

В. Самотий^{1,2}, У. Дзелендзяк¹, А. Павельчак¹

¹Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра комп’ютеризованих систем автоматики

²Politechnika Krakowska, katedra automatyki, Polska

РОЗРОБЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ МОДУЛЯТОРА СИГНАЛІВ НА БАЗІ ТРИФАЗНОГО ОДНОПІВПЕРІОДНОГО ВИПРЯМЛЯЧА

© Самотий В., Дзелендзяк У., Павельчак А., 2010

Наведено математичну модель модулятора сигналів на базі трифазного однопівперіодного випрямляча, а також запропоновано метод аналізу перехідних і усталених режимів його роботи.

Ключові слова: модулятор сигналів, трифазний однопівперіодний випрямляч, перехідні режими, усталені режими, ідеальний ключ, додаткові логічні змінні.

Mathematical model of the modulator of signals on the basis of three-phase half-wave rectifier is resulted and method for transient and steady-state analysis of it operational modes is suggested.

Keywords: modulator of signals, three-phase half-wave rectifier, transient operational modes, steady-state operational modes, ideal key, additional logic variables.

Вступ

При проектуванні систем автоматичного керування виникає багато складних задач, пов’язаних з їх функціонуванням. До них належать: аналіз режимів роботи систем, дослідження їх динамічних характеристик, синтез структурних схем та вибір основних елементів, оптимізація параметрів, покращання якості регулювання, аналіз стійкості, дослідження параметричної чутливості та ін. Для їх оптимального функціонування часто виникає необхідність генерування вхідного сигналу певної форми. Безумовно, що використовуючи мікропроцесорні пристрої можна генерувати сигнали довільної форми. Проте, якщо рівень вихідного сигналу повинен бути високим, то мікропроцесорні пристрої не здатні це забезпечити, бо їх потужність є обмеженою. Усунути цей недолік можна лише завдяки застосуванню тиристорних перетворювачів напруги, бо саме вони здатні генерувати сигнали великої потужності. У майбутньому більш сучасні магнетні матеріали, використання нових принципів побудови, мікромініатюризація і перехід на інтегральну технологію повинні забезпечити підвищення значимості таких переваг електромагнетних елементів, як висока надійність, радіаційна стійкість, відсутність гальванічного зв’язку, стабільність характеристик в часі, нечутливість до зміни параметрів навколишнього середовища, коливань напруги, частоти джерела живлення та ін.

Усі тиристорні перетворювачі напруги можна класифікувати за типом перетворення, а саме, перетворювачі змінного струму на постійний (випрямлячі), постійного струму на змінний (інвертори), змінного струму на змінний (перетворювачі частоти), постійного струму на постійний (конвертори), перетворювачі форми сигналів. Зауважимо, що перетворювачі частоти можна будувати на випрямлячах, забезпечивши інверсію вихідного сигналу. Вони можуть лише понижувати частоту, а тому їх ще називають подільниками частоти. Саме вони є основою для перетворювачів форми сигналів. Ми пропонуємо математичну модель такого перетворювача на базі трифазного однопівперіодного випрямляча.

1. Аналіз публікацій

Досліджувана нами задача належить до класу математичного моделювання нелінійних електромагнетних кіл, що містять напівпровідникові вентиля. Ця ділянка наукових досліджень є досить добре дослідженою і багато вчених зробили значний внесок у розв'язання таких задач.

Усі відомі методи цієї галузі можна умовно поділити на дві частини. Методи першої призначені для аналізу перехідних процесів, а другої – аналізу усталених режимів. Перехідні процеси є результатом розв'язування систем нелінійних диференціальних рівнянь. Вони можуть бути записані в нормальній формі Коші [5–9] або в дискретній формі [1, 2], орієнтованій на неявні методи числового розв'язування рівнянь стану. В цих роботах викладено сучасні засади формування диференціальних рівнянь стану нелінійних електромагнетних пристроїв, що містять напівпровідникові вентиля. Аналіз усталених режимів є задачею складнішою. Вона розв'язувалася в часовій і позачасовій області. Прикладом позачасових є частотні методи, зокрема [3]. Їх спільним недоліком є відсутність критерію оцінки точності розв'язування. До часових належать: метод Ейпріла–Трика [4, 5, 7] та екстраполяційний метод з використанням θ -алгоритму [1, 2, 6].

