

## МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ УПРАВЛІННЯ ПОРТФЕЛЯМИ ПРОЕКТІВ З УДОСКОНАЛЕННЯ СИСТЕМИ БЕЗПЕКИ ЖИТТЄДІЯЛЬНОСТІ

© Грицюк Ю., Малець І., Рак Т., 2010

Наведено типові математичні моделі управління портфелями проектів з удосконалення системи безпеки життєдіяльності (БЖД), сутність яких полягає у виборі такої оптимальної структури заходів, реалізація яких значно впливає на її ефективність за умови обмеженого обсягу виділених ресурсів для окремо взятої території чи їх групи, а також регіону загалом. Встановлено, що отримані результати числового експерименту в багатьох випадках не тільки збігаються з результатами реального розподілу фінансових ресурсів, але й у багатьох випадках є значно кращими від них. Для порівняння використано тільки ті показники, які реально використовуються у структурних підрозділах БЖД і отриманих у роботі розрахунках.

**Ключові слова:** математичне моделювання, портфелі проектів, комбінаторні методи оптимізації.

Typical mathematical case of projects brief-cases frames are resulted from an improvement systems of vital activity safety (VAS), their essence consists in the choice of such optimum structure of measures, its realization great represented on its efficiency on condition of the limited volume of the dedicated resources for the separate taken territory or their group, and also whole region. Described that a results of numerical experiment in many cases not only coincide with the results of the real allocation of financial resources, but in many cases are considerably better from them. For comparison those indexes which are really used in structural subdivisions of VAS and received in these calculations.

**Keywords:** mathematical modeling, project portfolio, methods of combinatorial optimization.

### Вступ

Планування, прогнозування та управління портфелями проектів з удосконалення системи безпеки життєдіяльності (БЖД) є однією зі складних проблем, яку часто доводиться вирішувати фінансовим аналітикам. Причина в тому, що за несприятливих економічних та політичних ситуацій навіть достатньо відчутні фінансові витрати можуть дати посередній результат через значний ризик та інфляційні процеси. Здебільшого їхні конкретні значення визначаються як станом знань особи, що приймає рішення (передбачає декілька варіантів розвитку подій), так і ймовірністю успіху внаслідок реалізації кожного конкретного заходу. Від якості прийнятих рішень у межах адекватно вибудованої системи ризик менеджменту залежить ефективність удосконалення системи БЖД.

За останні роки фінансова політика в управлінні портфелями проектів з удосконалення системи БЖД не передбачає достатнього обсягу засобів і ресурсів для проведення всього комплексу заходів, які б забезпечили її максимальну ефективність. Тому актуальною проблемою є прийняття такого управлінського рішення, згідно з яким реалізація неповного комплексу заходів дасть змогу

підтримувати систему БЖД на належному рівні. Однак впливати на ефективність будь-якої системи [7] зазвичай вдається тільки опосередковано, через ланцюжок "комплекс заходів" → "ефективність заходу" → "ефективність системи загалом".

Заходи з управління портфелями проектів поділяють на такі комплекси [1]: організаційні; методичні; випереджувальні; фінансово-економічні; науково-технічні. Якісний характер такої класифікації переважно забезпечує майже повний неперетин зазначених заходів між собою. Ефективність реалізації значної кількості заходів, що належать кожному з цих комплексів, залежить від множини випадкових чинників, які безпосередньо чи опосередковано перешкоджають або сприяють удосконаленню системи БЖД. Зрозуміло також, що у процесі реалізації деякі заходи можуть збігатися між собою, тому, з міркувань організації раціонального управління, доцільно вибрати тільки ті з них, проведення яких найбільше позначиться на ефективності системи у межах виділених ресурсів. Отож, задача полягає у виборі такої оптимальної структури заходів, дія яких має помітно вплинути на ефективність удосконалення системи БЖД за умови обмеженого обсягу виділених ресурсів для окремо взятої території чи їх групи, а також регіону. Розроблення математичного формулювання такої задачі та алгоритму її розв'язання, які забезпечать підтримку прийняття управлінських рішень у короткі терміни і з достатньою точністю, становить основну мету цієї роботи.

### Математична модель управління портфелями проектів з удосконалення системи БЖД

Наведемо математичну модель оптимізаційної задачі в припущенні, що проведення комплексу заходів з удосконалення системи БЖД планується на одній території, для якої виділено обмежений обсяг фінансових ресурсів  $F^*$  з певною точністю  $\pm\Delta$ . Нехай за допомогою експертних оцінок виділено  $M$  комплексів, кожен з яких складається з  $N_i$  ( $i \in M$ ) заходів, незалежних один від одного. Тоді функція мети оптимального розподілу фінансового ресурсу на проведення заходів, які найефективніше вплинуть на удосконалення системи БЖД у межах окремої території, набуває такого вигляду:

$$E_{БЖД}^T = \sum_{i=1}^M r_i \sum_{j=1}^{N_i} q_{ij} x_{ij} \rightarrow \max \quad (1)$$

за обмеження на використання обсягу виділеного фінансового ресурсу  $F^* - \Delta^n \leq F \leq F^* + \Delta^6$ ,  
де

