

Mixed plate theories based on the generalized unified formulation. Part IV: Zig-zag theories. Compos Struct 2009;87:195–205. 25. Diveyev B.M. and Nykolyshyn M.M., Refined numerical schemes for a stressed-strained state of structural joints of layered elements // Journal of Mathematical Sciences. 107 (2001) 3666–3670. 26. Crocker M.J. (Ed.), Encyclopedia of Acoustics. – Vol. II, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1997. 27. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1967. – 444 с.

УДК 621.01

Б.М. Дівсєв, О.В. Вільчинська, М.М. Остащук, Р.В. Сава
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра транспортних технологій

РОЗРАХУНОК З’ЄДНАНЬ ПЛАСТИНЧАСТИХ ДИНАМІЧНИХ ГАСНИКІВ КОЛИВАНЬ

© Дівсєв Б.М., Вільчинська О.В., Остащук М.М., Сава Р.В., 2010

Розглянуто методи розрахунку та оптимізації динамічних процесів у вібронавантажених конструкціях з динамічними гасниками. Розглядаються динамічні гасники з пружними пластинчастими елементами. Розглядається застосування нового методу аналізу напруженого стану для точного визначення впливу умов закріплення шаруватих балок на їх динамічні властивості. Детально розглядається напружений стан в області закріплення. Ці результати можуть бути використні для оптимального проектування пружного пластинчастого елемента динамічного гасника коливань.

Paper deals with the methods of calculation and optimization of dynamic processes in vibroexcited constructions with the dynamic absorbers. The dynamic vibration absorbers with plate-like elastic elements are under discussion. Paper deals with the new method of stress state analysis for the explicit determination of the influence of layered beams clamp conditions on its dynamic properties. The stress state in clamp region is under detailed analysis. These results may be used by elastic plate element optimal design of dynamic vibration absorber.

Вступ. Важливим питанням розробки сучасних машин є зменшення вібрації. Вібрація і у обертових машинах і в будівлях і в транспортних машинах значно зменшують їх ресурс. Негативно діє вібрація і на людину. Традиційні методи віброізоляції часто стають недостатньо дієвими. Ефективним у цьому випадку може стати застосування динамічного гасника коливань (ДГК) [1–3]. Проблема оптимального вібропоглинання доволі широка. Вона містить і розроблення спеціальних конструкцій машин з малою віброактивністю, і застосування спеціальних вібропоглинаючих матеріалів, і застосування ДГК, і визначення оптимального розміщення ДГК відносно конструкції машини, і, власне, оптимізацію саме конструкцій ДГК. Розглянемо застосування ДГК у конструкціях машин. Сьогодні розроблено багато конструкцій ДГК. Вони застосовуються в різних машинах і спорудах, відрізняються вагою і габаритами, конструктивними особливостями, діапазонами застосування. У цій роботі особливу увагу приділено вузлам приєднання ДГК. В інженерній практиці завжди була важливою проблема міцності з’єднань вузлів конструкцій. Особливої уваги вимагають динамічні навантаження. Руйнування здебільшого відбувається внаслідок втомних напружень. Важливо також дослідити пікові навантаження в з’єднаннях, що виникають при віброударних навантаженнях. Ці задачі привертали увагу багатьох дослідників.

Огляд попередніх досліджень. При розрахунку динаміки складних конструкцій виникають такі задачі: 1 – визначення зовнішніх навантажень; 2 – визначення внутрішніх сил; 3 – визначення напружень. Особливо актуальною є задача 4 – оптимального проектування таких конструкцій.

