УДК 330.43+336.764.2

Н.Л. Іващук
Національний університет “Львівська політехніка”

МОДЕЛЮВАННЯ ЦІН ОПЦІОНІВ З ФІКСОВАНОЮ ЦІНОЮ БАЗОВОГО АКТИВУ ТА ФІКСОВАНИМ ВАЛЮТНИМ КУРСОМ

Розроблено метод визначення цін опціонів з фіксованою ціною базового активу та фіксованим валютним курсом для випадку, коли параметри змінності базових активів мають стохастичний характер. Окрім того, розраховано ціни цих опціонів з використанням розроблених моделей, а також здійснено дослідження впливу деяких факторів на формування цін таких похідних інструментів. Отримані результати наведено у табличному та графічному виглядах.

In article the method of calculation of the prices options with the fixed price of an underlying asset and the fixed rate of exchange for a case when the parameters of an underlying asset volatility have stochastic character is developed. Except for it the prices of these options with use of the deve-loped models are designed, and also research of influence of some factors on formation of such derivative prices is made. The received results are submitted in the tabulared and graphic form.

Постановка проблеми та її зв’язок з важливими науковими та практичними завданнями. Опціони є предметами обігу як біржового, так і позабіржового сектора фондового ринку. Вони є привабливими для інвесторів фінансовими інструментами, як для тих, котрі намагаються обмежити ризик, так і для тих, котрі шукають можливості отримати дохід. Однак головною проблемою при здійсненні операцій з опціонами є правильне встановлення їхньої ціни. Для визначення цін опціонів використовуються різні моделі, які ґрунтуються на двох базових моделях – дискретній моделі біноміального дерева та неперервній моделі Блека-Шоулса. Кожна з моделей містить припущення, які не завжди збігаються з тенденціями на реальному фондовому і строковому ринках. Зокрема припускається, що деякі параметри опціонів не змінюються у часі. У зв’язку з цим появилася необхідність розробки нового інструментарію, який би наближав наші моделі до реальних процесів, що спостерігаються як на ринку опціонів, так і на ринку базового активу. Зокрема, необхідно врахувати той факт, що параметр змінності ціни базового активу у довших періодах часу не є сталою величиною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв’язання даної проблеми. Опціони з фіксованою ціною базового активу та фіксованим валютним курсом, відомі ще як опціони типу quanto (quantity-adjusting options), були створені з метою подолання проблеми валютного ризику. Ці деривативи почали досліджувати ще у 1993 році Д.Беббель та К.Лоуренс [1].

Опціони quanto надають їхнім утримувачам право на купівлю або продаж деякої кількості іноземних цінних паперів за узгодженою ціною та право на купівлю або продаж валюти за наперед визначеним курсом виконання у певний момент (або проміжок) часу. Такі деривативи страхують їхнього власника не тільки від ризику валютного курсу, але й від ризику змін ціни базового активу.

Досліджуючи у 1995 році ефективність хеджингових інструментів Т. Го, Т. Степлтон і М. Субраман’ям показали, що опціони типу quanto з правом продажу забезпечують кращий захист зверху (щодо ціни та курсу), ніж стандартні опціони продажу, оскільки вони враховують ефект кореляції між обмінним курсом та ціною іноземного активу [1]. За аналогією можна стверджувати, що опціони quanto з правом купівлі забезпечують кращий захист знизу (щодо ціни та курсу), ніж стандартні опціони купівлі. Отже, стандартні опціони на іноземні активи або на обмінні курси є менш ефективними, а тому дорожчими інструментами порівняно з опціонами quanto. У 1992 р.

Е. Рейнер здійснив оцінювання опціонів quanto та описав способи їх хеджування. 1993 року Д. Річардсон та Т. Сан застосували метод оцінювання таких деривативів для визначення цін варантів, виставлених на фондовий індекс Nikkei, і здійснили тестування цієї формули на актуальних ринкових даних. Дж. Гуанґ, М. Субраман'ям та Ґ. Йу у 1995 році запропонували спосіб оцінювання опціонів quanto американського стилю виконання [2]. Всі названі результати були отримані за стандартних припущень моделі Блека–Шоулса. Однак для врахування випадкового характеру параметра змінності ціни базового активу можна скористатися методами стохастичного аналізу.

Серед стохастичних методів найбільш популярними є стохастичні процеси Леві, Гаусса-Вінера, Маркова, Бесселя, метод мартингалів та інші. Зокрема стохастичні процеси Леві використовувалися у дослідженнях таких вчених: Г. Альбрехер і М. Предота [3], які дослідили межі цін та здійснили апроксимацію цін дискретних азіатських опціонів за допомогою Gamma дисперсійних моделей; П. Карр і Л. Ву [4], які застосували нестаціонарні процеси Леві для визначення цін опціонів; Дж. Дуан та Дж. Сімонато [5] адаптували метод апроксимації ланцюгами Маркова до моделі GARCH з метою визначення цін американських опціонів; Дж. Ціцікліс і Б. Ванрой [6] розробили метод оптимальної зупинки для марківських моделей фінансових деривативів із великою кількістю змінних; Дж. Нунс [7] описав процес моделювання цін бар'єрних опціонів, виставлених на ставку LIBOR, за допомогою Гауссівської багатофакторної моделі типу Heath-Jarrow-Morton; Г. Ґеман та В. Йор [8] розробили метод оцінювання азіатських опціонів, який ґрунтується на стохастичних процесах Бесселя та інші.