- $E_{БЖД}^T$  – інтегральний показник, який кількісно характеризує ефективність удосконалення системи БЖД у межах окремої території;
- $\tilde{R} = \{r_i, i = \overline{1, M}\}$  – коефіцієнт ефективності проведення  $i$ -го комплексу заходів, який помітно позначиться на ефективності удосконалення системи БЖД;
- $\tilde{Q} = \{\tilde{Q}_i = \{q_{ij}, j = \overline{1, N_i}\}, i = \overline{1, M}\}$  – коефіцієнт ефективності проведення  $j$ -го заходу з  $i$ -го комплексу, реалізація якого забезпечує удосконалення системи БЖД у межах окремої території;
- $F = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} s_{ij} x_{ij}$  – загальна вартість проведення комплексу заходів, яку потрібно витратити для підтримки чи удосконалення системи БЖД у межах окремої території;
- $\tilde{S} = \{\tilde{S}_i = \{s_{ij} = f[\tau_{ij}], j = \overline{1, N_i}\}, i = \overline{1, M}\}$  – ресурсна вартість проведення  $j$ -го заходу з  $i$ -го комплексу, яка залежить від терміну його реалізації ( $\Delta = 0, 1, 2, \dots$ );
- $\tilde{T} = \{\tilde{T}_i = \{\tau_{ij} \in \{0, 1, \dots, 12\}, j = \overline{1, N_i}\}, i = \overline{1, M}\}$  – запланований термін реалізації  $j$ -го заходу з  $i$ -го комплексу протягом звітного періоду (здебільшого протягом року);

- $\tilde{X} = \{ \tilde{X}_i = \{ x_{ij} \in \{0,1\}, j = \overline{1, N_i} \}, i = \overline{1, M} \}$  – структура проведення заходів з удосконалення системи БЖД – шукана булева змінна, набуває значення 1 – у випадку, якщо  $j$ -й захід з  $i$ -го комплексу проводиться, 0 – за ситуації, коли його проведення визнане недоцільним.

Хоча у наведеній математичній моделі оптимізації структури заходів з удосконалення системи БЖД функція мети (1) має багатоекстремальний характер, проте за невеликого обсягу вхідних даних її можна реалізувати стандартними методами пошуку розв'язку [4, 6]. Проте така постановка задачі не належить до класичної задачі лінійного програмування [5] через нелінійність обмеження на використання обсягу виділених ресурсів, а також за фактичної нелінійності ресурсної вартості проведення заходів [7].

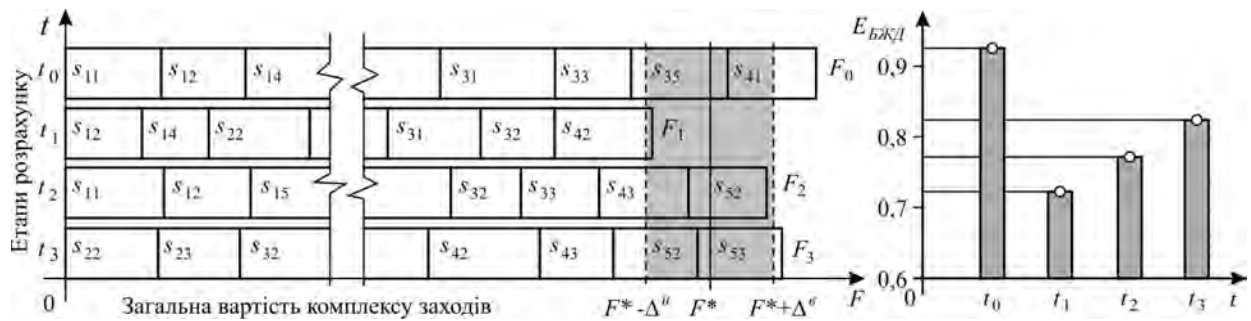


Рис. 1. Схема вибору оптимальної структури заходів за обмеження на використання виділеного обсягу ресурсів

Рис. 2. Динаміка інтегрального показника за відповідних схем вибору оптимальної структури заходів

У реальній практиці управління [1] обмеження на використання обсягу виділених ресурсів не є строгим, оскільки часто вдається залучити додаткові ресурси, наприклад, з понадпланових доходів або зацікавлення засобів сторонніх організацій чи населення. Однак при плануванні таких додаткових надходжень необхідно враховувати як рівень ризику, так і ступінь інфляції, які можуть істотно вплинути на запланований їх обсяг. Окрім цього, також потрібно враховувати нижню межу використання обсягу виділеного ресурсу, тобто можливість недофінансування з державного бюджету. Зрозуміло також, що у разі, коли запланована вартість проведення заходів  $F$  є близькою до  $F^* - \Delta^u$  (рис. 1), але дещо перевищує її, то можна долучити один чи декілька заходів, внаслідок чого загальна вартість їх реалізації буде дещо перевищувати  $F^* + \Delta^σ$ . Зазвичай таке незаплановане перевищення обсягу виділеного ресурсу на одній території можна компенсувати за рахунок залучення аналогічних структур БЖД, які знаходяться на сусідніх територіях, що є негативною практикою у сучасній фінансовій політиці управління проектами.