Визначення напружено-деформованого стану з'єднань шаруватих елементів конструкцій вимагає розгляду цілого ряду питань, зокрема питання моделювання тонкостінних шаруватих елементів, моделювання динамічних напружень у складних конструкціях, впливу різноманітних фізичних полів та стан з'єднання. Ці задачі тісно пов'язані з розробленням ефективних числових алгоритмів розв'язання систем рівнянь в частинних похідних, що описують вібраційні та дифузійні процеси у неоднорідних матеріалах. Незважаючи на постійну увагу багатьох дослідників до цих питань, не можна вважати тему моделювання динаміки складних конструкцій з виділенням уваги з'єднанням як концентраторам напружень та регуляторам вібраційних потоків остаточно вичерпаною як у теоретичному, так і в суто практичному інженерному аспекті. Навіть потужні сучасні програмні засоби типу ANSYS чи COSMOS часто дають змогу лише розраховувати виділені варіанти конструкцій, а не проводити дослідження у повному обсязі змінних геометричних та механічних параметрів. Сьогодні відомо багато методів розрахунку тонкостінних елементів конструкцій, огляд яких наведено в [4–7]. Розроблено низку уточнених розрахункових схем для тонкостінних шаруватих елементів, що охоплюють доволі широкий спектр фізичних, хімічних та механічних явищ, пов'язаних з процесом їх виготовлення, експлуатації. Проте універсальних методів розрахунку шаруватих елементів конструкцій при різноманітних видах впливів не існує. Це зумовлено тим, що самі ці елементи за своїм структурним виконанням дуже різноманітні. Разом з тим останнім часом все більшу увагу дослідників привертають проблеми побудови уточнених розрахункових схем для дослідження явищ концентрації напружень на краях та в місцях з'єднань шаруватих елементів конструкцій. Це пов'язано з тим, що, як правило, там спостерігаються найбільші значення напружень та їх градієнтів. Найбільші там і значення таких скалярних параметрів, як температура чи концентрація дифундуючої домішки. Особливо гостро стоїть проблема розрахунку та оптимального проектування з'єднань “композит–метал” чи “композит–композит”. Значні зусилля на розроблення уточнених розрахункових схем з'єднань шаруватих елементів були спрямовані в НАСА після аварії Челенджера, причиною якої, за висновком експертів, стала саме недосконалість з'єднання.

Слід зазначити, що поряд з складними моделями не втрачають практичного значення і прості розрахункові схеми, розроблені ще в минулому чи на початку нашого століття. Це відома теорія оболонки Кірхгофа–Лява, яка і досі широко використовується в спеціалізованих пакетах програм для інженерних розрахунків. Особливого поширення здобула модель Тимошенка для визначення напружено-деформованого стану тонкостінних елементів [8]. Це пов'язано з її відносною простотою та можливістю застосування до податливих на зсув матеріалів. Разом з тим слід врахувати, що шаруваті елементи не існують ізольовано, а є елементами складних конструкцій. Для визначення механічних характеристик таких конструкцій розроблено ряд моделей [9–16]. Постає питання раціонального вибору порядку складності моделі. Значну увагу зосереджено на розробленні числових методів для такого роду задач. Це методи скінченних елементів, метод граничних елементів, деякі комбіновані методи. Крім того, з математичного погляду, в загальній тривимірній постановці задачі такого типу доволі складні, особливо коли треба врахувати ще й складність моделювання окремого шаруватого елемента. Все це свідчить про те, що розроблення уточнених розрахункових схем для дослідження напружено-деформованого стану шаруватих елементів конструкцій має не лише прикладне, але і теоретичне значення. В [17–20] запропоновано адаптивні розрахункові схеми для тонкостінних шаруватих елементів. Подібний підхід розроблено останнім часом в роботах [21–27] під назвою «уніфікованого» (unified).

Розрахунок вузла закріплення ДГК. Контактна задача – шарувата пластина в жорсткій обоймі. Типову конструкцію пластинчастого ДГК, встановленого на насосі, та схему вузла закріплення показано на рис. 1.

