

1. Holmes R.S., Smyth R.R., Speranza D. *Automated Mechanical Transmission Controls* // SAE Technical Paper Series, 1983. – № 831776. – 9 p. 2. Schwab M. *Electronic Control of a 4-Speed Automatic Transmission with Lock-Up Clutch* // SAE Technical Paper Series, 1984. – № 840448. – P. 85–93. 3. Гацук П.Н. *Энергетическая эффективность автомобиля*. – Львов: Свит, 1992. – 208 с. 4. Koralewski G. *Metodyka wyznaczania optymalnych momentów przełączania biegów przekładni hydromechanicznej w czasie rozpędzania samochodu* // Folia Societatis Lublinensis. – Vol. 5. – Nr 1. – Lublin, 1996. – S. 5–17. 5. Гацук П.М., Пельо Р.А. *Взаємозумовленість структури рядів передатних відношень та оптимальних законів перемикання ступеневої трансмісії автомобіля* // Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні: Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2004. – № 515. – С. 74–80. 6. Гацук П.М., Пельо Р.А. *Особенности оптимального переключения передач у багатоступеневій трансмісії автомобіля* // Вісник СНУ ім. В. Даля. – №7 (101). – Луганськ, 2006. – С.45–48. 7. Пельо Р.А. *Обґрунтування деяких властивостей автомата керування трансмісією автомобіля* // Зб. наук. праць. "Проектування, виробництво та експлуатація автотранспортних засобів і поїздів". – 2006. – Вип. 9. – С. 94–98. 8. Гацук П.М., Пельо Р.А. *Обґрунтування вибору програми перемикань в механічній трансмісії автомобіля при реалізації заданої програми руху* // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні: Український міжвід. наук.-техн. збірник. – Львів: Нац. ун-т "Львівська політехніка", 2007. – Вип. 41. – С. 73–80. 9. Гацук П.М., Пельо Р.А. *Аналіз перехідного процесу при автоматизованому перемиканні ступенів трансмісії автомобіля*. // Вісник Національного транспортного університету. – К.: НТУ, 2009. – Вип. 18. – С. 32–41.

УДК 621.825.5

В.М. Гелетій

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра деталей машин

ОСОБЛИВОСТІ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ З КВАЗІЦИКЛІЧНИМИ КООРДИНАТАМИ

© Гелетій В.М., 2010

Розглянуто питання комп'ютерного моделювання динамічних процесів механічних систем з квазіциклічними координатами, пов'язаних з рухом окремих елементів системи як твердого цілого. Запропонована процедура виключення квазіциклічних координат, що полегшує застосування комп'ютерних методів визначення власних частот і форм коливань і розв'язування інших задач динаміки таких систем.

Considered questions of computer design of dynamic processes of the mechanical systems with quasi-cyclic co-ordinates, separate elements of the system as hard unit related to motion. Offered procedure of exception of quasi-cyclic co-ordinates, which facilitates application of computer methods of determination of eigenfrequencies and forms of vibrations and untiing of other tasks of dynamics of such systems.

Постановка проблеми. У багатьох випадках математичні моделі динамічних процесів механічних систем, таких, наприклад, як вантажопідіймальні машини адекватно представляються як лінійні пружні системи, рух яких описується лінійними диференціальними рівняннями вигляду

$$A\ddot{Y} + CY = F, \quad (1)$$

де A , C – матриці інерційних і квазіпружних коефіцієнтів, Y і F – відповідно вектори-стовпці узагальнених координат і узагальнених сил. Інерційні і квазіпружні коефіцієнти та узагальнені сили можна визначити за формулами

$$a_{i,j} = \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_i \partial \dot{y}_j}, \quad a_{i,j} = \frac{\partial U}{\partial y_i \partial y_j}, \quad F_i = \frac{\partial \Pi}{\partial y_i}, \quad (2)$$

де T , U , Π – відповідно кінетична і потенціальна енергія системи, та потенціал (робота) активних сил як функцій узагальнених координат. Однак рівняння (1) не можуть розглядатися як рівняння малих коливань, оскільки узагальнені координати, пов'язані, наприклад, з кутом повороту грузового барабана або переміщенням візка визначають рух приводів цих механізмів як жорсткого цілого і, зрозуміло, не можуть розглядатися як малі переміщення. Це не дає змоги використовувати для дослідження динамічних процесів таких систем ефективні методи теорії лінійних коливань і відповідні комп'ютерні алгоритми.