Стосовно етапів розподілу обмеженого обсягу виділеного ресурсу, то з рис. 1 видно, що точка  $t_0$  відповідає початковому етапу алгоритму вибору допустимої структури заходів. Зрозуміло, що набуте значення  $F_0$  виявиться далеким від дозволеної суми. У точці  $t_1$  представлено результат етапу реалізації алгоритму, після якого отримано хоча й допустиме значення  $F_1$ , але далеко не оптимальний розв'язок (значення  $E_{БЖД}$  є істотно меншим від потенційно досяжного). Точка  $t_2$  відповідає етапу отримання оптимального розв'язку  $F_2$ , ресурсна характеристика якого знаходиться близько до верхньої межі допустимого значення обсягу виділеного ресурсу. Нарешті, в точці  $t_3$  показано етап отримання розв'язку, недопустимого з погляду дозволеної суми. Проте, в реальних умовах таке рішення може виявитися сповна прийнятним з огляду на малу (хоча і негативну) різницю між необхідним обсягом ресурсу  $F_3$  для реалізації запланованого комплексу заходів і верхньою межею потенційно можливого ресурсу  $F^* + \Delta^σ$ . На рис. 2 показано зміну значень

інтегрального показника ефективності системи БЖД за відповідних схем вибору допустимої структури відповідних заходів.

Набуття конкретних значень коефіцієнтами  $r_i$  ( $i \in M$ ), які характеризують ефективність проведення того чи іншого комплексу заходів з удосконалення системи БЖД, є складною задачею, для розв'язання якої можна використати метод середньозважених експертних оцінок [3] чи метод економіко-статистичного аналізу [7]. З погляду нормування, їхні значення мають задовольняти таку умову:  $\sum r_i = 1$ .

Встановлення значень коефіцієнтів  $q_{ij}$  ( $j \in N_i, i \in M$ ), які характеризують ефективність проведення  $j$ -го заходу з  $i$ -го комплексу, – є не менш складною задачею, ніж встановлення значень коефіцієнтів  $r_i$  ( $i \in M$ ). На відміну від  $r_i$ , значення коефіцієнтів  $q_{ij}$  є насправді оцінкою ефективності проведення тих чи інших заходів з удосконалення БЖД. При цьому зовсім не обов'язково, щоб у дослідження були внесені всі показники, на які безпосередньо або опосередковано впливає конкретний захід. Наявність показників, які не враховуються в процесі аналізу, означає, що сумарне значення коефіцієнтів ефективності за всіма проведеними заходами буде не більшим, а, зазвичай, меншим від розрахованого для відповідного комплексу. З погляду нормування, це означає, що  $\sum q_{ij} \leq 1, i \in M$ .

Залежність ресурсної вартості  $s_{ij}$  проведення  $j$ -го заходу з  $i$ -го комплексу від терміну його реалізації  $\tau$ , як на перший погляд, є неочевидною. Проте, якщо взяти до уваги динаміку реальної купівельної спроможності будь-якої грошової одиниці, а також господарсько-економічну і законодавчу ситуацію, які постійно мають тенденцію змінюватися, стає зрозумілим, що прийняття рішення про реалізацію  $j$ -го заходу з  $i$ -го комплексу, наприклад, у  $\tau$ -му місяці, потребуватиме коректування значення виділеного ресурсу, зокрема:

$$\tilde{S}^{(\tau)} = \left\{ \tilde{S}_i^{(\tau)} = \left\{ s_{ij}^{(\tau)} = s_{ij} \cdot (1 + \chi)^\tau, j = \overline{1, N_i}, i = \overline{1, M} \right\}, \tau = 0, 1, 2, \dots, 12, \right. \quad (2)$$

де  $\tau$  – усереднене значення коефіцієнта інфляції протягом року.

### Приклад реалізації задачі

Для розуміння методики розв'язання наведеної вище постановки задачі розглянемо конкретний приклад. Нехай за допомогою експертних оцінок виділено 5 комплексів, кожен з яких складається з такої кількості заходів: 7, 10, 8, 6, 9. У табл. 1 наведено усереднені оцінки думок експертів щодо ефективності проведення заходів з удосконалення системи БЖД за 10-ти бальною шкалою. У табл. 2 наведено ресурсні вартості проведення кожного з заходів, а також загальна вартість проведення запланованого їх комплексу, яка становить 826,5 тис. грн.

Таблиця 1

**Усереднені бальні оцінки думок експертів щодо ефективності проведення заходів з удосконалення системи БЖД**

Перелік комплексів		Перелік заходів $i$ -го комплексу (код заходу)										Сума оцінок, балів
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
код	оцінка	Експертна оцінка $j$ -го заходу з $i$ -го комплексу, $\max$ 10 балів										
1	7,0	8,5	6,0	3,5	4,5	5,5	6,0	7,0				41,0
2	5,7	5,5	5,0	4,5	7,0	3,5	6,5	3,5	8,5	7,5	5,5	57,0
3	9,5	9,0	7,5	8,5	6,5	3,5	4,5	7,5	6,0			53,0
4	4,3	6,0	4,0	7,0	6,5	9,5	6,5					39,5
5	2,7	8,0	8,0	6,5	9,5	6,5	6,5	4,5	8,5	9,0		67,0
Сума	29,3	Загальна сума експертних оцінок комплексу заходів										257,5

