

На рис. 4 показано основні етапи будівництва моста: вигляд змонтованих збірних балок зверху (рис. 4, а) і знизу (рис. 4, б), армування монолітної залізобетонної плити мостового полотна (рис. 4, в), підвісна опалубка для бетонування плити мостового полотна (рис. 4, г) закінчена несуча конструкція збірно-монолітної балково-нерозрізної прольотної будови (рис. 4, д, е).

### Висновки

1. Відновлення зруйнованих повенями і будівництво нових мостів на місцевих дорогах повинно вестись на відповідному інженерно-технічному рівні як споруд постійного типу, надійних і довговічних, стійких проти повеневих руйнувань. Розроблені системи збірно-монолітних мостів цілком відповідають цим вимогам і враховують сучасні тенденції масового мостобудівництва.

2. У нормах проектування мостів необхідно передбачити окремі типи мостів для немагістральних (місцевих) вулиць сільських населених пунктів і позакатегорійних місцевих доріг з обмеженою перспективною інтенсивністю руху з аналогічними до розроблених експлуатаційними показниками, а також для розрахунку таких мостів ввести в норми проектування нормовані тимчасові навантаження А8 і НГ-60, які були в нормах СНіП 2.05.03-84 і необґрунтовано вилучені з ДБН В.2.3-14: 2006.

3. Застосування збірних залізобетонних балок у комплексі з монолітною залізобетонною плитою і замоноліченими надопорними стиками рамних або нерозрізних балкових систем дає змогу не тільки спростити конструктивні рішення прольотних будов, але і скоротити терміни будівництва мостів.

1. Кваша В.Г., Рачкевич В.С., Салійчук Л.В. *Реконструкція автодорожнього моста з підсиленням фундаментів аварійних опор* // Вісник “Резерви прогресу в архітектурі і будівництві”. – Львів, 1994. – № 278. – С. 38–43. 2. Ониськів Б.М., Сорока Я.В., Канюк В.М. Конструктивні особливості фундаментів опор мостів на передгірських ділянках рік Прикарпаття // Вісник “Теорія і практика будівництва”. – Львів, 2006. – № 562. – С. 72–77.

УДК 624.072.23

Ю.П. Китов, Г.Л. Ватуля

Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, г. Харьков

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ И ПЕРИОДОВ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ КОМБИНИРОВАННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

© Китов Ю.П., Ватуля Г.Л., 2010

**Висвітлено питання раціоналізації конструкції статично невизначеної сталебетонної шпренгельної балки. Включення шпренгеля в роботу балки є ефективним засобом для збільшення її несучої здатності, жорсткості і у багатьох випадках економічності.**

**Ключові слова:** сталебетонна балка, несуча здатність, жорсткість, раціональна конструкція.

**The authors provide the researchers in order to obtain the rational structure of statically indeterminate steel concrete trussed beam. The tie rod insertion is very efficient in increasing of structure capacity, rigidity and in many cases economy.**

**Keywords:** steel concrete beam, carrying capacity, rigidity, rational structure.

Введение. В практике проектирования и строительства транспортных искусственных сооружений все чаще в качестве элементов пролетных строений используются комбинированные конструкции, в частности сталебетонные и сталежелезобетонные. При проектировании подобных конструкций значительное внимание уделяется поиску рациональных расчетных схем, то есть оптимальному проектированию, что позволяет значительно улучшить показатели материалаомкости, стоимости и трудоемкости возводимых конструкций.

Отдельной задачей поиска рационального решения комбинированных конструкций является определение частот собственных колебаний. Поэтому исследования, направленные на решение таких задач, с доведением их до практического применения, являются актуальными.

**Постановка задачи.** Рассмотрим шпренгельную балку (рис. 1, а) длиной 16 м, в которой верхний пояс выполнен из двутавра № 24, а нижний пояс, шпренгель, – из двух уголков  $125 \times 125 \times 10$  (раскосы) и двух уголков  $100 \times 100 \times 10$  (стойки). Балка загружена равномерно распределенной в верхнем поясе нагрузкой.