Аналіз відомих досліджень та публікацій та постановка задачі. В роботах з дослідження динаміки механізму підйому вантажопідіймальних машин рух системи привід – вантаж представлявся як рух жорсткого цілого під дією залишкового моменту двигуна приводу і пружних коливань відносно цього руху. За узагальнену координату, яка визначає рух системи як жорсткого цілого, приймають кут повороту барабана грузової лебідки – φ . При цьому потенціальна енергія системи не залежить від φ .

Узагальнену координату, яка не входить явно до функції Лагранжа $L = T - U$, називають циклічною [2]. Зазвичай вона відповідає рівномірному руху. Поняття циклічної координати можна поширити і на системи, аналогічні тим, що розглядаються у цій роботі, коли функція Лагранжа залежить від цієї координати лінійно. У цьому випадку координата входить до функції Лагранжа у вигляді потенціалу узагальнених сил. Відповідна цій координаті узагальнена сила не залежить від неї, але не дорівнює нулю. Такі координати, згідно з визначенням [2], називаються квазіциклічними.

Наявність циклічної чи квазіциклічної координати пов'язана з появою нульової власної частоти коливання системи, що затруднює застосування ряду ефективних числових алгоритмів визначення власних частот і форм коливань, а також застосування методу головних координат для розв'язування задач про вимушені нестационарні коливання. При цьому у динамічних розрахунках найбільший інтерес становлять саме нециклічні (позиційні) координати, які визначають зусилля в пружних ланках. З рівнянь руху можна вилучити циклічні координати. В загальному випадку для консервативних систем це може бути виконано за допомогою метода Рауса [2]. Для лінійних систем циклічні і квазіциклічні координати можна вилучити шляхом певних перетворень рівнянь руху. У цій роботі запропонований загальний алгоритм розв'язку цієї проблеми.

Основний матеріал. Розглянемо дискретну лінійну недисипативну систему зі скінченним числом ступеней вільності, рух якої описується лінійними диференціальними рівняннями вигляду (1).

За наявності циклічних координат рівняння (1) можна подати за допомогою блочних матриць

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{Y}_1 \\ \ddot{Y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де Y_1 – вектор позиційних координат, Y_2 – вектор квазіциклічних координат.

Використовуючи властивості блочних матриць, з рівнянь (3) одержимо

$$A_{11} \ddot{Y}_1 + A_{12} \ddot{Y}_2 + C_{11} Y_1 = F_1 \quad (4)$$

$$A_{21} \ddot{Y}_1 + A_{22} \ddot{Y}_2 = F_2 \quad (5)$$

Визначивши з (5) \ddot{Y}_2 і підставивши в (4), одержимо рівняння, які містять лише позиційні координати або

$$A^1 \ddot{Y}_1 + C^1 Y_1 = F_1^1 \quad (7)$$

$$A^1 = (A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}), \quad C^1 = C_{11}, \quad F_1^1 = F_1 - A_{12}A_{22}^{-1}F_2 \quad (8)$$

Оскільки $A_{12} = A_{21}$, то і матриця A^1 симетрична.