Таблиця 2

## Ресурсна вартість проведення заходів з удосконалення системи БЖД, тис. грн

Перелік комплексів	Перелік заходів $i$ -го комплексу (код заходу)										$\Sigma s_{ij}$ $i \in M$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	Ресурсна вартість $j$ -го заходу з $i$ -го комплексу										
1	31,5	28,5	14,0	8,0	31,0	32,0	18,0				163,0
2	9,0	19,0	26,5	19,5	8,0	7,0	33,0	30,0	17,5	16,0	185,5
3	15,0	17,5	9,0	31,0	27,0	10,5	27,0	33,5			170,5
4	11,5	20,5	29,0	22,0	23,0	31,0					137,0
5	10,5	28,0	29,5	12,0	21,0	12,0	19,0	29,0	9,5		170,5
Загальна вартість проведення заходів											826,5

Для спрощення розрахунків вважатимемо, що на удосконалення системи БЖД з державного бюджету виділено 500 тис. грн. з можливим недофінансуванням у 50 тис. грн. Згідно з фінансовими прогнозами аналітиків системи БЖД, протягом року планується задіяти ще 50 тис. грн. від зацікавлених організацій. Необхідно вибрати таку оптимальну структуру заходів, реалізація яких має помітно відобразитися на ефективності удосконалення системи БЖД за умови обмеженого обсягу виділених ресурсів для окремо взятої території.

Для розв'язання такої задачі насамперед необхідно перевести усереднені бальні оцінки думок експертів (табл. 1) в усереднені їх відносні оцінки (табл. 3), використовуючи для цього методику, наведену в роботі [6]. Реалізація моделі (1)–(2) навіть у середовищі Excel дає змогу отримати оптимальну структуру комплексу заходів з удосконалення системи БЖД (табл. 4). При цьому оптимальна структура інтегрального показника її ефективності становитиме 0.856 од. (табл. 5). У табл. 6 наведено оптимальну структуру ресурсної вартості проведення заходів, яка не перевищує верхньої межі обмеженого обсягу виділеного ресурсу, тобто 550 тис. грн.

Таблиця 3

## Усереднені відносні оцінки думок експертів щодо ефективності проведення заходів з удосконалення системи БЖД

Перелік комплексів	код	$r_i$	Перелік заходів $i$ -го комплексу, код заходу										$\Sigma q_{ij}$ $i \in M$
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
			Відносна оцінка $j$ -го заходу з $i$ -го комплексу, $q_{ij} \leq 1,0$										
1		0,240	0,207	0,146	0,085	0,110	0,134	0,146	0,171				1,000
2		0,194	0,096	0,088	0,079	0,123	0,061	0,114	0,061	0,149	0,132	0,096	1,000
3		0,326	0,170	0,142	0,160	0,123	0,066	0,085	0,142	0,113			1,000
4		0,147	0,152	0,101	0,177	0,165	0,241	0,165					1,000
5		0,093	0,119	0,119	0,097	0,142	0,097	0,097	0,067	0,127	0,134		1,000
$r_i$		1,000											1,000

Таблиця 4

## Оптимальна структура проведення заходів з удосконалення системи БЖД

Перелік комплексів	Перелік заходів $i$ -го комплексу									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Код $j$ -го заходу з $i$ -го комплексу									
1	1	1	1	1	1	1	1			
2	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1		
4	1	0	1	1	1	0				
5	1	0	0	1	0	0	0	0	1	

**Оптимальна структура інтегрального показника ефективності  
удосконалення системи БЖД**

Перелік комплексів	Перелік заходів $i$ -го комплексу (код заходу)										$\Sigma q_{ij}$ $i \in M$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	Відносна оцінка $j$ -го заходу з $i$ -го комплексу, $r_i q_{ij} \leq 1,0$										
1	0,050	0,035	0,021	0,026	0,032	0,035	0,041				0,240
2	0,019	0,017	---	0,024	0,012	0,022	---	0,029	0,025	0,019	0,167
3	0,055	0,046	0,052	0,040	0,022	0,028	0,046	0,037			0,326
4	0,022	---	0,026	0,024	0,035	---					0,108
5	0,011	---	---	0,013	---	---	---	---	0,012		0,037
Оптимальне значення інтегрального показника											0,856

Таблиця 6

**Оптимальна структура ресурсної вартості проведення заходів  
з удосконалення системи БЖД, тис. грн**

Перелік комплексів	Перелік заходів $i$ -го комплексу (код заходу)										$\Sigma s_{ij}$ $i \in M$	Відносна оцінка		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		опт.	план.	відх.
	Вартість проведення $j$ -го заходу з $i$ -го комплексу													
1	31,5	28,5	14,0	8,0	31,0	32,0	18,0				163,0	0,296	0,240	5,605
2	9,0	19,0	---	19,5	8,0	7,0	---	30,0	17,5	16,0	126,0	0,229	0,194	3,529
3	15,0	17,5	9,0	31,0	---	10,5	27,0	33,5			143,5	0,261	0,326	-6,467
4	11,5	---	29,0	22,0	23,0	---					85,5	0,155	0,147	0,817
5	10,5	---	---	12,0	---	---	---	---	9,5		32,0	0,058	0,093	-3,484
Загальна вартість проведення заходів											550,0	1,000	1,000	---

**Інші математичні моделі управління портфелями проектів  
з удосконалення системи**

Вважатимемо, що орган управління портфелями проектів з удосконалення системи БЖД фінансує  $T$  територій певного регіону. Через специфічність кожної території в ній існують власні множини випадкових чинників, які по-різному відбиваються на ефективності удосконалення системи БЖД, і відповідні комплекси заходів, які забезпечують її підтримку на належному рівні. Більше цього, як множини чинників, так і комплекси заходів можуть істотно відрізнятися між собою на різних територіях.