Цілі статті. Метою дослідження є розробка нового методу визначення цін європейських опціонів з фіксованою ціною базового активу та фіксованим валютним курсом, враховуючи стохастичний характер параметрів змінності базових активів.

Основний матеріал дослідження. Припустимо, що задовольняються усі припущення моделі Блека–Шоулса за винятком того, що відповідні дисперсії $\sigma_1^2,\ldots,\sigma_n^2$ цін базових активів повинні бути сталими. Щодо цих параметрів зробимо загальніше припущення, ніж у класичній моделі Блека-Шоулса, а саме, *припустимо, що дисперсія* σ_j^2 *ціни* j*-го базового активу* I_j *не є фіксованою величиною, а залежить від деякої випадкової змінної* $Y_j \in (0,+\infty)$ *з логарифмічно-нормальним розподілом* $\ln Y_j \sim \mathrm{N}\left(m_j,\delta_j^2\right)$. Цю залежність охарактеризуємо так: *вважаємо, що ціна* j*-го базового активу* $I_j(\tau)$ *визначається через стандартний процес Гаусса–Вінера* $W_j(\tau)$ *у такому модифікованому вигляді:*

$$I_j\left(\tau,r,g_j,\sigma_j\right)=Y_jI_j(T)\exp\left(\left(r-g_j-\frac{\sigma_j^2}{2}\right)\tau+\sigma_jW_j(\tau)\right),\quad j=1,\ldots,n,$$

де T – момент погашення опціону; g_j – фіксована дохідність базового активу $I_j(\tau)$; $\tau=T-t$ – час до погашення опціону; r – фіксована відсоткова ставка без ризику; σ_j – стандартне відхилення (змінність) ціни базового активу $I_j\left(\tau,r,g_j,\sigma_j\right)$.

Зрозуміло, що у випадку $Y_j=const$ ми отримуємо модель Блека-Шоулса. Нашою найближчою метою є знаходження формул оцінювання опціонів з фіксованою ціною базового активу та фіксованим валютним курсом, тобто опціонів, які мають два базові активи, що описуються процесами $I_1\left(\tau,r,g_1,\sigma_1\right)$, $I_2\left(\tau,r,g_2,\sigma_2\right)$.

Функції виплати *опціону quanto*, виражені в *іноземній* валюті, мають вигляд:

– для опціонів з правом купівлі:

$$payoff_{call}=\max\left[I_1-K_f,0\right];$$

– для опціонів з правом продажу:

$$payoff_{put} = \max\left[K_f - I_1, 0\right],$$

де I_1 – ціна іноземної акції у момент реалізації опціону, в іноземній валюті; K_f – ціна виконання опціону, виражена в іноземній валюті.

Припустимо, що обмінний курс I_2, виражений у *вітчизняній* валюті за одиницю іноземної валюти, підпорядковується стохастичному процесу зі ставкою доходу g_2, що дорівнює закордонній відсотковій ставці без ризику r_f, тобто $r_f = g_2$. Тоді обмінний валютний курс I_2 у момент реалізації опціону для фіксованого параметра змінності можна обчислювати як розв'язок стохастичного рівняння Блека-Шоулса:

$$I_2\left(\tau, r, r_f, \sigma_2\right) = I_2 \exp\left[\left(r - r_f + \sigma_2^2/2\right)\tau + \sigma_2 W_2\left(\tau\right)\right],$$

де r – фіксована вітчизняна відсоткова ставка без ризику; r_f – фіксована закордонна відсоткова ставка без ризику; I_2 – обмінний валютний курс; σ_2 – фіксована змінність валютного курсу.

Отже, для випадку стохастичної змінності валютного курсу, його значення у момент реалізації опціону можемо записати у такому вигляді:

$$I_{2S}\left(\tau\right) = I_2 \exp\left(m_2 + \frac{\delta_2^2}{2}\right)\exp\left[\left(r - r_f + \frac{\upsilon_2^2}{2}\right)\tau + W_2\left(\tau\right)\upsilon_2\right], \qquad \upsilon_2^2 = \sigma_2^2 + \frac{\delta_2^2}{\tau}. \tag{1}$$

Обмінний валютний курс (1) подано як кількість вітчизняної валюти, яку треба заплатити за одиницю іноземної валюти. Очевидно, що валютний курс можна також подати як кількість іноземної валюти за одиницю вітчизняної валюти. Нехай $I'_{2S}\left(\tau\right)$ є оберненою функцією до $I_{2S}\left(\tau\right)$. Тоді обернений валютний курс можна описати як: $I'_{2S}\left(\tau\right) = I_2 \exp\left[\left(-r + r_f - \sigma_2^2/2\right)\tau - \sigma_2 W_{-2}\left(\tau\right)\right]$, де $W_{-2}\left(\tau\right) = -W_2\left(\tau\right)$ – процес Ґаусса–Вінера, обернений до процесу $W_2\left(\tau\right)$ з (1), $I'_{2S} = 1/I_{2S}$ – обернений валютний курс. Використовуючи обернений валютний курс, потрібно врахувати, що коефіцієнт кореляції між ним та ціною іноземної акції набуде протилежного значення, тобто $\left(-\rho\right)$.

