$W_{-i}(s)$, $W_{+i}(s)$ з (3) під час уточнення зазнають змін, навіть $W_0(s)$, який, уточнюючись, не починає дорівнювати функції передачі кола при «замороженому» параметричному елементі (для прикладу $y(t) = y_m = 1$).

*1. Солодов А.В., Петров Ф.С. Линейные автоматические системы с переменными параметрами. - М.: Наука, 1971. - 620 с. 2. Шаповалов Ю., Мандзій Б. Символьний аналіз лінійних параметричних кіл: стан питань, зміст і напрямки застосування. // Теоретична електротехніка. – 2007. – Вип. 59. – С. 3–9. 3. Шаповалов Ю.І. Формування символьних рівнянь лінійних параметричних кіл методами виключення змінних // Моделювання та інформаційні технології: Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – К., 2008. – Вип. 48. – С. 111–119. 4. Шаповалов Ю.І. Про можливість застосування матричних та топологічних методів до моделювання лінійних параметричних кіл // Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – К., 2008. – Вип. 48. – С. 125–135.*

**УДК 519.718.2**

**С.В. Щербовських**
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ЕАП

# РОЗРАХУНОК ІНТЕНСИВНОСТІ ПОТОКУ ВІДМОВ ДУБЛЬОВАНОЇ СИСТЕМИ З ПОЛЕГШЕНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ



**Розглянуто проблему розрахунку інтенсивності потоку відмов для дубльованої відновлюваної системи з полегшеним резервуванням. Визначати інтенсивність потоку відмов системи пропонується, застосовуючи спеціальний метод, який ґрунтується на розширеній марковській моделі. Коректність такого підходу перевірено за методом Монте-Карло.**

**The paper is devoted to problem of failure intensity calculation for doubled repairable system with reduced redundancy. Failure intensity determination is suggested by using special method for extended Markov reliability model. The correctness for such approach is verified by Monte-Carlo method.**

## Постановка проблеми

Інтенсивність (параметр) потоку відмов $z(t)$ є відношенням математичного сподівання кількості відмов системи за елементарне напрацювання до величини цього напрацювання. Цей показних відображає частоту, із якою система переходить із працездатних станів у непрацездатні. Разом із коефіцієнтом готовності він характеризує основні властивості надійності відновлюваних систем. Стаття присвячена проблемі розрахунку інтенсивності потоку відмов для дубльованої системи з полегшеним резервуванням. Дубльована системи містить у своєму складі дві однакових підсистеми, які називають основною та резервною (надлишковою). У такій системі виконання основної функції забезпечується у нормальному режимі основною підсистемою, яка несе повне навантаження, а резервна – в цей час перебуває у полегшеному, зазвичай холостому, режимі роботи. Якщо відбувається відмова основної підсистеми, то резервна переходить із холостого у номінальний режим роботи. Застосування полегшеного резервування, з одного боку, мінімізує час перемикання від основної до резервної підсистеми, а з іншого, забезпечує економію резервної підсистеми, поки в ній немає потреби.

Практичний аспект вирішення проблеми пов’язаний з підвищенням точності прогнозування інтенсивності потоку відмов та інших похідних показників надійності для відновлюваних систем з перерозподілом навантаження, а теоретичний – забезпечує подальший розвиток математичного апарата марковського аналізу для систем з довільними моделями відмов.