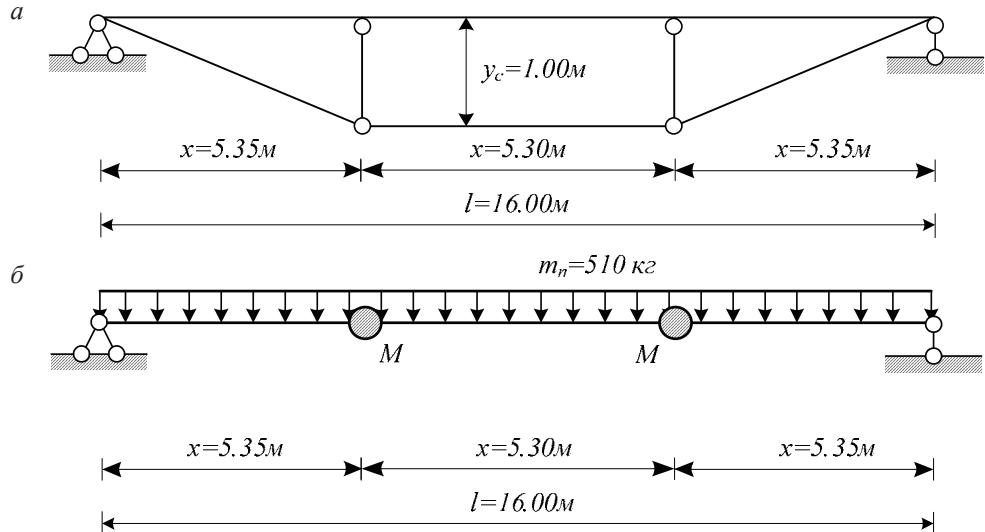


Рис. 1. Конструкция комбинированной балки

Для определения частот или периодов собственных колебаний представим шпренгельную балку в виде балки с распределенной массой и двумя сосредоточенными массами в местах расположения стоек шпренгеля (рис. 1, б). Определим величины этих масс:

приведенная масса

$$m_n = \frac{q}{g} = \frac{5 \times 10^3}{9.81} = 510 \text{ кг}$$

точечная масса

$$M = m_4 \cdot 1 + m_3 \cdot 2.65 + m_2 \cdot 2.72 = 30.2 + 101.23 + 103.904 = 235.334 \text{ кг},$$

где  $q$  – интенсивность распределенной нагрузки;

$m_2, m_3, m_4$  – масса элементов шпренгеля (раскосов и стоек).

Приведенная жесткость балки может быть определена из условия равенства прогибов посередине пролета шпренгельной и принимаемой балки, от постоянной нагрузки

$$\Delta_{1f}^{\delta} = \Delta_{1f}^{u}, \quad (1)$$

$$\text{где } \Delta_{1f}^{\delta} = \frac{5q\ell^4}{384EI_{np}}, \quad \Delta_{1f}^{u} = \frac{5q\ell^4}{384EI_1} \left[ 1 - \frac{4}{5} \frac{(3\ell^2 - 4x^2)(\ell^3 - 2\ell x^2 + x^3)}{C\ell^4} \cdot y_c \right].$$

Определим приведенный момент инерции балки

$$I_{np} = \frac{I_1}{1 - \frac{4}{5} \frac{(3\ell^2 - 4x^2)(\ell^3 - 2\ell x^2 + x^3)}{C\ell^4}} = 112650 \text{ см}^4.$$

Задачу по определению частот колебаний будем решать методом начальных параметров [1]. При  $x = 0$  начальные параметры будут равны

$$y_0 = 0, \varphi_0 \neq 0, M_0 = 0, Q_0 \neq 0.$$

Неизвестные начальные параметры определяются из условий закрепления концов балки при  $x = \ell = 16\text{ м}$ ,  $y_\ell = 0$ ,  $M_\ell = 0$ .

