УДК 551.568.85

Ю.В. Лисак, Б.П. Русин
Фізико-механічний інститут імені Г.В. Карпенка

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВИПАДКОВОГО МАРКІВСЬКОГО ПОЛЯ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ПОГОДЖЕННЯ СТЕРЕОЗОБРАЖЕНЬ

У цій роботі запропоновано метод оптимального визначення параметрів марківського поля, необхідних для розв'язання задачі погодження стереозображень. Використано імовірнісну модель, яка трансформує задачу погодження стереозображень, у задачу знаходження максимуму апостеріорної ймовірності для визначення як параметрів моделі, так і функції відмінності.

In this paper a method for solving dense stereo matching problem based on optimal Markov random field (MRF) parameters estimation is presented. To estimate these parameters we use a probabilistic model that formulates stereo as maximum a posterior problem for both disparity function and MRF parameters.

Погодження стереозображень є однією з задач комп'ютерного бачення, якій останнім часом приділяється все більше уваги. Багато методів розв'язання цієї задачі ґрунтуються на її поданні за допомогою випадкового марківського поля [1–4], яке описує функціонал $C(d(x,y))$, що складається, як правило, з двох частин: перша частина відповідає за похибку погодження, а друга – накладає обмеження на гладкість функції відмінності

$$C(d(x,y)) = C_{data}(d(x,y),\sigma,\tau) + \lambda C_{smooth}(d(x,y)) \tag{1}$$

λ – ваговий коефіцієнт, який визначає рівень гладкості функції відмінності $d(x,y)$, σ, τ – коефіцієнти, необхідні для визначення похибки погодження. Результатом мінімізації цього функціонала є шукана функція відмінності $d(x,y)$, яка описує зміщення точок одного з стереозображень щодо іншого. Тобто, якщо $I_1(x,y)$ та $I_2(x,y)$ являють собою пару стереозображень, то функція відмінності $d(x,y)$ – це функція, яка описує такий взаємозв'язок між стереозображеннями:

$$I_2(x,y) = I_1(x + d(x,y), y) \tag{2}$$

Як видно з виразу (2), функція $d(x,y)$ описує зміщення лише по одній з координат зображення. Таке спрощення використовує переважна більшість відомих нині методів погодження і воно досягається ректифікацією стереозображень. Докладніше з процедурою ректифікації можна ознайомитись в [5, 6].

Отже, задачею погодження стереозображень є знаходження функції відмінності, яка встановлює взаємозв'язок між точками (пікселами) стереозображень. Тобто погоджені між собою пікселі – це проекції точок тривимірної сцени на екрани рознесених камер.

Методи погодження, які ґрунтуються на мінімізації функціонала (1), відрізняються між собою підходами до знаходження мінімуму, а також формою самого функціонала, проте спільною рисою, як правило, є те, що параметри випадкового марківського поля, а саме: коефіцієнт гладкості функції відмінності λ, а також коефіцієнти σ, τ при визначенні $C_{data}(d(x,y),\sigma,\tau)$ задаються користувачем ззовні [7, 8] .Оскільки ці параметри залежать від структури стереозображень, то оптимальний їхній вибір є актуальною науковою задачею.

Загалом задача оптимального визначення параметрів, як і задача визначення функції відмінності, зводиться до максимізації апостеріорної ймовірності деякої імовірнісної моделі, яка задає розподіл похибки погодження та обмежень на гладкість $d(x,y)$.

У цій роботі вводиться припущення, що розподіл значень $C_{data}(d(x,y),\sigma,\tau)$ та $\lambda C_{smooth}(d(x,y))$ є сумішшю експоненційного та рівномірного законів розподілу, параметри яких є невідомими. Уточняють параметри запропонованих моделей розподілу методом очікування/максимізації (expectation/maximization).

Розглянемо докладніше формування імовірнісних моделей, які задають розподіл $C_{data}(d(x,y),\sigma,\tau)$ та $\lambda C_{smooth}(d(x,y))$.

1. Визначення розподілу похибки погодження

Нехай дано пару стереозображень I_1 та I_2 і їхню функцію відмінності $d(x,y)$. Визначимо математичну модель, яка визначає розподіл похибки визначення функції відмінності (похибки погодження) для заданого піксела на базовому зображенні I_1. Для цього кожному пікселу на зображенні I_1 поставимо у відповідність деяку приховану бінарну змінну γ_i, яка може набувати такі значення: $\gamma_i=1$ точка тривимірної сцени є видимою на обох стереозображеннях, та $\gamma_i=0$ у випадку, якщо така точка не є видимою на одному зі стереозображень через її затінення чи загородження іншими точками сцени. Визначимо похибку погодження як абсолютну різницю яскравості пікселів стереозображень, тобто:

$$C(d(x_i,y_j)) = I_1(x_i,y_j) - I_2(x_i + d(x_i,y_j),y_j) \tag{3}$$

Розподіл похибки погодження подамо як суміш експоненційного та рівномірного законів розподілу:

$$P(C(d(x_i,y_j))\big|d(x_i,y_j),\gamma_i) = \begin{cases} \kappa e^{-\mu\left|C(d(x_i,y_j))\right|}, & \gamma_i = 1 \\ \dfrac{1}{N}, & \gamma_i = 0 \end{cases}, \tag{4}$$

де μ – коефіцієнт загасання експоненційного закону, похибка погодження $C(d(x_i,y_j))$ набуває дискретні значення $\{0,1,...N-1\}$, $\kappa = \dfrac{1-\exp(-\mu)}{1-\exp(-\mu N)}$ нормуючий множник.