Друга проблема, яка виникає при моделюванні модуляторів сигналів – це вибір моделі напівпровідникового вентиля. Моделювати вентиль нелінійною електричною ланкою виявилось недоцільним, бо це приводить до штучного утворення жорсткості рівнянь стану. Тому ідея ідеального ключа з застосуванням додаткових логічних змінних набула значного поширення [1, 2, 6–8]. Цікавою є модель трифазного циклоконвертора [8], де вдалося з допомогою додаткових логічних змінних промоделювати роботу 36 напівпровідникових керованих вентилів. Це підтверджує перспективність цього підходу.

1.2. Рівняння динаміки трифазного однопівперіодного мостового випрямляча

Трифазні напівпровідникові випрямлячі знаходять широке застосування в енергетиці, автоматичі та інших галузях. Вони виконують перетворення змінної трифазної напруги на постійну. На відміну від однофазних випрямлячів, вони мають значно меншу змінну складову у вихідному сигналі. Трифазний однопівперіодний випрямляч реалізовується на трьох вентилях, а навантаження вмикається в нульовому провіднику (рис. 1). Вихідний сигнал у цій схемі в усталеному режимі визначається співвідношенням

$$u_{\text{ВИХ}} = \max(u_{2A}, u_{2B}, u_{2C}). \quad (1)$$

Розглянемо рівняння динаміки трифазного однопівперіодного випрямляча, що працює на активне навантаження. Параметри вторинної обмотки вважаємо приведеними за числом витків до первинної. По суті, рівняння трифазного однопівперіодного випрямляча зводяться до рівнянь трифазного трансформатора з нульовим провідником, через який протікає струм навантаження. Для запису рівнянь стану необхідно визначити загальну кількість комбінацій відкритих і закритих вентилів, записати рівняння для кожної комбінації і за допомогою додаткових логічних змінних узагальнити їх до однієї системи алгебро-диференціальних рівнянь.

Необхідно перебрати всі варіанти, коли відкритими є один або два вентиля. Отже, існує три комбінації, коли відкритим залишається один вентиль, а також три комбінації, коли відкриті два вентиля, а саме:

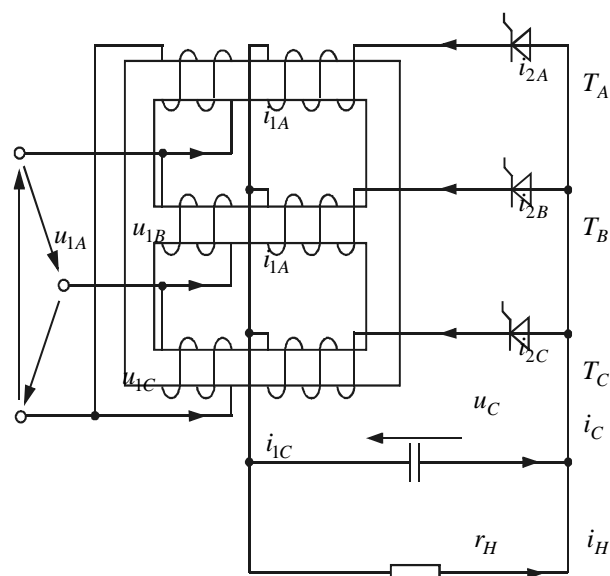


Рис. 1. Принципова схема трифазного однопівперіодного випрямляча

- 1) T_A – відкритий, T_B, T_C – закриті; 2) T_B – відкритий, T_A, T_C – закриті; 3) T_C – відкритий, T_A, T_B – закриті; 4) T_B, T_C – відкриті, T_A – закритий; 5) T_A, T_C – відкриті, T_B – закритий; 6) T_A, T_B – відкриті, T_C – закритий. Можлива ще сьома комбінація, коли всі вентилялі закриті.

Закривання того чи іншого вентиля приводить до обриву відповідної фази, що можна промоделювати, прирівнявши до нуля обернену індуктивність розсіяння відповідної фази, або помноживши її на додаткову логічну змінну, що набуває значень 0, 1. Можна зробити висновок, що немає необхідності для даного перетворювача записувати рівняння всіх комбінацій відкритих і закритих вентилів. Достатньо записати рівняння для випадку, коли всі вентилялі відкриті.

