Отже, побудова матриці монохромії глибокопазного асинхронного мотора з прямокутними пазами обмотки ротора вимагає інтегрування рівнянь першої варації (22), (24), (25).

Запропонований метод аналізу отримав всебічну перевірку в складних задачах електромеханіки. І виявився дуже ефективним.

Висновки

1. Визначення матриці монодромії електротехнічних пристроїв, що описуються коло-польовими математичними моделями, найпростіше здійснюється на підставі інтегрування рівнянь першої варіації диференціальних рівнянь стану пристрою.

2. Тільки на підставі матриці монодромії є практична можливість будувати загальні алґоритми аналізу фізичних пристроїв у повному обсязі, використовуючи схожий математичний апарат загальної теорії нелінійних диференціальних рівнянь. Це це стосується аналізу перехідних і усталених процесів, визначення статичної стійкости знайдених усталених процесів і, накінець, знаходити матриці параметричних чутливостей у перехідних і усталених процесах.

1. Чабан В.И. К учету скин-эффекта в демпферных обмотках электрических машин // Докл. и науч. сообщ. / Львов. политехн ин-т. – 1976. – № 7. – С. 94–96. 2. Чабан В.И. Математическая модель индукционного двигателя с учетом скин-эффекта в пазах ротора // Там же. – № 9. – С. 128–132. 3 Чабан В.И. Методы анализа электромеханических систем. – Львов: Вища шк., 1985. – 190 с. 4. Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів, 1997. – 344 с.

УДК 621.372.061

Ю.І. Шаповалов, С.В. Маньковський

Національний університет "Львівська політехніка", кафедра РЕС

ПРО ТОЧНІСТЬ АНАЛІЗУ ЛІНІЙНИХ ПАРАМЕТРИЧНИХ КІЛ ЧАСТОТНИМ СИМВОЛЬНИМ МЕТОДОМ

© Шаповалов Ю.І., Маньковський С.В., 2010

Порівняно результати обчислень за частотним символьним методом з обчисленнями за програмою MicroCAP та аналітичним розв'язком.

It deals with comparison of the results of the calculations performed by frequencysymbolic method with the calculations done by MicroCAP programme and analytical solution.

Вступ

Під час аналізу лінійних параметричних кіл математичну модель кола формують у вигляді лінійного диференціального рівняння, яке описує взаємозв'язок у часі t між зовнішньою дією x на коло та реакцією y кола на задану зовнішню дію:

$$a_{n}(t)y^{(n)} + a_{n-1}(t)y^{(n-1)} + \dots + a_{0}(t)y = b_{m}(t)x^{(m)} + b_{m-1}(t)x^{(m-1)} + \dots + b_{0}(t)x.$$
 (1)

Сформоване у такий спосіб рівняння називають передавальним рівнянням.

Під час частотного символьного аналізу вихідний сигнал кола залежно від вхідного сигналу подають у вигляді

$$y(s,t) = W(s,t) \cdot x(s), \qquad (2)$$

де $s = j\omega$ – комплексна змінна, W(s,t) – комплексна передавальна функція параметричного кола, яку апроксимують зрізаним рядом Фу'є:

$$\hat{W}(s,t) = W_0(s) + \sum_{i=1}^k \left[W_{-i}(s) \cdot \exp(-j \cdot i \cdot \Omega \cdot t) + W_{+i}(s) \cdot \exp(+j \cdot i \cdot \Omega \cdot t) \right],$$
(3)

де $W_0(s)$, $W_{-i}(s)$, $W_{+i}(s)$ – незалежні від часу t дробово-раціональні функції комплексної змінної s, k – кількість гармонік у ряді, $\Omega = 2\pi/T$, T – період зміни параметра параметричного елемента кола під дією сигналу накачки.

