

## МОДИФІКОВАНИЙ АЛГОРИТМ ГОМОРИ–ХУ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ТОПОЛОГІЇ МЕРЕЖ

© Обельовська К., Брусак М., 2010

**Запропоновано модифікований алгоритм Гоморі–Ху для оптимізації топології мереж, орієнтованих на стандартну ієрархію швидкостей.**

**Ключові слова:** комп'ютерні мережі, топологія, пропускна спроможність, ієрархія швидкостей

**Modified Gomory–Hu standard bit rate oriented algorithm for network topology optimization is proposed.**

**Keywords:** computer network, topology, throughput, bit rate hierarchy.

### 1. Вступ

Одночасно з великою популяризацією мереж та їх ускладненням з'явилася і все більше загострюється проблема їх оптимізації. Триває процес створення інформаційних систем різного призначення, транспортною основою яких є магістральні мережі. Як створення, так і подальша експлуатація мереж потребують значних фінансових витрат, що обумовлено високою вартістю телекомунікаційного обладнання та каналних ресурсів. Вартість оренди, експлуатації мереж значною мірою визначається витратами на утримання каналних ресурсів, які істотно залежать від пропускної здатності мережі.

### 2. Постановка задачі

Синтезу топології телекомунікаційних мереж за критерієм мінімальної вартості каналних ресурсів присвячено багато робіт українських та закордонних вчених. Так, у роботі [1] запропоновано метод синтезу топології мережі передачі даних за критерієм мінімальної вартості з використанням генетичного алгоритму. В [2] розроблено методику розрахунку пропускної спроможності широко-смужової пакетної мережі загального користування та стратегії побудови мультисервісної мережі. Американські математики Гоморі і Ху запропонували алгоритм синтезу топології мережі, що забезпечує передавання заданих вхідних потоків за мінімальної сумарної пропускної здатності її каналів. Проте пропускна здатність каналів, що прокладаються чи орендуються, не може мати будь-яке значення (отримане в результаті оптимізації), а повинна вибиратись відповідно до стандартної ієрархії швидкостей. За рахунок різниці між стандартною пропускною здатністю і пропускною здатністю, отриманою в результаті оптимізації, збільшується надлишковість мережі, а отже, і вартість. Оскільки сьогодні в епоху високих швидкостей крок між стандартними швидкостями є великий, відповідно значною може бути і ця надлишковість. Метою роботи є мінімізація надлишкової пропускної здатності, причиною якої є приведення одержаних в результаті оптимізації значень пропускних здатностей каналів відповідно до стандартної ієрархії швидкостей.

### 3. Застосування алгоритму Гоморі–Ху для оптимізації топології мережі

За допомогою алгоритму Гоморі–Ху можна знайти топологію мережі та пропускні здатності її каналів, при яких буде забезпечена передача максимального потоку, а вага дуг (пропускна здатність каналів зв'язку) буде мінімальна. Розглянемо спосіб застосування алгоритму Гоморі–Ху для оптимізації топології мережі.

Вхідними даними є перелік вузлів, між якими необхідно забезпечити обмін інформацією, та потрібна швидкість передачі між кожною парою вузлів. Алгоритм передбачає представлення цих

даних у вигляді неорієнтованого зваженого графу, ребра якого зв'язують вершини, обмін між якими треба забезпечити. Ваги ребер відповідають потокам, що мають бути передані. Вихідними даними є зважений граф, що відповідає топології мережі, отриманої в результаті оптимізації.

Алгоритм передбачає здійснене за певними правилами розбиття вхідного графу на частини з рівномірними вимогами – у нашому випадку – на підмережі з каналами з однаковими пропускними здатностями. У результаті підсумовування всіх побудованих підмереж отримуємо мережу, що буде володіти мінімальною загальною пропускною здатністю каналів (ребер). Знайдені в процесі оптимізації ваги ребер дорівнюють необхідним пропускним здатностям каналів.

В алгоритмі можна виділити такі кроки.