Запишем выражения для прогиба и изгибающего момента, заменив частоты вынужденных колебаний  $\theta$  на частоты собственных колебаний системы  $\omega$

$$y_x = \varphi_0 \frac{B_x}{K} + Q_0 \frac{D_x}{EI_{np} K^3} + \frac{\omega^2}{EI_{np} K^3} M \cdot y_d D_{x-d} + \frac{\omega^2}{EI_{np} K^3} M \cdot y_{\ell-d} D_{x-(\ell-d)} \quad (2)$$

$$M_x = \varphi_0 D_x EI_{np} K + Q_0 \frac{B_x}{K} + \frac{\omega^2}{K} M \cdot y_d B_{x-d} + \frac{\omega^2}{K} M \cdot y_{\ell-d} B_{x-(\ell-d)}, \quad (3)$$

где  $B_x, D_x$  – функции влияния;  $y_d, y_{\ell-d}$  – амплитуда прогиба сечения в месте расположения сосредоточенных масс  $M$

$$K = \sqrt[4]{\frac{m_1 \omega^2}{EI_{np}}}. \quad (4)$$

Преобразуем выражения (2) и (3), исключив из них частоты собственных колебаний

$$\omega^2 = \frac{K^4 EI_{np}}{m_1} \quad (5)$$

Кроме того, запишем выражения для амплитуд прогибов  $y_d, y_{\ell-d}$

$$y_d = \varphi_0 \frac{B_d}{K} + Q_0 \frac{D_d}{EI_{np} K^3}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} y_{\ell-d} &= \varphi_0 \frac{B_{\ell-d}}{K} + Q_0 \frac{D_{\ell-d}}{EI_{np} K^3} + K \frac{M}{m_1} \cdot y_d \cdot D_{\ell-2d} = \\ &= \varphi_0 \left( \frac{B_{\ell-d}}{K} + \frac{M}{m_1} \cdot B_d \cdot D_{\ell-2d} \right) + Q_0 \left( \frac{D_{\ell-d}}{EI_{np} K^3} + \frac{M}{m_1} \frac{D_d \cdot D_{\ell-d}}{EI_{np} K^2} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Теперь с учетом выражений (6) и (7) перепишем выражения (2) и (3)

$$\begin{aligned} y_x &= \varphi_0 \left( \frac{B_x}{K} + \frac{M}{m_1} B_d D_{x-d} + \frac{M}{m_1} B_{\ell-d} D_{x-(\ell-d)} + K \frac{M^2}{m_1^2} B_d D_{x-(\ell-d)} \cdot D_{\ell-2d} \right) + \\ &+ Q_0 \left( \frac{D_x}{EI_{np} K^3} + \frac{M}{m_1} \frac{D_d \cdot D_{x-d}}{EI_{np} K^2} + \frac{M}{m_1} \frac{D_{\ell-d} \cdot D_{x-(\ell-d)}}{EI_{np} K^2} + \frac{M^2}{m_1^2} \frac{D_d \cdot D_{\ell-2d} \cdot D_{x-(\ell-d)}}{EI_{np} K} \right); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} M_x &= \varphi_0 (D_x EI_{np} K + \frac{M}{m_1} EI_{np} K^2 B_d B_{x-d} + \frac{M}{m_1} EI_{np} K^2 B_{\ell-d} B_{x-(\ell-d)} + \\ &+ \frac{M^2}{m_1^2} EI_{np} K^3 B_d D_{\ell-2d} B_{x-(\ell-d)}) + Q_0 \left( \frac{B_x}{K} + \frac{M}{m_1} \cdot D_d \cdot B_{x-d} + \right. \\ &\left. + \frac{M}{m_1} \cdot D_{\ell-d} \cdot B_{x-(\ell-d)} + K \frac{M^2}{m_1^2} \cdot D_d \cdot D_{\ell-2d} \cdot B_{x-(\ell-d)} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

Для начальных параметров, в случае, когда  $x = \ell$ , приравниваем выражения (8) и (9) к нулю. Получаем однородные уравнения. Отличное от нуля решение может быть получено при равенстве нулю определителя из коэффициентов при  $\varphi_0$  и  $Q_0$ .

