

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТРІЙНИКА З КОЕФІЦІЄНТАМИ ВЗАЄМНОГО ВПЛИВУ РУКАВІВ

© Маліновський А.А., Турковський В.Г., Музичак А.З., 2010

Розглянуто моделювання вузлів гідравлічних мереж з використанням коефіцієнтів взаємного впливу рукавів.

Modelling of nodes of hydraulic networks with use of factors of mutual influence of sleeves is considered.

Постановка проблеми. Однією із витратних складових теплопостачання є витрати електричної енергії на забезпечення циркуляції теплоносія в тепловій мережі. Тому важливою є задача оптимізації гідравлічного режиму мережі та правильне визначення робочих точок на напірно-витратних характеристиках pomp.

Задачі такого класу для розгалужених мереж розв’язують методами теорії гідравлічних кіл (ТГК) [1], що вимагає знання напірно-витратних характеристик усіх елементів мережі.

У системах автономного та індивідуального опалення ця задача має певні особливості порівняно з мережами централізованого теплопостачання через те, що тут гідравлічний опір сполучних елементів, зокрема трійників, не можна вважати сталою величиною.

Аналіз останніх досліджень. Відомо, що гідравлічний опір рукавів трійника визначається співвідношенням витрат середовища у його рукавах [2]. Це є серйозною перешкодою для розрахунку гідравлічних мереж методами ТГК [1]. Тому часто гідравлічний опір цих елементів приймають сталими.

У [3] запропоновано математичну модель трійника із коефіцієнтами взаємного впливу рукавів, придатну для використання у рівняннях ТГК. Проте подальші дослідження виявили неповноту запропонованої моделі.

Завдання досліджень – розробити адекватну модель трійника, яка б органічно враховувала мережевий характер задачі гідравлічного розрахунку та ґрунтувалась на формалізованих методах аналізу гідравлічних кіл.

Виклад основного матеріалу. Запропонована у [3] модель трійника із коефіцієнтами взаємного впливу рукавів має вигляд

$$S_2 = \begin{pmatrix} \frac{\xi_n}{2\rho f_n^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\xi_b}{2\rho f_b^2} & 0 \\ -\frac{\varphi_n}{\rho f_n f_3} & -\frac{\varphi_b \cos \alpha}{\rho f_b f_3} & \frac{\xi'_3}{2\rho f_3^2} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де S_2 – друга матриця коефіцієнтів апроксимації напірно-витратних характеристик віток мережі [4] (коефіцієнти першої S_1 та третьої S_3 матриць не залежать від гідравлічних характеристик трійника); ξ_n, ξ_b, ξ'_3 – коефіцієнти гідравлічного опору прямого, бокового та збірною рукавів відповідно; φ_n, φ_b – коефіцієнти впливу прямого та бокового рукавів трійника на збірний;

f_n, f_6, f_3 – площі поперечного перерізу прямого, бокового та збірного рукавів відповідно; α – кут між прямим та боковим рукавами трійника; ρ – густина середовища (теплоносія).

Ця модель добре описує трійники, для яких виконується умова

$$f_n + f_6 = f_3$$

(такі трійники умовно називатимемо трійниками без зміни перерізу), проте у разі порушення цієї умови (такі трійники умовно називатимемо трійниками зі зміною перерізу) адекватність відтворення гідравлічних характеристик трійника погіршується.

Певна системність у зміні похибки відтворення напірно-витратних характеристик проявляється також і під час моделювання трійників без зміни перерізу потоків. Покажемо це на прикладі. Розрахункову схему приймемо такою самою, як і в [3] (рис. 1).

