

Поліщук Л.К., Собковскі С. Розрахунок перехідних процесів у стрічковому конвейєрі з урахуванням рухомості меж транспортувального органу // *Технічні вісті*. – Львів: Вид-во Держ. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2001/1(12), 2(13). – С. 102–106. 3. Писаренко Г.С., Богинич О.Е. Колебания кинематически возбуждаемых механических систем с учетом диссипации энергии. – К.: Наук. думка, 1984. – 220 с. 4. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. – Л.: Машиностроение, 1976. – 320 с. 5. Вибрации в технике: Справочник: В 6 т. – М.: Машиностроение, 1978 – 1981. – Т. 1: Колебания линейных систем. – 1978. – 322 с. 6. Зенков Р.Л., Ивашков И.И., Колобов Л.Н. Машины непрерывного транспорта. – М.: Машиностроение. – 304 с.

УДК 621.867.52

**І.Й. Врублевський**

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра нарисної геометрії і графіки

## **НАБЛИЖЕНІ ОБЧИСЛЕННЯ ШВИДКОСТІ ВІБРОТРАНСПОРТУВАННЯ ТА КУТА ЗСУВУ ФАЗ ПРИ ЕЛІПТИЧНИХ КОЛИВАННЯХ**

© Врублевський І.Й., 2010

**Розглянуто залежність швидкості вібраційного транспортування при еліптичних коливаннях від безрозмірних параметрів коливань. На основі аналізу графіків, отриманих точними методами, виведені прості формули для наближеного обчислення коефіцієнта швидкості та кута зсуву фаз, які дають змогу виконати розрахунки з достатньою для практики точністю.**

**The dependence of the vibratory conveying velocity with elliptical oscillations from the non-dimensional parameters is considered. The approximate formulas of the dependence are deduced by the analysis of the graphs that was obtained by the precise methods. Formulas allow calculating the coefficient of velocity and the phase difference angle with the sufficient precision for engineering practice.**

**Постановка проблеми.** Еліптичні коливання робочого органу вібраційних транспортерів та живильників, коли поздовжня і нормальна складові коливань зсунуті по фазі, дає істотне підвищення швидкості вібротранспортування у безвідривних режимах переміщення порівняно з прямолінійними коливаннями. Це підвищення можливе тільки при кутах зсуву фаз, близьких до оптимальних, значення яких залежить від кількох параметрів. Ефективність процесу вібротранспортування визначається величиною безрозмірного коефіцієнта швидкості, яка залежить від параметрів, які можна також представити у безрозмірному вигляді. Аналіз залежності коефіцієнта швидкості від різних параметрів є цікавою і актуальною проблемою.

**Аналіз останніх досліджень.** Процесу вібраційного транспортування з незалежними гармонічними коливаннями у напрямку  $x$  вздовж транспортної площини і по нормалі  $y$  до неї, зсунутими по фазі, завдяки чому несуча поверхня реалізує еліптичні коливання у площині, перпендикулярній напрямку переміщення, присвячено ряд досліджень. Зокрема у роботах [1–3] розглядається залежність коефіцієнта швидкості від параметрів коливань у межах теорії переміщення матеріальної точки у безвідривних режимах наближеними методами. Наведено формули визначення коефіцієнта швидкості та оптимальних значень кута зсуву фаз, які дають результати, близькі до точних значень, тільки при достатньо великих амплітудах поздовжніх коливань. Крім того, при їх використанні потрібно розв’язувати нелінійні рівняння, що можливо зробити тільки наближено

чисельними методами. Детально залежність коефіцієнта швидкості від параметрів коливань досліджено у дисертації автора [4] методом поетапного інтегрування (припасовування), який дає змогу розв'язати задачу з будь-якою заданою точністю. Знайдено оптимальні за швидкістю значення параметрів коливань, зокрема, значення кутів зсуву фаз, розроблено методику розрахунку швидкості транспортування  $v$  за допомогою отриманих графіків. У роботі [5] цю залежність досліджено сучасними комп'ютерними методами, отримано тривимірні графіки, представлені у вигляді поверхонь.

**Формулювання мети дослідження.** Незначні відхилення від оптимальної за швидкістю величини кута зсуву фаз неістотно знижують швидкість, тому використання для її розрахунку простих наближених формул, але таких, що дають достатню для практики точність, цілком правомірне. Метою роботи є виведення формул залежності коефіцієнта швидкості вібротранспортування та оптимального кута зсуву фаз від параметрів еліптичних коливань, які давали б можливість виконати з достатньою для практики точністю розрахунки без застосування наближених числових методів розв'язання.