Методом последовательных приближений найдем решение полученного трансцендентного уравнения [2]. Определим некоторые из входящих величин

$$EI_{np} = 2,06 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 112650 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-3} = 232059 \text{ кНм}^2, \quad \frac{M}{m_1} = \frac{235,334}{510} = 0,461 \quad \frac{M^2}{m_1^2} = 0,213$$

Раскроем определитель

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{B_\ell}{K} + \frac{M}{m_1} (B_d D_{\ell-d} + B_{\ell-d} D_d) + \frac{M^2}{m_1^2} K B_d D_d D_{\ell-2d} \right]^2 - \\ & - \left( D_\ell + 2 \frac{M}{m_1} K B_d B_{\ell-d} + \frac{M^2}{m_1^2} K^2 B_d^2 D_{\ell-2d} \right) \times \\ & \times \left( \frac{D_\ell}{K^2} + 2 \frac{M}{m_1} \frac{D_d D_{\ell-d}}{K} + \frac{M^2}{m_1^2} D_d^2 D_{\ell-2d} \right) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Первое приближение: задаемся значением  $K = 0,144 \frac{1}{M}$ . Тогда  $K\ell = 0,144 \cdot 16 = 2,30$ ;

$$Kd = 0,144 \cdot 5,35 = 0,77; K(\ell-d) = 0,144 \cdot 10,65 = 1,53; K(\ell-2d) = 0,144 \cdot 5,30 = 0,76.$$

По этим аргументам определяем значение функций влияния:  $B_\ell = 2,84133$ ;  $D_\ell = 2,09562$ ;  $B_d = 0,77248$ ;  $D_d = 0,07691$ ;  $D_{\ell-2d} = 0,07409$ ;  $B_{\ell-d} = 1,60015$ ;  $D_{\ell-d} = 0,60160$ .

Проверим сходимость уравнения (10)

$$400,10262 - 2,26132 \times 101,35819 = 170,89952 \neq 0.$$

Второе приближение: задаемся значением  $K = 0,125 \frac{1}{M}$ . Тогда  $K\ell = 0,125 \cdot 16 = 2$ ;

$$Kd = 0,125 \cdot 5,35 = 0,67; K(\ell-d) = 0,125 \cdot 10,65 = 1,33; K(\ell-2d) = 0,125 \cdot 5,30 = 0,66.$$

$B_\ell = 2,26808$ ;  $D_\ell = 1,35828$ ;  $B_d = 0,67152$ ;  $D_d = 0,05084$ ;  $D_{\ell-2d} = 0,04873$ ;  $B_{\ell-d} = 1,36514$ ;  $D_{\ell-d} = 0,39466$ .

Проверим сходимость уравнения (10)

$$334,84808 - 1,46452 \times 87,07794 = 207,32033 \neq 0.$$

Третье приближение: задаемся значением  $K = 0,225 \frac{1}{M}$ . Тогда  $K\ell = 0,225 \cdot 16 = 3,6$ ;

$$Kd = 0,225 \cdot 5,35 = 1,20; K(\ell-d) = 0,225 \cdot 10,65 = 2,40; K(\ell-2d) = 0,225 \cdot 5,30 = 1,19.$$

$B_\ell = 8,92147$ ;  $D_\ell = 9,36399$ ;  $B_d = 1,22075$ ;  $D_d = 0,28871$ ;  $D_{\ell-2d} = 0,28206$ ;  $B_{\ell-d} = 3,07085$ ;  $D_{\ell-d} = 2,39537$ .

Проверим сходимость уравнения (10)

$$1714,99432 - 787,07862 \times 187,80660 = -146103,5663 \neq 0.$$

Четвертое приближение: задаемся значением  $K = 0,175 \frac{1}{M}$ . Тогда  $K\ell = 0,175 \cdot 16 = 2,8$ ;

$$Kd = 0,175 \cdot 5,35 = 0,94; K(\ell-d) = 0,175 \cdot 10,65 = 1,86; K(\ell-2d) = 0,175 \cdot 5,30 = 0,93.$$

$B_\ell = 4,26346$ ;  $D_\ell = 3,92846$ ;  $B_d = 0,94628$ ;  $D_d = 0,13970$ ;  $D_{\ell-2d} = 0,13517$ ;  $B_{\ell-d} = 2,04754$ ;  $D_{\ell-d} = 1,09022$ .

