repairable system reliability analysis / V. Krivtsov // Reliability Engineering and System Safety. – 2007. – Vol. 92, No5. – P. 560–562. 11. Veber B. Generalized renewal process for repairable systems based on finite Weibull mixture / B. Veber, M. Nagodea, M. Fajdiga // Reliability Engineering and System Safety. – 2008. – Vol. 93, No10. – P. 1461–1472. 12. Hagkwen Kim Singh. Reliability Modeling and Simulation in Power Systems With Aging Characteristics / Hagkwen Kim Singh // Power Systems, IEEE Transactions on. – 2010. – Vol. 25, No 1. – P. 21–28. 13. Волочій Б.Ю. Технологія моделювання алгоритмів поведінки інформаційних систем / Б.Ю. Волочій. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту «Львівська політехніка», 2004. – 220 с. 14. Richard C.M. Yam. A method for evaluation of reliability indices for repairable circular consecutive-k-out-of-n:F systems / Richard C.M. Yam, Ming J. Zuo, Yuan Lin Zhang // Reliability Engineering and System Safety. – 2003. – Vol. 79, No1. – P. 1–9. 15. Лозинський О.Ю. Побудова моделей надійності ремонтованих електромеханічних об'єктів на основі розширення простору станів / О.Ю. Лозинський, С.В. Щербовських // Вісн. НТУ «Харківський політехнічний інститут». – 2005. – № 45. – С. 77–81. 16. Perez-Ocon R. Transient analysis of a repairable system, using phase-type distributions and geometric processes / R. Perez-Ocon, D. Montoro-Cazorla // Reliability, IEEE Transactions on. – 2004. – Vol. 53, No 2. – P. 185–192. 17. Lozynsky O.Yu. Failure Intensity Determination Using Markov Reliability Model for Renewal Non-Redundancy Systems / O.Yu. Lozynsky, S.V. Shcherbovskykh // Przeglad Elektrotechniczny. – 2009. – Vol. 85, No 4. – P. 89–91. 18. Лозинський О.Ю. Визначення ефективної підмножини фазових законів розподілу для утворення математичних моделей надійності ремонтованих об'єктів / О.Ю. Лозинський, С.В. Щербовських // Відбір і обробка інформації. – 2004.– № 21.– С. 17–22.

УДК 620.179.14

М.А. Яцун[1], А.М. Яцун[2], О.І. Шуплат[3]
[1]Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра ЕМА;
[2]Львівський національний аграрний університет,
кафедра електротехнічних систем;
[3]Гранд-готель

НАБЛИЖЕНА ЧИСЛОВА РЕАЛІЗАЦІЯ ЗВОРОТНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ЛАПЛАСА ЗАГАСАЮЧИХ КОЛИВАНЬ У РАЗІ НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ ІМПУЛЬСНИМ ВИХРОСТРУМОВИМ МЕТОДОМ

Подано інтерполяційний метод послідовних наближень числового обернення перетворення Лапласа, який відрізняється від відомих методів формою інтерполюючих членів і пристосований до аналізу інформативних перехідних величин у формі згасаючих коливань, які виникають у разі імпульсного електромагнітного контролю електропровідних феромагнітних об'єктів

Given interpolation method of progressive approximations of numeral rotation of the Лапласа transformation, which differs from the known methods by the form of interpolating members and adjusted to the analysis of informing transitional sizes in the form of going out vibrations which arise up at the impulsive electromagnetic control of electric conduction ferromagnetic object

Постановка проблеми

Під час аналізу чутливостей інформативних величин первинного вимірного кола до параметрів об'єкта контролю з метою виявлення оптимальних моментів часу для відбору і розв'язки багатопараметрової інформації виникає необхідність числового обернення перетворення Лапласа для отриманих розв'язків [7] при імпульсному електромагнітному контролі електропровідних феромагнітних матеріалів і виробів.

Аналіз останніх досліджень

Загальна характеристика інтерполяційних методів обернення перетворення Лапласа.

