

ТЕНЗОРНЕ ПОДАННЯ ТОПОЛОГІЧНИХ СТРУКТУР ТОРОЇДАЛЬНИХ МЕРЕЖ

© Стрихалюк Б.М., Климаш М.М., Кайдан М.В., 2008

Розглянуто тороїдальні топологічні структури і приклади побудови інфокомунікаційних мереж на їхній основі. Запропоновано тензорне подання топологічної структури тороїдальних мереж. Введено компаунд-тензор і наведено декомпозицію складної топологічної структури та здійснено класифікацію алгоритмів маршрутизації в тороїдальних структурах.

The toroidal topology structures and examples on the basis of construction for infocommunication's networks were considered. The tensor presentation of topology structure for toroidal networks are proposed. The compound-tensor is entered and the decoupling of difficult topology structure were conducted. The basic classes of algorithms of routing in toroidal structures are considered.

Вступ

Відомо [1, 2], що для досягнення інформаційної ефективності мережі необхідно керуватися компромісом між зниженням середньої довжини шляху l при зростаючому навантаженні та збереженням концентрації потоків на заданому високому рівні. Прийнятне рішення забезпечується зниженням l при збереженні кількості каналу зв'язку N та K -зв'язаності мережі за допомогою зміни за певним правилом відносин інцидентності. Це реалізується в мережі з тороїдальною структурою.

У роботі [3] розглянуті регулярні решітки, покладені на торі, і показано, що квадратні решітки (аналог тороїдальної мережі “Манхетен” (MSN), широко застосовуються у високошвидкісних обчислювальних мережах [4]), має унікальну властивість: більша частина найкоротших маршрутів (75 %) має однакову або приблизно однакову довжину.

Загалом при збільшенні робочого навантаження росте кількість відхилень від маршруту, у результаті чого пакет витрачає більше часу на проходження по мережі. Цим пояснюється характерне для більшості топологій зниження пропускної здатності при середньому та високому рівнях трафіка. У мережі MSN такого зниження продуктивності не відбувається, оскільки пакети, що відхиляються, проходять по шляхах, довжина яких дорівнює довжині основних шляхів. Цей факт підтверджується в роботі [4]. Тому мережа MSN має стабільно високу пропускну здатність у широкому діапазоні вхідних навантажень.

У торі замкнутий шлях має довжину 4π . Для транспортних мереж це означає, що проходження пакетів у мережі з тороїдальною структурою може бути організоване за непересіченими шляхами. Скорочення пересіченості шляхів між кожною парою відправник-отримувач істотно підвищує продуктивність мережі. Ця особливість (пересіченість), що характеризує кривину шляхового простору, і є метою наших досліджень цієї статті.

1. Тороїдальні топологічні структури інфокомунікаційних мереж

Узагальнену структуру транспортної мережі з тороїдальною структурою зображено на рис. 1 [2].

Вона складається з m екземплярів елементарних структур L_1 , у яких вершини з однаковим номером з'єднані між собою відповідно до структури L_2 . Така структура може бути побудована з використанням алгоритму формування складних структур для двовимірного випадку ($k = 2$).

1. Формування n екземплярів структури L_1 . Кожному з $N=nm$ елементів структури L присвоюють дворозрядний ідентифікаційний номер $A_i(p,\tau)$, де p – номер екземпляра (елементарної структури), τ – молодший розряд – номер елемента в екземплярі.

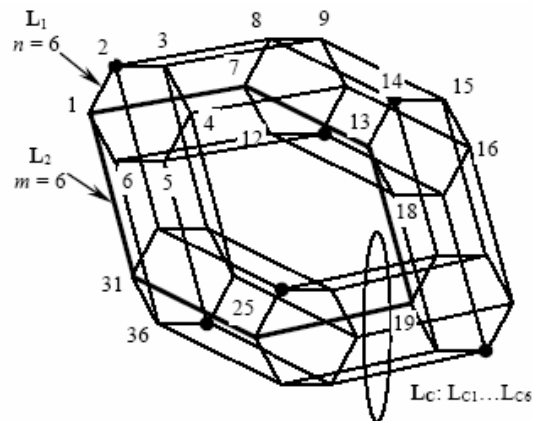


Рис. 1. Узагальнена схема транспортної мережі з тороїдальною структурою

2. З'єднання елементів з *однаковими* номерами молодших розрядів всіх екземплярів структури L відповідно до відношення інцидентності самої структури L .