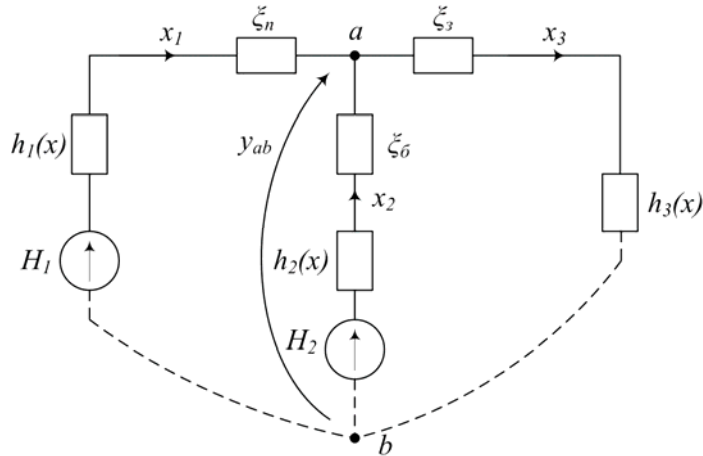


Рис. 1. Розрахункова схема ділянки гідравлічної мережі

Для оцінювання достовірності порівнюємо результати (витрати середовища в усіх вітках схеми, показаної на рис. 1), одержані з використанням моделі (1) та за апроксимаційними формулами [2]. Необхідно відмітити фундаментальність цієї праці, яку визнають не лише вітчизняні дослідники, а й зарубіжні.

Оскільки в [2] коефіцієнт гідравлічного опору трійника подано як залежність від співвідношення витрат середовища у його рукавах x_6/x_3 (x_6, x_3 – витрати середовища у боковому та збірному рукавах відповідно) в діапазоні від 0 до 1, тому адекватність моделі перевіряємо також у цьому діапазоні. Для отримання різних значень витрат середовища у вітках схеми (рис. 1) змінювалися значення діючих напорів віток H_1 і H_2 .

Для оцінки точності розрахунку використовувались два показники: коефіцієнт варіації

$$k_v = \frac{\sigma}{\bar{X}} 100\% = \frac{\sqrt{D}}{\bar{X}} 100\%, \quad (2)$$

та максимальна відносна похибка

$$\delta f_{\max} = \max \frac{f(x_i) - F(x_i)}{f(x_i)} 100\% = \frac{\sqrt{D}}{\bar{X}} 100\%, \quad (3)$$

де σ – середньоквадратичне відхилення; D – дисперсія; $\bar{X} = \sum_{i=1}^m f(x_i)/m$ – середнє значення; $f(x_i)$ – дійсні значення функції в точках x_1, x_2, \dots, x_m (значення, отримані за апроксимаційними формулами [2]); $F(x_i)$ – розрахункові значення у відповідних точках (значення, отримані за моделлю (1)).

Наведені показники точності розрахунку визначались для кожного рукава трійника (вітки схеми) окремо. У табл. 1 наведено значення цих показників для витяжних трійників без зміни перерізу за різних співвідношень f_6/f_3 та кута α .