Рівняння первинної сторони трансформатора будуть

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = U_1 - R_1 I_1, \quad (2)$$

де Ψ_1, U_1, I_1 – вектори повних потокозчеплень, напруг і струмів $h(h = \Psi_1, U_1, I_1) = (h_A, h_B, h_C)^T$; $R_1 = \text{diag}(r_{1A}, r_{1B}, r_{1C})$ – діагональна матриця опорів. Тут індекси A, B, C вказують на причетність до відповідних фаз, 1 – до первинної сторони трансформатора.

Рівняння вторинної сторони за схемою рис. 2 будуть

$$\frac{d\Psi_2}{dt} = -H_C u_C - R_2 I_2, \quad (3)$$

де Ψ_2, I_2 – вектори повних потокозчеплень і струмів $h(h = \Psi_2, I_2) = (h_A, h_B, h_C)^T$; $R_2 = \text{diag}(r_{2A}, r_{2B}, r_{2C})$ – діагональна матриця опорів; $H_C = (1, 1, 1)^T$ – структурна матриця. Тут індекс 2 вказує на причетність до вторинної сторони трансформатора.

Рівняння струмів обмоток запишемо в матричній формі

$$\frac{dI_1}{dt} = \alpha_1 \left(\frac{d\Psi_1}{dt} - \frac{d\psi}{dt} \right), \quad (4)$$

$$\frac{dI_2}{dt} = K\alpha_2 \left(\frac{d\Psi_2}{dt} - \frac{d\psi}{dt} \right), \quad (5)$$

де $\psi = (\psi_A, \psi_B, \psi_C)^T$ – вектор робочих потокозчеплень фаз; $\alpha_1 = \text{diag}(\alpha_{1A}, \alpha_{1B}, \alpha_{1C})$, $\alpha_2 = \text{diag}(\alpha_{2A}, \alpha_{2B}, \alpha_{2C})$ – діагональні матриці обернених індуктивностей розсіяння обмоток первинної та вторинної сторін трансформатора; $K = \text{diag}(k_A, k_B, k_C)$ – діагональна матриця додаткових логічних змінних, що набувають значень 0, 1.

Рівняння стану магнетного кола будуть

$$I_1 + I_2 = \Phi(\psi) + \alpha_0 E_1 \psi, \quad (6)$$

де $\Phi(\psi) = (\Phi_A(\psi_A), \Phi_B(\psi_B), \Phi_C(\psi_C))^T$ – вектор магнетних напруг в осердях трансформатора, які визначаються за їх кривими намагнення; α_0 – обернена індуктивність розсіяння нульової послідовності; E_1 – матриця розмірності 3×3 , всі елементи якої дорівнюють 1.

Продиференціюємо за часом (6)

$$\frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} = P \frac{d\psi}{dt} + \alpha_0 E_1 \frac{d\psi}{dt}, \quad (7)$$

де $P = \text{diag}(\alpha''_A, \alpha''_B, \alpha''_C)$ – діагональна матриця обернених диференціальних індуктивностей.

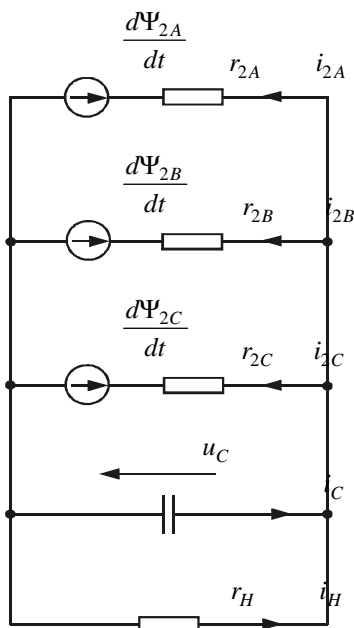


Рис. 2. Розрахункова схема електричного кола вторинної сторони трансформатора

Підставимо рівняння струмів (4), (5) до рівняння стану магнетних контурів (7)

$$\alpha_1 \left(\frac{d\Psi_1}{dt} - \frac{d\psi}{dt} \right) + K\alpha_2 \left(\frac{d\Psi_2}{dt} - \frac{d\psi}{dt} \right) = P \frac{d\psi}{dt} + \alpha_0 E_1 \frac{d\psi}{dt}. \quad (8)$$

або

$$(P + \alpha_0 E_1 + \alpha_1 + K\alpha_2) \frac{d\psi}{dt} = \alpha_1 \frac{d\Psi_1}{dt} + K\alpha_2 \frac{d\Psi_2}{dt}, \quad (9)$$

звідки

$$\frac{d\psi}{dt} = D_1 \frac{d\Psi_1}{dt} + D_2 \frac{d\Psi_2}{dt}, \quad (10)$$

де $D_1 = G\alpha_1$, $D_2 = GK\alpha_2$, $G = (P + \alpha_0 E_1 + \alpha_1 + K\alpha_2)^{-1}$.