Отже, як L_1 та L_2 вибрано кільця з довільною кількістю вершин і сформовано $L=L_1 \times L_2$. У результаті отримана структура являє собою тор з m кілець, що містять по n вершин, з'єднаних між собою циклами міжз'єднання.

Множини, які не перетинаються у вузлах циклів, довжина та кількість яких залежать від вибраного кроку циклу міжз'єднання, відображають мережу міжз'єднань L_c , що покриває сукупність вузлів структури L . Змінюючи крок циклу, можна одержати послідовність однорідних мереж, у яких при постійній кількості каналу зв'язку середня довжина шляху L і діаметр мережі D істотно змінюються. Отже, є можливість формувати цифрову радіомережу із гнучкою топологією.

Важливо відзначити, що на основі тороїдальної структури є можливість у широких межах коригувати структурні характеристики мережі і, отже, істотно змінювати топологію мережі з урахуванням мережевого навантаження.

Загалом на практиці в тороїдальних мережах вузли кожної елементарної структури з'єднані не з однойменними, як у в розглянутій структурі на рис. 1 (тут L_c і L_2 тотожні), а з наступними за нумерацією вузлами, що еквівалентно циклічному зсуву у бік збільшення нумерації. Різниця номерів між вузлами, інцидентними будь-якої лінії міжз'єднання (лінії структури L_c), буде становити $St=n+k$, яка називається кроком циклу міжз'єднання, де $k = 1, 2, \dots$ відповідний зсув.

У роботі [5] визначена двочасткова однорідна мережа, відношення інцидентності в якій задане деяким тасуванням ребер. Аналогічно до цього у тороїдальній мережі значення кроку визначає розбивка вершин по підмножинах, що відповідає різним циклам міжз'єднання і тим самим задає правило з'єднання елементів топології.

У тороїдально-однорідній мережі для будь-яких натуральних St , як множини із $N=mn$ вершин, групуються у дві множини циклів

$$V_1 \equiv v_1(p) + \tau, \quad V_c \equiv \left\lfloor v_c(p_c) + St \tau_c \right\rfloor_{\text{mod } N}, \quad (1)$$

де V_1 (V_c) – множина вершин у циклах структури L_1 (L_c); $p=1, \dots, m$; $\tau=0, \dots, n-1$; $p_c=1, \dots, w$; $\tau_c=0, \dots, \Lambda-1$; w – кількість циклів довжиною Λ в мережі міжз'єднання; $v_1(p)$ – номер вихідної вершини в p -м циклі структури L_1 ; $v_c(p_c)$ – номер вихідної вершини в p_c -м циклі структури L_c , при цьому:

$$v_1(p) = 1 + n(p-1), \quad v_c(p_c) = w + p_c - 1, \quad (2)$$

З (2) випливає, що перший цикл множини L_1 приймає як вихідну вершину з номером 1 , при формуванні L_c будь-які w сусідніх вершин в елементарній структурі можна розглядати як вихідні для різних циклів міжз'єднання.

Крок St визначимо як різницю номерів суміжних вершин у множині V_2 . У множині V_1 крок дорівнює 1, довжина циклу – n , а кількість циклів – m . Аналогічно до властивостей арифметичних послідовностей, що чергуються, у двочастково-однорідних мережах [3], для тороїдальних структур можна сформулювати такі твердження:

1. При фіксованих числах τ , $\tau=0, \dots, \Lambda-1$, і числах p , $1 \leq p \leq w$, множина вершин $V: V \equiv \tau_c(p_c) + St \tau_c \pmod n$ є послідовністю вершин у циклі й утворюють простий цикл для кожного p , а об'єднання циклів по всіх p покриває мережу. Це означає, що в множині V при заданому p не існує більше від двох різних ребер, інцидентних одній і тій самій вершині в циклі, тобто формований цикл є простим, а об'єднання циклів по всіх p включає всю множину вершин мережі.

2. У мережі існує w незалежних (не пересічних по вершинах) циклів довжиною Λ і m незалежних циклів довжиною n .

Основною властивістю тороїдальної мережі зі змінюваним кроком є формування незалежних циклів міжз'єднань L_c ($i=1, \dots, w$), що покривають всі множини вершин N . Воно дає змогу стверджувати, що зв'язність C і кількість ребер M залишаються незмінними для заданої кількості структур L_c (за винятком $St=1$) [2].