Проблема наближеного обернення перетворення Лапласа виникає з потреби довести розв'язання до числової форми у тому випадку, коли існуючі таблиці функцій і їх зображень не дають можливості по зображенню знайти оригінал або вимагають дуже великих обчислень.

Задачу відновлення оригіналу f(t) по операторному зображенню Ф(p) за Лапласом можна розглядати як задачу розв'язання інтегрального рівняння першого роду

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} f(t)dt = \Phi(p), \tag{1}$$

яка належить до класу некоректних задач, оскільки малій зміні правої частини рівняння (1) може відповідати скільки завгодно велика зміна розв'язку (оригіналу). Цю задачу можна розглядати також як обчислення інтеграла, який визначається формулою Мелліна

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \Phi(p)e^{pt}dp, \tag{2}$$

проте знайти точний вираз останнього інтеграла через відомі функції вдається тільки для обмеженої кількості простих зображень. Тому доводиться створювати методи числового знаходження цього інтеграла. Але і остання задача достатньо важка, оскільки, по-перше, контур інтегрування в інтегралі (2) нескінченний, а, по-друге, підінтегральна функція зазнає коливання на лінії інтегрування, причому ці коливання будуть тим значніші, чим більше значення приймає параметр t.

Отже, головними причинами, які перешкоджають швидкому розв'язанню задачі обернення перетворення Лапласа, є неминуча складність математичного апарата обернення і нестійкість проблеми обернення щодо змін функції-зображення. З іншого боку, функція Ф(p), що стоїть під знаком інтеграла, не є довільною функцією, а є зображення з певними відомими властивостями [1] . Цей факт деякою мірою полегшує обчислення інтеграла (2), оскільки властивості функції-зображення можуть бути наперед враховані під час побудови правил числового обернення перетворення Лапласа.

Відомі програми числового обернення перетворення Лапласа із звичною і подвоєною точністю за допомогою інтерполяційних квадратурних формул з рівновіддаленими вузлами або щонайвищого ступеня точності, побудованих в [4] для різних показників швидкості збіжності перетворення до нуля у разі видалення на нескінченність аргументу перетворення, характеризуються недостатньою точністю і невиправданою відносною складністю розрахунку. Це пояснюється тим, що із зростанням кількості вузлів інтерполяції зростають модулі коефіцієнтів інтерполюючого многочлена. Оскільки дійсні частини цих коефіцієнтів мають різні знаки, то у разі, коли функція-зображення задана недостатньо точно, під час обчислень спостерігається пропадання значущих цифр. Тому зростання абсолютних значень коефіцієнтів інтерполюючого многочлена із зростанням кількості вузлів вимагає все точнішого завдання значень зображення, інакше формула з меншою кількістю вузлів може дати кращий результат, ніж формула з великою кількістю вузлів інтерполяції, якщо обчислювати з одною і тою самою кількістю десяткових знаків. Крім того, з погляду точності результату, доцільнішим є вибір вузлів інтерполяції на підставі характеру функції-зображення порівняно з рівновіддаленими вузлами або з вузлами, що дорівнюють кореням будь-якої системи ортогональних многочленів, зокрема многочленів Чебишева першого і другого роду, многочленів Лежандра і Якобі, коли функція Чебишева є граничною функцією розподілу [4].

У літературі [7] визначені в операторній формі основні величини (напруги і струми) первинного вимірного кола для виділення корисної інформації про об'єкт контролю на елементах первинного вимірювального кола (збудливій і вимірювальній обмотках) вихрострумового перетворювача у перехідному режимі, а в [8] подане наближене числове обернення перетворення Лапласа аперіодичних перехідних величин у разі неруйнівного контролю імпульсним вихрострумовим методом.

Виклад основного матеріалу

1. Загальна характерна інформативності функції-зображення.