Для простоти викладання матеріалу вважатимемо, що управління здійснюється над єдиним комплексом заходів. Тоді функція мети оптимального розподілу ресурсів, які найефективніше вплинуть на удосконалення системи БЖД на різних територіях, формалізується у такому вигляді:

$$E_{БЖД}^{\Sigma T} = \sum_{t=1}^T \alpha^{(t)} \sum_{i=1}^{M^{(t)}} r_i^{(t)} \sum_{j=1}^{N_i^{(t)}} q_{ij}^{(t)} x_{ij}^{(t)} \rightarrow \max, \quad (3)$$

при обмеженні на використання обсягу виділених ресурсів (2), де:

- $\tilde{R}^{(t)} = \left\{ r_i^{(t)}, i = \overline{1, M^{(t)}} \right\}, t = \overline{1, T}$  – коефіцієнт ефективності проведення  $i$ -го комплексу заходів з удосконалення системи БЖД на  $t$ -й території;
- $\tilde{Q}^{(t)} = \left\{ \tilde{Q}_i^{(t)} = \left\{ q_{ij}^{(t)}, j = \overline{1, N_i^{(t)}} \right\}, i = \overline{1, M^{(t)}} \right\}, t = \overline{1, T}$  – коефіцієнт ефективності проведення  $j$ -го заходу з  $i$ -го комплексу на  $t$ -й території;

- $F = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{M^{(t)}} \sum_{j=1}^{N_i^{(t)}} s_{ij}^{(t)} x_{ij}^{(t)}$  – загальна вартість проведення комплексу заходів;
- $\tilde{S}^{(t)} = \left\{ \tilde{S}_i^{(t)} = \left\{ s_{ij}^{(t)} = f[\tau], j = \overline{1, N_i^{(t)}} \right\}, i = \overline{1, M^{(t)}} \right\}, t = \overline{1, T}$  – ресурсна вартість проведення  $j$ -го заходу з  $i$ -го комплексу на  $t$ -й території, яка залежить від терміну його реалізації ( $\tau = 0, 1, 2, \dots$ );
- $\tilde{X}^{(t)} = \left\{ \tilde{X}_i^{(t)} = \left\{ x_{ij}^{(t)} \in \{0, 1\}, j = \overline{1, N_i^{(t)}} \right\}, i = \overline{1, M^{(t)}} \right\}, t = \overline{1, T}$  – шукана булева змінна, набуває значення 1 – у випадку, якщо  $j$ -й захід з  $i$ -го комплексу проводиться на  $t$ -й території, 0 – за ситуації, коли його проведення визнане недоцільним;
- $\bar{\alpha} = \left\{ \alpha^{(t)}, t = \overline{1, T} \right\}$  – коефіцієнт пріоритетності  $t$ -ї території порівняно з іншими ( $0 < \alpha^{(t)} \leq 1$ ), причому  $\sum_{t \in T} \alpha^{(t)} = 1$  – умова нормування.

При розв'язанні сформульованої задачі одним з її результатів є вираз для обчислення обсягу ресурсу  $F^{(t)}$ , який потрібно виділити для  $t$ -ї території:

$$\tilde{F} = \left\{ F^{(t)} = \sum_{i=1}^{M^{(t)}} \sum_{j=1}^{N_i^{(t)}} s_{ij}^{(t)} x_{ij}^{(t)}, t = \overline{1, T} \right\}. \quad (4)$$

Отриманий вираз дає змогу органам управління портфелями проектів з удосконалення системи БЖД на  $t$ -й території за потреби здійснити перерозподіл виділених ресурсів у разі, коли протягом планового періоду техніко-економічна ситуація істотно змінилася, а здійснити повторний розподіл ресурсів на верхньому рівні управління системою БЖД вже не вдається. Згаданий перерозподіл здійснюється шляхом розв'язання відповідної оптимізаційної задачі  $F^{(t)} = F^*, t = \overline{1, T}$ , де  $F^*$  – уточнений обсяг потрібного ресурсу.

Значення коефіцієнта ефективності проведення  $j$ -го заходу з  $i$ -го комплексу на  $t$ -й території  $q_{ij}^{(t)}$  ( $t \in T$ ) також можуть істотно відрізнятись для різних територій. Окрім цього, абсолютно не виключена ситуація, коли проведення конкретного заходу на межі сусідніх територій впливає на показники ефективності не тільки "своїї" території, але й "чужої". Якщо розглядати об'єднану множину коефіцієнтів  $\tilde{\tilde{Q}} = \left\{ \tilde{\tilde{Q}}^{(t)}, t = \overline{1, T} \right\}$  у тривимірному просторі, то зовні вона виглядатиме набором майже замкнутих паралелепіпедів з малим об'ємом перетинів їх між собою.