Визначення комплексної передавальної функції W(s,t) проводять на підставі лінійного диференціального рівняння зі змінними у часі комплексними коефіцієнтами, відомого як рівняння Заде [1], яке, своєю чергою, формують на підставі передавального рівняння (1) та розв'язують частотним символьним методом [2]. Проте при тому завжди виникає методична похибка, зумовлена урахуванням обмеженої кількості k членів ряду у апроксимації $\hat{W}(s,t)$ функції W(s,t). Це й очевидно, бо відомо, що у загальному випадку точного виразу для W(s,t) не існує.

Мета роботи

У цій роботі розглянуто питання про точність розрахунків, отриманих за частотним символьним методом залежно від кількості k членів ряду (3), які ураховано у згаданій апроксимації $\hat{W}(s,t)$. Порівняно з результатами обчислень за аналітичним розв'язком та за програмою *MicroCAP*. Показано також, що, якщо задане параметричне коло описувати передавальними рівняннями вищого порядку, то результат обчислень не змінюється, але для забезпечення його точності може знадобитись урахування у (3) більшої кількості гармонік k.

Об'єкт та метод дослідження

Під час досліджень точності обчислень зручно розв'язувати рівняння, які мають аналітичний розв'язок. Це може забезпечити об'єктивність висновків найбільшою мірою. Тому тестовим

прикладом обране лінійне параметричне коло, що складається тільки з резистивних елементів (рис. 1), у якому змінні i (вхідна) та u_1 (реакція) зовнішні. Система рівнянь, що описує коло з рис. 1, є алгебраїчна:

$$\begin{cases} y1 \cdot u_1 - y1 \cdot u_2 = i \\ -y1 \cdot u_1 + (y1 + y(t)) \cdot u_2 = 0 \end{cases}$$
(4)

і має аналітичний розв'язок:

$$[y_1 \cdot y(t)] \cdot u_1 = [y_1 + y(t)] \cdot i.$$
(5)

Вираз (5) можемо розуміти й як передавальне рівняння (від заданої змінної *i* до шуканої *u*₁) нульового порядку.

Досліджувані системи диференціальних рівнянь утворюватимемо з (4) диференціюванням чи першого її рівняння (надалі досліджувана система А), чи другого



Рис. 1 Лінійне параметричне коло: $i(t) = I_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \pi / 4) \text{ A};$ $I_m = 1 \text{ A}; \ \omega = 1000 \cdot 2 \cdot \pi \text{ рад/c};$ $y_1 = 1 \text{ Cm}; \ y(t) = y_m \cdot (1 + m \cdot \cos(\Omega \cdot t));$ $y_m = 1 \text{ Cm}; \ m = 0.2; \ \Omega = 2 \cdot \omega$

(надалі досліджувана система В), чи обох рівнянь одночасно (надалі досліджувана система С). При цьому кожна з систем А, В, С визначає своє передавальне диференціальне рівняння (вже ненульового порядку) для змінної u_1 відносно вхідного струму *i*. Ось ці передавальні рівняння й досліджуватимемо на предмет точності отримуваних для них розв'язків частотним символьним методом, порівнюючи ці розв'язки з результатами обчислень за програмою MicroCAP та спільним для них аналітичним розв'язком (2).

Експериментальна частина

Досліджувані системи лінійних диференціальних рівнянь (СЛДР) такі. 1. Система А є

$$\begin{cases} y1 \cdot u_1' - y1 \cdot u_2' = i' \\ -y1 \cdot u_1 + (y1 + y(t)) \cdot u_2 = 0 \end{cases}$$
(6)

та її передавальне рівняння, отримане одним з методів виключення змінної u_2 з (6) [3,4], є:

$$[(y1^{2} \cdot y(t) + y1 \cdot y(t)^{2}) \cdot s + y1^{2} \cdot y(t)'] \cdot u_{1} = [(y1 + y(t))^{2} \cdot s] \cdot i.$$
(7)

2. Система В є

$$\begin{cases} y1 \cdot u_1 - y1 \cdot u_2 = i \\ -y1 \cdot u_1' + y(t)' \cdot u_2 + (y1 + y(t)) \cdot u_2' = 0 \end{cases},$$
(8)

