-k} = \left\| \begin{array}{cccccc} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1k} & 100\dots 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2k} & 010\dots 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{(n-k)1} & \alpha_{(n-k)2} & \dots & \alpha_{(n-k)k} & 000\dots 1 \end{array} \right\| \quad (5)$$

Результат умножения матрицы-строки принятой КК  $D'_n = D_n + E_n$  на транспонированную матрицу  $H_{n,n-k}^T$  называется синдромом, или опознавателем ошибок:

$$D'_n \times H_{n,n-k}^T = S_{n-k}. \quad (6)$$

Здесь  $E_n = \left\| e_1, e_2, e_3, \dots, e_n \right\|$  – матрица-строка вектора ошибок, содержащая единицы только на тех позициях, которые искажают кодовые символы в принятой КК. Структура  $E_n$  определяется действием помех в канале связи.

В развернутом виде выражение (6) можно представить так:

$$\alpha'_1 \alpha'_2 \dots \alpha'_k b'_1 b'_2 \dots b'_{n-k} \times \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \dots & \alpha_{(n-k)1} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{(n-k)2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{1k} & \alpha_{2k} & \dots & \alpha_{(n-k)k} \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix} = \|S_1 S_2 \dots S_{n-k}\|$$

Нетрудно убедиться в том, что элементы матрицы-строки синдрома определяются следующим образом:

$$S_j \equiv \left( \sum_{i=1}^k \alpha_{ij} \alpha'_i + b'_j \right) \bmod 2, \quad (7)$$

где  $j = 1, 2, \dots, (n-k)$ .

Рассмотрим более подробно синдромы кода Слепяна.

Коды Слепяна относятся к числу групповых кодов с разделимыми символами, причем все проверочные символы в кодограммах расположены вслед за информационными. При заданных  $n$  и  $k$  эти коды обеспечивают исправление всех ошибок соответствующей кратности  $r$  и, кроме того, части ошибок более высокой кратности. В ДСК коды Слепяна обеспечивают минимальную вероятность ошибки и с этой точки зрения являются лучшими кодами.

Вероятность ошибочной регистрации кодограммы  $(n, k)$ -кода Слепяна определяются выражением

$$P_k = 1 - \sum_{r=0}^n N_r P_0^r (1 - P_0)^{n-r}, \quad (8)$$

где  $N_r$  – число кодовых слов, удаленных на расстояние  $r$  элементов от передаваемого при  $r=0$   $N_r = 1$ .

Для этих кодов 4 проверочных элемента при  $n=9$  определяются согласно уравнениям:

$$\begin{aligned} b_6 &= \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 \\ b_7 &= \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_5 \\ b_8 &= \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_5 \\ b_9 &= \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_5 \end{aligned} \quad (9)$$

Схема получения разрешенного кодового слова показана на рис. 2.

Тогда матрицы кода будут:

$$G_{9,5} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}; \quad H_{9,4}^T = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (10)$$

где матрица  $H(9,4)$  записана в транспонированном виде –  $H^T(9,4)$ .

С целью оценки возможности разделения исправляемых и обнаруживаемых ошибок, которым соответствуют отдельные синдромы в табл. 2 указаны номера искаженных элементов кратности  $t_k \leq 2$  кода Слепяна, соответствующие этим синдромам, составленным согласно уравнения 9.