Приклади побудови тороїдальної однорідної мережі коли $m=n=6$, кількість ребер $M=2nm=72$ для випадків, коли кроки $St=1, St=8, St=10, St=15$ наведені на рис. 2, $a - z$ відповідно [2].

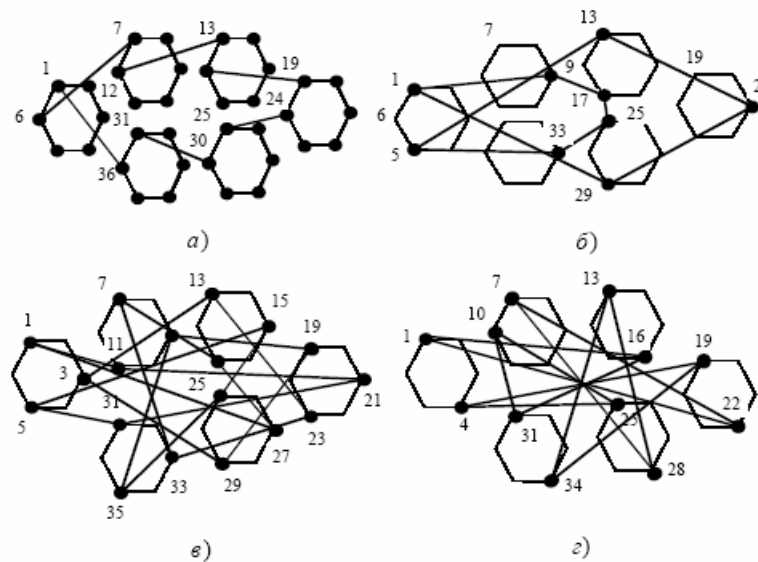


Рис. 2. Приклади побудови тороїдальної однорідної мережі коли $m=n=6$, для випадків: $a - St=1$; $b - St=8$; $v - St=10$; $z - St=15$ (у кожній структурі показаний тільки один цикл міжз'єднання)

Залежність структурних параметрів від параметрів мережі має періодичний характер [2]. Зі зміною кроку St довжина циклу Λ набуває значення з ряду: 36; 18; 12; 9; 6; 3; 2. Збільшення кроку в інтервалах значень $St < n$, $2n < St < 3n$ приводить до монотонного зниження довжини циклу Λ , середньої довжини маршруту L і діаметра мережі D . При кроці, що відповідає будь-якому простому числу (не має загальних дільників з іншими натуральними числами), єдиний цикл набуває максимально можливого значення $N=\Lambda$, тому L також максимальне. Визначальними при формуванні тороїдальної мережі з заданими структурними параметрами є співвідношення кількості вершин N із кроком циклу St [2]. Наприклад, сполучення $N=36$, $St=8$ і $\Lambda=9$ дає максимальну структурну близькість ($L=2,6$). Діапазон зміни значень L становить близько 2,6 – 3,4.

Характерним прикладом неефективного розподілу ребер (каналів) у структурі (мережі) є топологія, подано на рис. 2, a при $St = 1$, тому що більша частина ребер циклу міжз'єднання дублює ребра елементарної структури. У результаті кожен цикл структури L з'єднаний із сусідніми тільки двома ребрами, тому зв'язність мережі знижується до 2, тобто виникає кільце із кількістю елементів, що дорівнює загальній кількості вершин N у структурі. Мережа розпадається на m/Λ

незв'язних компонентів, якщо $St=Ln$ і при цьому L є дільником m . В [2] показано, що для розглянутої мережі незв'язні компоненти з'являються при $L=3;2$, що відповідає значенню кроку $St=2n;3n$. Тому алгоритм формування тороїдальної мережі повинен передбачати виключення значень St , що допускають розпад структури на незв'язні компоненти.

2. Математичне подання топології тороїдальних структур

Введемо тензор $T_{\alpha\beta\alpha'\beta'}$, який описує зв'язок вершин тороїдальної мережі між собою. Якщо між вершинами є ребро, що їх з'єднує, то елемент тензора дорівнює 1, в протилежному випадку дорівнює 0. Зв'язок між самою вершиною, коли $T_{\alpha\beta\alpha'\beta'}\delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\beta\beta'}$, дорівнює 1. Саму вершину можна з'єднати ребром, символізуючи вихід та вхід в одну вершину, що пояснюється процесами обробки пакетів самій вершині.