Рівняння (2), (3) запишемо одним виразом

$$\frac{d\Psi}{dt} = U - RI, \quad (11)$$

де $\Psi = (\Psi_1, \Psi_2)^T$ – вектор повних потокозчеплень; $I = (I_1, I_2)^T$ – вектор струмів; $U = (U_1, -H_C u_C)^T$ – вектор напруг; $R = \text{diag}(R_1, R_2)$ – діагональна матриця активних опорів. Тоді рівняння (10) з урахуванням (11) запишемо у вигляді

$$\frac{d\Psi}{dt} = D(U - RI), \quad D = (D_1, D_2). \quad (12)$$

Підставимо диференціальне рівняння (12) в рівняння струмів (4), (5)

$$\frac{dI_1}{dt} = \alpha_1 \left(\frac{d\Psi_1}{dt} - D_1 \frac{d\Psi_1}{dt} - D_2 \frac{d\Psi_2}{dt} \right), \quad (13)$$

$$\frac{dI_2}{dt} = K\alpha_2 \left(\frac{d\Psi_2}{dt} - D_1 \frac{d\Psi_1}{dt} - D_2 \frac{d\Psi_2}{dt} \right). \quad (14)$$

Систему рівнянь (13), (14) з урахуванням позначень (11) запишемо у вигляді

$$\frac{dI_1}{dt} = A_1(U - RI), \quad A_1 = (\alpha_1(E - D_1), -\alpha_1 D_2), \quad (15)$$

$$\frac{dI_2}{dt} = A_2(U - RI), \quad A_2 = (-K\alpha_2 D_1, K\alpha_2(E - D_2)). \quad (16)$$

Отримані рівняння залишилось доповнити рівнянням конденсатора

$$\frac{du_C}{dt} = C^{-1}(H_C^T I_2 - u_C / r_H). \quad (17)$$

Рівняння (12), (16) та (17) запишемо єдиним виразом

$$\frac{dX}{dt} = B(\Psi)Z(t), \quad Z(t) = (U - RI, H_C^T I_2 - u_C / r_H)^T, \quad (18)$$

де $X = (\Psi, I_2, u_C)^T$ – вектор змінних стану; $B = \text{diag}(M, C^{-1})$ – матриця коефіцієнтів; $M = (D, A_2)^T$.

Первинні струми визначаємо згідно з (6)

$$I_1 = \Phi(\Psi) + \alpha_0 E_1 \Psi - I_2, \quad (19)$$

а лінійні – як різницю двох суміжних фазних

$$i_A = i_{1A} - i_{1B}, \quad i_B = i_{1B} - i_{1C}, \quad i_C = i_{1C} - i_{1A}, \quad (20)$$

Отримані рівняння необхідно доповнити умовами закриття і відкриття вентилів. При закритому вентилі j -ї фази ($k_j = 0$) $\Psi_j = \psi_j$, $j = A, B, C$, тому умова його відкриття буде визначатися прикладеною до нього додатною напругою, а саме

$$-d\psi_j / dt - u_C > 0. \quad (21)$$

При виконанні умови (21) відкриваємо вентиль T_j і логічній змінній присвоюємо значення $k_j = 1$. Закриваємо вентилі, як і у всіх попередніх прикладах за їх струмами

$$i_{2j} = 0, \quad di_{2j} / dt < 0. \quad (22)$$

При виконанні умови (22) закриваємо вентиль T_j і логічній змінній присвоюємо значення $k_j = 0$.

Розрахунок перехідних процесів зводиться до інтегрування рівнянь динаміки (18) при заданих початкових умовах змінних стану $X(0)$. Зауважимо, що на кожному кроці інтегрування необхідно контролювати умови перемикання вентилів (21), (22). Усталений режим отримуємо при початкових умовах $X(0)$, що задовольняють умову періодичності.