Функції виплати *опціону quanto*, виражені у *вітчизняній* валюті, записуються так:

– опціон купівлі:

$$payoff_{call}^{dom} = \bar{I}_2 \max\left[I_1 - K_f, 0\right]; \tag{2}$$

– опціон продажу:

$$payoff_{put}^{dom} = \bar{I}_2 \max\left[K_f - I_1, 0\right], \tag{3}$$

де $\bar{I}_2$ – наперед узгоджений валютний курс, виражений у вітчизняній валюті.

Як бачимо, у цьому опціоні з'являються два базові активи, а саме валютний курс і ціна іноземної акції. Для того, щоб оцінити опціон quanto з функцією виплати (2) – (3), необхідно конвертувати виплату у вітчизняній валюті в іноземну валюту. Це пов'язано з тим, що опціон quanto хеджується в іноземній валюті. А тому виплата за ним в іноземній валюті буде добутком виплати (2)–(3) та оберненого валютного курсу I'_2:

– для опціонів з правом купівлі:

$$PQT_{call}^{S} = \bar{I}_2 I'_{2S} \max\left[I_1 - K_f, 0\right];$$

– для опціонів з правом продажу:

$$PQT_{put}^{S} = \bar{I}_2 I'_{2S} \max\left[K_f - I_1, 0\right].$$

Звідси, через умовне математичне сподівання знаходимо формулу для обчислення вираженої в *іноземній* валюті ціни *опціонів quanto* за фіксованої змінності ціни акції та валютного курсу:

– для опціонів з правом купівлі

$$QTO_{call}^{F}=\overline{I}_2 I_2'\Big\{I_1\exp\Big[\big(r_f-g_1-r-\rho\sigma_1\sigma_2\big)\tau\Big]N\Big[d_{1f}-\rho\sigma_2\sqrt{\tau}\Big]-$$
$$-K_f\exp\big[-r\tau\big]N\Big[d_f-\rho\sigma_2\sqrt{\tau}\Big]\Big\},\qquad(4)$$

– для опціонів з правом продажу

$$QTO_{put}^{F}=\overline{I}_2 I_2'\Big\{K_f\exp\big[-r\tau\big]N\Big[-\big(d_f-\rho\sigma_2\sqrt{\tau}\big)\Big]-$$
$$-I_1\exp\Big[\big(r_f-g_1-r-\rho\sigma_1\sigma_2\big)\tau\Big]N\Big[-\big(d_{1f}-\rho\sigma_2\sqrt{\tau}\big)\Big]\Big\}\qquad(5)$$

$$d_f=\frac{\ln\big(I_1/K_f\big)+\big(r_f-g_1-\sigma_1^2/2\big)\tau}{\sigma_1\sqrt{\tau}},\qquad d_{1f}=d_f+\sigma_1\sqrt{\tau},$$

де g_1 – ставка доходу іноземної акції; σ_1 – фіксована змінність ціни іноземної акції; $\tau=T-t$ – час до погашення опціону; $\rho=\rho\left(I_1,I_2\right)$ – коефіцієнт кореляції між іноземною акцією та обмінним валютним курсом.

Далі, для випадку стохастичної змінності ціни акції та валютного курсу, з формул (4) – (5) отримуємо такі формули оцінювання:

– опціонів з правом купівлі

$$QTO_{call}^{S}=\overline{I}_2 I_2'\left\{I_1\exp\left(m_1+\frac{\delta_1^2}{2}\right)\exp\Big[\big(r_f-g_1-r-\overline{\rho}\upsilon_1\upsilon_2\big)\tau\Big]N\Big[\overline{d_{1f}}-\overline{\rho}\upsilon_2\sqrt{\tau}\Big]-\right.$$
$$\left.-K_f\exp\big[-r\tau\big]N\Big[\overline{d_f}-\overline{\rho}\upsilon_2\sqrt{\tau}\Big]\right\},\qquad(6)$$