Розглянутий тензор є симетричний за парою індексів. Для переходу до матричного вигляду T_{vv} об'єднавши (1) і (2), де визначали номер кожної вершини, перепишемо, як

$$v=n(\alpha-1)+\beta \quad (3)$$

Сам тензор простіше подати через компаунд-тензори $K_{\alpha\alpha'}$ [6]. Діагональні тензори $K_{\alpha\alpha'}\delta_{\alpha\alpha'}=T_{\alpha\beta\alpha'\beta'}\delta_{\alpha\alpha'}=c_{\beta\beta'}$ є рівними і описують зв'язок між елементами в самих екземплярах. У всіх випадках, наведених на рис. 2

$$c_{\beta\beta'} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Крім діагональних $c_{\beta\beta'}$, тензор T_{vv} матиме зміщені одиничні матриці на кількість індексів k ($St=n+k$). Отже, матимемо загалом ще два компаунд-тензори $T_{\alpha\beta\alpha'\beta'}\delta_{\beta\beta'+k}=I_1$ та $T_{\alpha\beta\alpha'\beta'}\delta_{\beta\beta'+n-k}=I_2$. Для випадку, що на рис. 2, б через компаунд-тензори, маємо

$$T_{vv} = \begin{bmatrix} c_{\beta\beta'} & I_1 & I_2 & 0 & I_2 & I_1 \\ I_1 & c_{\beta\beta'} & I_1 & I_2 & 0 & I_2 \\ I_2 & I_1 & c_{\beta\beta'} & I_1 & I_2 & 0 \\ 0 & I_2 & I_1 & c_{\beta\beta'} & I_1 & I_2 \\ I_2 & 0 & I_2 & I_1 & c_{\beta\beta'} & I_1 \\ I_1 & I_2 & 0 & I_2 & I_1 & c_{\beta\beta'} \end{bmatrix} \quad (5)$$

де 0 – тензор, складений з нульових компонентів.

Якщо виконати додавання по другому і четвертому індексах, можна визначити кількість ребер між всіма екземплярами елементарних структур:

$$b_{\alpha\alpha'} = \sum_{\beta, \beta'} T_{\alpha\beta\alpha'\beta'} \quad (6)$$

Для випадку на рис. 2, б формула (6) має вигляд:

$$b_{\alpha\alpha'} = \begin{bmatrix} 18 & 4 & 2 & 0 & 2 & 4 \\ 4 & 18 & 4 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 18 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 18 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 4 & 18 & 4 \\ 4 & 2 & 0 & 2 & 4 & 18 \end{bmatrix} \quad (7)$$

В (7) діагональні елементи $b_{\alpha\alpha'}\delta_{\alpha\alpha'}=18$, хоча на рис. 2 в кожному екземплярі елементарних структур ребер спостерігається 5, але кожна з вершин має два з'єднання з іншими плюс одне з'єднання з самою собою і всього вершин 6, тому $6 \times (2+1)=18$.

3. Тензорне подання основних класів алгоритмів маршрутизації

Визначимо зв'язок між усіма вершинами тороїдальної мережі. Для переходу з однієї вершини до іншої можливі такі випадки:

1. Коли обидві вершини (i,j) розміщені в одному екземплярі, тобто в одній структурі L_1 ($i, j \in L_1$);

2. Коли обидві вершини (i,j) розташовані в одному циклі L_c , але в різних структурах L_1 ($i, j \notin L_1; i, j \in L_c$);

3. Коли обидві вершини (i,j) мають спільну вершину (k) , яка для однієї вершини відповідає випадку 1 ($i, k \in L_1$), а для іншої – випадку 2 ($k, j \notin L_1; k, j \in L_c$);

4. Коли не відповідає ні одному з розглянутих попередніх випадків.

Розглянемо кожен випадок по черзі.