1. Знаходимо ребро з мінімальною вагою, що відповідатиме потоку з мінімальною інтенсивністю  $W$ .
2. Віднімаємо  $W$  від всіх ребер, вага яких більша за нуль.
3. Створюємо кільце, в яке входять всі невідокремлені вершини, і присвоюємо кожному ребру кільця вагу, що дорівнює  $W/2$ .
4. Додаємо значення ваг ребер кільця до вихідної матриці.

Кроки 1 – 4 повторюють, доки є зв'язані вершини. Якщо зв'язаних вершин немає, то вихідна матриця відповідає оптимізованій мережі.

Проте при побудові мережі, при оренді каналів реальні канали будуть вибиратися з врахуванням стандартного ряду швидкостей з заокругленням до більшого значення. В результаті сумарна пропускна здатність, а отже, і вартість можуть бути більшими, ніж отримані за алгоритмом Гоморі–Ху. Для досягнення цієї мети запропоновано внести зміни в алгоритм Гоморі–Ху, що дають змогу враховувати стандартну ієрархію швидкостей на проміжних етапах оптимізації.

#### 4. Модифікований алгоритм

Для зменшення надлишковості пропускних здатностей, отриманих за рахунок вибору пропускних здатностей з стандартного ряду після отримання результатів оптимізації, пропонується проводити такий вибір на проміжних етапах, а саме при створенні кільцевих підмереж, канали яких мають однакову пропускну здатність. Якщо в класичному алгоритмі значення цієї пропускної здатності вибирали  $W/2$ , то тепер його треба вибрати зі стандартного ряду, замінивши найближчим більшим значенням. Очевидно, що це також збільшує надлишковості, але вона може бути врахована наступними кроками при побудові нових кільцевих підмереж. Їх пропускна здатність буде вибиратися меншою з врахуванням введеної надлишковості і буде меншою порівняно з класичним алгоритмом Гоморі–Ху. Виділені вище кроки алгоритму Гоморі–Ху при цьому мають бути змінені так:

1. Знаходимо ребро з мінімальною вагою, що відповідатиме потоку з мінімальною інтенсивністю  $W$ .
2. Вибираємо зі стандартного ряду швидкостей найближче більше значення  $W_s$ . Віднімаємо  $W_s$  від всіх ребер, вага яких більша за нуль.
3. Створюємо кільце, в яке входять всі невідокремлені вершини, і присвоюємо кожному ребру кільця ваги  $W_s/2$ .
4. Додаємо значення ваг ребер кільця до вихідної матриці.

Виграш у пропускних здатностях або його відсутність при переході від класичного алгоритму на модифікований залежить від значень заданих інтенсивностей вхідних потоків.

Проілюструємо запропонований підхід. Вхідні та вихідні дані подамо відповідно у вигляді вхідної та вихідної матриць. Нехай вхідна матриця  $C_{ex}$ , що описує вхідні потоки, має вигляд:

$$C_{ex} = \begin{bmatrix} 0 & 2850 & 1900 & 7000 & 0 & 0 & 0 \\ 2850 & 0 & 0 & 5200 & 3700 & 0 & 0 \\ 1900 & 0 & 0 & 3400 & 0 & 6900 & 0 \\ 7000 & 5200 & 3400 & 0 & 4400 & 6200 & 4800 \\ 0 & 3700 & 0 & 4400 & 0 & 0 & 1200 \\ 0 & 0 & 6900 & 6200 & 0 & 0 & 1100 \\ 0 & 0 & 0 & 4800 & 1200 & 1100 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де елемент матриці визначає потрібну пропускну здатність між відповідними вузлами в Гбіт/с. Сума пропускних здатностей всіх ліній вхідної мережі, описаної матрицею  $C_{вх}$ , дорівнює 48650 Гбіт/с.

На рис. 1 показано результат оптимізації за класичним алгоритмом Гоморі–Ху.