– опціонів з правом продажу

$$QTO_{put}^{S}=\overline{I}_2 I_2'\Big\{K_f\exp\big[-r\tau\big]N\Big[\overline{d_f}-\overline{\rho}\upsilon_2\sqrt{\tau}\Big]-$$
$$-I_1\exp\left(m_1+\frac{\delta_1^2}{2}\right)\exp\Big[\big(r_f-g_1-r-\overline{\rho}\upsilon_1\upsilon_2\big)\tau\Big]N\Big[\overline{d_{1f}}-\overline{\rho}\upsilon_2\sqrt{\tau}\Big],\qquad(7)$$

$$\overline{d_f}=\frac{\ln\left(I_1\exp\left(m_1+\frac{\delta_1^2}{2}\right)\Big/K_f\right)+\left(r_f-g_1-\frac{\upsilon_1^2}{2}\right)\tau}{\upsilon_1\sqrt{\tau}},\qquad \overline{d_{1f}}=\overline{d_f}+\upsilon_1\sqrt{\tau},$$

$$\overline{\rho}=\rho\left(I_1\exp\left(m_1+\frac{\delta_1^2}{2}\right),I_2\exp\left(m_2+\frac{\delta_2^2}{2}\right)\right).$$

Оскільки ціна опціону (4) – (5) виражена в іноземній валюті, то легко знайти відповідну ціну такого опціону, виражену у вітчизняній валюті. Для цього потрібно поділити формули (4) – (5) на обернений валютний курс I_{2S}':

– опціон купівлі:

$$QTD_{call}=\overline{I}_2 e^{-r\tau}\Big[I_F N\big(d_{1F}\big)-K_f N\big(d_{2F}\big)\Big];\qquad(8)$$

– опціон продажу:

$$QTD_{put}=\overline{I}_2 e^{-r\tau}\Big[K_f N\big(-d_{2F}\big)-I_F N\big(-d_{1F}\big)\Big],\qquad(9)$$

$$I_F=I_1\exp\Big[-\big(g_1-r_f\big)\tau-\rho\sigma_1\sigma_2\tau\Big],\quad d_{2F}=\frac{\ln\big(I_F/K_f\big)-\sigma_1^2\tau/2}{\sigma_1\sqrt{\tau}},\quad d_{1F}=d_{2F}+\sigma_1\sqrt{\tau}.$$

Тоді для стохастичної змінності отримаємо:

– опціон купівлі:

$$QTD_{call}^{S} = \overline{I}_2 e^{-r\tau}\left[I_{FS}N\left(\overline{d_{1F}}\right) - K_f N\left(\overline{d_{2F}}\right)\right]; \tag{10}$$

– опціон продажу:

$$QTD_{put}^{S} = \overline{I}_2 e^{-r\tau}\left[K_f N\left(-\overline{d_{2F}}\right) - I_{FS}N\left(-\overline{d_{1F}}\right)\right], \tag{11}$$

$$I_{FS} = I_1 \exp\left(m_1 + \frac{\delta_1^2}{2}\right)\exp\left[-\left(g_1 - r_f\right)\tau - \overline{\rho}\tau\upsilon_1\upsilon_2\right], \quad \overline{d_{2F}} = \frac{\ln\left(I_{FS}/K_f\right) - \upsilon_1^2\tau/2}{\upsilon_1\sqrt{\tau}},$$

$$\overline{d_{1F}} = \overline{d_{2F}} + \upsilon_1\sqrt{\tau}.$$

Опціони quanto, аналогічно до опціонів на іноземні акції та опціонів на валютний курс, пов'язаний з акцією, виставляються на активи, виражені в іноземній валюті щодо вітчизняної валюти [9, с. 19]. Однак між ними є одна істотна відмінність, а саме, опціони quanto передбачають фіксований обмінний курс, а опціони на іноземні акції – цього не передбачають, тобто під час остаточного розрахунку використовується ринковий обмінний курс.

Знайдемо ціну опціону, виставленого на акцію корпорації Siemens, з терміном дії 1 рік і ціною виконання 45 EUR. Відсоткова ставка без ризику в Україні становить 10 %, у Німеччині 4 %, актуальний ринковий курс акції 45€, дивідендна ставка 2%, змінність ціни базового активу 10 %, узгоджений валютний курс становить 7.40 грн./€, тоді як актуальний обмінний курс дорівнює 7.30 грн/.€, його змінність сягає 20 %, коефіцієнт кореляції між дохідністю акції та валютним курсом 20 %. Підставляючи у (4)–(5) $I_1 = 45$€, $K_f = 45$€, $I_2 = 7.30$ грн/€, $\overline{I_2} = 7.40$ грн/€, $r = 0.1$, $r_f = 0.04$, $\tau = 1$, $\sigma_1 = 0.10$, $\sigma_2 = 0.20$, $g_1 = 0.02$, $\rho = 0.20$, отримуємо: $I_2' = 1/I_2 = 1/7.30 = 0.137$ €/грн., де I_2' – обернений валютний курс, σ_2 – фіксована змінність обмінного курсу,

$$d_f = \frac{\ln\left(45/45\right) + \left(0.04 - 0.02 - 0.1^2/2\right)\cdot 1}{0.1\sqrt{1}} = \frac{\ln(1) + 0.015}{0.1} = \frac{0.0 + 0.015}{0.1} = 0.15,$$

$$d_{1f} = 0.15 + 0.1\sqrt{1} = 0.25.$$

Ціни опціонів quanto (купівлі та продажу) в іноземній валюті дорівнюють

$$QTO_{call}^{F} = 7.40\cdot 0.137\left\{45\exp\left[\left(0.04 - 0.02 - 0.1 - 0.2\cdot 0.1\cdot 0.2\right)\cdot 1\right]N\left[0.25 - 0.2\cdot 0.2\sqrt{1}\right] - \right.$$