та її передавальне рівняння є

$$[y_1 \cdot y(t)' + y_1 \cdot y(t) \cdot s] \cdot u_1 = [(y_1 + y(t)) \cdot s + y(t)'] \cdot i.$$
(9)

3. Система С є

$$\begin{cases} y1 \cdot u_1' - y1 \cdot u_2' = i' \\ -y1 \cdot u_1' + y(t)' \cdot u_2 + (y1 + y(t)) \cdot u_2' = 0 \end{cases}$$
(10)

з передавальним рівнянням

$$\begin{bmatrix} y_1 \cdot (2 \cdot (y(t)')^2 - y(t) \cdot y(t)'') \cdot s + y_1 \cdot y(t) \cdot y(t)' \cdot s^2 \end{bmatrix} \cdot u_1 = \\ = \begin{bmatrix} (2 \cdot (y(t)')^2 - y_1 \cdot y(t)'' - y(t) \cdot y(t)'') \cdot s + (y(t)' \cdot y_1 + y(t) \cdot y(t)') \cdot s^2 \end{bmatrix} \cdot i$$
(11)

У виразах (7), (9), (11) символ s позначає винятково дію d/dt над змінною, яка винесена за дужки.

Відзначимо особливість частотного символьного методу, яка полягає у тому, що для передавальних рівнянь (7), (9), (11) резистивного кола з рис.1 отримуватимемо апроксимацію передавальної функції $\hat{W}(s,t)$ з залежними від *s* коефіцієнтами $W_0(s)$, $W_{-i}(s)$, $W_{+i}(s)$. Очевидно, що у цьому випадку під час підстановки *s* у вирази для коефіцієнтів, останні будуть ставати частото незалежними та дійсними.

Миттєві значення напруги u_1 , отримані за аналітичним розв`язком з виразу (5) та за допомогою MicroCAP, наведені у табл. 1 (стовпці 2 та 3, відповідно). Програма MicroCAP у цьому випадку виводить числа з трьома знаками після коми.

Таблиця 1 Миттєві значення вихідної напруги

Час t, мс	Напруга u_1 , В				
	Аналітичний	Розв'язок за			
	розв`язок	MicroCap			
1	2	3			
20,0	1,2964	1,296			
20,1	0,3038	0,304			
20,2	-0,9956	-0,996			
20,3	-1,9540	-1,954			
20,4	-1,9179	-1,918			
20,5	-1,2964	-1,296			
20,6	-0,3038	-0,304			
20,7	0,9956	0,996			
20,8	1,9540	1,954			
20,9	1,9179	1,918			
21,0	1,2964	1,296			

Миттєві значення напруги *u*₁, отримані частотним символьним методом

$$(u_1 = \operatorname{Re}[W(s,t) \cdot e^{j(\omega \cdot t + \pi/4)}])$$

за виразами (7), (9) та (11) за різної кількості гармонік k у апроксимації $\hat{W}(s,t)$, наведені у табл. 2, 3 та 4, відповідно. У стовпцях 3, 5, 7, 9 цих таблиць показані відносні відхилення цих значень від відповідних значень стовпця 2 табл. 1.

На рис. 2 наведені залежності модуля W(s,t) (для схеми з рис. 1 уявна частина W(s,t) дорівнює нулю) від часу t, отримані з системи А при $s = j \cdot \omega = const$ та апроксима-

гармоніками, відповідно. У табл. 5 наведені коефіцієнти цих апроксимацій. На рис. 3 наведені залежності модуля W(s,t) від часу t, отримані з системи С при $s = j \cdot \omega = const$ та апроксимації $\hat{W}(s,t)$ однією, чотирма, сімома та десятьма гармоніками, відповідно. У табл. 6 наведені

коефіцієнти цих апроксимацій.