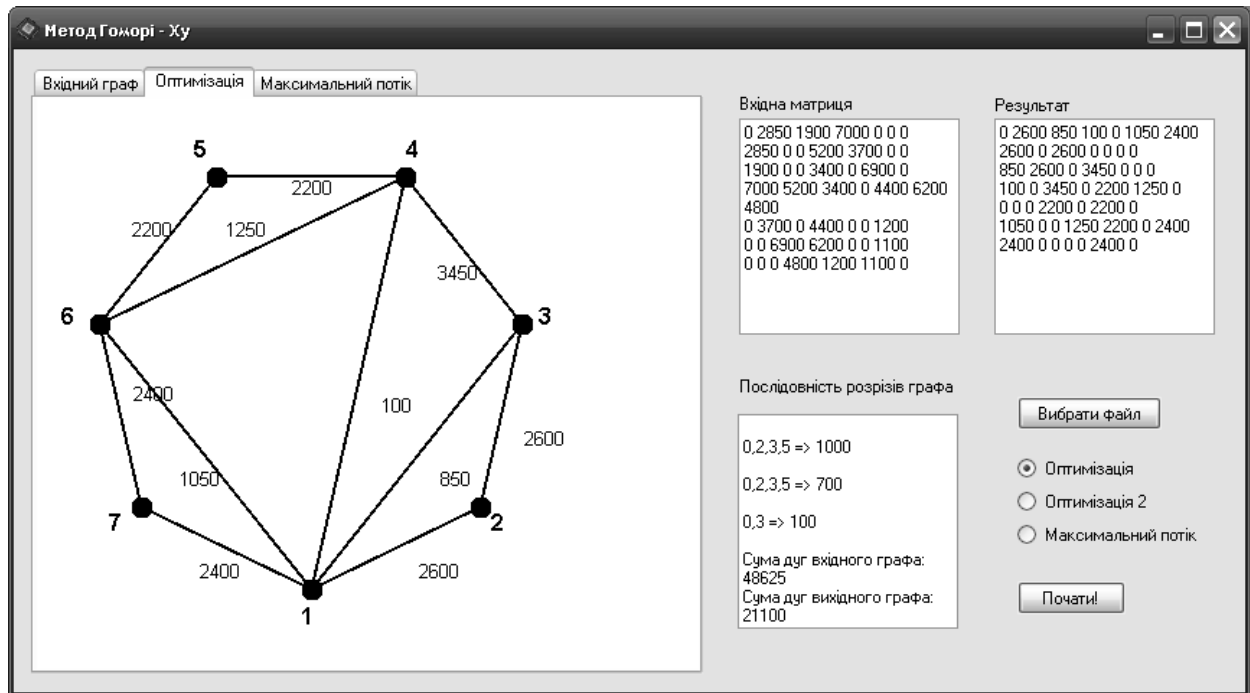


Рис. 1. Результат оптимізації за алгоритмом Гоморі–Ху

Сума пропускних здатностей оптимізованої за класичним алгоритмом Гоморі-Ху мережі дорівнює 21100 Гбіт/с.

Прийемо, що мережа орієнтована на канали з пропускну здатністю 1000 Гбіт/с. Якщо тепер відкоректувати ваги ребер мережі, показаної на рис. 1, прийнявши крок 1000 Гбіт/с, то вихідна матриця  $C_{вих}$  матиме вигляд:

$$C_{вих} = \begin{bmatrix} 0 & 3000 & 1000 & 1000 & 0 & 2000 & 3000 \\ 3000 & 0 & 3000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1000 & 3000 & 0 & 4000 & 0 & 0 & 0 \\ 1000 & 0 & 4000 & 0 & 3000 & 2000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3000 & 0 & 3000 & 0 \\ 2000 & 0 & 0 & 2000 & 3000 & 0 & 3000 \\ 3000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3000 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Сумарна пропускну здатність каналів мережі в цьому випадку дорівнює 28000 Гбіт/с.

На рис. 2 показано результат оптимізації за модифікованим алгоритмом Гоморі–Ху. Порівняємо отримані результати з результатами розрахунку програмою реалізації класичного алгоритму.

Сума пропускних здатностей каналів мережі, оптимізованої за запропонованим модифікованим алгоритмом, становить 25000 Гбіт/с, за класичним, що враховує стандартну швидкість, – 28000 Гбіт/с. Отже, виникає вигреш, що становить 3000 Гбіт/с. Також слід зазначити, що мережа, оптимізована за модифікованим алгоритмом має на одне ребро (канал) менше, ніж мережа, оптимізована за класичним алгоритмом. Якщо мова йде не про оренду каналів, а про побудову магістральних мереж, то зменшення числа ліній, що повинні бути прокладені, може значно зекономити кошти.