Для першого випадку введемо параметр a_{ij} , що характеризує інфокомунікаційний зв'язок мережі між вершинами i та j . Ця величина може мати різні фізичні інваріанти, які характеризують основні параметри інфокомунікаційних мереж, наприклад, ймовірність передавання інформації в заданому напрямку, навантаження, відстань тощо. Тоді (4) можна переписати у вигляді:

$$\begin{bmatrix} a_{ii} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & a_{16} \\ a_{21} & a_{ii} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{ii} & a_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{34} & a_{ii} & a_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{ii} & a_{56} \\ a_{61} & 0 & 0 & 0 & a_{65} & a_{ii} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Якщо вершини i та j не з'єднані ребром і в (8) параметр $a_{ij}=0$, але з'єднані з іншою вершиною k , то перехід можна описати, як добуток $a_{ij}=a_{ik}a_{kj}$. Матриця переходу з однієї вершини в іншу між елементами в самих екземплярах елементарних структур тоді має вигляд

$$\begin{bmatrix} a_{ii} & a_{12} & a_{12}a_{23} & a_{12}a_{23}a_{34} & a_{ii}/(a_{56}a_{61}) & a_{ii}/a_{61} \\ a_{ii}/a_{12} & a_{ii} & a_{23} & a_{23}a_{34} & a_{23}a_{34}a_{45} & a_{ii}/(a_{61}a_{12}) \\ a_{ii}/(a_{12}a_{23}) & a_{ii}/a_{23} & a_{ii} & a_{34} & a_{34}a_{45} & a_{34}a_{45}a_{56} \\ a_{45}a_{56}a_{61} & a_{ii}/(a_{23}a_{34}) & a_{ii}/a_{34} & a_{ii} & a_{45} & a_{45}a_{56} \\ a_{56}a_{61} & a_{56}a_{61}a_{12} & a_{ii}/(a_{34}a_{45}) & a_{ii}/a_{45} & a_{ii} & a_{56} \\ a_{61} & a_{61}a_{12} & a_{61}a_{12}a_{23} & a_{ii}/(a_{45}a_{56}) & a_{ii}/a_{56} & a_{ii} \end{bmatrix} \quad (9)$$

де для компактного запису введено $a_{ii}=a_{12}a_{23}a_{34}a_{45}a_{56}a_{61}$, який характеризує повний цикл виходу та входу в одну і ту саму вершину. Перехід з однієї вершини в іншу може здійснюватись двома шляхами. Так, з вершини 1 до вершини 3 можна перейти згідно з (9) за допомогою шляхів

$$a_{14}=a_{12}a_{23} \quad \text{та} \quad a_{41}=a_{ii}/(a_{12}a_{23})=a_{34}a_{45}a_{56}a_{61}. \quad (10)$$

З (9) та (10) легко побачити загальну залежність між двома такими шляхами:

$$a_{ii}=a_{ij}a_{ji} \quad (11)$$

Загалом на практиці в телекомунікаційних системах, наприклад, відстань між вершинами не є однаковою, тому наприклад в (10) не завжди a_{14} є меншою відстанню порівняно з a_{41} .

Значимо, що (8) визначає існування прямого зв'язку між вершинами, тоді як (9) показує шляхи переходу між ними. В (9) залежно від того, який фізичний зміст має a_{ij} і розуміємо знак “ \times ” по-різному. Якщо a_{ij} є відстанню, то “ \times ” розуміють як додавання, а коли a_{ij} розглядається, як ймовірність, тоді необхідно “ \times ” розуміти як добуток.

Легко побачити, що параметр a_{ij} з однаковими індексами для кожної структури L_1 різний, тому розрізнення їх позначатимемо, як $a_{ij}(p)$.

У другому випадку, можливі також декілька випадків: а) коли в одній множині L_c обидві вершини є єдиними представниками своїх екземплярів L_1 , то пошук відстані аналогічний до першого розглянутого випадку; б) коли в одній множині L_c хоча б для однієї вершини декілька представників екземпляру L_1 . в останньому випадку з'являються кілька нових варіантів шляху переходу.

