

2. Використовуючи розрахункову програму, можна вибрати оптимальні розміри ланок кермового приводу й проаналізувати вплив цих розмірів на значення й характер зміни передатного відношення кермового керування.

1. Чайковский И.П., Саломатин П.А. Рулевые управления автомобилей. – М.: Машиностроение, 1987. – 176 с. 2. Лысов М.И. Рулевые управления автомобилей. – М.: Машиностроение, 1972. – 334 с. 3. Родионов В.Ф., Фиттерман Б.М. Проектирование легковых автомобилей. – М.: Машиностроение, 1980. – 479 с. 4. Осепчугов В.В., Фрумкин А.К. Автомобиль: анализ конструкций, элементы расчета: Учебник для студентов вузов. – М.: Машиностроение, 1989. – 304 с. 5. Крайник Л.В., Попович В.В. Оптимізація кінематики передньої підвіски та кермового керування шасі автобуса з дверми у передньому зв'язі // Вестник НТУ “ХПИ”. Тематический выпуск “Автомобиле- и тракторостроение”. – 2010. – № 1.

УДК 621.086.065

М.П. Мартинців, О.М. Удовицький*, Б.В. Сологуб

*Національний лісотехнічний університет України,
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра деталей машин

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ПРИВОДУ ТРАНСПОРТУВАЛЬНИХ ТА ВАНТАЖОПДІЙМАЛЬНИХ МАШИН З ВЕДУЧИМ БАРАБАНОМ

© Мартинців М.П., Удовицький О.М., Сологуб Б.В., 2010

Розроблено динамічну модель приводу з ведучим барабаном. Отримано аналітичні залежності, які дають можливості оцінити характер коливань барабана і визначити максимальні динамічні зусилля, що виникають в елементах приводу. Встановлено характер коливань ведучого барабана для конкретної установки.

The dynamic model of drive with an anchorman drum is developed. Analytical dependences, which enable to estimate character of vibrations of drum and define maximal dynamic efforts which arise up in the elements of drive, are got. Character of vibrations of anchorman drum is set for the concrete plant.

Приводні барабани використовують як тягові елементи в приводах стрічкових та скребкових конвеєрів, а також лижних канатних витягів, підвісних крісельних доріг та деяких видів вантажних канатних установок [1–4]. Коливання в механічній системі приводу розглянуто у роботах [5–7]. Однак, розрахункові схеми в наведених роботах відповідають реальним системам, що мають конкретні зовнішні навантаження. Це не дає можливості дослідити коливання барабана та вибрати режими експлуатації, які дають можливість уникнути явища резонансу, особливо в перехідних режимах роботи.

Під час роботи таких приводів виникають коливання як у вертикальній, так і в горизонтальній площинах. Коливання у вертикальній площині викликаються коливаннями вантажів, що транспортуються. Коливання у горизонтальній площині виникають за рахунок сил тертя між направляючими та тягово-несучим елементом, а також через зміну швидкості обертання приводного барабана, особливо в неусталених режимах роботи. Розрахункову схему такого приводу наведено на рис. 1. Ця модель представлена у вигляді зосереджених мас, що з'єднані пружними зв'язками, а до тягового елемента прикладені зовнішні зусилля, які змінюються за певним законом, що визначається конструктивними особливостями і призначенням виконавчого робочого органа.

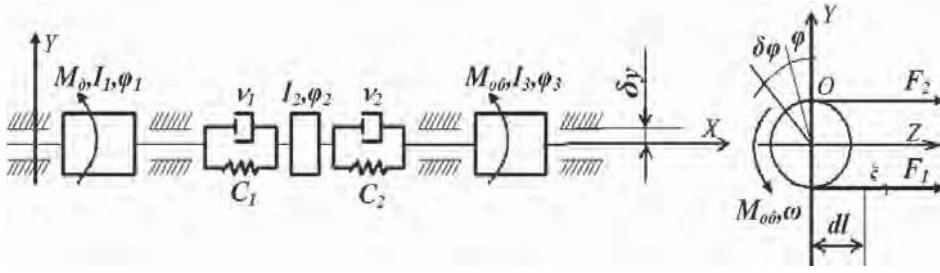


Рис. 1. Розрахункова схема приводу з ведучим барабаном

Рівняння руху системи складемо, використовуючи рівняння Лагранжа другого роду у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} &= Q_1 - \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial \Pi}{\partial z} &= Q_2 - \frac{\partial \Phi}{\partial z} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial \Pi}{\partial y} &= Q_3 - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

де T , Π – відповідно кінетична і потенціальна енергії системи; Q_1, Q_2, Q_3 – узагальнені сили; Φ – дисипативна функція Релея; φ, z, y – відповідні узагальнені координати.