$$\left. -45\exp\left[-0.1\cdot 1\right]N\left[0.15 - 0.2\cdot 0.2\sqrt{1}\right]\right\} = 1.038\left\{45\cdot\exp\left[-0.084\right]\cdot N\left(0.21\right) - \right.$$

$$\left. -45\cdot\exp\left[-0.1\right]\cdot N\left(0.11\right)\right\} = 1.038\left\{45\cdot 0.9194\cdot 0.5832 - 45\cdot 0.9048\cdot 0.5438\right\} =$$

$$= 1.038\cdot 0.00442 = 0.0459 EUR,$$

$$QTO_{put}^{F} = 7.40\cdot 0.137\left\{-45\exp\left[\left(0.04 - 0.02 - 0.1 - 0.2\cdot 0.1\cdot 0.2\right)\cdot 1\right]N\left[-0.25 + 0.2\cdot 0.2\sqrt{1}\right] + \right.$$

$$\left. +45\exp\left[-0.1\cdot 1\right]N\left[-0.15 + 0.2\cdot 0.2\sqrt{1}\right]\right\} = 1.038\left\{-45\cdot\exp\left[-0.084\right]\cdot N\left(-0.21\right) + \right.$$

$$\left. +45\cdot\exp\left[-0.1\right]\cdot N\left(-0.11\right)\right\} = 1.038\left\{-45\cdot 0.9194\cdot 0.4168 + 45\cdot 0.9048\cdot 0.4562\right\} =$$

$$= 1.038\cdot 0.0296 = 0.032 EUR.$$

Натомість підставляючи дані у формули (8) – (9), отримуємо ціни таких опціонів, виражені у вітчизняній валюті (у грн.):

$$I_F = 45\exp\left[-\left(0.02 - 0.04\right)\cdot 1 - 0.2\cdot 0.1\cdot 0.2\cdot 1\right] = 45\exp\left[-0.016\right] = 45\cdot 0.8521 = 38.3445,$$

$$d_{2F} = \frac{\ln\left(I_F/K_f\right) - \sigma_1^2\tau/2}{\sigma_1\sqrt{\tau}} = \frac{\ln\left(45/45\right) - 0.2^2\cdot 1/2}{0.1\sqrt{1}} = \frac{\ln(1) - 0.02}{0.1} = \frac{0.0 - 0.02}{0.1} = -0.2,$$

$$d_{1F} = d_{2F} + \sigma_1\sqrt{\tau} = -0.2 + 0.1\sqrt{1} = -0.1,$$

$$QTD_{call} = 7.40\exp[-0.1 \cdot 1] \cdot \{37.49 \cdot N(-0.1) - 45 \cdot N(-0.2)\} =$$

$$= 7.40 \cdot 0.9048 \cdot \{37.49 \cdot 0.4602 - 45 \cdot 0.3307\} = 6.6955 \cdot \{16.128 - 14.882\} = 8.3426,$$

$$QTD_{put} = 7.40\exp[-0.1 \cdot 1] \cdot \{-37.49 \cdot N(0.1) + 45 \cdot N(0.2)\} =$$

$$= 7.40 \cdot 0.9048 \cdot \{-37.49 \cdot 0.5398 + 45 \cdot 0.5793\} = 6.6955 \cdot \{-20.237 + 26.069\} = 39.0448.$$

Ми також дослідили ціни опціонів quanto при використанні розроблених нами моделей для стохастичного параметра змінності (6), (7), (10) і (11), використовуючи можливості пакета "Mathematica". Розглянемо опціон, для якого встановлено такі параметри: ціна базового активу 45€, ціна виконання змінювалася в межах від 40€ до 50€, середня змінність базового активу 10 %, змінність валютного курсу 5 %, закордонна відсоткова ставка без ризику 4 %, вітчизняна відсоткова ставка без ризику 5 %, дохідність базового активу 2 %, кореляція між ціною базового активу та валютним курсом становить 20 %, термін дії опціону – 6 місяців, актуальний валютний курс 7.30 грн./€, фіксований у контракті курс змінюється від 7.10 грн/€ до 7.90 грн/€. Отримані результати (табл. 1, рис. 1) свідчать про пряму залежність ціни опціону від курсу виконання і обернену – від ціни виконання.