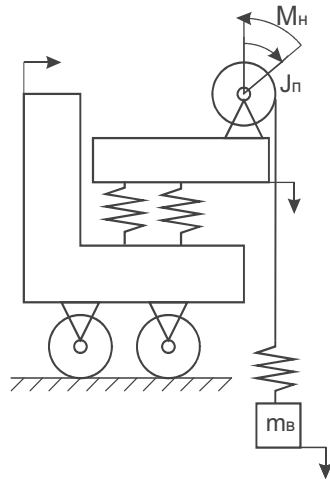
В окремому найпоширенішому випадку, коли є лише одна квазіциклічна координата y_n , процедура її вилучення спрощується. Інерційні і квазіпружні коефіцієнти та узагальнені сили відносно позиційних координат матимуть такий вигляд

$$a_{i,j}^1 = a_{i,j} - \frac{a_{i,n}a_{n,j}}{a_{n,n}}, \quad c_{i,j}^1 = c_{i,j}, \quad F_1^1 = F_1 - \frac{a_{i,n}}{a_{n,n}}F_n, \quad (9)$$

де $i = 1, 2, \dots, n-1, j = 1, 2, \dots, n-1$.

За допомогою одержаних формул можна послідовно вилучити декілька квазіциклічних координат, що в обчислювальному сенсі більш ефективно, ніж використання матричних перетворень, які включають процедуру обчислення оберненої матриці A_{22} . Тобто, алгоритм вилучення квазіциклічних координат являє собою формалізовану процедуру, яка легко реалізується в комп'ютерних програмах.

Запропонований алгоритм було використано для дослідження динамічних процесів вантажопідіймальної машини, розрахункову схему якої показано на рис. 1.



Розрахункова схема

Важливо зазначити, що наведені в роботі [3] розрахункові схеми аналогічних досліджень не містять координати, пов'язаної з обертанням барабана вантажної лебідки, а надлишковий момент електроприводу приводиться до вантажу за формулою:

$$F_n = \frac{m_B \cdot M_H}{(m_B \cdot r^2 + J_n)} \cdot i_n \quad (10)$$

де m_B – маса вантажу, M_H – надлишковий момент приводу, приведений до барабана, r – радіус барабана до осі каната, J_n – сумарний момент інерції елементів приводу, що обертаються, приведений до барабана, i_n – кратність поліспасти.

Таке приведення ґрунтується на припущенні, що коливання не впливають на рух приводу механізму підйому, а частотні характеристики системи не залежать від інерційних параметрів приводу. Похибка, яка при цьому виникає, залежить від відношення приведенного момента інерції вантажу до сумарного момента інерції приводу.

У випадку двомасової розрахункової схеми відносна похибка квадрата власної частоти дорівнює

$$\delta\omega^2 = \frac{m_B}{(m_B \cdot r^2 + J_n)}$$

При існуючих співвідношеннях $m_B / (m_B r^2 + J_n)$, характерних для механізмів підйому кранів, похибка визначення частот власних коливань крану при використанні формули (10) незначна, однак при інших співвідношеннях m_B і J_n вона може виявитись істотною.

Висновки. Моделювання динамічних процесів механічних систем з квазіциклічними координатами, пов'язаних з рухом окремих елементів системи як твердого цілого, пов'язане з рядом проблем використання ефективних методів теорії лінійних коливань і відповідних комп'ютерних алгоритмів. Запропоновано процедуру вилучення квазіциклічних координат, що полегшує застосування комп'ютерних методів визначення власних частот і форм коливань і розв'язування інших задач динаміки таких систем. Наведено оцінку похибки використання традиційних спрощених підходів порівняно з точним розв'язком.

1. Алямовский А.А. *SolidWorks 2007/2008. Компьютерное моделирование в инженерной практике* / А.А. Алямовский, А.А. Собачкин, Е.В. Одинцов, А.И. Харитонов, Н.Б. Пономарев. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008. – 1040 с. 2. Лурье А.И. *Аналитическая механика*. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с. 3. Вейц В.Л., Качура А.Е., Мартиненко А.М. *Динамические расчеты приводов машин*. – Л.: Машиностроение. 1971. – 353 с. 4. Гелетій В.М. *Комп'ютерне моделювання і визначення фактичних навантажень довгомірних металокопункцій з гнучкими елементами* // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка" "Динаміка, міцність та проектування машин і приладів". – 2008. – № 614. – С. 112–115.