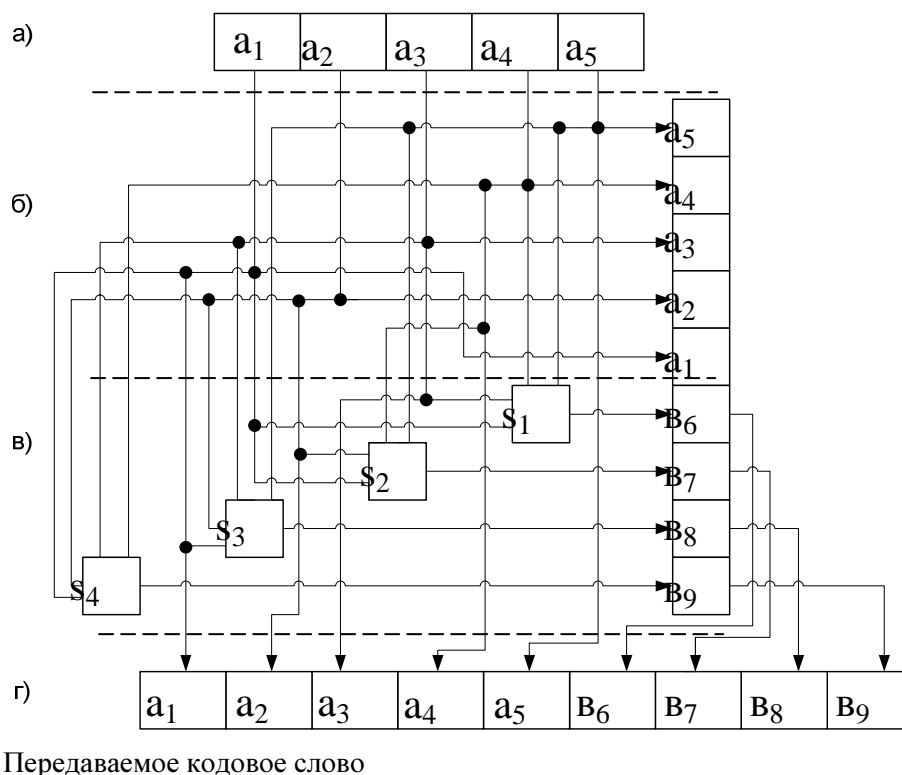


Рис. 2. Схема получения разрешенного кодового слова

Таблица 2

**Виды двойных ошибок**

№ п/п	Вид синдрома	№ искаж. элемента	№	Вид синдрома	№ искаж. элемента
1	1111	1; 2+6; 3+7	9	0001	9
2	0111	2; 1+6; 2+8	10	0011	4+5; 2+7; 3+6; 8+9
3	1011	3; 1+7	11	0101	3+5; 4+6; 7+9
4	1101	4; 1+8	12	0110	4+3; 2+9; 5+6; 7+8
5	1110	5; 1+9	13	1001	2+5; 3+8; 4+7; 6+9
6	1000	6; 1+2	14	1010	2+4; 3+9; 5+7; 6+8
7	0100	7	15	1100	2+3; 4+9; 5+8; 6+7
8	0010	8	16	0000	-

Из табл. 2 следует, что всем одиночным ошибкам в информационной части может соответствовать несколько видов двойных.

Следовательно синдромным методом разделить эти множества невозможно. С другой стороны, если поступившее кодовое слово ( $X_n$ ) сравнивать со всеми разрешенными ( $X_{раз}$ ), то можно найти среди разрешенных кодовое слово, отличающееся на 1 элемент:

$$d = 1 = \sum_{i=1}^{2^m} X_n + X_{раз} . \quad (11)$$

При этом возникает та же проблема, что и при синдромной оценке. Учитывая, что  $d = 3$  такое же расстояние, равное  $d = 1$ , может быть и при искажении определенных двух других элементов.

Для исключения такой неопределенности целесообразно сравнение производить не с эталонными разрешенными кодовыми словами, а с возможными искаженными при учете кратности исправляемой ошибки. Ясно, что множество  $N_{исп}$  таких запрещенных кодовых слов с кратностью

ошибки  $t_k \leq \frac{d_0 - 1}{2}$  будет равным

$$N_{исп} = 2^m \sum_{i=1}^{\frac{d_0-1}{2}} C_n^i. \quad (12)$$

Даже при девятиэлементном коде Слепяна с  $d_0 = 3$   $N_{исп} = 2^5 \cdot 9 = 288$ . Существенное уменьшение числа сравнений можно получить, если к полученному кодовому слову добавлять возможные исправляемые векторы ошибок. Например, для исправления девяти одиночных ошибок необходимо добавлять по очереди 9 элементов вектора ошибок с единицей на местах от 1 до 9 (все остальные двоичные числа равны "0").

Легко показать, что только в одном случае искажение будет компенсировано и появится соответствующий сигнал на выходе декодера.

Если же в поступившем кодовом слове имеются два ошибочных элемента, то такая компенсация не произойдет.

Таким образом, введя при наличии на приеме генератора векторов ошибок, которые данный код может исправлять, появляется возможность без изменения кодового расстояния произвести разделение исправляемых ошибок и ошибок более высокой кратности.

1. Захарченко В.Н., Захарченко Н.В., Стеклов В.К. и др. Системы радиотелевизионного вещания и документальной электросвязи // Системы электросвязи. – К.: Техника. 1998. – Т. 2. – 240 с. 2. Элементы теории передачи дискретной информации / Под ред. Л.П. Пуртова. – М.: Связь, 1972. – 232 с. 3. Варшамов Р.Р. Оценка числа сигналов в кодах с коррекцией ошибок ДАН СССР. – 1957. – № 5. – 117 с. 4. Шувалов В.П., Захарченко Н.В., Шварцман В.О. и др. Передача дискретных сообщений. – М.: Радио и связь, 1990.

УДК 621.395.74

М.М. Климаш, О.А. Лаврів, Р.І. Бак

Національний університет «Львівська політехніка»,  
кафедра телекомунікацій

## КОНВЕРГЕНЦІЯ МОБІЛЬНИХ МЕРЕЖ GSM, CDMA, WIMAX НА ОСНОВІ ТЕХНОЛОГІЇ NGN-SOFTSWITCH ТА ФОРМУВАННЯ ІДЕОЛОГІЇ ЄДИНОГО ТЕРМІНАЛУ

© Климаш М.М., Лаврів О.А., Бак Р.І., 2008

**Запропонована концепція побудови багатфункціональної конвергентної мережі на основі технології NGN-SOFTSWITCH з інтеграцією радіомереж поколінь 2,5–3,5G, телефонної мережі загального користування, мереж IP-телефонії. Розроблено функціональну модель єдиного терміналу, принцип єдиного сеансу зв'язку для різних видів сервісу. Проведено дослідження технології WiMAX, оптимізованої використанням MIMO антен.**

**The article offers a concept of constructing a multi-function convergent network on the basis of NGN-SOFTSWITCH technology with the integration of radio networks of 2,5–3,5G generation, public telephone network, and IP telephony networks. A functional model of single terminal and the principle of single session for difference service types have been elaborated. A research of WiMAX technology optimized with MIMO antennae has been conducted.**

### Вступ

Зростаюча популярність голосових і мультимедійних послуг на основі IP-протоколу (VOIP, IP-TV, VOD, VCS та ін.), і зміни, що викликаються ними в структурі телекомунікацій, ставлять на порядок денний питання про будівництво мереж наступного покоління, в яких широкий спектр