### Аналіз останніх досліджень

Проблема визначення інтенсивності потоку відмов особливо актуальна під час аналізу надійності систем електропостачання, для яких цей показник постійно відстежується та прогнозується [1, 2]. Пошук аналітичного розв’язання функції інтенсивності потоку відмов призводить до рівнянь Вольтерра другого роду з різницевим ядром, метод складання яких відомий лише для найпростіших випадків [3]. Однак, на основі вказаного підходу, у [4, 5] для конкретних випадків розроблено наближені аналітичні вирази. Інтенсивність потоку відмов для систем, за умови невизначеності факторів впливу, прогнозують за попередньою передісторією процесу статистичними методами [6] або з використанням нейрональних мереж та нечіткої логіки [7, 8]. Такі методи вимагають тривалого часу на збирання попередньої інформації для статистичної обробки або навчання нейрональної мережі, а результати, отримані на їх основі, часто мають низьку достовірність для довгострокового прогнозування. У [9] межі функції інтенсивності потоку відмов отримують на основі методу Баєсса. У разі значної зміни цієї функції у досліджуваному діапазоні межі виявляються широкими, а тому малоінформативними. Робота [10] ґрунтується на застосуванні неоднорідного пуассонівського процесу (NHPP) для визначення інтенсивності потоку відмов для відновлюваних систем. Недолік такого підходу полягає в тому, що не існує однозначного методу, щоб пов’язати між собою параметри NHPP та параметри моделей відмов та відновлення елементів системи. Для визначення інтенсивності потоку відмов використовують метод Монте-Карло [3, 11, 12], проте результати, отримані на основі цього методу, спотворені стохастичною похибкою, що істотно ускладнює їхній аналіз. Збільшення кількості ітерацій зменшує стохастичну похибку, проте призводить до істотного зростання тривалості моделювання.

Відомо, що для обчислення показників надійності відновлюваних систем застосовують метод простору станів, який ґрунтується на звичайних марковських моделях [13, 14] та на марковських моделях на основі розширення простору станів [15, 16, 17]. На основі методу, наведеному у [14, 17], відомо, як, застосовуючи звичайну марковську модель, визначити інтенсивність потоку відмов, проте результат обмежений лише експоненціальними моделями. Перспективним напрямом досліджень вважаємо вдосконалення методу простору станів, що полягає у визначенні, як на основі розширеної марковської моделі визначати інтенсивність потоку відмов. Це забезпечить адекватне визначення цього показника для випадку довільних моделей відмов та відновлення елементів системи.

### Постановка завдань

1. Розробити метод визначення інтенсивності потоку відмов для дубльованої системи з полегшеним резервуванням, застосовуючи марковську модель надійності цієї системи на основі розширення простору станів. 2. Підтвердити коректність отриманого результату, застосовуючи модель надійності системи на основі методу Монте-Карло.

### Викладення основного матеріалу

Під марковською моделлю розуміємо систему диференціальних рівнянь, подану у векторно-матричній формі запису:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}(t) = \mathbf{\Lambda}\,\mathbf{p}(t)\,,$$

де d/dt – похідна за часом від кожного елемента вектор-стовпця; $t$ – час, без обмеження загальності, вважаємо характеристикою напрацювання; $\mathbf{p}(t)$ – вектор-стовпець ймовірностей станів або фаз; $\mathbf{\Lambda}$ – матриця інтенсивності переходів між станами або фазами.

Векторно-матричну форму записування необхідно доповнити вектор-рядком початкових ймовірностей станів $\mathbf{p}(0)$. Формування марковської моделі зводиться до визначення матриці інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda}$ та вектор-рядка початкових ймовірностей $\mathbf{p}(0)$. Таку модель також подають у графічній формі – діаграмою станів та переходів, яка однозначно зв'язана із $\mathbf{\Lambda}$ та $\mathbf{p}(0)$.

Інтенсивність потоку відмов визначаємо згідно з правилом, наведеним у [17]. Параметр потоку відмов системи дорівнює сумі добутків інтенсивності переходів, які переводять систему із працездатних фаз у непрацездатні, що множаться на відповідні функції ймовірності таких працездатних фаз, із яких здійснюються такі переходи.