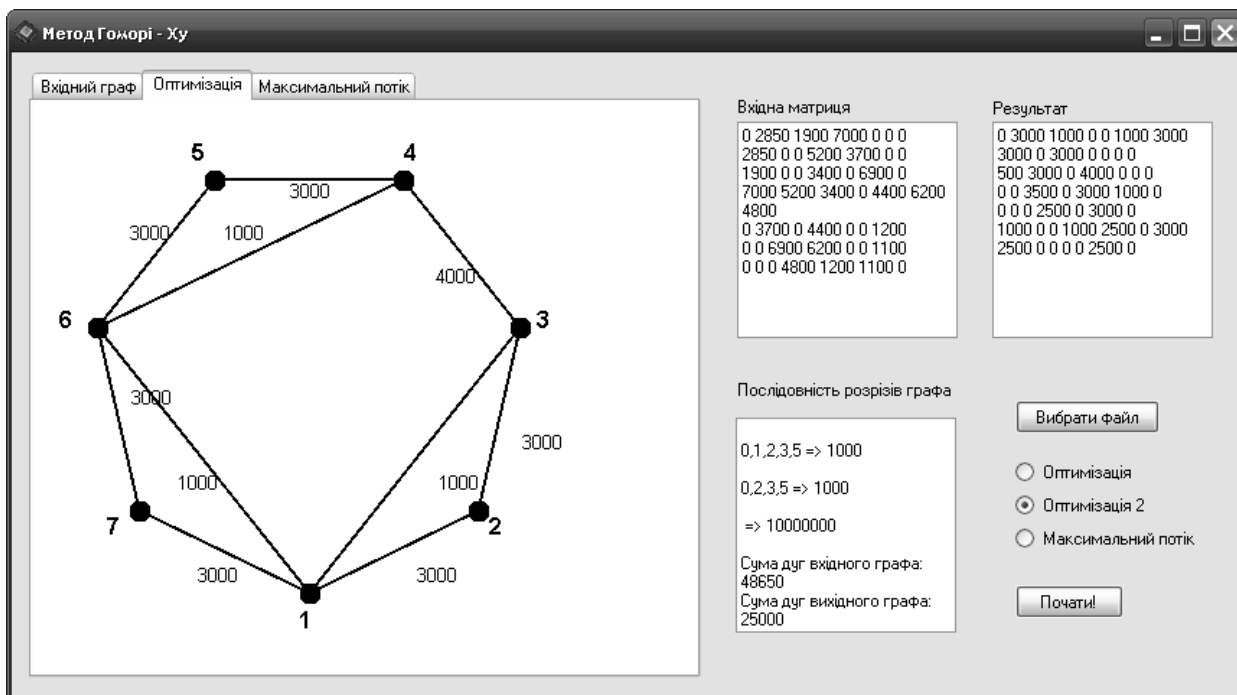


Рис. 2. Результат оптимізації за модифікованим алгоритмом Гоморі–Ху

Програма, що реалізує алгоритми, написана мовою С# в середовищі Microsoft Visual Studio 2005.

### Висновок

Запропонована модифікація алгоритму Гоморі–Ху для оптимізації топології мереж, що враховує ієрархію стандартних швидкостей каналів на проміжних кроках роботи алгоритму. Це дає можливість зменшити сумарну пропускну здатність каналів, забезпечуючи при цьому передавання заданих вхідних потоків.

1. Шубін Є.В. Метод синтезу топологічної структури мережі передачі даних за критерієм мінімальної вартості з використанням генетичного алгоритму: Дис. ... канд. техн. наук: 05.12.02 / Українська держ. академія залізничного транспорту. – Х., 2005. 2. Салманов Н.С. Розробка методики розрахунку пропускної спроможності широкосмужової пакетної мережі загального користування та стратегії побудови мультисервісної мережі Азербайджану: Дис. ... канд. техн. наук: 05.12.02. – 2008.