Нехай в розглянутому вже варіанті на рис. 2, б необхідно визначити шлях між вершинами 1 та 13. Обидві вершини належать до однієї множини L_c : 1, 9, 17, 25, 33, 5, 13, 21, 29. Легко побачити, що шлях між цими точками становить $h_{113}=h_{19}h_{917}h_{1725}h_{2533}h_{335}h_{513}$ та $h_{131}=h_{1321}h_{2129}h_{291}$. Значимо, що вершина 5 знаходиться в одному екземплярі з 1, а 13 з 17, тоді, враховуючи (8),

маємо ще $h_{17}h_{13}=h_1h_9h_{17}a_{56}(3)a_{61}(3)$, $h_{17}h_{13}=h_1h_9h_{17}a_{12}(3)a_{23}(3)a_{34}(3)a_{45}(3)$ та $h_{13}h_{51}=h_5h_{13}a_{56}(3)a_{61}(3)$, $h_{13}h_{51}=h_5h_{13}a_{12}(3)a_{23}(3)a_{34}(3)a_{45}(3)$. Тут щоб розрізнити шлях проходження в екземплярі між шуканими вершинами, штрихом позначені індекси, що відповідають рядку (8). Шляхи $h_{13}h_{17}$ та $h_{15}h_{13}$ опустили, оскільки вони аналогічні розглянутим, з доданим замкнутим циклом.

У третьому випадку перехід необхідно здійснити від однієї вершини до спільної за сценарієм випадку 1 (випадку 2), а потім з цієї вершини до другої за сценарієм випадку 2 (випадку 1).

Отже, при переході від вершини 1 до 10 рис. 2, б маємо дві вершини, так би мовити, спільні. Вершина 9 та 2, як спільна в одному екземплярі з вершиною 10 та 1 і в одній множині L_{c_1} (L_{c_1} : 1, 9, 17, 25, 33, 5, 13, 21, 29) з вершиною 1 та L_{c_2} (L_{c_2} : 2, 10, 18, 26, 34, 6, 14, 22, 30) з вершиною 9, відповідно. Шлях між вершинами 1 і 2 та 9 і 10 згідно з 8 становить: a_{12} і a_{91}/a_{12} . Водночас шлях між вершинами між 1 і 9 та 2 і 10 можна визначити згідно із сценарієм випадку 2 і отримати у вигляді h_{19} , h_{951} , h_{951} та h_{210} , h_{1062} , h_{1062} .

У четвертому випадку задача зводиться до визначення ланцюжка спільних вершин, за допомогою яких і здійснюємо перехід між вершинами в множинах L_1 та L_c .

Для прикладу розглянемо тороїдальну мережу з п'яти екземплярів ($m=5$) з двома вершинами ($n=2$) кожна L_1 : 1, 2; 3, 4; 5, 6; 7, 8; 9, 10 та п'яти циклів ($w=5$) з довжиною $\Lambda=2$ L_{c_1} : 1, 6; L_{c_2} : 2, 7; L_{c_3} : 3, 8; L_{c_4} : 4, 9; L_{c_5} : 5, 10. Для переходу з вершини 1 в 3 необхідно здійснити шлях

$$a_{12}h_{27}a_{78}h_{83} \quad \text{або} \quad h_{16}a_{65}h_{510}a_{109}h_{94}a_{43}.$$

Для наочності позначимо: $a(a)$ – матриця переходу в екземплярі; $g_c(p_c)$ – матриця переходу в множині L_{p_c} . Тоді для останнього прикладу матрицю переходу з однієї множини L_{p_c} в іншу можна подати у вигляді

	L_{c_1}	L_{c_2}	L_{c_3}	L_{c_4}	L_{c_5}
L_{c_1}	$g_c(1)$	$a(1)$	$a(1)a(4)$	$a(1)a(4)a(2)$	$a(1)a(4)a(2)a(5)$
L_{c_2}	$a(4)a(2)a(5)a(3)$	$g_c(2)$	$a(4)$	$a(4)a(2)$	$a(4)a(2)a(5)$
L_{c_3}	$a(2)a(5)a(3)$	$a(2)a(5)a(3)a(1)$	$g_c(3)$	$a(2)$	$a(2)a(5)$
L_{c_4}	$a(5)a(3)$	$a(5)a(3)a(1)$	$a(5)a(3)a(1)a(4)$	$g_c(4)$	$a(5)$
L_{c_5}	$a(3)$	$a(3)a(1)$	$a(3)a(1)a(4)$	$a(3)a(1)a(4)a(2)$	$h_c(5)$

де g_{ij} – відповідають значенням компонентів у матриці i -рядка, j -стовпця. Водночас зі збільшенням кількості вершин в множині L_c збільшується кількість варіантів переходу.