**Виклад основного матеріалу.** Еліптичні коливання несучої поверхні вібротранспортера (площини) або бункерного живильника (гвинтового коноїда) описуються рівняннями

$$x = A \cdot \sin(\omega t + \varepsilon)$$

$$y = B \cdot \sin(\omega t),$$

де  $A$  – амплітуда поздовжніх коливань,  $B$  – амплітуда нормальних коливань,  $\omega$  – кругова частота коливань,  $\varepsilon$  – кут зсуву фаз,  $t$  – час. Швидкість вібротранспортування можна визначити за формулою

$$v = A \omega K_v, \quad (1)$$

де  $K_v$  – коефіцієнт швидкості, який залежить від наступних безрозмірних параметрів:  $K_\alpha$  – коефіцієнт кута нахилу,  $K_\beta$  – коефіцієнт кута вібрації,  $K_g$  – коефіцієнт перевантаження, причому

$$K_\alpha = \frac{\tan \alpha}{\mu}, \quad K_\beta = \frac{A}{\mu \cdot B}, \quad K_g = \frac{B \omega^2}{g \cos \alpha}, \quad \mu - \text{коефіцієнт тертя, } g - \text{прискорення вільного падіння,}$$

$\alpha$  – кут нахилу лотка транспортера до горизонту або кут підйому гвинтового лотка бункера. Максимальна величина  $K_v$  досягається при оптимальному значенні кута зсуву фаз  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , яке, своєю чергою, теж залежить від значень цих трьох параметрів  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$  і  $K_g$ , причому максимум завжди при  $K_g = 1$ , тому зміну цього параметра у подальших викладках враховувати не будемо.

У роботах [2, 3] розглянуто найважливіший двоетапний режим безвідривного вібротранспортування з двома миттєвими зупинками, наближеними методами отримано формулу для визначення максимального коефіцієнта швидкості, який можливий за великих поздовжніх амплітудах, тобто коли  $K_\beta \rightarrow \infty$ :

$$K_{v, \max} = \cos(\psi), \quad (2)$$

де  $\psi = \frac{\omega(t_k - t_n)}{2}$ ,  $t_n$  і  $t_k$  – моменти відповідно початку і кінця етапу ковзання назад. Значення фазового кута  $\psi$  визначається як найменший додатний корінь нелінійного рівняння

$$1 + K_\alpha - \frac{2}{\pi}(\psi + \sin \psi) = 0. \quad (3)$$

Введемо кут  $\varphi$  – доповнювальний до прямого кута відносно  $\psi$ :  $\varphi = \pi/2 - \psi$ . Для діапазону значень  $0 < K_\alpha < 0,7$ , найважливіших для практики,  $0 < \varphi < \pi/4$ , тому можна використати наближену формулу  $\cos \varphi = 1 - \varphi^2/6$ . Підставивши  $\varphi$  в (3), отримаємо квадратне рівняння, один з розв'язків якого дасть формулу

$$\varphi = \sqrt{3 - \pi \cdot K_\alpha} - 1. \quad (4)$$

Використавши вираз (4) у рівнянні (2), одержимо:

$$K_{v\max} = \sin(\sqrt{3 - \pi \cdot K_\alpha} - 1). \quad (5)$$

На рис. 1 суцільною лінією показаний графік залежності  $K_{v\max}$  від  $K_\alpha$ , отриманий в [4,5] методом припасовування, пунктиром – за формулою (5). При  $K_\alpha = 0$  величини  $K_{v\max}$  дорівнюють відповідно 0,673 і 0,668. Величина граничного  $K_\alpha$ , тобто такого  $K_\alpha$ , при якому  $K_{v\max} = 0$  (визначає граничний кут підйому, при якому деталь не переміщається по лотку, а ковзає на місці), набуває точного значення:  $K_{\alpha_{гр}} = 2/\pi$  (рис. 2 показано пунктиром).