У абсолютно жорсткій обоймі через еластичні прокладки закріплена жорстка пластина (рис. 1, б). Моделі такого вузла неодноразово уточнювалися як на основі одновимірних теорій, так і на основі методу скінченних елементів. Однак треба додатково уточнити ці моделі, між якими є значні розбіжності з врахуванням еластичності закріплення та неоднорідності самого консольного зразка

та анізотропії властивостей його матеріалу [28–30]. Прийmemo такі гіпотези: а) еластичність закріплення впливає на напружений стан лише у деякому околі кінця закріпленої зони, розміри якої співрозмірні з її товщиною; б) поздовжні розміри пластини великі порівняно з її товщиною, що дає підстави вважати її на деякій відстані від закріплення балкою (у більш загальному випадку балкою Тимошенка). Такий підхід дає підставу розглядати пластину як пружно закріплену балку. Зазначимо, що ці гіпотези ґрунтуються на принципі Сен-Венана, що не завжди справджується для анізотропних, а тим більше неоднорідних тіл. Тому у кожному випадку проводили незалежні числові експерименти для визначення зони загасання крайових ефектів у консолі. На динамічну жорсткість такого закріплення значно впливає затиснення пластини в обоймі та статичне стиснення зі збільшенням зони контакту.

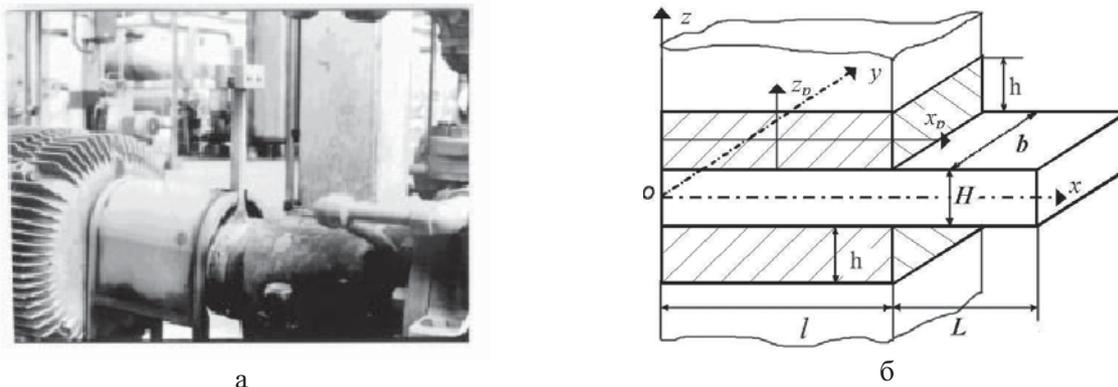


Рис. 1. ДГК на насосі (а); пластина ДГК в пружній обоймі (б)

Пружну дію прокладок врахуємо як деякий приведенний коефіцієнт постелі K . Матеріал прокладок – гумовий ізотропний з пружними коефіцієнтами E та ν . Матеріал пластини анізотропний, з модулями жорсткості C_{xx} , C_{xz} , C_{zz} , G_{xz} . У пластині можна вважати реалізованим плоский деформований стан. Рівняння для пластини отримуємо за варіаційним принципом та за такими кінематичними гіпотезами для поздовжніх та нормальних переміщень

$$u = u_{ij} \cdot x^i \cdot z^{j-1}, \quad w = w_{ij} \cdot x^i \cdot z^{j-1}. \quad (1)$$

Підставимо (1) у наступне варіаційне співвідношення (використовується принцип Лагранжа)

$$\int_{V_p} (\sigma_{xx} \delta \epsilon_{xx} + \sigma_{zz} \delta \epsilon_{zz} + \tau_{xz} \delta \epsilon_{xz}) dV + \int_0^L (K^+(x) w^+ + K^-(x) w^-) \delta w^- dx + \int_0^L (K_u^+(x) u^+ \delta u^+ + K_u^-(x) u^- \delta u^-) dx - \int_{-H_p}^{H_p} (N(z) \delta u + T(z) \delta w) \cdot dz. \quad (2)$$