Часто для описування найзагальніших закономірностей поведінки або просторового розподілу певної величини, особливо у разі аперіодичного перехідного режиму, цікавляться тільки значенням або розподілом досліджуваної величини в початковий момент часу і за усталеного режиму, а також еквівалентною постійною часу перехідного процесу. Таку інформацію можна одержати безпосередньо з перетворення досліджуваної величини, не вдаючись до обернення її перетворення. Тому розглянемо властивості функції-зображення, які дають загальну характеристику оригіналу і надалі можуть бути покладені в основу побудови методу інтерполяції перетворення.

У подальших викладеннях обмежимося таким класом функцій-зображень $\Phi(p)$, коли функції-оригінали $f(t)$ безперервні, мають кінцеві межі f_0 і f_∞ при спрямуванні t відповідно до 0 і ∞ і абсолютно інтегровані за приростом відносно свого усталеного значення в межах від 0 до ∞, тобто існує інтеграл

$$\int_0^\infty |f(t) - f_\infty| dt < \infty \tag{3}$$

Умова (3) виконується для широкого класу функцій, зокрема воно виконується для більшості функцій, що трапляються в додатках до імпульсного електромагнітного контролю.

За накладених вище умов на функцію-оригінал відповідна їй функція-зображення сходиться на нескінченності до нуля з показником швидкості [4] не нижче від одиниці. Тоді з властивостей перетворення Лапласа [1] відомо, що

$$f_0 = \lim_{p\to\infty} p\Phi(p) = \lim_{p\to\infty} F(p) = F_\infty$$

і (4)

$$f_\infty = \lim_{p\to 0} p\Phi(p) = \lim_{p\to 0} F(p) = F_0 \ ,$$

де $F(p) = p\Phi(p)$ - перетворення по Карсону.

Крім того, з теореми інтегрування оригіналу [1] і зв'язку граничних значень зображення і оригіналу (4) витікає, що

$$\int_0^\infty [f(t) - f_\infty] dt = \lim_{p\to 0} \frac{F(p) - f_\infty}{p} = \left[\frac{dF(p)}{dp}\right]_{p=0} = F_0' \ , \tag{5}$$

тобто похідна від перетворення по Карсону при $p = 0$ визначає площу, обмежену по ординаті оригіналом і його кінцевим значенням, а при $f_\infty = 0$ – площу оригіналу.

Отже, для отримання початкового значення або просторового розподілу будь-якої величини і значення або розподілу її при усталеному режимі необхідно помножити перетворення Лапласа досліджуваної величини на p і в одержаному виразі, тобто в перетворенні Карсона, виконати граничний перехід відповідно при $p \to \infty$ і $p \to 0$. Останній граничний перехід для опису усталеного режиму справедливий тільки у разі прийнятої вище умови, коли досліджувана величина має межу при $t \to \infty$.

2. Інтерполяційний метод послідовних наближень.

У загальному випадку виникає необхідність визначення перехідної величини у будь-який момент часу, що приводить до обернення її перетворення. Для спрощення числового обернення перетворення Лапласа доводиться інтерполювати функцію-зображення. З урахуванням поведінки розглядуваного класу зображень на нескінченності, аналогічно [4], інтерполюватимемо перетворення по Карсону шуканого оригінала. Під час інтерполяції $F(p)$ можна розпорядитися вибором вузлів p_i , в яких беруться значення $F(p_i)$, а також вибором функцій $\varphi_к$, покладених в основу інтерполяції.

Якщо розв'язувати задачу відшукання оригіналу для всіх значень його аргументу на позитивній півосі, то з погляду точності результату вельми доцільно вибрати вузли інтерполяції так, щоб одержати, за можливості, на всіх ділянках між двома сусідніми вузлами приблизно однаковий за модулем приріст зображення, тобто зняти із зображення рівномірну інформацію на всій ділянці його помітного відхилення, що має явну перевагу порівняно з відомим методом [4], який використовує рівновіддалені вузли, слабко пов'язані з характером функції-зображення. Проте ця умова приводить до істотного збільшення обсягу розрахунків. Тому можна розглянути вузли інтерполяції, які складають геометричну прогресію в області помітного відхилення функції-зображення.