**Показники якості збіжності характеристик для витяжного трійника
без зміни перерізу ($f_n+f_{\sigma}=f_3$)**

№*, α°	Рукав трійника	$k, \%_v / \delta f_{\max}, \%$				
		$f_{\sigma}/f_3=0,1$	$f_{\sigma}/f_3=0,2$	$f_{\sigma}/f_3=0,33$	$f_{\sigma}/f_3=0,4$	$f_{\sigma}/f_3=0,5$
7.5* 15	прямий	0,0/0,006	0,0/0,004	0,48/0,84	0,86/2,03	1,4/4,74
	боковий	0,0/0,0	0,0/0,0	0,4/1,35	0,79/2,44	1,4/3,12
	збірний	0,0/0,0	0,0/0,0	0,02/0,03	0,03/0,04	0,03/0,05
7.6* 30	прямий	0,001/0,26	0,0/0,007	0,57/1,16	0,87/2,12	1,24/3,36
	боковий	0,0/0,0	0,0/0,0	0,5/1,49	0,81/2,83	1,25/2,8
	збірний	0,0/0,003	0,0/0,0	0,03/0,05	0,04/0,06	0,04/0,07
7.7* 45	прямий	0,08/0,28	0,37/0,79	0,47/0,99	0,73/2,14	1,06/3,02
	боковий	0,07/0,39	0,31/1,14	0,42/1,25	0,7/2,08	1,09/2,42
	збірний	0,03/0,04	0,05/0,08	0,04/0,06	0,04/0,07	0,05/0,09
7.8* 60	прямий	0,0/0,0	0,0/0,0	0,35/0,81	0,18/0,5	0,53/1,68
	боковий	0,0/0,0	0,0/0,0	0,32/0,95	0,18/0,5	0,56/1,36
	збірний	0,0/0,0	0,0/0,0	0,03/0,05	0,01/0,02	0,04/0,07
7.9* 90	прямий	0,0/0,0	0,28/0,93	0,35/0,98	0,11/0,36	0,45/1,52
	боковий	0,0/0,0	0,24/0,73	0,34/0,95	0,11/0,29	0,48/1,03
	збірний	0,0/0,0	0,07/0,11	0,05/0,09	0,02/0,03	0,05/0,09

* – номер таблиці в [2], у якій описано цей трійник.

Як бачимо з табл. 1, похибка розрахунку не перевищує меж інженерної точності. У той самий час спостерігається чітка тенденція до зростання похибки зі збільшенням співвідношення f_{σ}/f_3 та зменшенням кута α , що свідчить про неповноту запропонованої моделі. Ще більших значень похибка набуває у випадку моделювання трійника у припливному режимі.

Розглянемо рівняння Бернуллі [5]:

$$\rho g z_1 + p_1 + \frac{\alpha_1 \rho v_1^2}{2} = \rho g z_2 + p_2 + \frac{\alpha_2 \rho v_2^2}{2} + \rho g h_m + \rho g h_i, \quad (4)$$

де z – відстань від довільно вибраної горизонтальної площини до центра ваги перерізу потоку; p – тиск у центрі ваги перерізу; v – середня швидкість рідини у цьому перерізі; α – коефіцієнт кінетичної енергії, що враховує похибку розрахунків за середньою швидкістю; g – прискорення вільного падіння; h_m – втрати напору, зумовлені дією сил тертя; h_i – інерційний напір.

У моделі трійника (1) інерційний напір h_i реалізовано через коефіцієнти взаємного впливу φ_n та φ_{σ} . Останнє означає, що враховується вплив лише прямого та бокового потоків на змішаний потік, однак зворотний вплив не враховується.

Згідно з [4] інерційний напір впливає на зміну енергії потоку по його довжині. Тобто, окрім впливу прямого та бокового потоків на збірний потік, необхідно також враховувати зворотний вплив збірного потоку на потоки, що зливаються. Це означає, що коефіцієнти впливу суміжних віток φ_n і φ_{σ} необхідно поділити на дві складові – математична модель трійника (1) тепер набуде вигляду

$$S_2 = \begin{pmatrix} \frac{\xi_n}{2\rho f_n^2} & 0 & \frac{\varphi_{zn}}{\rho f_n f_3} \\ 0 & \frac{\xi_{\sigma}}{2\rho f_{\sigma}^2} & \frac{\varphi_{z\sigma}}{\rho f_{\sigma} f_3} \\ \frac{\varphi_{nz}}{\rho f_n f_3} & \frac{\varphi_{\sigma z}}{\rho f_{\sigma} f_3} & \frac{\xi_3}{\rho f_3^2} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

де $\varphi_{nз}$, $\varphi_{бз}$ – коефіцієнти впливу прямого та бокового потоків на збірний потік; φ_{zn} , $\varphi_{зб}$ – коефіцієнти впливу потоку збірного рукава на потоки у прямому та боковому рукавах. Знак «мінус» перед коефіцієнтами $\varphi_{nз}$ і $\varphi_{бз}$ забрано, оскільки рівняння імпульсів у цій моделі присутнє в непрямій формі на відміну від моделі (1).