Таблиця 1

Залежність ціни опціону quanto типу купівлі від ціни та курсу виконання

Курс виконання/ ціна виконання	40€	42€	44€	46€	48€	50€
7.10 грн/€	31.2366	19.3340	10.1662	4.41567	1.56260	0.449839
7.30 грн/€	32.1165	19.8787	10.4526	4.54006	1.60661	0.462511
7.50 грн/€	32.9964	20.4233	10.7390	4.66444	1.65063	0.475182
7.70 грн/€	33.8764	20.9679	11.0253	4.78883	1.69465	0.487854
7.90 грн/€	34.7563	21.5125	11.3117	4.91321	1.73866	0.500525

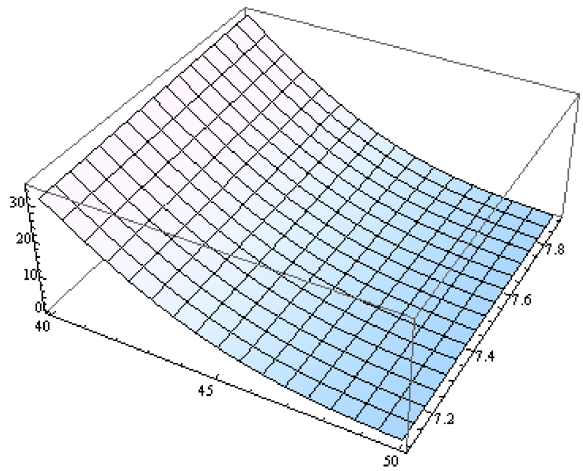

Рис. 1. Залежність ціни опціону quanto типу купівлі від ціни та курсу виконання

А тепер дослідимо реакцію ціни опціону quanto типу купівлі на зміну терміну його дії. Табл. 2 та рис. 2 ілюструють пряму залежність ціни такого опціону від зміни ціни базового активу та терміну дії опціону причому ціну виконання встановлено на рівні 45€, а фіксований курс – на рівні 7.40 грн./€.

Розглянемо як реагує ціна аналогічного опціону quanto типу купівлі на зміни параметра середньої змінності базового активу. Отримані результати (табл. 3) дають змогу зробити висновок про прямий вплив обох параметрів на ціну опціону.

Таблиця 2

Залежність ціни опціону quanto типу купівлі від ціни базового активу та від терміну дії опціону

Термін дії опціону/ ціна базового активу	40€	42€	44€	46€	48€	50€
0.1 року	0.0002	0.0617	1.6096	9.3857	22.831	37.516
0.2 року	0.0239	0.4601	3.2781	11.226	23.737	38.063
0.3 року	0.1272	1.0687	4.7099	12.779	24.749	38.682
0.4 року	0.3220	1.7625	5.9890	14.154	25.770	39.357
0.5 року	0.5930	2.4889	7.1605	15.406	26.771	40.064

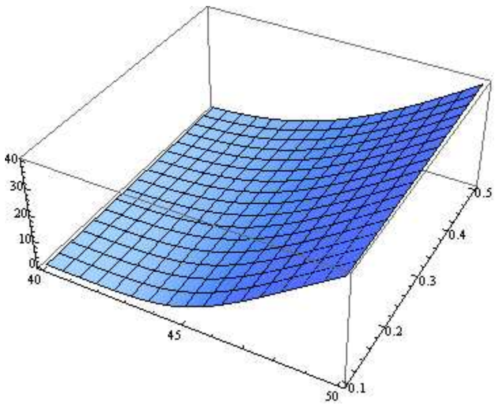

Рис. 2. Залежність ціни опціону купівлі від ціни активу та терміну дії опціону

Таблиця 3

Залежність ціни опціону quanto купівлі від ціни та змінності базового активу

Змінність базового активу/ ціна базового активу	40€	42€	44€	46€	48€	50€
$\upsilon_1 = 0.05$	0.0034	0.2163	2.7903	11.647	25.123	39.624
$\upsilon_1 = 0.10$	0.5931	2.4889	7.1605	15.406	26.772	40.064
$\upsilon_1 = 0.15$	2.5978	5.9794	11.619	19.705	30.011	42.038
$\upsilon_1 = 0.20$	5.5106	9.8923	16.095	24.149	33.907	45.098
$\upsilon_1 = 0.25$	8.9036	13.985	20.574	28.648	38.098	48.752

Дослідимо як впливає вітчизняна відсоткова ставки без ризику на формування цін опціонів quanto типу купівлі. Як бачимо (табл. 4) відсоткова ставка без ризику має обернений, але незначний вплив на ціну таких опціонів.

Таблиця 4

Залежність ціни опціону quanto типу купівлі від змін ціни базового активу та від змін вітчизняної відсоткової ставки без ризику

Відсоткова ставка без ризику/ ціна базового активу	40€	42€	44€	46€	48€	50€
$r = 0.05$	0.5930	2.488	7.160	15.406	26.771	40.064
$r = 0.10$	0.5784	2.427	6.983	15.025	26.110	39.075
$r = 0.15$	0.5641	2.367	6.811	14.654	25.466	38.110
$r = 0.20$	0.5502	2.309	6.643	14.293	24.837	37.169
$r = 0.25$	0.5366	2.252	6.479	13.940	24.224	36.251

Дослідимо аналогічні опціони quanto **типу продажу**. Отримані результати показують прямий, але незначний вплив курсу виконання та прямий значний вплив ціни виконання на формування цін таких опціонів (табл. 5, рис. 3).