Для розглянутого вже не раз прикладу на рис. 2, б маємо чотири цикли:

- L_{c_1} : 1, 9, 17, 25, 33, 5, 13, 21, 29;
- L_{c_2} : 2, 10, 18, 26, 34, 6, 14, 22, 30;
- L_{c_3} : 3, 11, 19, 27, 35, 7, 15, 23, 31;
- L_{c_4} : 4, 12, 20, 28, 36, 8, 16, 24, 32.

Позначимо варіанти переходу через "+", тоді множина $a(1-6)=a(1)+a(2)+a(3)+a(4)+a(5)+a(6)$ визначає можливий перехід за допомогою матриць $a(1)$, $a(2)$, $a(3)$, $a(4)$, $a(5)$, $a(6)$.

	L_{c_1}	L_{c_2}	L_{c_3}	L_{c_4}
L_{c_1}	$g_c(1)$	$a(1-6)$	$a(1-6)$	$a(1-6)$
L_{c_2}	$a(1-6)$	$g_c(2)$	$a(1-6)$	$a(1-6)$
L_{c_3}	$a(1-6)$	$a(1-6)$	$g_c(3)$	$a(1-6)$
L_{c_4}	$a(1-6)$	$a(1-6)$	$a(1-6)$	$g_c(4)$

Перехід з L_{c_1} в L_{c_2} можна здійснити за допомогою

- $a(1)$: 1→2, 1→6, 5→2, 5→6;
- $a(2)$: 9→10;
- $a(3)$: 13→14, 13→18, 17→14; 17→18;
- $a(4)$: 21→22;
- $a(5)$: 25→26, 25→30, 29→26; 29→30;
- $a(6)$: 33→34.

Відповідну множину позначено в (13) через $a(1-6)$.

В (13), крім поданих варіантів, коли з одного з $L_{c_{pc}}$ переходили одразу в інший $L_{c_{pc}}$, можливі переходи за сценарієм випадку чотири переходи з однієї вершини до іншої. Так, при переході з L_{c_1} в L_{c_2} можливий варіант переходу спочатку з L_{c_1} в L_{c_3} , а потім вже з L_{c_3} в L_{c_2} . Останній випадок позначимо, як можна позначити $a_{c_{13}}(1-6)a_{c_{32}}(1-6)$. Загалом всіх варіантів переходу з L_{c_1} в L_{c_2} можливо $a(1-6)$, $a_{c_{13}}(1-6)a_{c_{32}}(1-6)$, $a_{c_{14}}(1-6)a_{c_{42}}(1-6)$, $a_{c_{13}}(1-6)a_{c_{34}}(1-6)a_{c_{42}}(1-6)$, $a_{c_{14}}(1-6)a_{c_{43}}(1-6)a_{c_{32}}(1-6)$.

Висновок

Проаналізувавши математичну методологію опису топології тороїдальних структур, враховуючи складність вказаних структур, вибрано тензорне подання як основний метод аналізу топологічних властивостей інфокомунікаційних мереж.

1. Розглянуто тензорне подання тороїдальної топологічної структури, що уможливорює аналіз та синтез транспортних телекомунікаційних мереж.

2. Запропоновано тензорне подання маршрутів, що дає змогу оптимізувати протоколи маршрутизації у тороподібних структурах.

3. Введено компаунд-тензор для декомпозиції складної топологічної структури.

4. Показано тензорне подання основних класів алгоритмів маршрутизації в тороподібних структурах.

1. Клейнрок Л. Коммуникационные сети (стохастические потоки и задержки сообщений) – М.: Наука, 1970. – 256 с. 2. Пасечников И.И. Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных сетей. – М.: Машиностроение-1, 2004. – 216 с. 3. Narraway J.J. Shortest paths in regular grids // IEE Proc. Circuits Devices System. – 1998. – V.145, №10. – P. 289 – 296. 4. Максемчук Н.Ф., Эль Зарки М. Маршрутизация и управление потоком передачи данных в высокоскоростных региональных сетях // ТИИЭР. – 1990. – Т. 78, № 1. – С. 185 – 205. 5. Видоменко В.П. Состояние и перспективы развития теории сетевых топологий // Телекоммуникационные технологии. – 1996. – Вып. 1. – С. 90–96. 6. Крон Г. Тензорный анализ сетей. – М.: Сов. радио, 1978. – 719 с.