Для такої удосконаленої математичної моделі трійника із коефіцієнтами взаємного впливу рукавів показники якості збіжності характеристик не залежать від параметрів трійника. Для усіх випадків, наведених у табл. 1 (незалежно від гідравлічних характеристик $h_1(x)$, $h_2(x)$, $h_3(x)$ віток мережі), коефіцієнт варіації не перевищує 0,01 %, а відносна максимальна похибка – 0,1 %.

Коефіцієнти моделі (5) визначаємо за даними, наведеними в [2]. Під час визначення числових значень коефіцієнтів гідравлічні опори віток мережі приймалися нульовими

$$h_1(x) = h_2(x) = h_3(x) = 0,$$

відповідно система рівнянь, що описує розрахункову схему ділянки мережі (рис. 1), набуде вигляду

$$\begin{cases} H_1 - s_n x_1^2 - s_{zn} x_3^2 = y_{ab}, \\ H_2 - s_б x_2^2 - s_{зб} x_3^2 = y_{ab}, \\ -s_{nз} x_1^2 - s_{бз} x_2^2 + s_з x_3^2 = y_{ab}, \end{cases} \quad (6)$$

у якій коефіцієнти визначаються так:

$$s_n = \frac{\xi_n}{2\rho f_n^2}, \quad s_б = \frac{\xi_б}{2\rho f_б^2}, \quad s_з = \frac{\xi_з}{\rho f_з^2},$$

$$s_{zn} = \frac{\varphi_{zn}}{\rho f_n f_з}, \quad s_{зб} = \frac{\varphi_{зб}}{\rho f_б f_з}, \quad s_{nз} = \frac{\varphi_{nз}}{\rho f_n f_з}, \quad s_{бз} = \frac{\varphi_{бз}}{\rho f_б f_з},$$

де y_{ab} – перепад тисків між вузлами a і b .

На першому етапі розглядаємо лише перші два рівняння системи (6). Якщо від першого рівняння системи відняти друге, а коефіцієнти s_{zn} і $s_{зб}$ прийняти нульовими, отримаємо рівність

$$s_n x_1^2 - s_б x_2^2 = H_1 - H_2, \quad (6)$$

з якої визначаємо нульове наближення коефіцієнтів s_n і $s_б$ так, щоб для заданого масиву значень \vec{x}_1 , \vec{x}_2 , \vec{H}_1 і \vec{H}_2 нев'язка була мінімальною.

Розрахунок коефіцієнтів ведемо методом найменших квадратів [6], відповідно до якого умова екстремуму запишеться так:

$$f(\vec{x}, \vec{s}) = [H_2 - H_1 + s_n x_1^2 - s_б x_2^2] \frac{d(s_n x_1^2 - s_б x_2^2)}{d\vec{s}} = 0, \quad (7)$$

а у розгорненому вигляді

$$\left\| \begin{matrix} x_1^2 x_1^2 & -x_2^2 x_1^2 \\ x_1^2 (-x_2^2) & -x_2^2 (-x_2^2) \end{matrix} \right\| \cdot \left| \frac{s_n}{s_б} \right| = \left| \frac{(H_1 - H_2) x_1^2}{(H_1 - H_2) (-x_2^2)} \right|. \quad (8)$$

Далі в ітераційному процесі шукаємо коефіцієнти s_{zn} і $s_{зб}$ та уточнюємо коефіцієнти s_n і $s_б$ шляхом розв'язання першого і другого рівнянь системи (6), щоб різниця між знайденими векторами y_{ab} була мінімальною.

Після завершення ітераційного процесу отримані значення усереднюємо:

$$\vec{y}_{ab} = \frac{\vec{y}'_{ab} + \vec{y}''_{ab}}{2}, \quad (9)$$

де \vec{y}'_{ab} , \vec{y}''_{ab} – перепад тисків, отриманий з першого та другого рівнянь системи (6) відповідно.