Таблиця 5

Залежність ціни опціону quanto типу продажу від ціни та курсу виконання

Курс виконання/ ціна виконання	40€	42€	44€	46€	48€	50€
7.10 грн./€	0.629517	2.57632	7.25789	15.3568	26.3531	39.0897
7.30 грн./€	0.647250	2.64889	7.46234	15.7893	27.0954	40.1908
7.50 грн./€	0.664983	2.72146	7.66679	16.2219	27.8378	41.2920
7.70 грн./€	0.682716	2.79403	7.87124	16.6545	28.5801	42.3931
7.90 грн./€	0.700449	2.86661	8.07569	17.0871	29.3224	43.4942

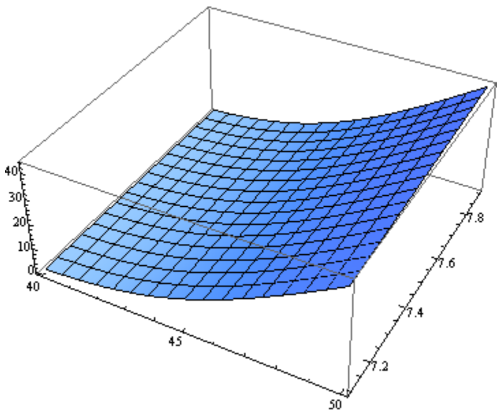

Рис. 3. Залежність ціни опціону quanto продажу від ціни та курсу виконання

Ціну виконання встановлено на рівні 45€, а фіксований курс – на рівні 7.40 грн./€. Табл. 6 та рис. 4 ілюструють обернену залежність ціни опціону quanto типу продажу від зміни ціни базового активу та терміну дії опціону. Це означає, що для стратегії хеджування за допомогою такого опціону вигіднішим буде інструмент з вищою ціною базового активу, виставлений на довший період часу.

Таблиця 6

Залежність ціни опціону quanto типу продажу від ціни базового активу та від терміну дії опціону

Термін дії опціону/ ціна базового активу	40€	42€	44€	46€	48€	50€
0.1 року	36.255	21.562	8.3566	1.3785	0.0698	0.0009
0.2 року	35.540	21.267	9.3772	2.6167	0.4191	0.0374
0.3 року	34.909	21.188	10.166	3.5728	0.8792	0.1496
0.4 року	34.376	21.198	10.807	4.3557	1.3540	0.3228
0.5 року	33.923	21.247	11.346	5.0200	1.8131	0.5333

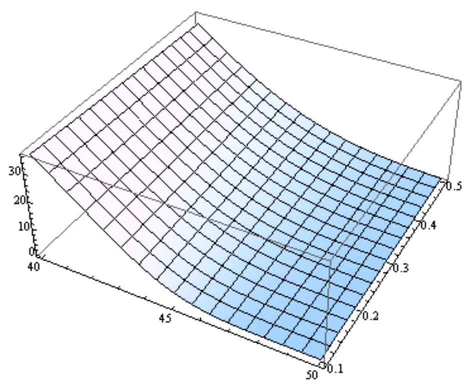

Рис. 4. Залежність ціни опціону від ціни активу та від терміну дії опціону

Тепер розглянемо як реагує ціна аналогічного опціону quanto типу продажу на зміни параметра середньої змінності. Результати дослідження (табл. 7) дають змогу зробити висновок про прямий значний вплив цього параметра на ціни таких опціонів. З цього очевидно, що потрібно вибирати опціон продажу, виставлений на базовий актив з нижчою змінністю та вищою ціною базового активу.

Таблиця 7

Залежність ціни опціону quanto продажу від ціни та змінності базового активу

Змінність базового активу/ ціна базового активу	40€	42€	44€	46€	48€	50€
$\upsilon_1 = 0.05$	33.261	18.898	6.8962	1.1770	0.0768	0.0019
$\upsilon_1 = 0.10$	33.923	21.247	11.346	5.0200	1.8131	0.5333
$\upsilon_1 = 0.15$	36.001	24.814	15.885	9.4027	5.1402	2.5985
$\upsilon_1 = 0.20$	38.987	28.803	20.441	13.930	9.1227	5.7489
$\upsilon_1 = 0.25$	42.452	32.973	25.004	18.513	13.401	9.4943

Дослідимо як впливають зміни вітчизняної відсоткової ставки без ризику на формування цін опціонів quanto типу продажу. Як очевидно з табл. 8 та рис. 5, зростання відсоткової ставки без ризику впливає на здешевлення такого опціону. А тому рекомендується його купувати у період, коли ця ставка є доволі високою.