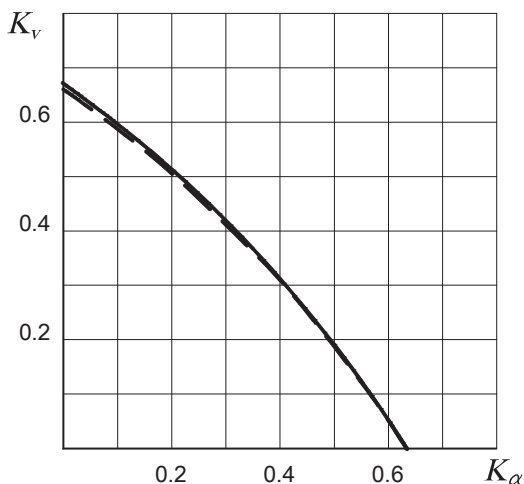


Рис. 1. Графік залежності коефіцієнта швидкості  $K_v$  від  $K_\alpha$  при  $K_\beta \rightarrow \infty$

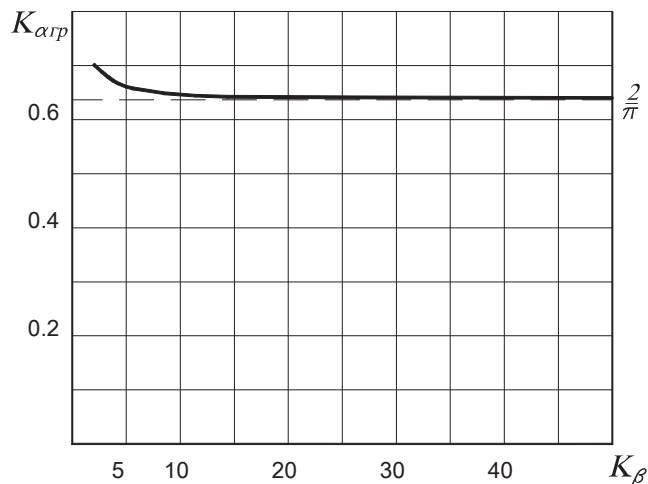


Рис. 2. Графік залежності граничного  $K_{\alpha_{гр}}$  від  $K_\beta$

Наближені формули визначення оптимального кута зсуву фаз  $\varepsilon_o$ , наведені в роботах [1–3] як функції кута  $\psi$ , дають задовільну точність лише при великих значеннях  $K_\beta$ , коли  $\varepsilon_o \rightarrow \pi/2$ . Проаналізувавши графіки залежності  $\varepsilon_o$  від  $K_\alpha$  при різних  $K_\beta$  (рис. 3, суцільні лінії), отримані в [4, 5], нетяжко помітити, що, починаючи з  $K_\beta = 5$ , їх можна апроксимувати прямими, кут нахилу яких до осі абсцис зі збільшенням  $K_\beta$  зменшується, тобто можна представити у вигляді

$$\varepsilon_o = f_1(K_\beta) + f_2(K_\beta) \cdot K_\alpha, \quad (6)$$

де  $f_1$  – функція початкової точки (значення  $\varepsilon_o$  при  $K_\alpha = 0$ ), а  $f_2$  – функція тангенса кута нахилу до осі абсцис. Побудувавши графіки цих функцій за аргументом  $K_\beta^{-1}$ , помічаємо, що це майже прямі лінії:

$$f_1 = -250/K_\beta, \quad f_2 = -175/K_\beta.$$

Підставивши ці величини в (6), отримаємо формулу для наближеного визначення оптимального кута зсуву фаз у градусах:

$$\varepsilon_o = 90 - \frac{25}{K_\beta} (10 - 7K_\alpha). \quad (7)$$

Графіки, отримані за формулою (7), на рис. 3 представлені пунктирними лініями. Як бачимо, відповідність результатів точним даним вражаюча, максимальне відхилення становить не більше 5 %, а в переважній більшості точок не перевищує 1 %.

Для врахування впливу  $K_\beta$  на коефіцієнт швидкості запишемо  $K_v = \sin \varphi \cdot (1 - f_3(K_\alpha, K_\beta))$ . За допомогою інтерполяції графіків залежності  $K_v$  від  $K_\beta$  при різних  $K_\alpha$  (рис. 4, суцільні лінії), отриманих в [4, 5], визначимо, що для апроксимації можна використати степеневу функцію  $f_3 = 1/K_\beta^2$ , тому що вплив  $K_\alpha$  на неї незначний. Тобто формулу (5) можна записати так:

$$K_v \approx (1 - \frac{1}{K_\beta^2}) \sin(\sqrt{3 - \pi \cdot K_\alpha} - 1). \quad (8)$$