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (I_i \cdot \dot{\varphi}_i^2 + m_i \cdot \dot{x}_i^2) + \frac{1}{2} m_3 (\dot{y} - r \dot{\varphi}_3)^2 + T_{T.OP.}, \quad (2)$$

де I_i , ($i=1;2;3$) – моменти інерції відповідних мас m_i ; r – радіус ведучого барабана; $T_{T.OP.}$ – кінетична енергія тягового органу.

Для визначення кінетичної енергії тягового органу в околі точки O виділимо малий елемент завдовжки dl , маса якого dm (рис.1). Цей елемент здійснює складний рух. Тоді:

$$dT_{T.OP.} = \frac{dm}{2} \sqrt{\left(\frac{dz}{dt} \right)^2 + \frac{dy}{dt^2}} = \frac{dm dl}{2 dt}. \quad (3)$$

Масу погонного метра тягового органу позначимо через q , тоді:

$$dm = q \cdot dl. \quad (4)$$

Приймемо, що швидкість тягового органу дорівнює

$$v_{(z)} = \frac{dl}{dt}. \quad (5)$$

За гіпотезою про лінійний розподіл швидкостей тягового органу, визначимо величину швидкості v_{ξ} у довільній точці:

$$v_{\xi} = a + b \cdot \xi. \quad (6)$$

У цьому випадку на основі залежності (3) кінетичну енергію можна визначити [8]:

$$\begin{aligned} T_{T.OP.} &= \int_0^{z(t)} \frac{qy^2}{2z^2} \cdot \xi^2 \sqrt{1 + (\dot{y})^2} d\xi + \int_{z(t)}^L \frac{qy^2}{2(z-L)^2} \cdot (\xi-L)^2 \times \\ &\times \sqrt{1 + (\dot{y})^2} d\xi + \int_0^{y(t)} \frac{qz^2}{2y^2} \cdot (\xi \cdot \operatorname{tg} \varphi)^2 \sqrt{1 + (\dot{z})^2} d(\xi \cdot \operatorname{tg} \varphi) + \\ &+ \int_{y(t)}^{\delta y} \frac{qz^2}{2(y-\delta y)^2} \cdot (\xi \cdot \operatorname{tg} \varphi - \delta y)^2 \sqrt{1 + (\dot{z})^2} d(\xi \cdot \operatorname{tg} \varphi), \end{aligned} \quad (7)$$

де ξ – координата довільної точки тягового елемента завдовжки L .

Потенціальну енергію системи можна подати рівнянням:

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 C_i (\dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_{(i+1)})^2 + \frac{1}{2} C_y (\dot{y}_1 - \dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2} C_z (\dot{z}_1 - \dot{z}_2)^2 + \frac{1}{2} C_t (\dot{\varphi}_3 \cdot r_\sigma - \dot{z})^2, \quad (8)$$

де C_i, C_y, C_z, C_t – відповідно жорсткості окремих елементів приводу і тягово-несучого органу.

Узагальнені збурювальні зусилля можна визначити, скориставшись виразами [9]:

$$Q_1 = \frac{\delta A_\varphi}{\delta \varphi}; Q_2 = \frac{\delta A_{Fz}}{\delta z}; Q_3 = \frac{\delta A_{Fy}}{\delta y}, \quad (9)$$

де $\delta A_\varphi, \delta A_{Fz}, \delta A_{Fy}$ – елементарні роботи збурювальних зусиль F_1 і F_2 на елементарних переміщеннях барабана, викликані приростом узагальнених координат (F_1, F_2 – зусилля у вітках тягово-несучого елемента). При:

$$\begin{aligned} \delta \varphi > 0; y = const; z = const; & \quad \delta A_1 = (M_{o\sigma} - m_\sigma g) \delta \varphi; \\ \delta y > 0; \varphi = const; y = const; & \quad \delta A_2 = (F_1 - F_2 - C_y y) \delta y; \\ \delta z > 0; \varphi = const; y = const; & \quad \delta A_3 = (m_3 \cdot g - C_z z) \delta z. \end{aligned}$$

Отже:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= M_{o\sigma} - m_\sigma \cdot g \cdot r_\sigma; \\ Q_2 &= (F_1 + F_2) - C_z z; \\ Q_3 &= (F_1 - F_2) - C_y y. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Дисипативну функцію можна подати у вигляді:

$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 v_i (\dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_{(i+1)})^2 + \frac{1}{2} v_y (\dot{y}_1 - \dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2} v_z (\dot{z}_1 - \dot{z}_2)^2 + \frac{1}{2} v_t \dot{z}^2, \quad (11)$$

де v_i, v_y, v_z, v_t – відповідно коефіцієнти опору рухові окремих елементів приводу і тягового органу.