Таблиця 8

Залежність ціни опціону quanto типу продажу від змін ціни базового активу та від змін вітчизняної відсоткової ставки без ризику

Відсоткова ставка без ризику/ ціна базового активу	40€	42€	44€	46€	48€	50€
$r = 0.05$	33.924	21.247	11.347	5.0200	1.8133	0.5333
$r = 0.10$	33.086	20.723	11.066	4.8961	1.7684	0.5201
$r = 0.15$	32.269	20.211	10.793	4.7752	1.7247	0.5073
$r = 0.20$	31.473	19.712	10.527	4.6573	1.6821	0.4948
$r = 0.25$	30.696	19.225	10.267	4.5423	1.6406	0.4826

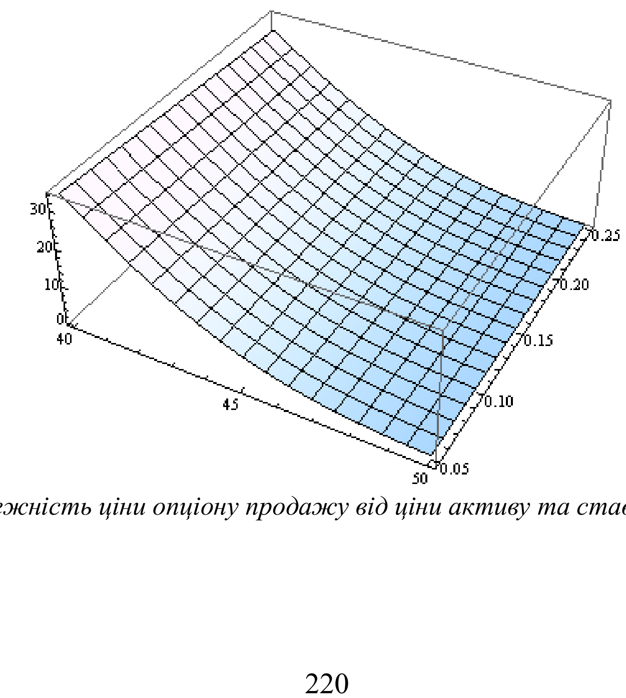

Рис. 5. Залежність ціни опціону продажу від ціни активу та ставки без ризику

Підсумовуючи, зазначимо, що покупець опціону типу quanto може отримувати прибуток як від сприятливих змін цін базового активу, так і від сприятливих змін валютного курсу, причому він застрахований від несприятливих для нього коливань ціни та валютного курсу. Тому можна стверджувати, що опціони типу quanto поєднують у собі ознаки опціону на іноземну акцію та опціону на валютний курс, пов'язаний з акцією.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Запропоновано нову модель оцінювання опціонів, виставлених на два базових активи, а саме, фіксовану ціну базового активу та фіксований валютний курс. Проведені дослідження дають змогу враховувати випадковий характер параметрів змінності обох базових активів під час прогнозування цін опціонів, що наблизить нашу моделі до реальних ринкових умов.

Опціони quanto найчастіше використовуються з метою хеджування зовнішньоекономічної діяльності. Ми дослідили залежність цін таких опціонів (типу купівлі та типу продажу) від ціни базового активу та курсу виконання, від змінності базового активу, терміну дії опціону, а також від змін вітчизняної відсоткової ставки без ризику. Отримані результати наведено у табличному та графічному вигляді, що дає змогу швидко вибрати необхідні параметри опціону, який можна використати для хеджування позиції інвестора. Потрібно зазначити, покупець опціону quanto може отримувати прибуток як від сприятливих змін цін базового активу, так і від сприятливих змін валютного курсу, причому він застрахований від несприятливих для нього коливань і ціни, і валютного курсу.

Подальші дослідження у цій сфері повинні стосуватися розвитку існуючих та створення нових моделей оцінювання опціонів, які б послаблювали доволі ригористичні припущення існуючих сьогодні економіко-математичних моделей.

1. Zhang P. Exotic Options. A Guide to Second Generation Options. World Scientific. – Singapore, New Jersey, London, Hong Kong, 2001. – 692 p. 2. Hull J.C. Options, Futures and Other Derivatives. Fourth edition, Prentice-Hall International Inc., Upper Saddle River 2000. – 698 p. 3. Albrecher H., Predota M. Bounds and Approximations for Discrete Asian Options in a Variance-Gamma Model // Grazer Math. Ber. – 2002. – Vol. 345. – P. 35–57. 4. Carr P., Wu L. Time-Changed Levy Processes and Option Pricing // Journal of Financial Economics. – 2004. – Vol. 71. – P. 113–141. 5. Duan J.C., Simonato J.G. American Option Pricing under GARCH by a Markov Chain Approximation // Working paper, Rothman School of Management, University of Toronto. – 1998. – P. 12–19. 6.Tsitsiklis J, Van Roy B. Optimal Stopping of Markov Processes: Hilbert Space Theory, Approximation Algorithm, and an Application to Pricing High-Dimensional Financial Derivatives // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1999. – Vol. 44. – P. 1840–1851. 7. Nunes J.P. Barrier Options on Spot LIBOR Rates under Multi-Factor Gaussian HJM Models // Journal of Derivatives. – 2006. – Vol. 14, № 1. – P. 61–81. 8. Geman H., Yor V. Bessel Process, Asian Options and Perpetuities // Mathematical Finance. – 1993. – Vol. 3, № 4. – P. 349–375. 9. Gudaszewski W., Lukojc A. Wycena wieloczynnikowych opcji egzotycznych // Rynek Terminowy. – 2004. – Vol. 2. – P. 12–22.