Отриманий вектор значень підставляємо у третє рівняння системи (6) і методом найменших квадратів визначаємо значення решти коефіцієнтів.

У табл. 2 і 3 наведено розраховані за даними [2] значення коефіцієнтів моделі (5) для трійників без зміни перерізу зі співвідношеннями $f_б/f_з=0,1$ та $f_б/f_з=0,5$.

Таблиця 2

**Коефіцієнти математичної моделі трійника зі співвідношенням
перерізів $f_{\sigma}/f_3=0,1$**

№*	α°	ξ_{Π}	ξ_{σ}	ξ_3	$\varphi_{\Pi 3}$	$\varphi_{\Sigma 3}$	$\varphi_{\sigma 3}$	$\varphi_{\sigma \sigma}$
7.5	15	1,0	1,0	0,5	1,0	0,0	0,966	0,0
7.6	30	1,0	1,0	0,5	1,0	0,0	0,866	0,0
7.7	45	1,0	1,0	0,511	1,0	0,013	0,707	-0,001
7.8	60	1,0	1,0	0,5	1,0	0,0	0,5	0,0
7.9	90	1,0	1,0	0,5	1,0	0,0	0,0	0,0

* – номер таблиці в [2], де описано цей трійник.

Таблиця 3

**Коефіцієнти математичної моделі трійника зі співвідношенням
перерізів $f_{\sigma}/f_3=0,5$**

№*	α°	ξ_{Π}	ξ_{σ}	ξ_3	$\varphi_{\Pi 3}$	$\varphi_{\Sigma 3}$	$\varphi_{\sigma 3}$	$\varphi_{\sigma \sigma}$
7.5	15	1,0	1,0	0,6	1,0	0,05	0,966	-0,05
7.6	30	1,0	1,0	0,587	1,0	0,044	0,866	-0,044
7.7	45	1,0	1,0	0,574	1,0	0,038	0,707	-0,037
7.8	60	1,0	1,0	0,587	1,0	0,019	0,5	-0,018
7.9	90	1,0	1,0	0,565	1,0	-0,033	0,0	0,03

* – номер таблиці в [2], де описано цей трійник.

Як бачимо з табл. 2 і 3, залежно від параметрів трійника змінюються лише коефіцієнти, що характеризують зворотний вплив змішаного потоку на прямий та боковий потоки, а також коефіцієнт ξ_3 . Коефіцієнти ξ_{Π} , ξ_{σ} та $\varphi_{\Pi 3}$ є незмінними, а коефіцієнт $\varphi_{\sigma 3}$ є функцією кута α :

$$\varphi_{\sigma 3} = \cos \alpha . \quad (5)$$

Таблиця 4

**Коефіцієнти математичної моделі трійника зі співвідношенням
перерізів $f_{\sigma}/f_3=0,1$**

№*	α°	ξ_{Π}	ξ_{σ}	ξ_3	$\varphi_{\Pi 3}$	$\varphi_{\Sigma 3}$	$\varphi_{\sigma 3}$	$\varphi_{\sigma \sigma}$
7.19	15	-7,723	0,852	-2,459	-4,347	2,162	-0,056	-0,187
	30	-6,915	0,742	-2,147	-3,897	1,882	-0,056	-0,168
	45	-5,628	0,558	-1,664	-3,182	1,447	-0,056	-0,137
	60	-3,951	0,299	-1,06	-2,25	0,904	-0,056	-0,094
	90	0,107	-0,011	0,223	0,0	-0,252	-0,056	0,028

* – номер таблиці в [2], де описано цей трійник.