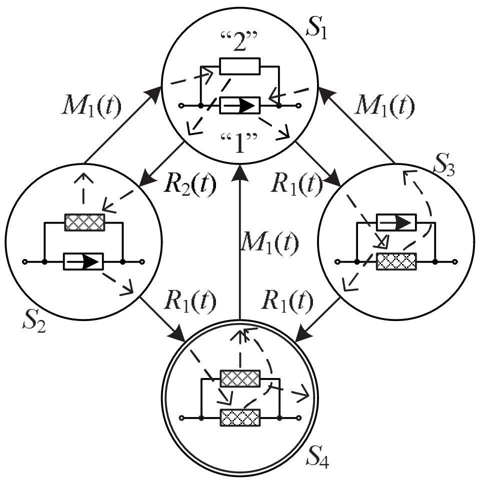


*Рис. 1. Діаграма станів та переходів системи з полегшеним резервуванням*

Досліджувана система функціонує за таким алгоритмом. У початковий момент часу система перебуває у працездатному стані $S_1$ (рис. 1). У вказаному стані обидва елементи, позначені як "1" – основний та "2" – резервний, працездатні. Напрацювання першого елемента розподілено за моделлю відмов $R_1(t)$, а другого – $R_2(t)$, яка пов'язана із $R_1(t)$ через коефіцієнт навантаження $k_D$.

Якщо перший елемент відмовляє, то система переходить у стан $S_3$, а якщо другий – то у $S_2$. Вважаємо, що засоби технічної діагностики ідеальні, а тому відмови елементів діагностуються миттєво. Ремонт полягає у заміні непрацездатного елемента на новий. У працездатному стані $S_2$ перший елемент є працездатним, а другий – непрацездатним. Напрацювання першого елемента розподілено за тією самою моделлю відмов $R_1(t)$, а тривалість ремонтування другого – за моделлю відновлення $M_1(t)$. Якщо відмовляє перший елемент, то система переходить у стан $S_4$, а якщо відбувається відновлення другого – повертається у стан $S_1$. У працездатному стані $S_3$ навпаки – перший елемент є непрацездатним, а другий – працездатним. Тривалість ремонтування першого елемента розподілено за моделлю відновлення $M_1(t)$, а напрацювання другого – за моделлю відмов $R_1(t)$. Якщо відбувається відновлення першого елемента, то система повертається у стан $S_1$, а якщо відмова другого – то у $S_4$. У непрацездатному стані $S_4$, обидва елементи непрацездатні. Вважаємо, що тривалість ремонтування обох елементів розподілена за моделлю відновлення $M_1(t)$, внаслідок пришвидшення робіт додатковими ремонтниками, і, після відновлення, система повертається одразу у стан $S_1$. Отже, система здійснює неперервне в часі випадкове переміщення множиною дискретних станів $\{S_1, S_2 \ldots S_4\}$.

Напрацювання $T$ елемента системи за номінального навантаження розподілене за фазовою моделлю відмов $R_1(t)$. Фазова модель відмов, яка за змістом подібна до розкладу у ряд Тейлора, необхідна для побудови марковської моделі системи на основі розширення простору станів, що забезпечує опрацювання розподілів відмінних від експоненціального [16–18].

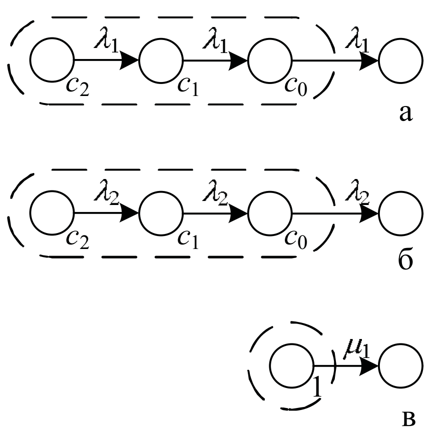


*Рис. 2. Діаграми станів та переходів моделей відмов та відновлення елементів системи*

Довільну модель відмов із заданою точністю, яка визначається кількістю членів, можна розкласти у фазову модель. Під час дослідження застосована фазова модель $R_1(t)$ третього порядку із параметрами $c_0$, $c_1$, $c_2$ та $\lambda_1$ (рис. 2, *а*).