Таблиця 2

Час	Напруга u_1 , В							
мс	1 гармоніка		2 гармоніки		3 гармоніки		4 гармоніки	
		%		%		%		%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
20,0	1,2868	-0,74	1,2975	0,09	1,2963	-0,01	1,2964	0,00
20,1	0,3076	1,25	0,3036	-0,07	0,3038	0,00	0,3038	0,00
20,2	-0,9900	-0,56	-0,9959	0,03	-0,9957	0,01	-0,9956	0,00
20,3	-1,9447	-0,48	-1,9546	0,03	-1,9542	0,01	-1,9540	0,00
20,4	-1,9339	0,83	-1,9165	-0,07	-1,9178	0,00	-1,9179	0,00
20,5	-1,2868	-0,74	-1,2975	0,09	-1,2963	-0,01	-1,2964	0,00
20,6	-0,3076	1,25	-0,3036	-0,07	-0,3038	0,00	-0,3038	0,00
20,7	0,9900	-0,56	0,9959	0,03	0,9957	0,01	0,9956	0,00
20,8	1,9447	-0,48	1,9546	0,03	1,9542	0,01	1,9540	0,00
20,9	1,9339	0,83	1,9165	-0,07	1,9178	0,00	1,9179	0,00
21,0	1,2868	-0,74	1,2975	0,09	1,2963	-0,01	1,2964	0,00

Миттєві значення вихідної напруги

Таблиця 3

Час	Напруга u_1 , В							
мс	1 гармоніка		2 гармоніки		3 гармоніки		4 гармоніки	
		%		%		%		%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
20,0	1,2843	-0,93	1,2976	0,09	1,2962	-0,01	1,2964	0,00
20,1	0,3062	0,80	0,3035	-0,08	0,3038	0,00	0,3038	0,00
20,2	-0,9922	-0,34	-0,9960	0,03	-0,9957	0,01	-0,9956	0,00
20,3	-1,9473	-0,34	-1,9547	0,03	-1,9542	0,01	-1,9540	0,00
20,4	-1,9332	0,80	-1,9163	-0,08	-1,9178	0,00	-1,9179	0,00
20,5	-1,2843	-0,93	-1,2976	0,09	-1,2962	-0,01	-1,2964	0,00
20,6	-0,3062	0,80	-0,3035	-0,08	-0,3038	0,00	-0,3038	0,00
20,7	0,9922	-0,34	0,9960	0,03	0,9957	0,01	0,9956	0,00
20,8	1,9473	-0,34	1,9547	0,03	1,9542	0,01	1,9540	0,00
20,9	1,9332	0,80	1,9163	-0,08	1,9178	0,00	1,9179	0,00
21,0	1,2843	-0,93	1,2976	0,09	1,2962	-0,01	1,2964	0,00

Миттєві значення вихідної напруги

З рис. 2 та рис. 3 зрозуміло, що недостатня кількість врахованих у передавальній функції гармонік може призвести до отримання неточного (наприклад, крива 1 з рис. 2) або якісно неправильного (наприклад, крива 1 з рис. 3) результату.

Аналіз значень коефіцієнтів з табл. 5 та 6 переконує у тому, що всі ці коефіцієнти під час уточнення зазнають змін. Це стосується й значення $W_0(s)$. Так, для кола з рис.1 коефіцієнт W_0 , змінюючись, у результаті не дорівнює 2 (для кола з рис. 1 при постійному параметрі y(t) = 1 передавальна функція W = 2), а дорівнює 2,0206. Це й зрозуміло, бо для y(t) = 1 при t = 0 у виразі (3) ненульовими будуть W_0 та всі дійсні («косинусні») складові ряду (3). Сума цих складових й утворить рівність W = 2.