3. Модель модулятора сигналів

За класичним законом комутації, коли тиристори T_A, T_B, T_C працюють як звичайні діоди, вихідний сигнал буде близьким до постійного з незначними коливаннями. Форма такого сигналу без наявності конденсатора загальновідома. Цей закон відображений у математичній моделі залежністю (1). Постає питання: яким повинен бути закон комутації, щоб напруга u_C була максимально наближена до синусоїди або до іншої функціональної залежності? Для цього насамперед необхідно мати можливість інвертувати вихідний сигнал випрямляча. Тобто, поміняти його знак на протилежний. Це означає, що в схемі випрямляча рис. 1 паралельно тиристорам T_A, T_B, T_C необхідно підключити тиристори T_{1A}, T_{1B}, T_{1C} , але у протилежному напрямку (рис. 3). Тоді, коли сигнал керування подано на тиристори T_A, T_B, T_C , в навантаженні буде додатна напруга, а коли керуючий сигнал надійде на тиристори T_{1A}, T_{1B}, T_{1C} , напруга в навантаженні стане від'ємною. Маніпулюючи сигналом керування, можна впливати на форму вихідного сигналу. Ми пропонуємо наступний алгоритм. Задаємось зразковим сигналом

$$u_{зр} = f_{зр}(t), \quad (23)$$

На кожному кроці інтегрування рівнянь стану порівнюємо поточне значення напруги u_C в момент часу t_i і зразкового сигналу $u_{зр}(t_i)$

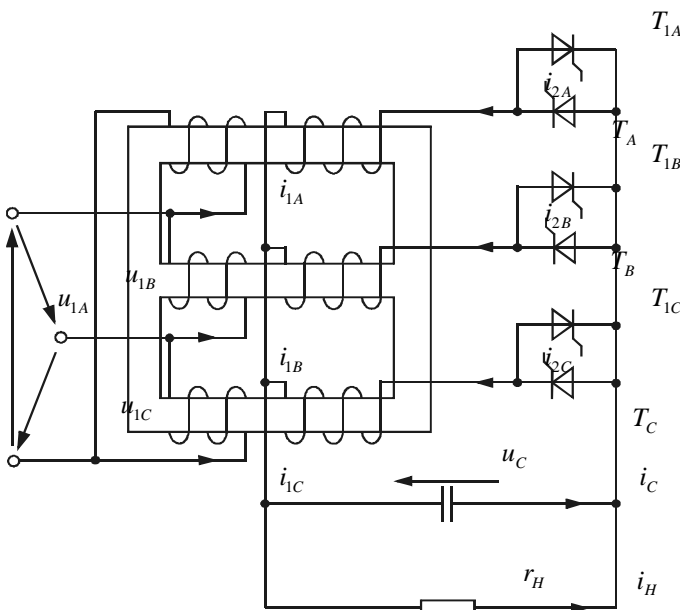


Рис. 3. Принципова схема модулятора сигналів на базі трифазного однопіперіодного випрямляча

$$\Delta u(t_i) = \varepsilon(u_C(t_i) - u_{зр}(t_i)). \quad (24)$$

Критерієм перемикання тиристорів є умова

$$\Delta u(t_i) > \Delta u_{доп}, \quad (25)$$

де $\Delta u_{доп}$ – допустиме відхилення напруги конденсатора u_C від зразкового сигналу.

Нехай $\varepsilon = 1$. Перевіряємо умову (25), якщо вона не виконується, тоді залишаємо відкритими тиристори T_A, T_B, T_C ($\varepsilon = 1$). Якщо вона виконується, тоді відкриваємо тиристори T_{1A}, T_{1B}, T_{1C} і присвоюємо $\varepsilon = -1$.

Нехай $\varepsilon = -1$. Перевіряємо умову (25), якщо вона не виконується, тоді залишаємо відкритими тиристори

T_{1A}, T_{1B}, T_{1C} ($\varepsilon = -1$). Якщо вона виконується, тоді відкриваємо тиристори T_A, T_B, T_C і присвоюємо $\varepsilon = 1$.

Зауважимо, що чим меншим буде значення допустимого відхилення напруги u_C від зразкового сигналу, тим частіше будуть перемикатися тиристори T_A, T_B, T_C і T_{1A}, T_{1B}, T_{1C} .

4. Аналіз результатів розрахунку

На рис. 4–6 наведено результати розрахунку перехідних процесів модулятора сигналів на базі трифазного однопівперіодного випрямляча, що працює на активно-емнісне навантаження. При закриванні вентилів відповідних фаз в матриці коефіцієнтів рівнянь динаміки вирізалися стовпчики і рядки з відповідними номерами. Без цієї операції застосування моделі чутливостей до початкових умов є неможливе, бо при цьому вироджується матриця Якобі рівнянь періодичності.