Вибір інтерполюючого многочлена диктується вимогою простоти і однотипності побудови його складових – функцій інтерполяції $\varphi_к$, які оберталися б в оригінал як табличні зображення. При цьому повинна забезпечуватися простота числового розкладання функції-зображення по функціях інтерполяції з необхідним ступенем точності на підставі вибраних вузлів інтерполяції. Відзначеним умовам для перетворення загасаючих коливань, як побачимо надалі під час викладення пропонованого методу обернення, відповідають зображення синусоїдальної функції і степеневі функції.

Тому з урахуванням властивостей функції-зображення, викладених в п. 2, інтерполюючий многочлен для перетворення по Карсону загасаючих коливань набуває вигляд:

$$\varphi(p)=\frac{Cp(p+q)}{(p+\delta)^2+\omega^2}+\sum_{к=3}^{n}\frac{A_к p}{(p+\delta_к)^{\alpha_к}}, \tag{6}$$

де $\alpha_к > 1$, а коефіцієнти C і q , колова частота ω і коефіцієнт затухання δ у виразі (2) визначаються із такої системи 4-х рівнянь:

$$\begin{aligned}
&\varphi(p=0)\left(\delta^2+\omega^2\right)=Cq;\\
&\varphi(p=p_{j-1})\left[\left(p_{j-1}+\delta\right)^2+\omega^2\right]=C\left(p_{j-1}+q\right);\\
&\varphi(p=p_{j})\left[\left(p_{j}+\delta\right)^2+\omega^2\right]=C\left(p_{j}+q\right);\\
&\varphi(p=p_{j+1})\left[\left(p_{j+1}+\delta\right)^2+\omega^2\right]=C\left(p_{j+1}+q\right),
\end{aligned}$$

яка складена із умови рівності площ, обмежених оригіналом f(t) і його першим наближенням $f_1(t)$ (перше рівняння), а три наступні рівняння виражають збіг зображення $\varphi(p)$ і його першого наближення $\varphi_1(p)$ у трьох точках: p_{j-1} , p_j і p_{j+1} , причому в точці з абсцисою p_j різниця $\varphi(p_i)-\varphi_1(p_i)$ приймає за модулем максимальне значення. Одночасно перший член у правій частині (6) визначає початкове і кінцеве значення функцій зображення і оригіналу.

Тоді

$$f_1(t)=A_{1m}e^{-\delta t}\sin(\omega t+\beta), \tag{7}$$

де

$$A_{1m}=C\sqrt{(q-\delta)^2+\omega^2}\Big/\omega;\qquad \beta=\operatorname{arctg}\left[\omega/(q-\delta)\right].$$

Далі розглянемо алгоритм послідовного визначення всієї решти членів інтерполюючого многочлена.

Виберемо вузли інтерполяції p_1 , p_2 ,…, p_i ,…, p_n так, щоб вони складали зростаючу геометричну прогресію із знаменником $q > 1$, тобто $p_i = p_1 q(i\text{-}1)$, і охоплювали всю область помітної зміни F(p). Для визначення другого члена в (6) обчислимо значення зображення

$$\varphi_2(p)=\varphi(p)-Cp(p+q)\Big/\left[(p+\delta)^2+\omega^2\right] \tag{8}$$

у вибраних вузлах інтерполяції, тобто $\varphi_2(p_i)$. Серед всіх вузлів інтерполяції виділимо три поряд лежачі вузли $p_{i\text{-}1}$, p_i і p_{i+1} , враховуючи з умови, щоб при всіх $m \neq i$ і $1 \le m \le n$ $|\varphi_2(p_i)| > |\varphi_2(p_m)|$, що завжди можливо, оскільки $\varphi_2(0) = \varphi_2(\infty) = 0$. Тоді на підставі (6) при почленному наближенні одержимо умови інтерполяції другого члена:

$$\varphi_2(p_{i\text{-}1})=\frac{A_2 p_{i\text{-}1}}{(p_{i\text{-}1}+\delta_2)^{\alpha_2}};\quad \varphi_2(p_{i})=\frac{A_2 p_{i}}{(p_{i}+\delta_2)^{\alpha_2}};\quad \varphi_2(p_{i+1})=\frac{A_2 p_{i+1}}{(p_{i+1}+\delta_2)^{\alpha_2}}. \tag{9}$$