Тут K^+ , K^- – ефективна жорсткість на стиск відносно верхньої та нижньої еластичної прокладки, N_z , T_z – задане на правому краю пластини нормальні та дотичні напруження. K_u^+ , K_u^- – верхній та нижній тангенціальні коефіцієнти постелі відповідно верхньої та нижньої прокладки. Їх також треба визначати з розв’язку ряду апіорних задач, але вже не на стиск, а на зсув. Однак, для згину пластини, як показали тестові числові дослідження, вплив останніх незначний, і можна вважати, що вони дорівнюють нулеві, тобто знехтувати третім доданком у (2). Проте для задачі розтягу пластини їх треба враховувати. На основі (1), (2) можна визначити вплив конструктивних параметрів та механічних властивостей матеріалів вузла закріплення на його динамічну жорсткість. Для цього вибиралися різні значення L , l . На рис. 2 показані кути нахилу нормалі у пластині з параметрами $L/H = 5$, $(l+L)/H = 8$, при $x = l$ залежно від жорсткості закріплення (коефіцієнта K). Коефіцієнт поздовжньої жорсткості закріплення K_t вибирали $C_{xz}K/C_{zz}$, E – модуль Юнга пластини. Як видно з цього рисунка, навіть із зростанням жорсткості закріплення до значень модулів

пружності пластини все ж присутнє додаткове кутове зміщення порівняно з класичною теорією балки, яка дає у цьому випадку значення для кута повороту $\varphi = x$ (момент задавався одиничним). Це зміщення можна пояснити пружною роботою матеріалу зразка і в защемленій зоні. Користуючись технічною теорією стрижнів можна записати тепер для поперечної податливості зразка при навантаженні його поперечною силою на відстані L_s від закріплення

$$\Delta = K_z L_s^2 + \Delta_0. \quad (3)$$

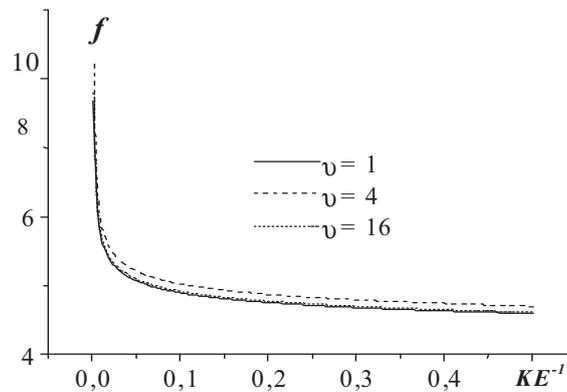


Рис. 2. Залежність кута прогину пластини в зоні защемлення для різних відношень ν жорсткості зовнішніх шарів до внутрішніх. Співвідношення товщин зовнішніх зміцнених шарів пластини до її повної товщини $H_1/H = 0.2$

Тут $K_z = \sigma_r - \sigma_\theta$ – різниця реального кута повороту та ідеального, Δ_0 – ідеальний прогин пластини (по технічній теорії згину стрижнів) при одиничному поперечному навантаженні. K_z визначається при одиничному моменті

На рис. 3, 4 наведені напруження в районі затиснення для однорідної пластини.

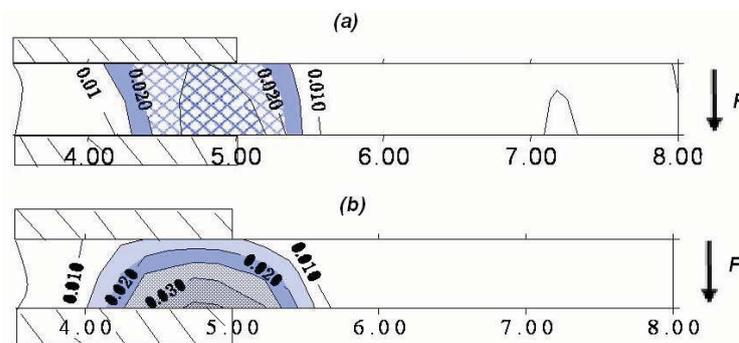


Рис. 3. Нормальні напруження σ_{zz} / E для різного ступеня анізотропії:

$$a - E/G = 0.4; b - E/G = 0.1$$

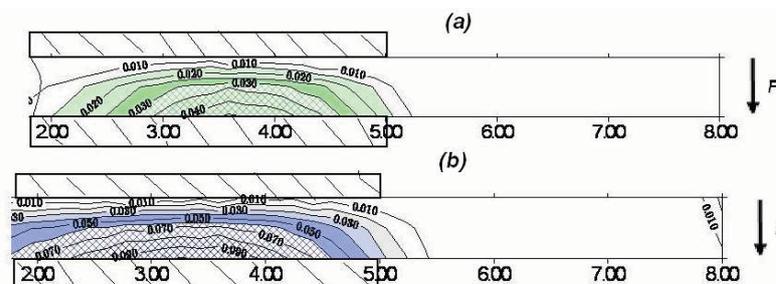


Рис. 4. Дотичні напруження σ_{zx} / E для різного ступеня анізотропії:

$$a - E/G = 0.4; b - E/G = 0.1$$

Для точності потрібно враховувати 4 члени в розкладі (1) за товщиною і не менше ніж 13 доданків у поздовжньому напрямку ($i > 13, j \geq 4$). На рис. 5 представлено безрозмірний контактний тиск в затисненні для різного порядку апроксимацій. Ми отримуємо неправильні результати, якщо зменшимо число членів розкладу по нормалі до 1 чи 2 (рис. 5).

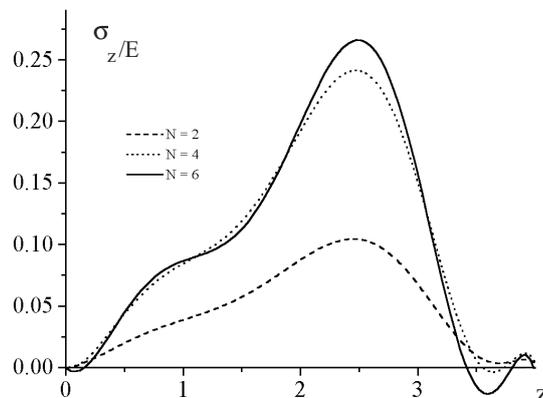


Рис. 5. Контактний тиск в затисненні для різного порядку апроксимацій

При збереженні 4-х членів розкладу по нормалі до пластини в (1) досягається достатньо точна апроксимація.

Висновки. Розглянуто схему пружно затисненої шаруватої балки-консолі, визначено напруження в зоні затискання і вплив затиснення на статичну жорсткість консольної пружно затисненої шаруватої балки. Ці параметри мають важливе значення при оптимальному проектуванні пружного елемента ДГК з пружним елементом пластинчастого типу. Наведені алгоритми дають можливість точно налаштувати жорсткість пружного елемента. Адже при незначних відхиленнях значень жорсткості пружного елемента відбувається розбалансування віброзахисних властивостей ДГК. Це може призвести до повної втрати його властивостей.

Надалі ми плануємо детально дослідити демпфування у такого роду конструкціях, що також відіграє важливу роль.

1. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М., Наука, 1967. – 444 с.
2. Вибрации в технике. Т. 6. Защита от вибрации и ударов. – М.: Машиностроение, 1981. – 456 с.
3. Den Hartog J.P. Mechanical Vibrations (4th edition) Mc Graw-Hill, New York, 1956.
4. Богданович А.Е., Ярве Э.В. Оценка пределов применимости инженерных моделей расчета слоистых сред в задачах поперечного изгиба // Механика композитивных материалов. – 1988. – 6. – С. 1076–1088.
5. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Теория оболочек переменной жесткости. – К.: Наук. думка, 1981. – 54 с. – (Методы расчета оболочек в 5 т.: Т. 4).
6. Karczmaryk S. An Analytical model of flexural vibration and the bending of plane viscoelastic composite structures. – Warszawa: Polytechnica Warszawska, Prace Naukowe, Mechanika, z. 172, 1999. – 159 pp.
7. Лурье С.А. Прикладные теории композитных балок. Механика композиционных материалов. Т. 2: Конструкции из композитов. – Рига: Зинанта, 1992. – С. 200–209.
8. Пелех Б.Л., Сухорольський М.А. Контактные задачи упругих анизотропных оболочек. – К.: Наук. думка, 1980. – 215 с.
9. Lo K.H., Christensen R.M., Wu E.M. A High-Order Theory of Plate Deformation – Part 2: Laminated Plates // Journal of Applied Mechanics – Vol. 44, N4, Trans. ASME, Series E. – P. 669–676.
10. Heng Hu, Salim Belouettar, Michel Potier-Ferry, El Mostafa Daya. Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites. Composite Structures 84 (2008) 282–292
11. Frostig Y., Thomsen O.T. High-order free vibration of sandwich panels with a flexible core International Journal of Solids and Structures 41 (2004) 1697–1724.
12. Zhen Wu, Cheung YK, Lo SH, Wanji Chen. Effects of higher-order global-local shear deformations on bending, vibration and buckling of multilayered plates. Compos Struct 2007;20. doi:10.1016/j.compstruct.2007.01.017.
13. Roland L.