У розрахунках використано такі дані модельного випрямляча: $r_{1j} = 0.75$ Ом, $r_{2j} = 1.5$ Ом, $\alpha_{1j} = \alpha_{2j} = 142$ Гн⁻¹, $j = A, B, C$, $\alpha_0 = 1.67$ Гн⁻¹, $R_H = 10$ Ом, $u_1 = 311 \sin(\omega t + 5)$ В, $\omega = 314.1593$ рад/с. Допустиме відхилення напруги конденсатора u_C від зразкового сигналу було прийнятим $\Delta u_{\text{доп}} = 2$ В. Криві намагнення окремих фаз апроксимовані виразом

$$\varphi(\psi) = \begin{cases} \alpha'_1 \psi, & \text{if } |\psi| \leq \psi_1, \\ S_3(\psi), & \text{if } \psi_1 < |\psi| < \psi_2, \\ \alpha'_2 \psi + \varphi_0, & \text{if } |\psi| \geq \psi_2, \end{cases}$$

де $\alpha'_{1j} = 0.25$ Гн⁻¹, $\alpha'_{2j} = 0.615$ Гн⁻¹, $\varphi_0 = -0.27815$ А, $\psi_{1j} = 0.68$ Вб, $\psi_{2j} = 0.81$ Вб, $j = A, B, C$, $S_3(\psi)$ – кубічний сплайн.

На рис. 4 наведена розрахункова крива вихідної напруги модулятора сигналів при синусоїдальному зразковому сигналі $u_{зр} = U_M \sin(\omega_{зр} t)$, де $U_M = 200$ В, $\omega_{зр} = 2\pi f_{зр}$, $f_{зр} = 10$ Гц. Як видно з рисунка, характер кривої практично не відрізняється від синусоїдальної залежності з незначними пульсаціями на вершинах. Звісно, що частота вихідного сигналу повинна бути меншою від частоти живлення.

На рис. 5 наведено розрахункову криву вихідної напруги модулятора при експоненціальному зразковому сигналі $u_{зр} = 200(1 - e^{-4t})$. Початкова ділянка експоненти відображається достатньо точно, але з ростом напруги виникають високочастотні коливання.

На рис. 6 наведено розрахункову криву вихідної напруги модулятора сигналів при дробово-лінійному зразковому сигналі $u_{зр} = 200/(1 + 10t)$. З усіх наведених функцій дробово-лінійна відображається найкраще і тут практично відсутні високочастотні коливання. Наведені розрахунки свідчать,

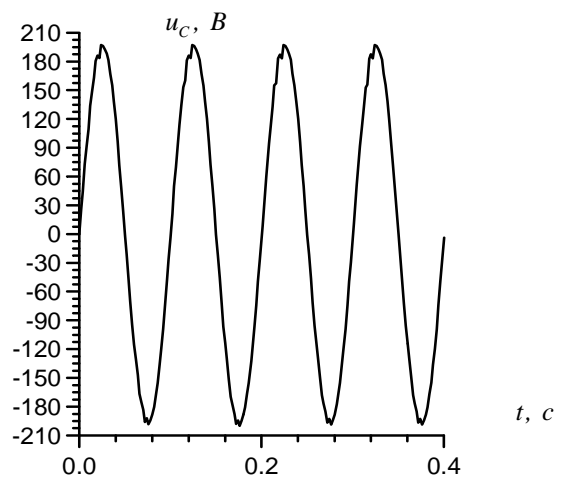


Рис. 4. Розрахункова крива вихідної напруги при синусоїдальному зразковому сигналі

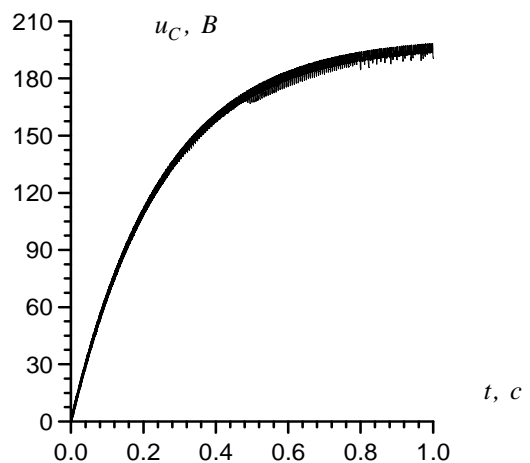


Рис. 5. Розрахункова крива вихідної напруги при експоненціальному зразковому сигналі