Функція

$$\varphi_2(p)=\frac{A_2 p}{(p+\delta_2)^{\alpha_2}}$$

має максимум при $p = p_0 = \delta_2/(\alpha_2-1)$. Проте за умовою $p_i = p_0$.Тому $\delta_2 = p_i(\alpha_2-1)$. Крім того, $p_{i-1} = p_i/q$ і $p_{i+1} = p_i q$. Тоді система (8) зводиться до умови

$$\frac{\varphi_2^2(p_i)}{\left|\varphi_2(p_{i-1})\varphi_2(p_{i+1})\right|} = \left[\frac{(\alpha_2 + q - 1)\left[q(\alpha_2 - 1) + 1\right]}{q\alpha_2^2}\right]^{\alpha_2}. \tag{10}$$

За початковою умовою $1 < \alpha_2 < \infty$ і $1 < q < \infty$. Якщо позначити праву частину (10) через $\psi_2(\alpha_2)$,то

$$\lim_{\alpha_2 \to 1} \psi_2(\alpha_2) = 1; \qquad \lim_{\alpha_2 \to \infty} \psi_2(\alpha_2) = e^{q-2+1/q}.$$

Тому трансцендентне рівняння (10) має розв'язок за умови

$$1 < \frac{\varphi_2^2(p_i)}{\left|\varphi_2(p_{i-1})\varphi_2(p_{i+1})\right|} < e^{q-2+1/q}. \tag{11}$$

Отже, задача інтерполяції зводиться до розв'язання трансцендентного рівняння (10), ізольований корінь якого α_2 може бути визначений на ЕОМ (методом Довелла [6]) за відповідною програмою. Після цього визначаються і інші два коефіцієнти інтерполюючого члена $\varphi_2(p)$:

$$\delta_2 = p_i(\alpha_2 - 1); \qquad A_2 = \varphi_2(p_i)(p_i + \delta_2)^{\alpha_2} / p_i. \tag{12}$$

Якщо $p_i \neq p_0$, то тоді спочатку визначається δ_3 із рівняння

$$\ln\frac{\varphi_3(p_j)^2}{\varphi_3(p_{j+1})\varphi_3(p_{j-1})}\ln\frac{p_j + \delta_3}{qp_j + \delta_3} = \ln\frac{\varphi_3(p_{j+1})}{q\varphi_3(p_j)}\ln\frac{(p_j + q\delta_3)(qp_j + \delta_3)}{q(p_j + \delta_3)^2} \tag{13}$$

а потім

$$\alpha_3 = \ln\frac{\varphi_3(p_{j+1})}{q\varphi_3(p_j)} \Bigg/ \ln\frac{p_j + \delta_3}{qp_j + \delta_3} \quad \text{і} \quad A_3 = \varphi_3(p_j)(p_j + \delta_3)^{\alpha_3} / p_j .$$

Варто зазначити, що інтерполяція здійснюється тим швидше, чим більше $\psi_2(\alpha_2)$. Проте цим не потрібно дуже захоплюватися, оскільки при великих значеннях відзначеної величини відбувається випучування між вузлами інтерполюючого многочлена відносно функції-зображення. З цього погляду доцільно, наприклад, при $q = 10$ обмежитися значенням $\psi_2(\alpha_2) \leq 100$, оскільки інакше обмежується точність інтерполяції.

Якщо при вибраному q умова (11) не витримується, то потрібно додатково задатися значенням $\psi_2(\alpha_2)$, змінивши його у бік зменшення, або, в крайньому разі, збільшити q , що пов'язано із зниженням точності результату. Такий стан, як правило, виникає у тому випадку, коли темп зміни функції-зображення на окремих її ділянках різко відрізняється від характеру зміни степеневої функції, покладеної в основу побудови інтерполюючого многочлена. У разі виникнення такої невідповідності на багатьох проміжках інтерпольованого зображення доцільно застосувати для інтерполяції інші функції, ближчі до перетворення, що обертається.