Використовуючи залежності 2–11, знаходимо члени системи рівнянь Лагранжа (1).

Якщо розглядати роботу ведучого барабана після визначення відповідних похідних $\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}; \frac{\partial T}{\partial \dot{y}}; \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi}; \frac{\partial \Pi}{\partial y}$ та інших, у першому наближенні систему (1) можна подати у такому вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^3 [(m_i \cdot \ddot{\varphi}_i - m_i \cdot \ddot{y}_i) + C_i (\ddot{\varphi}_i - \ddot{\varphi}_{(i+1)})] - m_3 \ddot{y} + \sum_{i=1}^3 v_i (\dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_{(i+1)}) &= \frac{M_{o\sigma}}{r} - m_3 g; \\ \sum_{i=1}^3 [(m_i \cdot \ddot{z}_i) + C_i (\ddot{z}_i - \ddot{z}_{(i+1)})] - m_3 \ddot{z} + \sum_{i=1}^3 v_i (\dot{z}_i - \dot{z}_{(i+1)}) &= -(F_1 + F_2) \cdot \sin(\omega t + \varepsilon); \\ \sum_{i=1}^3 [(m_i \cdot \ddot{y}_i) + C_i (\ddot{y}_i - \ddot{y}_{(i+1)})] + \sum_{i=1}^3 v_i (\dot{y}_i - \dot{y}_{(i+1)}) &= (F_1 - F_2) \cdot \sin(\omega t + \varepsilon). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

У першому наближенні, нехтуючи дисипативними силами і вилучивши з рівнянь $r\ddot{\varphi}$, отримаємо диференціальне рівняння відносних коливань системи, які здійснюються з частотою k :

$$\ddot{y} + C_3 \dot{y} + k^2 y = \frac{M_{o\sigma}}{m_3 r} + g, \quad (13)$$

де $k = \sqrt{C_{екв} \cdot \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 \cdot m_2 \cdot m_3}}$; $C_{екв}$ – еквівалентна жорсткість системи приводу; C_3 – жорсткість барабана.

Загальний розв'язок рівняння (13) можна подати у вигляді:

$$y = y_1 + y_2, \quad (14)$$

де y_1 – загальний розв'язок однорідного рівняння:

$$\ddot{y}_1 + k^2 \cdot y_1 = 0; \quad y_1 = A \cdot \sin(kt + a);$$

A – амплітуда коливань; a – початкова фаза; y_2 – частинний розв'язок неоднорідного рівняння.

У дослідженні вільних коливань, які здійснюються біля квазістатичного режиму, рівняння зігнутої осі барабана є функцією двох змінних:

$$y = y(x, t). \quad (15)$$

При цьому координата тягово-несучого елемента залежить від часу:

$$z = \vartheta_z \cdot t. \quad (16)$$

Тоді рівняння руху набуде такого вигляду:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + a \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + b \frac{\partial^2 y}{\partial x \cdot \partial t} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0. \quad (17)$$

До ведучого барабана привода діаметром D прикладений крутний момент

$$M_{o\delta} = (F_1 - F_2) \cdot \frac{D}{2}. \quad (18)$$

При виборі натягу тягово-несучого елемента необхідно задовольнити умову [1]:

$$1.25 \frac{F_1}{F_2} < e^{\mu\alpha}, \quad (19)$$

де α – кут охоплення тягово-несучим елементом барабана; μ – коефіцієнт опору рухові тягово-несучого елемента.

Зусилля F_1 залежить від конструкції системи та її призначення, а також типу тягово-несучого елемента і вантажів.

У конвеєрах і підвісних канатних системах із замкнутим канатом (канатні витяги, крісельні канатні дороги тощо) тягове зусилля F_1 має пульсуючий характер і є змінним у часі:

$$F_1 = F_i(t) = \sum_{i=1}^m m_i(t) \cdot g \cdot \mu_{on}, \quad (20)$$

де $m_i(t)$ – маси вантажів, що транспортуються; $g = 9.81$ м/с – прискорення вільного падіння; μ_{on} – коефіцієнт опору рухові вантажів.