Таблиця 5

**Коефіцієнти математичної моделі трійника зі співвідношенням
перерізів $f_{\sigma}/f_3=0,5$**

№*	α°	ξ_{Π}	ξ_{σ}	ξ_3	$\varphi_{\Pi 3}$	$\varphi_{\Sigma 3}$	$\varphi_{\sigma 3}$	$\varphi_{\sigma \sigma}$
7.19	15	0,665	-0,364	-0,809	-0,483	-0,102	-0,841	0,171
	30	0,717	-0,435	-0,759	-0,433	-0,128	-0,842	0,197
	45	0,799	-0,557	-0,68	-0,354	-0,169	-0,843	0,236
	60	0,903	-0,734	-0,573	-0,25	-0,223	-0,844	0,287
	90	1,358	-0,849	-0,316	0,0	-0,354	-0,849	0,408

* – номер таблиці в [2], де описано цей трійник.

Математична модель трійника (5) дає змогу також адекватно описати гідравлічні характеристики трійників зі зміною перерізу, а також трійники, що працюють у припливному режимі. Щоправда у припливному режимі змінюються значення усіх коефіцієнтів моделі (табл. 4 і 5).

Показники якості збіжності характеристик не залежать від параметрів трійників: коефіцієнт варіації в усіх випадках не перевищує 0,08 %, а відносна максимальна похибка – 0,4 %. Точність відтворення напірно-витратних характеристик трійника у припливному режимі фактично така сама, як і у витяжному режимі.

Висновки:

1. Запропонована модель трійника дає змогу адекватно відтворювати гідравлічний опір його рукавів з будь-якими параметрами як у витяжному, так і в припливному режимах.

2. Використання запропонованої моделі трійника дає змогу виконувати гідравлічний розрахунок автономних та індивідуальних систем опалення методами теорії гідравлічних кіл.

1. Меренков А.П., Хасилев В.Я. *Теория гидравлических цепей*. – М.: Наука, 1985. – 278 с.
2. Идельчик И.Е. *Справочник по гидравлическим сопротивлениям // Под ред. М.О. Штейнберга – 3-е изд., перераб. и доп.* – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
3. Маліновський А.А., Турковський В.Г., Музичак А.З. *Математична модель вузлів гідравлічних кіл (на прикладі витяжного трійника) // Вісник Національного університету «Львівська політехніка» “Теплоенергетика. Інженерія докілья. Автоматизація”*. – 2009. – №659 – С.58–63.
4. Маліновський А.А., Турковський В.Г., Музичак А.З. *Дослідження гідравлічних режимів теплових мереж формалізованими методами: Зб. наук. пр. Міжнародної наук.-техн. конф. «Енергоефективність-2004». Додаток до журналу «Холодильна техніка і технологія»*. – С.258–261.
5. Френкель Н.З. *Гидравлика*. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1956. – 456 с.
6. Перхач В.С. *Математичні задачі електроенергетики*. – 3-тє вид., перероб. і доп. – Львів: Вища шк., 1989. – 464 с.

УДК 628.21

В.М. Жук, І.І. Матлай

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра гідравліки та сантехніки

МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ОБ’ЄМУ ДОЩОВОГО СТОКУ

© Жук В.М., Матлай І.І., 2010

Виконано порівняльний аналіз методів розрахунку об’ємів дощових стічних вод. Запропоновано використання деяких положень методу порядкових кривих SCS USDA у вітчизняній інженерній практиці для підвищення точності під час визначення об’єму дощового стоку.

The analysis of methods for calculating stormwater runoff is presented. It is proposed to use some conceptions of the USDA SCS Curve Number Method at the Ukrainian engineering practice for more precisely definition of the stormwater runoff.

Постановка проблеми. Сучасний стан розвитку суспільства характеризується високими темпами урбанізації. Відбувається розширення існуючих і створення нових територій промислової та житлової забудови, зміна ландшафтів та існуючих поверхневих покриттів басейнів стоку. Внаслідок цього змінюється гідрологічний баланс місцевості, різко збільшується об’єм і пікова