Порівняння значень  $K_v$ , порашованих за цією формулою, з точними значеннями показує суттєві відхилення при  $K_\alpha$ , близьких до граничних  $K_{\alpha pr}$ . Адже за формулою (8) величина  $K_{\alpha pr}$  постійна, але згідно з [4] зі зменшенням  $K_\beta$  величина  $K_{\alpha pr}$  збільшується (рис. 2), і це збільшення, як показала інтерполяція графіків, можна врахувати за допомогою тієї самої функції  $f_3$ . Замінивши у підкорінному виразі (8)  $K_\alpha$  на  $K_\alpha(1 - f_3)$ , отримаємо

$$K_v = \left(1 - \frac{1}{K_\beta^2}\right) \sin\left(\sqrt{3 - \pi \cdot K_\alpha \left(1 - \frac{1}{K_\beta^2}\right) - 1}\right). \quad (9)$$

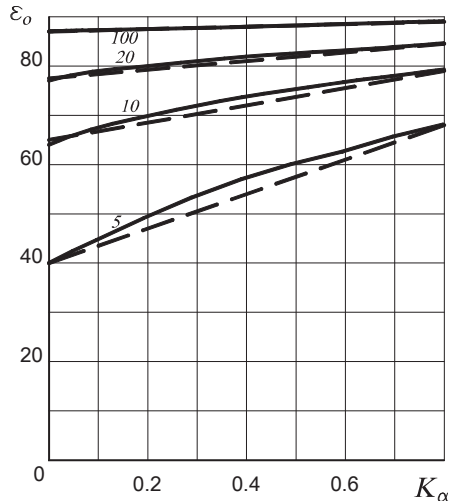


Рис. 3. Графік залежності кута зсуву фаз  $\varepsilon_0$  від  $K_\alpha$  при різних значеннях  $K_\beta$

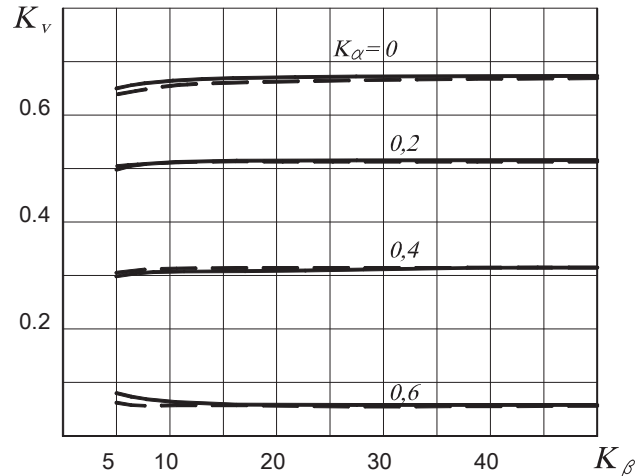


Рис. 4. Графік залежності коефіцієнта швидкості  $K_v$  від  $K_\beta$  при різних значеннях  $K_\alpha$

Ця формула дає можливість порахувати не тільки швидкість транспортування, а й граничний кут підйому за значенням  $K_{\alpha pr}$  залежно від  $K_\beta$ , прирівнявши  $K_v$  нулю.

Графіки залежності коефіцієнта швидкості  $K_v$  від  $K_\beta$  при різних значеннях  $K_\alpha$ , обчислені за формулою (9), показані пунктирними лініями на рис. 4, графіки, отримані точним методом – суцільними. Максимальне відхилення становить не більше 2 %, що цілком достатньо для практичного використання.

**Висновки.** Виведено формули, за допомогою яких можна легко зробити наближені розрахунки швидкості вібраційного транспортування при еліптичних коливаннях та оптимальні за швидкістю значення кутів зсуву фаз. Наведені графіки показують, що розрахункові значення параметрів неістотно відрізняються від отриманих точними методами.

1. Исайкин А.В. Максимум скорости безотрывного горизонтального вибрационного движения // Вибрационная техника. – М.: НИИинформстройдоркоммунмаш. – 1966. – С. 277–285.
2. Дунаевецкий А.В. Оптимальный синтез параметров безотрывного вибротранспортирования // Технология судостроения и судоремонта. – Калининград: Изд-во Калининград. судостроит. ин-та, 1968. – С. 50–56.
3. Ефимов В.Г., Виба Я.А. Определение оптимальной разности фаз между продольной и поперечной компонентами движения лотка при интенсивной вибротранспортировке // Вопросы динамики и прочности. – Рига: Зинатне, 1972. – Вып. 29. – С. 30–37.
4. Врублевский И.И. Разработка и исследование вибрационных устройств, осуществляющих организацию рабочей среды роботосистем: Автореф. дис. ...канд. техн. наук. – Каунас: Каунас. политех. ин-т, 1986.
5. Визначення швидкості вібраційного транспортування при еліптичних коливаннях за допомогою комп'ютерного редактора MathCAD // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2003. – № 480: Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – С. 21–23.