$$R_1(t) = \left(1 + (c_1 + c_2)\lambda_1 + \frac{c_2\lambda_1^2}{2}\right)e^{-\lambda_1 t}, \quad c_0 + c_1 + c_2 = 1;$$

$$M_1(t) = 1 - e^{-\mu_1 t}.$$

Пропонуємо вплив зміни навантаження на показники надійності системи враховувати так. Якщо навантаження на елемент номінальне під час усього часу функціонування, тобто елемент весь час перебуває у $S_1$ (рис. 3, епюра 1), то його спрацювання відбувається рівномірно. Якщо навантаження на елемент змінюється залежно від стану, тобто у $S_1$ – номінальне, а у $S_2$ – полегшене (рис. 3, епюра 2), то спрацювання у $S_1$ буде рівномірне, а у $S_2$ – сповільнене із коефіцієнтом пропорційності $k_D$, з діапазоном зміни від 0 до 1. Властивістю такої моделі надійності системи має виступати те, що після повернення назад із $S_2$ у стан $S_1$, у якому система перебувала протягом $T_4$, залишкове напрацювання елемента має зменшитись на величину $T_3$, яка дорівнює добуткові $k_D$ $T_4$ (рис. 3, епюра 2). Вказану властивість реалізуємо шляхом використання фазової моделі відмов $R_2(t)$ (рис. 2, *б*), подібною до $R_1(t)$, із параметрами $c_0$, $c_1$, $c_2$ та $\lambda_2$, де $\lambda_2 = \lambda_1$ $k_\text{D}$. Модель відновлення вибираємо експоненціальною із параметром $\mu_1$ (рис. 2, *в*), оскільки тривалість ремонтування істотно менша від напрацювання, тому похибка, пов'язана із вибором такої моделі, неістотна.

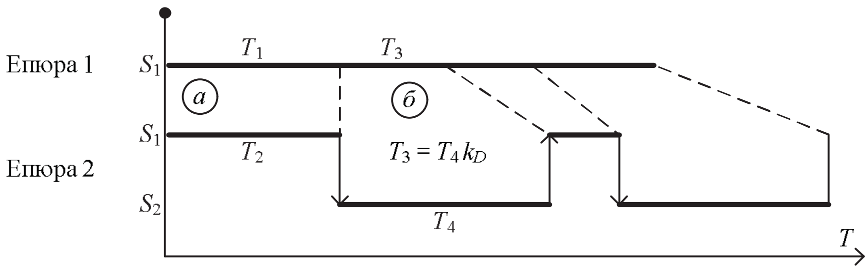


*Рис. 3. Епюри напрацювання елемента системи залежно від навантаження*

Визначимо параметр потоку відмов системи $z_1(t)$, застосовуючи марковську модель на основі розширення простору станів. Діаграму станів та переходів системи (рис. 4) формуємо, використовуючи [15]. Згідно з наведеними позначеннями, інтенсивність потоку відмов системи визначаємо як добуток імовірності перебування системи у фазах $p_1(t)$ та $p_2(t)$ на інтенсивність переходів із цих фаз

$$z_1(t) = \lambda_1(p_1(t) + p_2(t)) .$$

Для підтвердження достовірності результату визначимо параметр потоку відмов системи $z_2(t)$ (рис. 5), застосовуючи модель на основі методу Монте-Карло. Метод формування такої моделі наведено у [3].

Дослідимо збіжність моделей системи. Як видно з рис. 5, при збільшенні кількості ітерацій методу Монте-Карло $Nr$, інтегральна квадратична похибка $ERR$ між суцільною потовщеною кривою 1 параметра потоку відмов системи $z_1(t)$, розрахованою за марковською моделлю, та суцільною кривою 2, розрахованою за моделлю на основі методу Монте-Карло $z_2(t)$, прямують до нуля. Інтегральну квадратичну похибку між параметрами потоку відмов системи $z_1(t)$ та $z_2(t)$ визначаємо згідно з виразом:

$$ERR = \sqrt{\frac{1}{Nt}\sum_{i=0}^{Nt}\left(z_1(t_i) - z_2(t_i)\right)^2} ,$$

де $Nt$ – кількість точок, на яку поділена вісь напрацювання $t$.