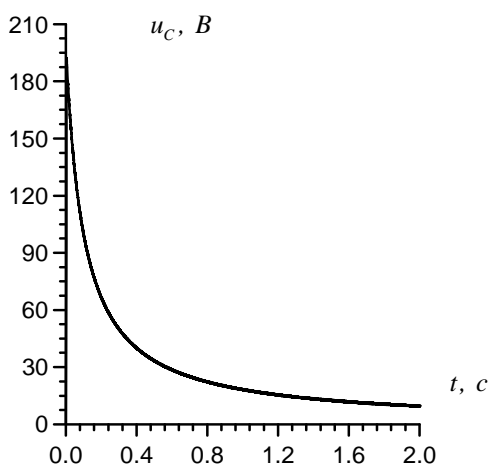


Рис. 6. Розрахункова крива вихідної напруги при дробово-лінійному зразковому сигналі

що досліджуваний модулятор сигналів добре відтворює різноманітні вхідні сигнали, а присутні високочастотні коливання при бажанні можна відфільтрувати.

Висновок

При формуванні рівнянь стану електромагнетних кіл доцільним є шлях, що не використовує поняття індуктивностей електромагнетних контурів, а ґрунтується на використанні безпосередньо основних магнетних потоків віток. У цьому випадку є можливість записати диференціальні рівняння реальних модуляторів сигналів безпосередньо в нормальній формі Коші, що значно спрощує алгоритм аналізу перехідних процесів і дає можливість значно підвищити точність розрахунку. Моделювання роботи тиристорів виконувалося за схемою ідеального ключа, що вноситься безпосередньо в структуру рівнянь стану модулятора у

вигляді додаткових логічних змінних. Це значно спрощує алгоритм аналізу за достатньо високої точності розрахунків. Як показали результати аналізу, якщо частота вихідного сигналу в декілька разів менша від частоти напруги живлення, то можливим є відтворення сигналів довільної форми.

1. Дзелендзяк У.Ю., Самотий В.В., Павельчак А.Г. Неявна математична модель послідовного двотактного тиристорного інвертора // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка", Автоматика, вимірювання та керування – 2008. – № 608. – С. 28–33.
2. Дзелендзяк У.Ю., Самотий В.В., Хомуляк М.О. Зменшення гармонічного спектра вихідного сигналу тиристорного перетворювача частоти // Збірник матеріалів III Міжвузівської науково-технічної конференції науково-педагогічних працівників. – Львів. – 2008. – С. 225–226.
3. Самойлов С.Г. Частотный метод ускоренного поиска периодического режима радиоэлектронных схем / Теоретическая электротехника: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Львов: Вища школа, 1985. – Вып. 38. – С. 105–110.
4. Эйприл Т., Трик Т. Анализ стационарного режима нелинейных цепей с периодическими входными сигналами / В кн.: Автоматизация в проектировании. – М.: Мир, 1972. – С. 148–155.
5. Minkina W., Samotyj W. Metoda analizu zjawiska ferorezonansu we wzmacniaczu magnetycznym // Jakość i Użytkowanie Energii Elektrycznej. – 2002. – Tom VIII. – Zeszyt 1/2. – S. 33–38.
6. Minkina W., Samotyj W. Trójfazowy przemiennik częstotliwości w oparciu o falownik jednofazowy // II Krajowa konferencja "Postępy w Elektrotechnice Stosowanej (PES-2), Zakopane-Kościelisko, czerwiec 1999, s. 205 – 208.
7. Samotyj V., Shakya S. Mathematical Model of Frequency Multiplier "Symmetric Scheme of Rectification with Voltage Doubling – Bridge Parallel Thyristor Chopper" // Technology (Journal of Engineering). – Kathmandu, 2000. – V. 9. – P. 58 – 62.
8. Samoty V., Kobylansky A. Transient Analysis of Cycloconverter Operating under Static Load // Engineering Simulation, 1997. Vol. 14, pp. 159–162.
9. Tchaban V.J. Matematic modelling of vibrative processes in nonlinear magnetic circuits // Modelling. Simulation and Control, A, AMSE Press. – 1985. –Vol. 2. – № 3. – P. 1–5.