Важливим частковим випадком є абсолютно однорідний регіон, для території якого має місце таке співвідношення

$$q_{ij}^{(t-1)} \cong q_{ij}^{(t)}, j = \overline{1, N_i^{(t)}}; i = \overline{1, M^{(t)}} \quad (5)$$

для всіх  $1 \leq (t-1), t \leq T$ . Для цього випадку, додатково приймаючи

$$\alpha^{(1)} = \alpha^{(2)} = \dots = \alpha^{(T)} = 1/T, \quad (6)$$

$$r_j^{(1)} = r_j^{(2)} = \dots = r_j^{(t)} = \tilde{R}_j^t, j = \overline{1, N_i^{(t)}}, \quad (7)$$

отримуємо

$$E_{БЖД}^{\Sigma T} = \sum_{p=1}^T \alpha^{(p)} \sum_{i=1}^{M^{(p)}} r_i^{(p)} \sum_{j=1}^{N_i^{(p)}} q_{ij}^{(p)} x_{ij}^{(p)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{M^{(t)}} r_i^{(t)} \sum_{j=1}^{N_i^{(t)}} q_{ij}^{(t)} x_{ij}^{(t)}.$$

Конкретне значення коефіцієнта  $\alpha^{(t)}$  пріоритетності  $t$ -ї території порівняно з іншими характеризує, з одного боку, рівень її "занедбаності" (оскільки потрібна значно більша структура комплексу заходів), а з іншого боку, об'єктивну потребу уваги органів управління портфелями проектів, породжену зовнішніми випадковими чинниками. Умова нормування при позитивному

значенні коефіцієнта  $\alpha^{(t)}$  ( $\sum_{t \in T} \alpha^{(t)} = 1$ ) необхідна для коректного набуття значень коефіцієнтами пріоритетності – є одним з шляхів використання методів експертних оцінок, причому тут експертами можуть виступати як головні фахівці  $t$ -ї території, так і група зовнішніх експертів.

Аналогічно попередньому випадку наведемо задачу оптимізації структури заходів, реалізація яких може помітно відобразитися на ефективності удосконалення системи БЖД для групи регіонів. Як вже наголошувалося вище, розмірність отриманої задачі стає настільки великою, що її розв'язання з використанням стандартних засобів комп'ютерної техніки виявляється малоефективним без редукації множини чинників. Проте спочатку наведемо формальну постановку оптимізаційної задачі в припущенні, що в ній розглядатимуться  $P$  регіонів. Також вважатимемо, що в  $p$ -му регіоні знаходиться  $T^{(p)}$  територій. З урахуванням цих припущень отримуємо таку постановку оптимізаційної задачі:

$$E_{БЖД}^P = \sum_{p=1}^P \beta^{(p)} \sum_{t=1}^{T^{(p)}} \alpha^{(p,t)} \sum_{i=1}^{M^{(p,t)}} r_i^{(p,p)} \sum_{j=1}^{N_i^{(p,t)}} q_{ij}^{(p,t)} x_{ij}^{(p,t)} \rightarrow \max \quad (9)$$

при обмеженні на використання обсягу виділених ресурсів (2), де:

- $\tilde{R}^{(p)} = \left\{ \tilde{R}^{(p,t)} = \left\{ r_i^{(p,t)}, i = \overline{1, M^{(p,t)}} \right\}, t = \overline{1, T^{(p)}} \right\}, p = \overline{1, P}$  – коефіцієнт ефективності проведення  $i$ -го комплексу заходів з удосконалення системи БЖД на  $t$ -й території  $p$ -го регіону;
- $\tilde{Q}^{(p)} = \left\{ \tilde{Q}^{(p,t)} = \left\{ \tilde{Q}_i^{(p,t)} = \left\{ q_{ij}^{(p,t)}, j = \overline{1, N_i^{(p,t)}} \right\}, i = \overline{1, M^{(p,t)}} \right\}, t = \overline{1, T^{(p)}} \right\}, p = \overline{1, P}$  – коефіцієнт ефективності проведення  $j$ -го заходу з  $i$ -го комплексу на  $t$ -й території  $p$ -го регіону;
- $F = \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^{T^{(p)}} \sum_{i=1}^{M_i^{(p,t)}} \sum_{j=1}^{N_j^{(p,t)}} s_{ij}^{(p,t)} x_{ij}^{(p,t)}$  – загальна вартість проведення комплексу заходів;
- $\tilde{S}^{(p)} = \left\{ \tilde{S}^{(p,t)} = \left\{ \tilde{S}_i^{(p,t)} = \left\{ s_{ij}^{(p,t)}, j = \overline{1, N_i^{(p,t)}} \right\}, i = \overline{1, M^{(p,t)}} \right\}, t = \overline{1, T^{(p)}} \right\}, p = \overline{1, P}$  – ресурсна вартість проведення  $j$ -го заходу з  $i$ -го комплексу на  $t$ -й території  $p$ -го регіону, яка залежить від терміну його реалізації ( $\tau = 0, 1, 2, \dots$ );
- $\tilde{X}^{(p)} = \left\{ \tilde{X}^{(p,t)} = \left\{ \tilde{X}_i^{(p,t)} = \left\{ x_{ij}^{(p,t)}, j = \overline{1, N_i^{(p,t)}} \right\}, i = \overline{1, M^{(p,t)}} \right\}, t = \overline{1, T^{(p)}} \right\}, p = \overline{1, P}$  – шукана булева змінна, набуває значення 1 – у випадку, якщо  $j$ -й захід з  $i$ -го комплексу проводиться на  $t$ -й території  $p$ -го регіону, 0 – за ситуації, коли його проведення визнане недоцільним;
- $\tilde{A}^{(p)} = \left\{ \alpha^{(p,t)}, t = \overline{1, T^{(p)}} \right\}, p = \overline{1, P}$  – коефіцієнт пріоритетності  $t$ -ї території  $p$ -го регіону порівняно з іншими ( $0 < \alpha^{(p,t)} \leq 1$ ), причому  $\sum_{t \in T^{(p)}} \alpha^{(p,t)} = 1, p = \overline{1, P}$ ;
- $\tilde{B} = \left\{ \beta^{(p)}, p = \overline{1, P} \right\}$  – коефіцієнт пріоритетності  $p$ -го регіону порівняно з іншими ( $0 < \beta^{(p)} \leq 1$ ), причому (умова нормування)  $\sum_{p \in P} \beta^{(p)} = 1$ .