Проверим сходимость уравнения (10)

$$623,53845 - 4,24745 \times 129,07923 = 75,28073 \neq 0.$$

Пятое приближение: задаемся значением  $K = 0,2 \frac{1}{M}$ . Тогда  $K\ell = 0,2 \cdot 16 = 3,2$ ;

$$Kd = 0,2 \cdot 5,35 = 1,07; K(\ell-d) = 0,2 \cdot 10,65 = 2,13; K(\ell-2d) = 0,2 \cdot 5,30 = 1,06.$$

$B_\ell = 6,09375$ ;  $D_\ell = 6,15212$ ;  $B_d = 1,09190$ ;  $D_d = 0,20561$ ;  $D_{\ell-2d} = 0,20008$ ;  $B_{\ell-d} = 2,49961$ ;  $D_{\ell-d} = 1,65285$ .

Проверим сходимость уравнения (10)

$$994,26345 - 6,66728 \times 155,37148 = -41,64191 \neq 0.$$

Шестое приближение: задаемся значением  $K = 0,1875 \frac{1}{M}$ . Тогда  $K\ell = 0,1875 \cdot 16 = 3,00$  ;  
 $Kd = 0,1875 \cdot 5,35 = 1,00$  ;  $K(\ell - d) = 0,1875 \cdot 10,65 = 2,00$  ;  $K(\ell - 2d) = 0,1875 \cdot 5,30 = 0,99$  .  
 $B_\ell = 5,07949$  ;  $D_\ell = 4,93837$  ;  $B_d = 1,00833$  ;  $D_d = 0,16686$  ;  $D_{\ell-2d} = 0,16233$  ;  $B_{\ell-d} = 2,26808$  ;  
 $D_{\ell-d} = 1,35828$ .

Проверим сходимость уравнения (10)

$$778,27349 - 5,34407 \times 141,58463 = 21,63505 \neq 0.$$

Седьмое приближение: задаемся значением  $K = 0,1925 \frac{1}{M}$ . Тогда  $K\ell = 0,1925 \cdot 16 = 3,08$  ;  
 $Kd = 0,1925 \cdot 5,35 = 1,03$  ;  $K(\ell - d) = 0,1925 \cdot 10,65 = 2,05$  ;  $K(\ell - 2d) = 0,1925 \cdot 5,30 = 1,02$  .  
 $B_\ell = 5,46311$  ;  $D_\ell = 5,40162$  ;  $B_d = 1,03986$  ;  $D_d = 0,18347$  ;  $D_{\ell-2d} = 0,17793$  ;  $B_{\ell-d} = 2,35530$  ;  
 $D_{\ell-d} = 1,46882$ .

Проверим сходимость уравнения (10)

$$857,58258 - 5,84885 \times 147,0601238 = -2,5499 \approx 0.$$

Определим частоту собственных колебаний

$$\omega = K^2 \sqrt{\frac{EI_{np}}{m_1}} = 0,1925^2 \sqrt{\frac{232059 \cdot 9,81}{5}} = 25 \frac{1}{c}.$$

Период собственных колебаний системы

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,25 \text{ c} < 0,45 \text{ c по СНиП}.$$

**Выводы.** Таким образом, результаты первой частоты собственных колебаний и их периода, полученные по предложенной методике для систем с бесконечной степенью свободы, совпадают с аналогичными данными, полученными по методике СНиП [3].

При поиске рациональной конструкции, кроме соблюдения условий прочности, должны выполняться условия устойчивости и жесткости, а также конструктивные ограничения и ограничения на расчетные периоды собственных колебаний. Оптимизационная задача решается в два этапа. На первом этапе находят наилучшую конструкцию, при учете только локальных ограничений, на втором – только глобальных [4].

Однако, так как полученные значения частот и периодов собственных колебаний предложенной комбинированной конструкции меньше приведенных в СНиП, поиск оптимального решения считаем завершенным.

1. Безухов Н.И. Динамика сооружений в примерах и задачах. – М.: Стройиздат, 1947. – 200 с.
2. Бутенко Ю.И. Строительная механика. – К.: Вища школа, 1989. 3. СНиП 2.05.03 – 84. Мосты и трубы. – 181 с.
4. Китов Ю.П., Ватуля Г.Л. Оптимизация статически определимых балок пролетных строений пешеходных мостов // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. Вып. 39. – Техника, 2002. – С. 125–130.