Таблиця 4

	Напруга <i>и</i> ₁ , В							
	1 гарм	оніка	4 гармо	оніки	7 гармонік		10 гармонік	
Час,мс		%		%		%		%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
20,0	1,6464	27,00	1,2494	-3,62	1,2944	-0,15	1,2964	0,00
20,1	0,6176	103,32	0,2988	-1,62	0,3013	-0,81	0,3038	0,00
20,2	-0,7206	-27,62	-0,9035	-9,25	-0,9993	0,37	-0,9956	0,00
20,3	-1,7965	-8,06	-1,8494	-5,35	-1,9572	0,16	-1,9540	0,00
20,4	-2,1047	9,74	-1,8534	-3,36	-1,9175	-0,02	-1,9179	0,00
20,5	-1,6464	27,00	-1,2494	-3,62	-1,2944	-0,15	-1,2964	0,00
20,6	-0,6176	103,32	-0,2988	-1,62	-0,3013	-0,81	-0,3038	0,00
20,7	0,7206	-27,62	0,9035	-9,25	0,9993	0,37	0,9956	0,00
20,8	1,7965	-8,06	1,8494	-5,35	1,9572	0,16	1,9540	0,00
20,9	2,1047	9,74	1,8534	-3,36	1,9175	-0,02	1,9179	0,00
21,0	1,6464	27,00	1,2494	-3,62	1,2944	-0,15	1,2964	0,00

Миттєві значення вихідної напруги



Рис. 2. Залежності модуля W(s,t) від часу t, отримані з системи A при $\omega = 1000 \cdot 2 \cdot \pi$ рад/с для однієї гармоніки (крива 1), двох гармонік (крива 2), трьох (крива 3) та чотирьох (крива 4), відповідно



Рис. 3. Залежності модуля W(s,t) від часу t, отримані з системи С при $\omega = 1000 \cdot 2 \cdot \pi$ рад/с для однієї гармоніки (крива 1), чотирьох гармонік (крива 2), семи (крива 3) та десяти (крива 4), відповідно

Таблиця 5

	1 гар-ка	2 гар-ки	3 гар-ки	4 гар-ки
W ₊₄				0,000104
W ₊₃			-0,0010332	-0,00105
W ₊₂		0,010215	0,010413	0,010416
W ₊₁	-0,10083	-0,10307	-0,1031	-0,1031
W_0	2,0201	2,0206	2,0206	2,0206
W1	-0,09951	-0,10305	-0,1031	-0,1031
W2		0,010187	0,010412	0,010416
W-3			-0,0010319	-0,00105
W4				0,000104

Коефіцієнти апроксимації

	1 гар-ка	4 гар-ки	7 гар-к	10 гар-к
W. 10		. Tup III	· •••••	6.84E-09
+10 W				-1.86E_00
"+9 W				-1,80E-09
+ 8				2,39E-08
^W +7			-3,13E-06	-1,11E-07
W_{+6}			1,48E-06	1,11E-06
W_{+5}			-1,87E-05	-1,07E-05
W_{+4}		0,000484	0,00010871	0,000106
W_{+3}		-0,00101	-0,0010903	-0,00105
W_{+2}		0,011607	0,010481	0,010416
W_+1	-0,0369	-0,08976	-0,10386	-0,1031
W ₀	2,107	1,9275	2,0215	2,0206
W_{-1}	0,2583	-0,0709	-0,10653	-0,1031
W_{-2}		-0,01068	0,010855	0,010411
W3		0,000564	-0,0010018	-0,00105
W4		-0,0009	0,00010462	0,000106
W5			3,76E-06	-1,07E-05
W6			3,44E-07	1,04E-06
W7			4,57E-06	-1,07E-07
W8				-7,77E-09
W9				-2,82E-11
W10				-9,01E-09

Коефіцієнти апроксимації

Таблиця 6

Висновки

Отримані експериментальні дані дозволяють зробити висновки.

1. Як і очікувалось, миттєві значення напруги u_1 , отримані за аналітичним розв'язком (5), за допомогою програми МісгоСар та частотним символьним методом збігаються. Збіг аналітичного розв'язку з обчисленнями за програмою МісгоСАР в межах трьох знаків після коми (так виводяться результати у МісгоСАР) повне. Символьний метод для отримання точного результату, вимагає врахування різної кількості гармонік (у проведених експериментах більшу кількість гармонік необхідно враховувати для передавального рівняння вищого порядку).