Аналогічно визначається наступний член (m) інтерполюючого многочлена на підставі значень зображення $\varphi_m(p_i)$ у всіх вузлах інтерполяції, де

$$\varphi_m(p) = \varphi_{m-1}(p) - \frac{A_{m-1}p}{(p + \delta_{m-1})^{\alpha_{m-1}}} = \varphi(p) - \frac{Cp(p+q)}{(p+\delta)^2 + \omega^2} - \sum_{\kappa=2}^{m-1}\frac{A_\kappa p}{\left(p + \delta_\kappa\right)^{\alpha_\kappa}}. \tag{14}$$

Вибір кількості членів $\varphi(p)$ підпорядкуємо умові, щоб при $\mathrm{Re}\,p \geq 0$

$$|F(p) - \varphi(p)| \leq \varepsilon, \tag{15}$$

де ε – позитивне число, що визначає допустиму похибку інтерполяції.

Остаточно після обернення (6) за таблицею відповідності зображень і оригіналів [2] одержимо:

$$f(t) = A_{1m}e^{-\delta t}\sin(\omega t + \beta) + \sum_{\kappa=2}^{n}\frac{A_\kappa}{\Gamma(\alpha_\kappa)}t^{\alpha_\kappa - 1}e^{-\delta_\kappa t} + R_n(t), \tag{16}$$

де $\Gamma(x)$ – гамма-функція, $R_n(t)$ – залишковий член.

3. Питання збіжності інтерполяції і обернення перетворення Лапласа методом послідовних наближень.

Зважаючи на нестійкість проблеми обернення перетворення Лапласа, розглянемо деякі питання збіжності інтерполювання і обернення перетворення методом послідовних наaближень.

Позначимо через $r_n(p)$ похибку інтерполяції функції $F(p)$. Тоді $F(p) = \varphi(p) + r_n(p)$ і з урахуванням зв'язку між перетвореннями за Лапласом і Карсоном на підставі (2) вираз для залишкового члена інтерполяційної квадратурної формули (16) наближеного чисельного обернення перетворення Лапласа набуває вигляду

$$R_n(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} e^{tp} r_n(p)\frac{dp}{p}. \tag{17}$$

Під час числовій інтерполяції перетворення Карсона методом послідовних наближень, викладеним в п. 3, із зростанням кількості членів інтерполюючого многочлена похибка інтерполяції монотонно падає, оскільки інтерполяція здійснюється по максимальній похибці у вузлових точках перетворення. Тому можна стверджувати, що у разі прямування до нескінченності кількості вузлів і членів інтерполяції залишок інтерполяції $r_n(p)$ сходитиметься до нуля рівномірно щодо p, тобто для будь-якого $\varepsilon > 0$ знайдеться такий номер N, не залежний від p, що для $n \ge N$ буде $|r_n(p)| \le \varepsilon$. Тоді

$$\Phi(p) = \frac{C(p+q)}{(p+\delta)^2+\omega^2} + \sum_{к=2}^{\infty}\frac{A_к}{(p+\delta_к)^{\alpha_к}}, \tag{18}$$

і

$$R_n(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} e^{tp}\sum_{к=n+1}^{\infty}\frac{A_к}{(p+\delta_к)^{\alpha_к}}dp.$$

Внаслідок рівномірної збіжності $r_n(p)$ у разі прямування до нескінченності кількості вузлів і членів інтерполяції ряд під знаком інтеграла в останньому виразі також рівномірно сходиться до нуля. Тому можливе почленне інтегрування [3], після виконання якого одержимо:

$$R_n(t) = \sum_{к=n+1}^{\infty}\frac{A_к}{\Gamma(\alpha_к)} t^{\alpha_к-1} e^{-\delta_к t}.$$

Тоді вираз (15) набуває вигляду

$$f(t) = A_{1m} e^{-\delta t}\sin(\omega t+\beta) + \sum_{к=3}^{\infty}\frac{A_к}{\Gamma(\alpha_к)} t^{\alpha_к-1} e^{-\delta_к t}. \tag{19}$$

Отже, інтерполяційний квадратурний процес обернення перетворення Лапласа, побудований за методом послідовних наближень, сходиться до оригіналу.

