Висновки

Описано систему електроприводу механізму підіймання одноковшового екскаватора. Побудовані математичні макромоделі для такої системи з достатньою точністю можуть бути використані для моделювання системи приводу екскаватора, загалом, з метою її подальшого вдосконалення.

1. Ключев В.И., Терехов В.М. Электропривод и автоматизация общепромышленных механизмов: Учеб. для вузов. – М.: Энергия, 1980. – 360 с. 2. Стахив П.Г. Анализ динамических режимов в электронных схемах с многополюсниками. – Львов: Высш. шк., 1988. – 154 с 3. Стахів П.Г., Козак Ю.Я. Побудова макромоделей електромеханічних компонент із використанням оптимізації // Технічна електродинаміка. – 2001. – № 4. – С. 33–36. 4. Стахів П.Г., Селепина Й.Р., Надич І.І. // Моделювання компонент електротехнічних систем // Сб. тр. конф.: Моделирование-2008 (Simulation-2008). Т. 1. – К., 2008. – С. 344–349. 5. Стахив П.Г., Козак Ю.Я., Гоголюк О.П. Макромодель трехфазного силового трансформатора // