

Б.М. Дівєєв, М.В. Глобчак*, І.С. Когут, Б.Ю. Максимович
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра транспортних технологій,
*кафедра експлуатації та ремонту автомобільної техніки

НАЛАШТУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРУЖНИХ ПЛАСТИНЧАСТИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДИНАМІЧНИХ ГАСНИКІВ КОЛИВАНЬ

© Дівєєв Б.М., Глобчак М.В., Когут І.С., Максимович Б.Ю., 2010

Розглянуто застосування нового методу аналізу напруженого стану для точного визначення впливу умов закріплення шаруватих балок на їхні динамічні властивості. Детально розглядається напружений стан в області закріплення. Наведена теоретична модель передбачає деформації шарів з урахуванням трансверсальної зсувної деформації, нормальної деформації і напруги. Розглянуто числові приклади: залежність частотного спектра від анізотропії механічних властивостей і конфігурації вузла закріплення, ідентифікація модулів пружності шарів балки.

Paper deals with the new method of stress state analysis for the explicit determination of the dynamic properties layered plates. The stress state is under detailed analysis. The proposed theoretical model takes into account the transverse shear deformation, normal deformation and stress. Numerical examples are under discussion: the frequency spectrum dependence from the mechanical properties anisotropy; elastic modules identification of beam layers.

Вступ. Шаруваті композитні тонкостінні конструкції знаходять все більше застосування в конструкціях сучасних об'єктів аерокосмічної техніки, приладо- та машинобудування. Порівняно з ізотропними металевими одношаровими пластинами, оболонками вони володіють складнішими механічними властивостями, які дають змогу ефективніше їх використовувати. Для застосування їх в конструкціях динамічних гасників коливань (ДГК) як пружних пластинчастих елементів необхідно як точно прогнозувати їх міцнісні властивості, так і досягати необхідних параметрів жорсткості та демпфування в пружному елементі ДГК.

Огляд попередніх досліджень. Багато дослідників проводять порівняльний аналіз різних теорій шаруватих елементів за різних умов навантаження [1–7]. Важливим є завдання ідентифікації модулів пружності шарів тонкостінного елементу. Тут як основний метод розглядається використання частотного спектра, порівняння експериментально і теоретично визначених власних частот [8–14]. Для цього розглядаються спочатку «прямі» методи визначення власних частот при заданих пружних властивостях. Часто проводяться попередні дослідження чутливості власних частот коливань відносно пружних модулів анізотропії [15–17].

У схемах ідентифікації часто використовуються пластини, балки, вільно оперті або з вільними краями. У такий спосіб виключається невизначеність, що вноситься умовами закріплення. Водночас деякі дослідники розглядають і умови жорсткого закріплення країв балки. Але при цьому іноді нехтують краєвими ефектами в реальній конструкції закріплення. У цій роботі ці умови досліджено повніше.

Як було зазначено раніше, для дослідження динаміки тонкостінних елементів використовують теорії все вищого порядку. Запропоновані «уніфіковані» розрахункові схеми, в яких порядок рівнянь не обмежений (розглядається довільна кількість апроксимацій за товщиною пластини). У роботах [18–24] ці рівняння отримані на підставі змішаного варіаційного принципу Рейснера. Проте залишається відкритим питання про збіжність таких апроксимацій. У цій роботі використовується класичний метод Гальоркіна для еліптичної системи рівнянь лінійної теорії

пружності, за яким гарантується існування і єдиність розв'язання задачі. Розглянуто схему пружного затисненої шаруватої балки-консолі [25]. У [10–14] розглянуто адаптацію теорії балки до даних умов закріплення і деформації. У цій роботі досліджено чутливість відносно параметрів закріплення і анізотропії.

Основні співвідношення. Розглянемо такі кінематичні гіпотези ($U=U_e+U_d$) для симетричної тришарової пластини завтовшки $2H_p$, з товщиною внутрішнього шару $2H$ (розглядається циліндричний згин)

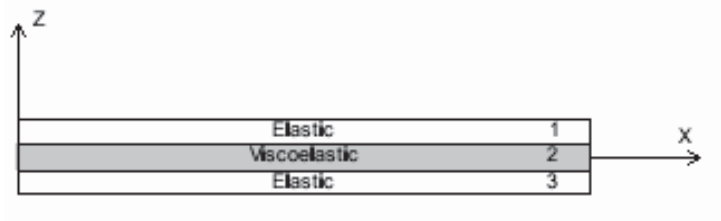


Рис. 1. Схема тришарової балки (сандвіча)

$$U_e - \begin{cases} u = \sum_{i,k} u_{ik}^e z^{2i-1} \varphi_k(x), & 0 < z < H_p, \\ w = \sum_{i,k} w_{ik}^e z^{2i-2} \gamma_k(x), & 0 < x < L, \end{cases} \quad (1)$$

$$U_d - \begin{cases} u = \sum_{i,k} u_{ik}^d (z-H)^i \varphi_k(x), & H < z < H_p, \\ w = \sum_{i,k} w_{ik}^d (z-H)^i \gamma_k(x) & 0 < x < L. \end{cases} \quad (2)$$

Тут $\varphi_k(x)$, $\gamma_k(x)$ апіорі відомі координатні функції за поздовжньої координатою (для кожних умов закріплення пластини), u_{ik}^e , w_{ik}^e , u_{ik}^d , w_{ik}^d – множина невідомих параметрів.

При підстановці (1,2) у варіаційне рівняння Гамільтона–Остроградського

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\int_V (\sigma_{xx} \delta \epsilon_{xx} + \sigma_{zz} \delta \epsilon_{zz} + \tau_{xz} \delta \epsilon_{xz} - \rho \frac{\partial u}{\partial t} \delta \frac{\partial u}{\partial t} - \rho \frac{\partial w}{\partial t} \delta \frac{\partial w}{\partial t}) dV + \int_{S_K} \sigma_n \delta U dS = \int_{S_P} P \delta U dS \right) dt, \quad (3)$$

або для пружного закріплення типу Вінклера з коефіцієнтом K

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\int_V (\sigma_{xx} \delta \epsilon_{xx} + \sigma_{zz} \delta \epsilon_{zz} + \tau_{xz} \delta \epsilon_{xz} - \rho \frac{\partial u}{\partial t} \delta \frac{\partial u}{\partial t} - \rho \frac{\partial w}{\partial t} \delta \frac{\partial w}{\partial t}) dV + \int_{S_K} K U \delta U dS = \int_{S_P} P \delta U dS \right) dt, \quad (4)$$

і приймаючи одночастотні коливання ($u_{ik}^e = \bar{u}_{ik}^e e^{i\omega t}$, $w_{ik}^e = \bar{w}_{ik}^e e^{i\omega t}$, $u_{ik}^d = \bar{u}_{ik}^d e^{i\omega t}$, $w_{ik}^d = \bar{w}_{ik}^d e^{i\omega t}$) отримуємо систему лінійних рівнянь алгебри для амплітуд

$$[A] \bar{U} = \begin{bmatrix} A_1 & A_d \\ A_d^T & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{U}_d \end{bmatrix} = f. \quad (5)$$

Тут V – об'єм балки, S_K – поверхня пружного закріплення, S_P – поверхня з відомими зусиллями, t_i – довільний часовий момент. Для більшого числа шарів ці рівняння набудуть вигляду

$$U_d^n - \begin{cases} u = \sum_{i,k} u_{ik} (z - H^{(n)})^i \varphi_k(x), & H^{(n)} < z < H^{(n+1)}, \\ w = \sum_{i,k} w_{ik}^n (z - H^{(n)})^i \gamma_k(x), & 0 < x < L, \end{cases} \quad n = 1, \dots, N, \quad (6)$$

Тут $H_p^{(n+1)} - H_p^{(n)} = H_n$, $H_p^{(1)} = H$; H і H_n півтовщина внутрішнього шару і зовнішнього n -го шару відповідно. Матриця визначена подвійною інтеграцією по товщині і по довжині балки. Відзначимо що $N=1$ і $N=2$ (6) представляють відповідно три і п'ятишарову балки симетричної конструкції.

Для матеріалів балки з лінійним в'язким демпфуванням частотне рівняння буде

$$-\omega^2[M]\bar{U} + i\omega[C]\bar{U} + [K]\bar{U} = [A]\bar{U} = \bar{f} \quad (7)$$

Це традиційний частотний метод для лінійних в'язкопружних тіл ([26]).

Вплив параметрів затиснення на динамічні характеристики. Як тестовий приклад розглянемо тепер анізотропну пружно закріплену консольну балку з такими геометричними параметрами: довжина $L=0.3$ м, товщина $2Hp=0.0127$ м. Константи пружності приймемо такими: $C_{xx} = C_{zz} = 250$ МПа, $G = 58$ МПа, and $C_{xz} = 120$ МПа (пінопласт). Тут узагальнений закон Гука задано так

$$\sigma_{xx} = C_{xx}\epsilon_{xx} + C_{xz}\epsilon_{zz}, \quad \sigma_{zz} = C_{zx}\epsilon_{xx} + C_{zz}\epsilon_{zz}, \quad \tau_{xz} = G\gamma_{xz}. \quad (8)$$

На рис. 2 показано відношення власних частот f_i / f_{ie} (знайдених на основі (7)) для різної жорсткості закріплення K . Тут f_i – визначені на підставі (4–6) власні частоти балки, f_{ie} – відомі власні частоти консольної балки Ейлера ([27]): $f_{ie} = \frac{H}{2\pi} \sqrt{E g / (12\rho)} \alpha_i^2 / L^2$ ($\alpha_1 = 1.875, \alpha_2 = 4.694, \dots$).

Координатними вибиралися тригонометричні функції ([10–11]): $\varphi_k(x) = \gamma_k(x) = \sin\left(\frac{k\pi x}{2L}\right)$.

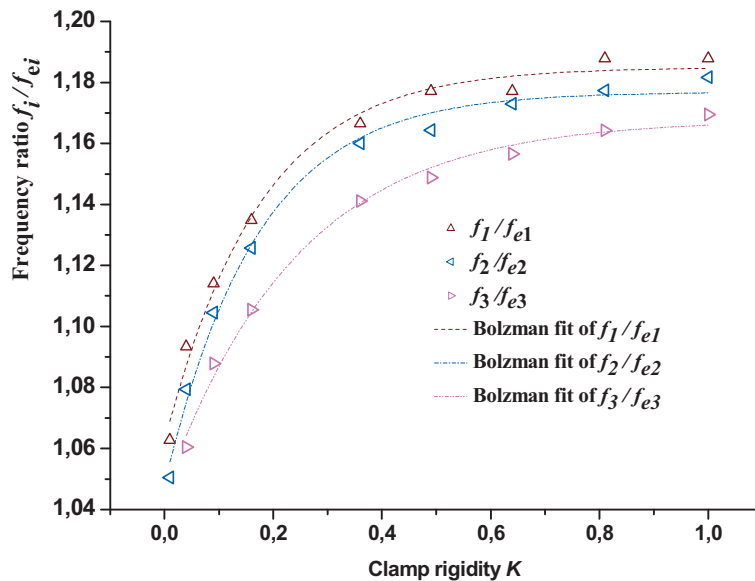


Рис. 2. Відношення власних частот f_i / f_{ie} для різної жорсткості пружного закріплення K

На рис. 3 показано відношення власних частот f_i / f_{ie} е для балки з більшою анізотропією пружних властивостей. Еластичні константи такі: $C_{xx} = 2400$ МПа, $C_{zz} = 240$ МПа m $G = 58$ МПа, $C_{xz} = 120$ МПа.

У другому випадку вплив параметрів жорсткого затискання істотніший, зона великих нормальних деформацій більша (рис. 2, 3).

Вплив анізотропії пружних властивостей балки на динамічні характеристики. Розглянемо вплив анізотропії пружних властивостей балки на її амплітудно-частотну характеристику (АЧХ). На рис. 4 приведені АЧХ для різних значень констант пружності C_{xx}, C_{zz}, G і C_{xz} (використо-

вугється схема балки з вільними кінцями із збудженням в центральній крапці [10–14]). Спочатку розглянемо однорідну балку з наведеними вище пружними константами.

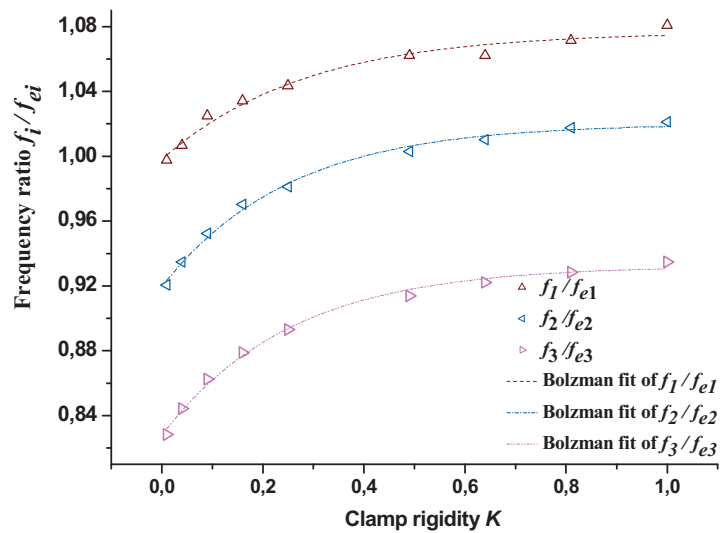


Рис. 3. Відношення власних частот ratios f_i / f_{ei} для різної жорсткості пружного закріплення K (анізотропний матеріал)

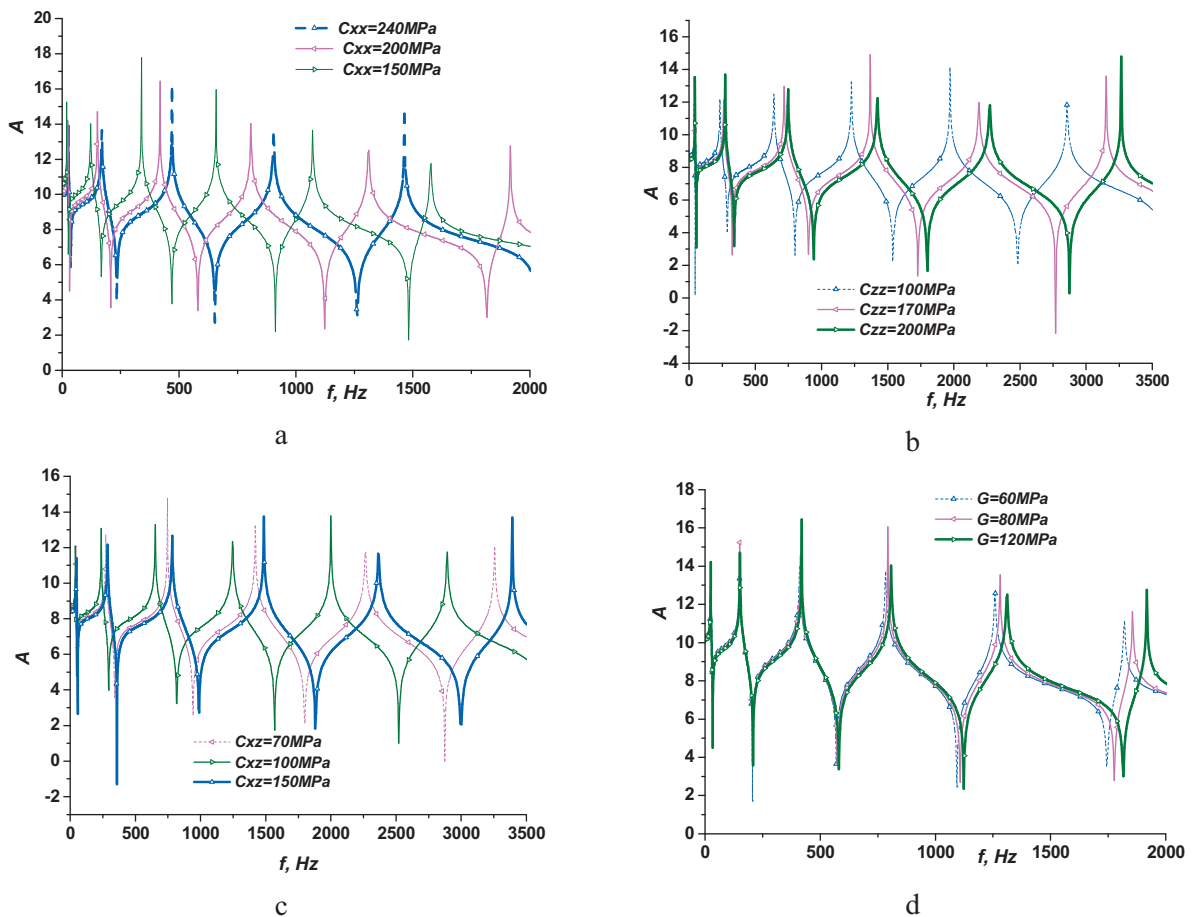


Рис. 4. АЧХ для різних пружних констант: (a) – C_{xx} ; (b) – C_{zz} ; (c) – C_{xz} ; (d) – G

Зазначимо, що поруч з відомим фактом залежності динамічних характеристик балки від поздовжнього модуля C_{xx} (рис. 3, a) виявлено також значний вплив модуля C_{xz} (рис. 3, c). Цей факт ніяк не відображають класичні теорії балок Ейлера чи Тимошенка.

Тришарова балка (сендвіч). Розглянемо тепер тришарову симетричну балку (сендвіч). Зовнішні шари жорсткі, з параметрами ($h = 0.005$ м; $C_{xx} = 17$, $C_{zz} = 1.5$ GPa, $G = 580$ МПа, $C_{xz} = 700$ МПа). Розглянемо зміни для внутрішнього (рис. 5) та зовнішнього (рис. 6) шарів.

Як і слід було очікувати, тільки зміна модуля зсуву G_i внутрішнього шару та поздовжнього модуля пружності C_{xx} зовнішніх жорстких шарів істотно впливає на АЧХ. Вплив інших трансверсальних констант C_{xz} , C_{zz} на АЧХ сендвіча (не представлено) теж незначне.

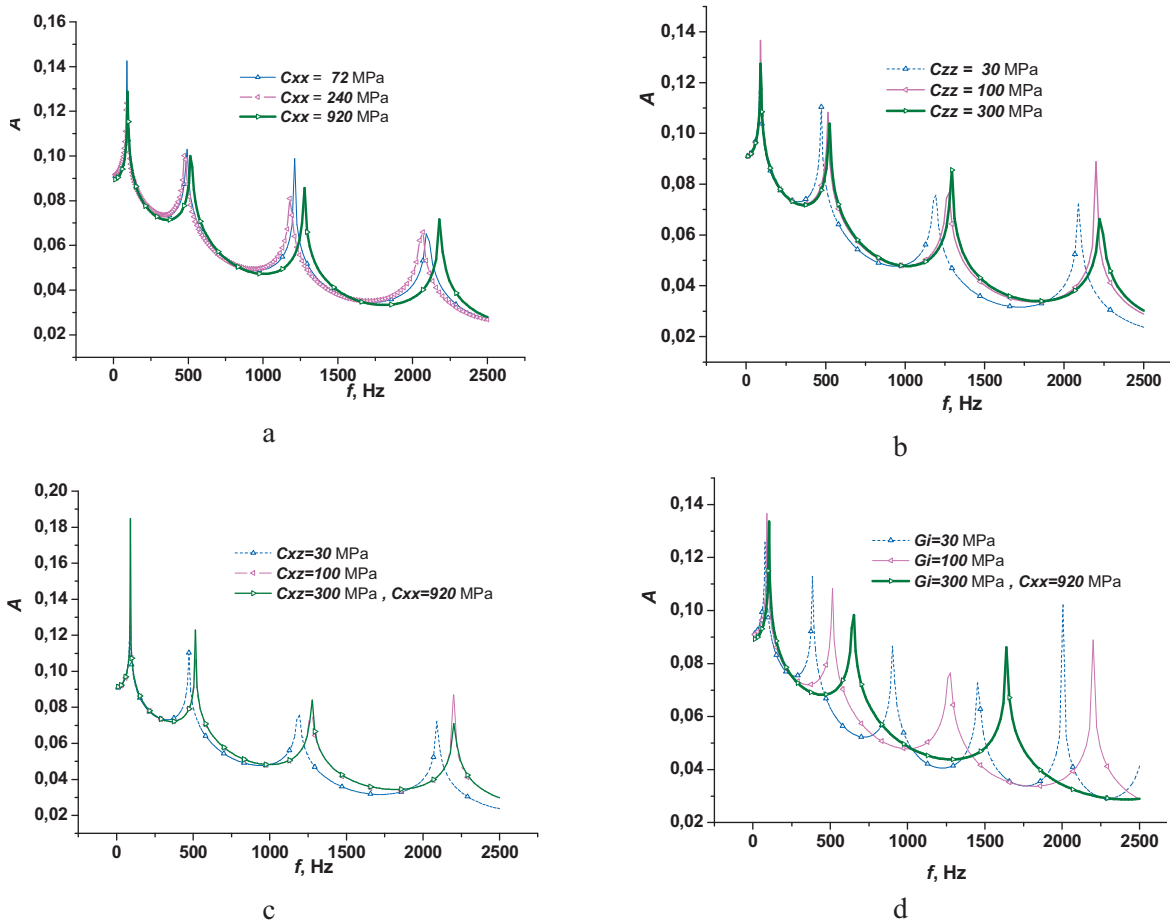


Рис. 5. АЧХ для різних пружних констант внутрішнього шару: (a) – C_{xx} ; (b) – C_{zz} ; (c) – C_{xz} ; (d) – G

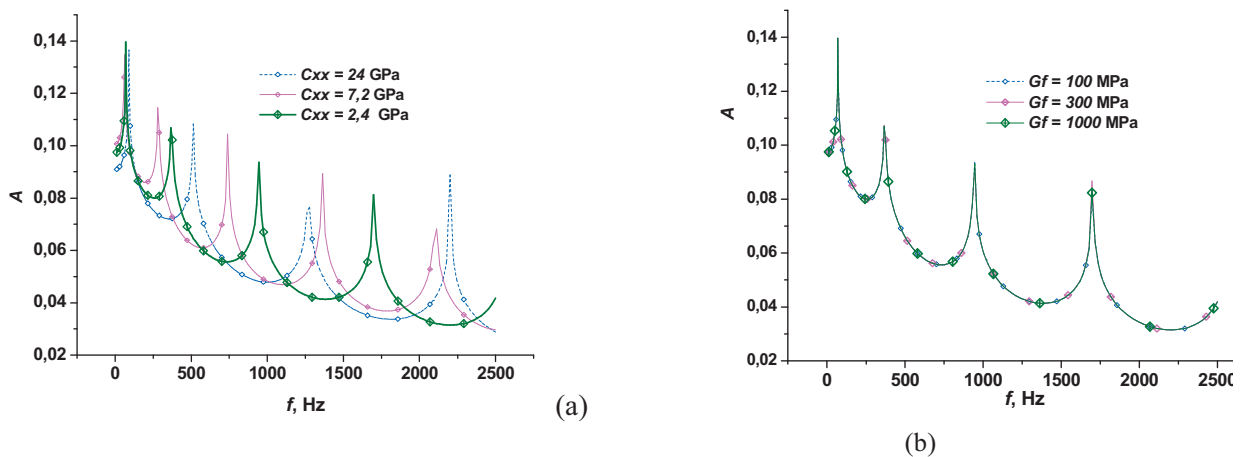


Рис. 6. АЧХ для різних пружних констант зовнішнього шару: (a) – C_{xx} ; (b) – G

Висновки. Запропоновані «уніфіковані» розрахункові схеми шаруватої балки, в яких порядок рівнянь не обмежений (розглядається довільне число апроксимацій по товщині пластини). Розгля-

нуто схему пружно затисненої шаруватої балки-консолі. Досліджено вплив затискання та параметрів анізотропії шаруватого балочного елемента на його динамічні характеристики: вплив жорсткості затискання на частотні характеристики; вплив модулів пружності шарів балки на її амплітудно-частотну характеристику.

Ці результати можуть бути використані для оптимального проектування ДГК з шаруватим пластинчастим елементом в якості пружини.

Надалі ми маємо намір досліджувати різні схеми ідентифікації повного набору пружних констант та демпфування шаруватого композиту, застосовуючи адаптивні розрахункові схеми і комбінацію різних експериментальних програм: статичних, динамічних. Метою є оптимальне налаштування пружного пластинчастого елемента динамічного гасника коливань.

1. Heng Hu, Salim Belouettar, Michel Potier-Ferry, El Mostafa Daya. *Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites. Composite Structures* 84 (2008) 282–292.
2. Frostig Y., Thomsen O.T. *High-order free vibration of sandwich panels with a flexible core International Journal of Solids and Structures* 41 (2004) 1697–1724.
3. Zhen Wu, Cheung YK, Lo SH, Wanji Chen. *Effects of higher-order global-local shear deformations on bending, vibration and buckling of multilayered plates. Compos. Struct.* 2007;20. doi:10.1016/j.compstruct.2007.01.017.
4. Roland L. Woodcock C. *Free vibration of advanced anisotropic multilayered composites with arbitrary boundary conditions. Journal of Sound and Vibration* 312 (2008) 769–788.
5. Kim J.-S. *Free vibration of laminated and sandwich plates using enhanced plate theories _ Journal of Sound and Vibration* 308 (2007) 268–286.
6. Lu C.F., Chena W.Q. *Semi-analytical three-dimensional elasticity solutions for generally laminated composite plates ,1, J.W. Shaob. European Journal of Mechanics A/Solids* 27 (2008) 899–917
7. Carrera E. *Historical review of zig-zag theories for multilayered plates and shells. Appl. Mech. Rev.* 2003;56:287–308.
8. Araujo A.L., Mota Soares C.M., Moreira de Freitas M.J., Pedersen P., Herskovits J. *Combined numerical-experimental model for the identification of mechanical properties of laminated structures, Composite Structures*, 2000, Vol. 50, 363–372.
9. Rikards R., Chate A., Gailis A. *Identification of elastic properties of laminates based on experimental design, Structural Optimization*, 2001, Vol. 38, 5097–5115.
10. Diveyev B., Stotsko Z., Topilnyckyj V. *Dynamic properties identification for laminated plates, Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, 2007, Vol. 20, ISSUES 1–2, 237–230.
11. Diveyev B., Crocker M. *Dynamic Properties and Damping Prediction for Laminated Plates, Proceeding of International Conference on Noise and Vibration Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 2006 September 18–20, Leuven (2006), 1021–1028.*
12. Diveyev B., Butyter I., Shcherbyna N. *High order theories for elastic modules identification of composite plates. Part 1. Theoretical approach, Mechanics of Composite Materials*, 2008, Vol. 44, No. 1, 25–36.
13. Diveyev B., Butyter I., Shcherbyna N. *High order theories for elastic modules identification of composite plates. Part 2. Theoretical-experimental approach, Mechanics of Composite Materials*, 2008, Vol. 44, No. 2, 139–144.
14. Diveyev B., Crocker M.J. *Dynamic properties and damping predictions for laminated plates – theoretical foundations. Journal of Sound and Vibration (in press).*
15. Hjelmstad K.D., Banan M.R. *Time-domain parameter-estimation algorithm for structural computation aspects, Journal of Engineering Mechanics* 121 (3) (1995) 424–434.
16. Hammer V.B., Bendsoe M.P., Lipton R., Pedersen P. *Parametrization in laminate design for optimal compliance, International Journal of Solids and Structures* 34 (4) (1997) 415–434.
17. Frederiksen P.S. *Parameter uncertainty and design of optimal experiments for the estimation of elastic constants, International Journal of Solids and Structures* 35 (1998) 1241–1260.
18. Carrera E. *Theories and finite elements for multilayered plates and shells: a unified compact formulation with numerical assessment and benchmarking. Arch Comput Methods Eng* 2003;10:215–97.
19. Carrera E, Demasi L. *Multilayered finite plate element based on Reissner mixed variational theorem. Part II: numerical analysis. Int J Numer Methods Eng* 2002;55:253–96.
20. Demasi L. *13 Hierarchy plate theories for thick and thin composite plates. Compos Struct* 2008;84:256–70.
21. Demasi L. *Mixed plate theories based on the generalized unified formulation. Part I: Governing equations. Compos Struct* 2009;87:1–11.
22. Demasi L. *Mixed plate theories based on the generalized unified formulation. Part II: Layerwise theories. Compos Struct* 2009;87:12–22.
23. Demasi L. *Mixed plate theories based on the generalized unified formulation. Part III: Advanced mixed high order shear deformation theories. Compos Struct* 2009;87:183–94.
24. Demasi L.

Mixed plate theories based on the generalized unified formulation. Part IV: Zig-zag theories. Compos Struct 2009;87:195–205. 25. Diveyev B.M. and Nykolyshyn M.M., Refined numerical schemes for a stressed-strained state of structural joints of layered elements // Journal of Mathematical Sciences. 107 (2001) 3666–3670. 26. Crocker M.J. (Ed.), Encyclopedia of Acoustics. – Vol. II, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1997. 27. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1967. – 444 с.

УДК 621.01

Б.М. Дівєєв, О.В. Вільчинська, М.М. Остащук, Р.В. Сава
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра транспортних технологій

РОЗРАХУНОК З’ЄДНАНЬ ПЛАСТИНЧАСТИХ ДИНАМІЧНИХ ГАСНИКІВ КОЛИВАНЬ

© Дівєєв Б.М., Вільчинська О.В., Остащук М.М., Сава Р.В., 2010

Розглянуто методи розрахунку та оптимізації динамічних процесів у вібронавантажених конструкціях з динамічними гасниками. Розглядаються динамічні гасники з пружними пластинчастими елементами. Розглядається застосування нового методу аналізу напруженого стану для точного визначення впливу умов закріплення шаруватих балок на їх динамічні властивості. Детально розглядається напружений стан в області закріплення. Ці результати можуть бути використні для оптимального проектування пружного пластинчастого елемента динамічного гасника коливань.

Paper deals with the methods of calculation and optimization of dynamic processes in vibroexcited constructions with the dynamic absorbers. The dynamic vibration absorbers with plate-like elastic elements are under discussion. Paper deals with the new method of stress state analysis for the explicit determination of the influence of layered beams clamp conditions on its dynamic properties. The stress state in clamp region is under detailed analysis. These results may be used by elastic plate element optimal design of dynamic vibration absorber.

Вступ. Важливим питанням розробки сучасних машин є зменшення вібрації. Вібрація і у обертових машинах і в будівлях і в транспортних машинах значно зменшують їх ресурс. Негативно діє вібрація і на людину. Традиційні методи віброізоляції часто стають недостатньо дієвими. Ефективним у цьому випадку може стати застосування динамічного гасника коливань (ДГК) [1–3]. Проблема оптимального вібропоглинання доволі широка. Вона містить і розроблення спеціальних конструкцій машин з малою віброактивністю, і застосування спеціальних вібропоглинаючих матеріалів, і застосування ДГК, і визначення оптимального розміщення ДГК відносно конструкції машини, і, власне, оптимізацію саме конструкцій ДГК. Розглянемо застосування ДГК у конструкціях машин. Сьогодні розроблено багато конструкцій ДГК. Вони застосовуються в різних машинах і спорудах, відрізняються вагою і габаритами, конструктивними особливостями, діапазонами застосування. У цій роботі особливу увагу приділено вузлам приєднання ДГК. В інженерній практиці завжди була важливою проблема міцності з’єднань вузлів конструкцій. Особливої уваги вимагають динамічні навантаження. Руйнування здебільшого відбувається внаслідок втомних напружень. Важливо також дослідити пікові навантаження в з’єднаннях, що виникають при віброударних навантаженнях. Ці задачі привертали увагу багатьох дослідників.

Огляд попередніх досліджень. При розрахунку динаміки складних конструкцій виникають такі задачі: 1 – визначення зовнішніх навантажень; 2 – визначення внутрішніх сил; 3 – визначення напружень. Особливо актуальною є задача 4 – оптимального проектування таких конструкцій.