Дискретну пульсуючу силу можна подати у вигляді [9]:

$$F'(t) = \frac{F_1(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{t_3}\right) + K_1 - \left| F_2(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{t_3}\right) - K_2 \right|}{4} + \frac{F_3(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{t_3}\right) + K_3 - \left| F_4(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{t_3}\right) - K_4 \right|}{4}, \quad (21)$$

де t_3 – час зупинок транспортера; K_i – константа, що враховує попередній натяг тягово-несучого органу в місці прикладання вантажу (як правило, $K_i = F_{2i}$). Характер зміни функції $F'(t)$ показано на рис. 2.

Розв'язати систему нелінійних диференціальних рівнянь (12) спільно з рівнянням (13) можна за допомогою ЕОМ із застосуванням стандартної підпрограми числового методу Рунге–Кутта.

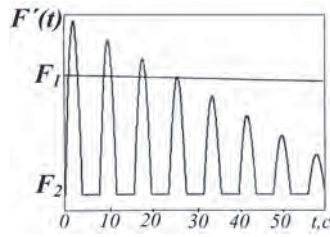


Рис. 2. Графіки зміни зусилля, що діє на ведучий барабан приводу

Для прикладу покажемо графіки зміни коливання приводного барабана установки із замкнутим тягово-несучим канатом (рис.3) для таких даних:

$$I_1 = 13 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_2 = 3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_3 = 50 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; M_0 = 440 \text{ Нм}; D_0 = 500 \text{ мм};$$

$$C_1 = 20 \text{ кН} / \text{рад}; C_2 = 50 \text{ кН} / \text{рад}; F_2 = 20 \text{ кН}; t_3 = 3 \text{ с}; t_i = 10 \text{ с}.$$

Інші конструктивні параметри і дані прийнято за рекомендаціями, наведеними в роботах [2,3]. Як початкові умови прийнято:

$$z(0) = 0; y(0) = 0; \varphi(0) = 0; \dot{z}(0) = 0; \dot{y}(0) = 0; \dot{\varphi}(0) = 0.$$

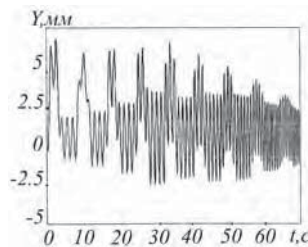


Рис. 3. Графіки переміщення вала ведучого барабана приводу

Отримані залежності дають можливість оцінити характер коливання ведучого барабана і визначити максимальні динамічні зусилля, що виникають під час роботи в усіх елементах приводу. Із рис.3 видно, що амплітуда коливань вала барабана не перевищує 10 мм, а частота коливань зростає із зменшенням навантаження на тягово-несучий елемент.

1. Карамышев В.Р. Расчет конвейеров: Учеб. пособие. – Воронеж: Гос. лесотех. академия, 1998. – 199 с. 2. Лютый Є.М., Нахаєв П.П., Бадера Й.С., Удовицький О.М. Підіймальньо-транспортувальні машини і пневмотранспорт підприємств лісового комплексу. Ч. I. Транспортувальні машини: Навч. посібник. – Львів: НЛТУ України, 2006. – 154 с. 3. Беркман М.Б., Бовский Г.Н., Куйбіда Г.Г., Леонтьев Ю.С. Подвесные канатные дороги. – М.:Машиностроение, 1984. – 264 с. 4. Мартинців М.П. Розрахунок основних елементів підвісних канатних лісотransпортних установок. – К.: Ясмина, 1996. – 175 с. 5. Мартинців М.П., Удовицький О.М. Розроблення математичних моделей і дослідження роботи канатних лісотransпортних систем // *Машинознавство: Всеукраїнський щомісячний науково-технічний і виробничий журнал*. – 2001. – № 3. – С. 40 – 45. 6. Мартинців М.П., Удовицький О.М. Розробка методів для вибору оптимальних схем і параметрів рам транспортерів в лісовій та деревообробній галузях // *Науковий вісник НЛТУ України: Збірник науково-технічних праць*. – 2007. – Вип. 17.8. – С. 65–70. 7. Мартинців М.П., Удовицький О.М. Особливості розрахунку приводів підвісних канатних лісотransпортних систем // *Збірник науково-технічних праць*. – УкрДЛТУ, Вип. 9.3. 1999. – С. 31–36. 8. Мартинців М.П., Удовицький О.М., Сологуб Б.В. Аналіз роботи рекреаційних канатних установок як підвісних конвеєрів // *Збірник науково-технічних праць НЛТУ України*. – 2009. – Вип. 19.7. – С. 90–97. 9. Вейц В.Л., Качура А.Е., Мартиненко А.М. Динамические расчеты приводов машин. – Л.: Машиностроение, 1971. – 353 с.