### Методи розв'язання сформульованих постановок задач

Наведене математичне формулювання оптимізаційної задачі (1)–(2) є найзагальнішим у плані постановки, а її точний розв'язок мав би дати основу фінансовим аналітикам для прийняття управлінських рішень щодо оптимального впливу на ефективність удосконалення системи БЖД. Проте низка міркувань перешкоджає безпосередньому її використанню. Серед значної їх кількості розглянемо тільки такі два міркування:



1) велика розмірність задачі ( $2^{M \cdot T \cdot P}$ ). Наприклад, для середньої кількості комплексів заходів –  $M = 5$ , середньої кількості територій –  $T = 20$  районів у області, кількості областей  $P = 25$  в Україні набір параметрів перевищує  $3.758e+752$ ;

2) неминуче скорочення розмірності математичної моделі навіть за правильної експертної оцінки вагомості кожного з параметрів призводить до істотного зниження точності отриманого розв'язку, який істотно відрізнятиметься від оптимального.

Тому наведену вище постановку оптимізаційної задачі (1)-(2), а також її розширені варіанти (3)–(9) не можливо реалізувати стандартними методами лінійного та нелінійного програмування через надто велику її розмірність. Проте для розв'язання такого класу задач, функція мети яких має багатоекстремальний характер, можна використати методи комбінаторної оптимізації. Особливої уваги заслуговують дослідження харківських науковців [8], які протягом багатьох десятиліть продукують розробки в області формалізації задач геометричного проектування і вибору ефективних методів їх розв'язання. Значну кількість методів розв'язання багатоекстремальних задач на основі єдиного підходу до їх формалізації детально розглянуто в багатьох періодичних виданнях і монографіях.

Різноманітність постановок практичних задач комбінаторної оптимізації, які знаходять своє відображення в існуючих математичних моделях, є настільки великою, що часто доводиться використовувати багато способів для пошуку екстремуму функції мети, а інколи, в результаті невдачі, розробляти нові методи оптимізації. Сьогодні жоден з відомих методів не є універсальним з погляду безумовного його використання для розв'язання будь-якої задачі, але й не виступає ізольовано від інших. У доведеннях допустимості зведення одних задач до інших, у спробах побудувати збіжні обчислювальні процедури в межах методів, які тільки зовні відрізняються від відомих, спостерігається тенденція їх зближення, взаємного збагачення і універсальності підходів як до проблеми пошуку оптимального розв'язку задачі, так і до питання прийняття оптимального рішення.

Оскільки ресурсна вартість  $s_{ij}$  проведення  $j$ -го заходу з  $i$ -го комплексу залежить тільки від терміну його реалізації  $\tau$ , то у загальному випадку їх можна представити у вигляді прямокутних об'єктів (ПО) одиначної ширини і різної довжини, які необхідно розмістити вздовж смуги певної довжини  $F^* - \Delta^h \leq F \leq F^* + \Delta^g$  (див. рис. 1). Для розв'язання такого класу задач можна використати метод поетапного звуження інтервалу знаходження екстремуму функції мети (1), який дає змогу отримувати оптимальний розв'язок багатоекстремальної задачі комбінаторної оптимізації [2]. Сутність цього методу полягає в регулярному цілеспрямованому переборі допустимих варіантів розміщення ПО вздовж смуги певної довжини з урахуванням різних обмежень і вимог. Отримані при цьому відповідні аргументи стану системи забезпечують отримання локальних значень функції мети, що знаходяться в малому околі їх глобального значення. Для пришвидшення процесу розрахунку встановлюються початкові значення нижньої та верхньої меж знаходження допустимого розв'язку задачі, сутність якої ґрунтується на нерегулярному розміщенні ПО шляхом заповнення смуги найменшої довжини. Це дає змогу за невеликий проміжок часу отримати перші раціональні розв'язки задачі.