Висновки

I. Зазначені головні причини, які перешкоджають швидкому вирішенню проблеми наближеного обернення перетворення Лапласа, яка виникає з потреби довести розв’язання до числових результатів у тому разі, коли відомі таблиці функцій і їх зображень не дають можливості за зображенням знайти оригінал або вимагають дуже великих обчислень.

2. Відомі методи і програми числового обернення перетворення Лапласа [4,5] із звичайною і подвоєною точністю за допомогою інтерполяційних квадратурних формул з рівновіддаленими вузлами або найвищого ступеня точності мають істотні недоліки. Тому задача числового обернення вимагає подальшого удосконалення і розвитку стосовно окремих класів зображень і у напрямі усунення виявлених недоліків.

3. Розкрита загальна характерна інформативність функції-зображення, яка визначається зв’язком граничних значень зображення і оригіналу і рівністю між приростом площі оригіналу і похідною від зображення за параметром перетворення при нульовому значенні останнього.

4. Враховуючи нерівномірну інформативність зображення щодо оригіналу, для числового обернення перетворення Лапласа запропонований інтерполяційний метод послідовних наближень з інтерполяційними вузлами, які становлять геометричну прогресію.

5. З урахуванням висловлених властивостей функції-зображення вибраний інтерполюючий многочлен у формі зображення синусоїдальної функції і нескінченного ряду степеневих функцій, які обертаються в оригінал як табличні зображення. При цьому перший член включає чотири коефіцієнти і враховує відзначені характерні зв'язки зображення і оригіналу, тобто фіксує граничні значення і приріст площі оригіналу, а решта членів мають нульові граничні значення і забезпечують послідовне наближення до оригіналу, чим досягається необхідна точність інтерполяції.

6. Визначена необхідна умова інтерполяції за запропонованим методом і викладені рекомендації з вибору знаменника геометричної прогресії для вузлів інтерполяції за характером відхилень між зображенням і попередніми наближеннями в трьох сусідніх вузлах інтерполяції з максимальним значенням відхилення в середньому вузлі.

7. Показано, що внаслідок рівномірної збіжності похибки інтерполяції у разі прямування до нескінченності кількості вузлів і членів інтерполяції квадратурний процес обернення перетворення Лапласа, побудований за запропонованим методом послідовних наближень, сходиться до оригіналу.

1. Араманович И.Г., Лунц Г.Л., Эльсгольц Л.Э. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. – М.: Наука, 1965. - 392 с. 2. Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению. – М.: Высш. шк., 1965. - 465 с. 3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Пер. с америк. – М.: Наука, 1977. - 832 с. 4. Крылов В.И., Скобля Н.С. Методы приближенного преобразования Фурье и обращения преобразования Лапласа. – М.: Наука, 1974. - 224 с. 5. Математическое обеспечение ЕС ЭВМ /Ответственные за выпуск Н.С. Жаврид, Л.В. Матусевич, Л.И. Матюшенкова. – Минск: Институт математики АН БССР, 1976. – Вып. 11. - 172 с. 6. Dowell M., Yarrott P. The “pegasus” method for Computing the root of an equation // BIT. – 1972. – 12, № 4. – P. 503–508. 7. Яцун М., Яцун А.. Виділення інформації вихрострумового перетворювача на елементах первинного вимірювального кола у перехідному режимі // Теоретична електротехніка. – 2005. – Вип. 58. – С. 183–188. 8. Яцун М.А., Яцун А.М. Наближене чисельне обернення перетворення Лапласа аперіодичних перехідних величин при неруйнівному контролі імпульсним вихрострумовим методом // Вісн. Нац. ун-ту «Львівська політехніка». – 2009. – № 654. – С. 285–290.