Визначивши ймовірність того, що $P(\gamma_i=1)=\alpha$, розподіл похибки погодження можна записати так:

$$P(C(d(x_i,y_j))\big|d(x_i,y_j)) = \alpha\kappa e^{-\mu\left|C(d(x_i,y_j))\right|} + (1-\alpha)/N, \tag{5}$$

де α – відсоток пікселів зображення I_1, які видно на зображенні I_2.

2. Накладання обмежень на гладкість функції відмінності

Визначимо $\Delta d_g = d(x_i,y_j) - d(x_{i+g},y_{j+g})$ як різницю значень функції відмінності, для двох сусідніх пікселів. Подібно, як і при визначенні розподілу похибки погодження, подамо розподіл Δd_g як суміш експоненційного та однорідного законів розподілу. Для цього поставимо у відповідність кожному значенню Δd_g деяку бінарну змінну θ_g, яка визначає гладкість функції відмінності. Тоді модель суміші для Δd_g буде мати такий вигляд:

$$P(\Delta d_g\big|\theta_g) = \begin{cases} \eta e^{-\nu\left|\Delta d_g\right|}, & \theta_g = 1 \\ \dfrac{1}{L}, & \theta_g = 0 \end{cases}, \tag{6}$$

де ν – коефіцієнт загасання, $\left|\Delta d_g\right| \in \{0,1,\dots,L-1\}$, $\eta = \frac{1-\exp(-\nu)}{1-\exp(-\nu L)}$. Визначивши ймовірність $P(\theta_g = 1) = \beta$, розподіл (6) можна записати так:

$$P(\Delta d_g) = \beta\eta e^{-\nu\left|\Delta d_g\right|} + (1-\beta)/L. \tag{7}$$

3. Визначення функції відмінності як максиму апостеріорної ймовірності

Маючи два стереозображення I_1 та I_2, а також розподіли похибки (5) та різницевих значень (7) функції відмінності, необхідно знайти невідомі параметри цих розподілів α,β,μ,ν, а також саме значення функції відмінності $d(x,y)$, максимізуючи таку ймовірність:

$$P(d(x,y),\alpha,\beta,\mu,\nu \mid I_1,I_2) = \frac{P(I_1,I_2,d(x,y) \mid \alpha,\beta,\mu,\nu)P(\alpha,\beta,\mu,\nu)}{P(I_1,I_2)} \tag{8}$$

Розподіл $P(\alpha,\beta,\mu,\nu)$ можна вважати однорідним. Для визначення розподілу $P(I_1,I_2,d(x,y) \mid \alpha,\beta,\mu,\nu)$ спершу подамо його так:

$$P(I_1,I_2,d(x,y) \mid \alpha,\beta,\mu,\nu) = P(I_1,I_2 \mid d(x,y),\alpha,\mu)P(d(x,y) \mid \beta,\nu) \tag{9}$$

Припускаючи, що I_1 та I_2 не залежать від апріорних параметрів β та ν, отримуємо вираз для визначення $P(I_1,I_2 \mid d(x,y),\alpha,\mu)$:

$$P(I_1,I_2 \mid d(x,y),\alpha,\mu) = \prod_i P(C(d(x_i,y_j)) \mid d(x_i,y_j),\alpha,\mu). \tag{10}$$

Подібно одержуємо вираз для визначення $P(d(x,y) \mid \beta,\nu)$, припустивши, що D не залежить від параметрів α та μ,

$$P(d(x,y) \mid \beta,\nu) = \prod_g P(\Delta d_g \mid \beta,\nu), \tag{11}$$

підставивши (8) та (9) у (7), отримаємо:

$$P(I_1,I_2,d(x,y) \mid \alpha,\beta,\mu,\nu) = \prod_i P(C(d(x_i,y_j)) \mid d(x_i,y_j),\alpha,\mu)\prod_g P(\Delta d_g \mid \beta,\nu). \tag{12}$$