Організація цілеспрямованого перебору допустимих варіантів станів системи є складною комбінаторною проблемою, позаяк саме вони впливають на процес розв'язання задачі, за ними здійснюється пошук відповідних аргументів функції мети, які забезпечують її екстремальне значення, вони є основою для аналізу проектного рішення. Однак, у згенерованій множині допустимих варіантів станів системи часто можуть траплятися як перспективні (придатні для подальшого аналізу) варіанти, так і зовсім далекі від потреби з огляду на вибрані критерії ефективності. Складність організації цілеспрямованого перебору полягає в тому, що процес генерування варіантів станів системи пов'язаний не тільки з вимогою максимальної їх ефективності, але й з потребою формування тільки допустимих (з дотриманням деяких основних і додаткових обмежень) варіантів. Окрім цього, процес генерування допустимих варіантів станів системи бажано організувати так, щоб наступний варіант був не гіршим від попереднього щодо вибраного критерію ефективності.

Основна перевага методу поетапного звуження інтервалу знаходження екстремуму функції мети порівняно з іншими відомими методами полягає в тому, що кожен наступний варіант розміщення ПО (розподілу обмеженого обсягу фінансового ресурсу) відносно функції мети є не гіршим (здебільшого – кращим) від попереднього, внаслідок чого відбувається цілеспрямований пошук оптимального (в гіршому випадку – допустимого) розв'язку задачі. Використання цього методу дає змогу переривати процес розв'язання задачі в будь-який момент, отримуючи при цьому деякий допустимий розв'язок, який гарантовано є не гіршим від попереднього. Це значною мірою сприяє процесу прийняття управлінського рішення в умовах обмеженого часу, інколи – без залучення для цього відповідних критеріїв зупинки обчислювального процесу.

Для підтвердження правильності роботи розроблених математичних моделей і відповідного програмного забезпечення нами проведено контрольні розрахунки на підставі даних, взятих із реальних підрозділів системи БЖД. Встановлено, що отримані результати числового експерименту в багатьох випадках не тільки збігаються з результатами реального розподілу фінансових ресурсів, але у багатьох випадках є значно кращими від них. Для порівняння використано тільки ті показники, які реально використовуються у структурних підрозділах БЖД і отриманих у процесі розв'язання відповідних задач.

На завершення необхідно зазначити, що будь-яка математична модель управління портфелями проектів з удосконалення системи БЖД значно спрощує реалії, тому оптимальні варіанти проектних рішень, отримані на її основі, вимагають детального аналізу і додаткового дослідження. Окрім цього, часто знайдене рішення може тільки однобічно характеризувати стан системи або бути не єдиним у випадку векторної оптимізації. Отже, приймають остаточний варіант проектного рішення за результатами всебічного аналізу знайдених варіантів, отриманих як на підставі результату розв'язання математичної задачі, так і з використанням чинників якісного характеру, які не формалізуються в математичній постановці.

### Висновки

1. Встановлено, що актуальним завданням в управлінні портфелями проектів з удосконалення системи БЖД є розподіл обмеженого обсягу ресурсу, за якого реалізація неповного комплексу заходів дасть змогу якщо не удосконалити її, то хоча б підтримувати на належному рівні.

2. Сформульовано групу постановок задач і розроблено математичне їх формулювання, сутність яких полягає у виборі такої оптимальної структури заходів, реалізація яких значною мірою покращить ефективність удосконалення системи БЖД за умови обмеженого обсягу виділених ресурсів для окремо взятої території чи їх групи, а також регіону загалом.

*1. Герасимов В.В. Моделирование и оптимизация управления распределенными организационными системами / В.В. Герасимов, С.Л. Иголкин, С.Л. Подвальный // Системы управления и информационные технологии: Межвузовский сб. научн. тр. – Воронеж : Центрально-Чернозем. кн. изд-во. – 2002. – Вып. 9. – С. 108–116. 2. Грицюк Ю.І. Регулярне розміщення прямокутних об'єктів вздовж смуг односторонньо обмеженої стрічки: монографія. – Львів: Вид. дім "Панорама", 2002. – 220 с. 3. Грицюк Ю.І. Формування портфелю проектів з удосконалення системи безпеки життєдіяльності / Ю.І. Грицюк, О.Б. Зачко // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів: РВВ НЛТУ України. – 2009. – Вип. 19.11. – С. 259-266. 4. Грицюк Ю.І. Моделивання та оптимізація комплексу заходів з удосконалення системи безпеки життєдіяльності / Ю.І. Грицюк, О.Б. Зачко // Науковий вісник НЛТУ України: Зб. наук.-техн. праць. – Львів: РВВ НЛТУ України. – 2009. – Вип. 19.13. – С. 288-302. 5. Данциг Дж.Б. Линейное программирование, его обобщения и применения : пер. с англ. / под ред. Н. Н. Воробьева. – М. : Изд-во "Прогресс", 1969. – 600 с. 6. Курицкий Б.Я. Поиск оптимальных решений средствами Excel 7.0. – СПб. : Изд-во "ВНУ – Санкт-Петербург", 1997. – 384 с. 7. Лившиц В.Н. Выбор оптимальных решений в технико-экономических расчетах. – М.: Изд-во "Экономика", 1971. – 255 с. 8. Стоян Ю.Г. Теорія і метод евклідової комбінаторної оптимізації / Ю.Г. Стоян, О.О. Ємець. – К.: ІСДО, 1993. –188 с.*