2. Можемо рекомендувати вибирати кількість гармонік у апроксимації передавальної функції так: а) за пропозицією спеціаліста-дослідника параметричного кола, який може передбачити, які гармоніки потрібно врахувати; б) попередньо до використання символьного методу визначаємо миттєві значення довільно вибраної змінної за програмою числових обчислень, наприклад, програмою МісгоСАР. Далі для цієї змінної досягаємо однакових значень, отриманих й символьним методом, підбираючи кількість гармонік у апроксимації передавальної функції. Отриману таким способом апроксимацію передавальної функції вважаємо достатньо точною і використовуємо для подальших досліджень параметричного кола.

3. Диференціювання рівнянь заданої системи рівнянь кола може призводити до необхідності збільшення кількості *k* врахованих у апроксимації передавальної функції гармонік. Це особливо потрібно пам'ятати у разі наявності у колі індуктивностей, що може вимагати диференціювання окремих рівнянь кола, які містять інтеграли.

4. Недостатня кількість k врахованих у апроксимації передавальної функції гармонік може призвести до отримання неточного або якісно неправильного результату. 5. Всі коефіцієнти $W_0(s)$,

 $W_{-i}(s)$, $W_{+i}(s)$ з (3) під час уточнення зазнають змін, навіть $W_0(s)$, який, уточнюючись, не починає дорівнювати функції передачі кола при «замороженому» параметричному елементі (для прикладу $y(t) = y_m = 1$).

1. Солодов А.В., Петров Ф.С. Линейные автоматические системы с переменными параметрами. - М.: Наука, 1971. - 620 с. 2. Шаповалов Ю., Мандзій Б. Символьний аналіз лінійних параметричних кіл: стан питань, зміст і напрямки застосування. // Теоретична електротехніка. – 2007. – Вип. 59. – С. 3–9. 3. Шаповалов Ю.І. Формування символьних рівнянь лінійних параметричних кіл методами виключення змінних // Моделювання та інформаційні технології: Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – К., 2008. – Вип. 48. – С. 111–119. 4. Шаповалов Ю.І. Про можливість застосування матричних та топологічних методів до моделювання лінійних параметричних кіл // Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – К., 2008. – Вип. 48. – С. 125–135.

УДК 519.718.2

С.В. Щербовських Національний університет "Львівська політехніка", кафедра ЕАП

РОЗРАХУНОК ІНТЕНСИВНОСТІ ПОТОКУ ВІДМОВ ДУБЛЬОВАНОЇ СИСТЕМИ З ПОЛЕГШЕНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ

© Щербовських С.В., 2010

Розглянуто проблему розрахунку інтенсивності потоку відмов для дубльованої відновлюваної системи з полегшеним резервуванням. Визначати інтенсивність потоку відмов системи пропонується, застосовуючи спеціальний метод, який ґрунтується на розширеній марковській моделі. Коректність такого підходу перевірено за методом Монте-Карло.

The paper is devoted to problem of failure intensity calculation for doubled repairable system with reduced redundancy. Failure intensity determination is suggested by using special method for extended Markov reliability model. The correctness for such approach is verified by Monte-Carlo method.

Постановка проблеми

Інтенсивність (параметр) потоку відмов z(t) є відношенням математичного сподівання кількості відмов системи за елементарне напрацювання до величини цього напрацювання. Цей показних відображає частоту, із якою система переходить із працездатних станів у непрацездатні. Разом із коефіцієнтом готовності він характеризує основні властивості надійності відновлюваних систем. Стаття присвячена проблемі розрахунку інтенсивності потоку відмов для дубльованої системи з полегшеним резервуванням. Дубльована системи містить у своєму складі дві однакових підсистеми, які називають основною та резервною (надлишковою). У такій системі виконання основної функції забезпечується у нормальному режимі основною підсистемою, яка несе повне навантаження, а резервна – в цей час перебуває у полегшеному, зазвичай холостому, режимі роботи. Якщо відбувається відмова основної підсистеми, то резервна переходить із холостого у номінальний режим роботи. Застосування полегшеного резервування, з одного боку, мінімізує час перемикання від основної до резервної підсистеми, а з іншого, забезпечує економію резервної підсистеми, поки в ній немає потреби.