На рис. 6 наведені граничні випадки кривої інтенсивності потоку відмов: $k_D = 0$ (штрихова потовщена крива 1), що відповідає дубльованій системі із паралельним резервуванням, та $k_D = 1$ (штрих-пунктирна потовщена крива 5), що відповідає дубльований системі із заміщувальним резервуванням.

Запропонована модель надійності системи у разі зміни коефіцієнта навантаження $k_D$ у зазначених межах забезпечує плавну зміну кривої інтенсивності потоку відмов системи, сімейство яких наведено на рис. 6. Умовно виділяємо два діапазони зміни, залежно від поведінки кривої інтенсивності потоку відмов: так званий верхній діапазон (рис. 6.а) $k_D = 0.5$ – крива 2 із маркером квадрат, $k_D = 0.2$ – крива 3 із маркером ромб та $k_D = 0.1$ – крива 4 із маркером коло, та нижній (рис. 6.б) $k_D = 0.1$ – крива 2 із маркером квадрат, $k_D = 0.05$ – крива 3 із маркером ромб та $k_D = 0.02$ – крива 4 із маркером коло. Залежно від параметрів моделей відмов, для початкових інтервалів напрацювання, інтенсивність потоку відмов дубльованої системи з полегшеним резервуванням виявляється нижчою за інтенсивність потоку відмов дубльованої системи із заміщувальним резервуванням. Така властивість, під час розгляду систем з неекспоненціальними моделями відмов її елементів, приводить до оптимізаційної задачі.

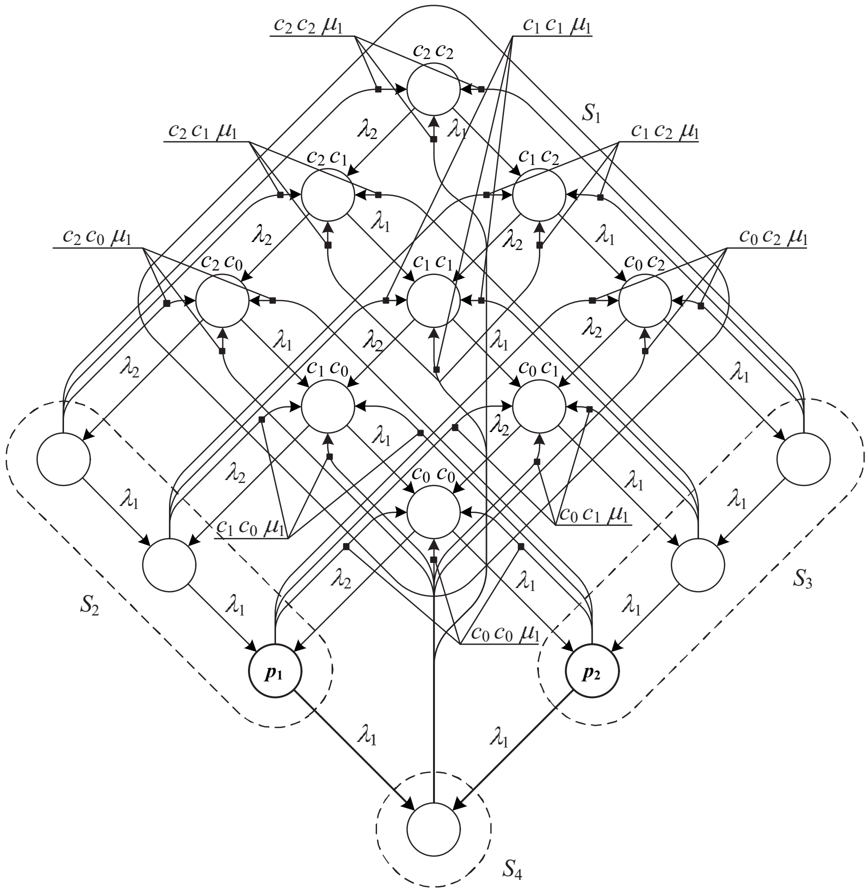


*Рис. 4. Діаграма станів та переходів дубльованої системи з полегшеним резервуванням на основі розширення простору станів*