Woodcock Free vibration of advanced anisotropic multilayered composites with arbitrary boundary conditions *Journal of Sound and Vibration* 312 (2008) 769–788. 14. Kim J.-S. Free vibration of laminated and sandwich plates using enhanced plate theories _ *Journal of Sound and Vibration* 308 (2007) 268–286. 15. Lu a C.F., Chena W.Q. Semi-analytical three-dimensional elasticity solutions for generally laminated composite plates ,1, J.W. Shaob *European Journal of Mechanics A/Solids* 27 (2008) 899–917. 16. Carrera E. Historical review of zig-zag theories for multilayered plates and shells. *Appl Mech Rev* 2003;56:287–308. 17. Diveyev B., Stotsko Z., Topilnyckyj V. Dynamic properties identification for laminated plates, *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, 2007, Vol. 20, ISSUES 1-2, 237–230. 18. Diveyev B., Crocker M. Dynamic Properties and Damping Prediction for Laminated Plates, *Proceeding of International Conference on Noise and Vibration Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 2006 September 18–20, Leuven (2006), 1021–1028.* 19. Diveyev B., Butyter I., Shcherbyna N. High order theories for elastic modules identification of composite plates. Part 1. Theoretical approach, *Mechanics of Composite Materials*, 2008, Vol. 44, No. 1, 25–36. 20. Diveyev B., Butyter I., Shcherbyna N. High order theories for elastic modules identification of composite plates. Part 2. Theoretical-experimental approach, *Mechanics of Composite Materials*, 2008, Vol. 44, No. 2, 139–144. 21. Carrera E. Theories and finite elements for multilayered plates and shells: a unified compact formulation with numerical assessment and benchmarking. *Arch Comput Methods Eng* 2003;10:215–97. 22. Carrera E, Demasi L. Multilayered finite plate element based on Reissner mixed variational theorem. Part II: numerical analysis. *Int J Numer Methods Eng* 2002;55:253–96. 23. Demasi L. Hierarchy plate theories for thick and thin composite plates. *Compos. Struct.* 2008;84:256–70. 24. Demasi L. Mixed plate theories based on the generalized unified formulation. Part I: Governing equations. *Compos. Struct.* 2009;87:1–11. 25. Demasi L. Mixed plate theories based on the generalized unified formulation. Part II: Layerwise theories. *Compos. Struct.* 2009;87:12–22. 26. Demasi L. Mixed plate theories based on the generalized unified formulation. Part III: Advanced mixed high order shear deformation theories. *Compos. Struct.* 2009;87:183–94. 27. Demasi L. Mixed plate theories based on the generalized unified formulation. Part IV: Zig-zag theories. *Compos. Struct.* 2009; 87:195–205. 28. Дівеев Б.М., Николішин М.М. Уточнені розрахункові схеми для напружено-деформованого стану конструктивних з'єднань шаруватих елементів // *Мат.методи та фіз.-мех.поля.* – 1998. – 41, № 4. – С.130-134. 29. Дівеев Б.М., Лампіка Р.В., Николішин М.М. Розрахунок напруженого стану з'єднань тонкостінних елементів, спряжених еластичним прошарком // *Мат.методи та фіз.-мех.поля.* – 2000. – 43, № 4. – С. 135–139. 30. Diveyev B.M. and Nykolyshyn M.M. Refined numerical schemes for a stressed-strained state of structural joints of layered elements // *Journal of Mathematical Sciences.* 107 (2001) 3666–3670.