Отже, якщо задане значення $d(x,y)$, можна визначити параметри α та μ, а також β і ν, знайшовши максимум виразів (10) та (11) відповідно. Визначення параметрів α, β, μ, ν знаходженням максимуму виразу (12) при заданому початковому значенні функції відмінності $d(x,y)$, є класичним завданням алгоритму очікування/максимізації. Для цього спочатку знаходимо множину різницевих значень функції відмінності для визначених сусідніх пікселів:

$$L = \max_g\left\{\left|\Delta d_g\right|\right\} + 1. \tag{13}$$

Визначимо умовну ймовірність для бінарної змінної θ_g так

$$P(\theta_g = 1 \mid \Delta d_g,\beta,\nu) = \frac{\beta\eta e^{-\nu\left|\Delta d_g\right|}}{\beta\eta e^{-\nu\left|\Delta d_g\right|} + (1-\beta)/L}, \tag{14}$$

тоді значення параметрів β і ν отримуємо, знайшовши максимум $E_{\theta_g}(\log P(\Delta d_g,\theta_g \mid \beta,\nu))$, тобто:

$$E_{\theta_g}(\log P(\Delta d_g,\theta_g \mid \beta,\nu)) = \sum_g w_g \log P(\Delta d_g,\theta_g = 1 \mid \beta,\nu) +$$

$$(1-w_g)\ \log P(\Delta d_g,\theta_g = 0 \mid \beta,\nu) \tag{15}$$

$$= \sum_g w_g(\log(\beta\eta) - \nu\Delta d_g) + (1-w_g)\log\frac{1-\beta}{L}$$

Визначивши частинні похідні виразу (15) по β та ν і прирівнявши їх до нуля, знаходимо вирази для обчислення β:

$$\beta = \frac{1}{|g|}\sum_{g} w_g \, , \tag{16}$$

де $|g|$ – розмір множини g, і для ν відповідно з розв'язку такого рівняння :

$$\frac{1}{e^{\nu}-1} - \frac{1}{e^{\nu L}-1} = \frac{\sum_{g} w_g |\Delta d_g|}{\sum_{g} w_g}. \tag{17}$$

Визначаємо параметри α та μ аналогічно до параметрів β і ν. Для цього при заданому початковому значенні функції відмінності $d(x,y)$ визначаємо розмір множини можливих значень похибки погодження:

$$N = \max_{i}\{C(d(x_i, y_j))\} + 1 \tag{18}$$

Далі, здійснивши заміну змінних $(\beta, \nu, \eta, L, g, \Delta d_g)$ на $(\alpha, \mu, k, N, i, C(d(x_i, y_j)))$ у виразах (14), (16) та (17) знаходимо α та μ.

4. Визначення функції відмінності $d(x, y)$ при визначених параметрах α, β, μ, ν

Знаючи параметри α, β, μ, ν, функцію відмінності знаходять максимізацією виразу (9). Для зручності трансформуємо цю задачу в обернену задачу знаходження мінімуму, для цього прологарифмувавши ліву і праву частини виразу (12), отримаємо:

$$-\log P(I_1, I_2, d(x,y) \mid \alpha, \beta, \mu, \nu) = \sum_{i} -\log\left(\alpha k e^{-\mu|C(d(x_i, y_j))|} + \frac{(1-\alpha)}{N}\right) +$$

$$\sum_{g} -\log\left(\beta \eta e^{-\nu|\Delta d_g|} + \frac{(1-\beta)}{L}\right) \tag{19}$$

Задача мінімізації виразу (19) може бути здійснена за допомогою існуючих підходів, наприклад, методом перетину графів, динамічного програмування тощо.

Висновки

Отримано аналітичні залежності для розв'язання задачі погодження стереозображень знаходженням максимуму апостеріорної ймовірності для визначення параметрів випадкового марківського поля, за відомого значення функції відмінності, і виконано її перерахунок з метою уточнення.

1. Geman S. and Geman G. Stochastic Relaxation, Gibbs Distribuition and the Bayesian Restoration of Images // IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 6, pp. 721–741, 1984. 2. Szeliski R., Zabih R., Scharstein D., Veksler O., Kolmogorov V., Agarwala A., Tappen M. and Rother C.A Comparative Study of Energy Minimization Methods for Markov Random Fields // Proc. European Conf. Computer Vision, pp. 19-26, 2006. 3. Cheng L. and Caelli T. Bayesian Stereo Matching // Proc. Conf. Computer Vision and Pattern Recognition Workshop, pp. 192–192, 2004. 4. Boykov Y., Veksler O. and Zabih R. Fast Approximate Energy Minimization via Graph Cuts // IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 23, no. 11, pp. 1222–1239, Nov. 2001. 5. Hartley R.I. Theory and practice of projective rectification // TechnicalReport2538,INRIA, April1995 6. Laveau S. and Faugeras O. Oriented projective geometry for computer vision // InProc.ECCV, volume 1064 of LNCS, pages 147–156, 1996. 7. Kolmogorov V. and Zabih R. Computing Visual Correspondence with Occlusions Using Graph Cuts // Proc. Int'l Conf. Computer Vision, pp. 508–515, 2001. Sun 8. J., Shum H.-Y. and Zheng N.N. Stereo Matching Using Belief Progation // Proc. European Conf. Computer Vision, pp. 510–524, 2002.