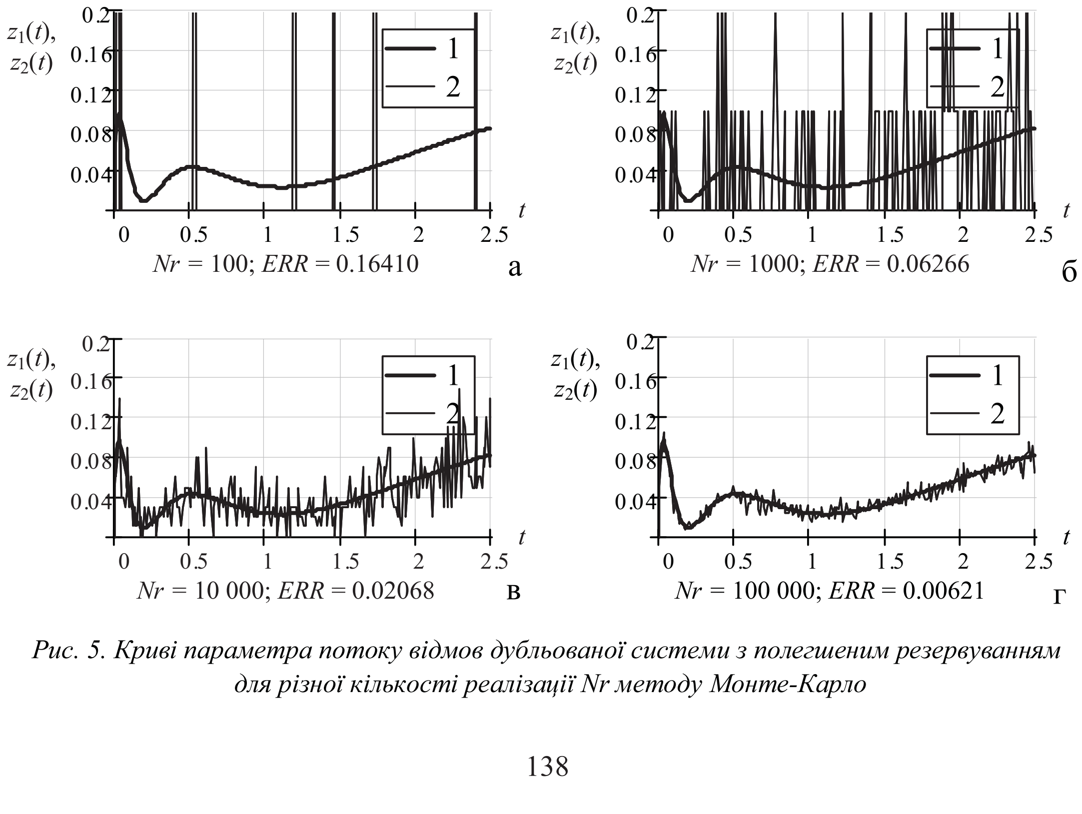


*Рис. 5. Криві параметра потоку відмов дубльованої системи з полегшеним резервуванням для різної кількості реалізації Nr методу Монте-Карло*

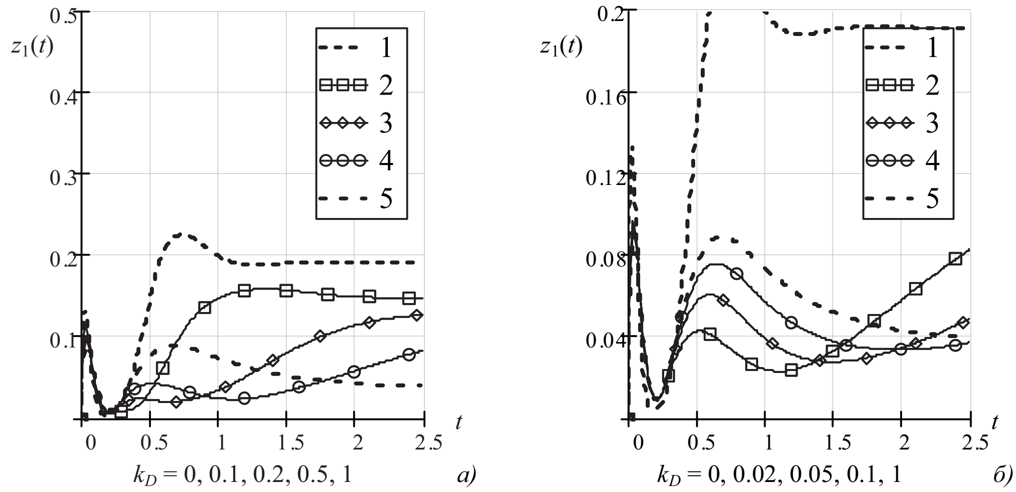


*Рис. 6. Криві інтенсивності потоку відмов дубльованої системи з полегшеним резервуванням для різних значень $k_D$*

**Висновки**

Удосконалено метод визначення функції інтенсивності потоку відмов для дубльованих відновлюваних систем з полегшеним резервуванням, який ґрунтується на застосуванні марковської моделі надійності на основі розширення простору станів, що забезпечило розрахунок вказаного показника для випадку довільних моделей відмов та відновлення елементів системи. Розроблено вперше метод для марковських моделей надійності на основі розширення простору станів, який забезпечує врахування впливу перерозподілу навантаження на показники надійності, зокрема інтенсивності потоку відмов, відновлюваної системи з полегшеним, на основі пропорційного перетворення моделей відмов фазового типу для елементів системи. Криві інтенсивності потоку відмов, отримані запропонованим методом, збігаються в межах допустимої похибки із результатами, отриманими за методом Монте-Карло, що обґрунтовує коректність одержаних результатів.

Подальші дослідження скеровані на розроблення методу, який ґрунтується на ациклічних марковських моделях надійності на основі розширення простору станів для розрахунку кількості запасних частин відновлюваної дубльованої системи з полегшеним резервуванням.


*1. Stillman R.H. Power Line Maintenance With Minimal Repair And Replacement / R.H. Stillman / Proc. Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS'2003). – San Jose, USA – 2003. – P. 541–545. 2. Radmer D.T. Predicting vegetation-related failure rates for overhead distribution feeders / D.T. Radmer, P.A. Kuntz, R.D. Christie, S.S. Venkata, R.H. Fletcher // Power Delivery, IEEE Transactions on. – 2002. – Vol. 14, No 4. – P. 1170–1175. 3. Хенли Э. Дж. Надежность технических систем и оценка риска: Пер. с англ. / Э. Дж. Хенли, Х. Кумамото. – М: Машиностроение, 1984. – 528 с. 4. Guo H.R. A New Stochastic Model for Systems Under General Repairs / H.R.Guo, Haitao Liao, Wenbiao Zhao, A. Mettas // Reliability, IEEE Transactions on. – 2007. – Vol. 56, No 1. – P. 40–49. 5. Winfrid G. Schneeweiss. A short Boolean derivation of mean failure frequency for any (also non-coherent) system / Winfrid G. Schneeweiss // Reliability Engineering and System Safety. – 2009. – Vol. 94, No 8. – P. 1363–1367. 6. Буртаев Ю.Ф. Статистический анализ надежности объектов по ограниченной информации / Ю.Ф. Буртаев, В.А. Острейковский – М.: Энергоатомиздат, 1995. – 240 с. 7. Bevilacqua M. Failure rate prediction with artificial neural networks / M. Bevilacqua, M. Braglia, M. Frosolini, R. Montanari // Quality in Maintenance Engineering, Journal of. – 2005. – Vol. 11, No 3. – P. 279–294. 8. Ibrahim W.R.A. An adaptive fuzzy self-learning technique for prediction of abnormal operation of electrical systems // Power Delivery, IEEE Transactions on / W.R.A. Ibrahim, M.M. Morcos. – 2006. – Vol. 21, No 4. – P. 1770–1777. 9. Guida M. Bayesian analysis of repairable systems showing a bounded failure intensity / M. Guida, G. Pulcini // Reliability Engineering and System Safety. – 2006. – Vol. 91, No 7. – P. 828–838. 10. Krivtsov V. Practical extensions to NHPP application in* *repairable system reliability analysis / V. Krivtsov // Reliability Engineering and System Safety. – 2007. – Vol. 92, No5. – P. 560–562. 11. Veber B. Generalized renewal process for repairable systems based on finite Weibull mixture / B. Veber, M. Nagodea, M. Fajdiga // Reliability Engineering and System Safety. – 2008. – Vol. 93, No10. – P. 1461–1472. 12. Hagkwen Kim Singh. Reliability Modeling and Simulation in Power Systems With Aging Characteristics / Hagkwen Kim Singh // Power Systems, IEEE Transactions on. – 2010. – Vol. 25, No 1. – P. 21–28. 13. Волочій Б.Ю. Технологія моделювання алгоритмів поведінки інформаційних систем / Б.Ю. Волочій. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту «Львівська політехніка», 2004. – 220 с. 14. Richard C.M. Yam. A method for evaluation of reliability indices for repairable circular consecutive-k-out-of-n:F systems / Richard C.M. Yam, Ming J. Zuo, Yuan Lin Zhang // Reliability Engineering and System Safety. – 2003. – Vol. 79, No1. – P. 1–9. 15. Лозинський О.Ю. Побудова моделей надійності ремонтованих електромеханічних об'єктів на основі розширення простору станів / О.Ю. Лозинський, С.В. Щербовських // Вісн. НТУ «Харківський політехнічний інститут». – 2005. – № 45. – С. 77–81. 16. Perez-Ocon R. Transient analysis of a repairable system, using phase-type distributions and geometric processes / R. Perez-Ocon, D. Montoro-Cazorla // Reliability, IEEE Transactions on. – 2004. – Vol. 53, No 2. – P. 185–192. 17. Lozynsky O.Yu. Failure Intensity Determination Using Markov Reliability Model for Renewal Non-Redundancy Systems / O.Yu. Lozynsky, S.V. Shcherbovskykh // Przeglad Elektrotechniczny. – 2009. – Vol. 85, No 4. – P. 89–91. 18. Лозинський О.Ю. Визначення ефективної підмножини фазових законів розподілу для утворення математичних моделей надійності ремонтованих об'єктів / О.Ю. Лозинський, С.В. Щербовських // Відбір і обробка інформації. – 2004.– № 21.– С. 17–22.*

**УДК 620.179.14**

**М.А. Яцун[1], А.М. Яцун[2], О.І. Шуплат[3]**
[1]Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра ЕМА;
[2]Львівський національний аграрний університет,
кафедра електротехнічних систем;
[3]Гранд-готель

# НАБЛИЖЕНА ЧИСЛОВА РЕАЛІЗАЦІЯ ЗВОРОТНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ЛАПЛАСА ЗАГАСАЮЧИХ КОЛИВАНЬ У РАЗІ НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ ІМПУЛЬСНИМ ВИХРОСТРУМОВИМ МЕТОДОМ



**Подано інтерполяційний метод послідовних наближень числового обернення перетворення Лапласа, який відрізняється від відомих методів формою інтерполюючих членів і пристосований до аналізу інформативних перехідних величин у формі згасаючих коливань, які виникають у разі імпульсного електромагнітного контролю електропровідних феромагнітних об'єктів**

**Given interpolation method of progressive approximations of numeral rotation of the Лапласа transformation, which differs from the known methods by the form of interpolating members and adjusted to the analysis of informing transitional sizes in the form of going out vibrations which arise up at the impulsive electromagnetic control of electric conduction ferromagnetic object**

## Постановка проблеми

Під час аналізу чутливостей інформативних величин первинного вимірного кола до параметрів об'єкта контролю з метою виявлення оптимальних моментів часу для відбору і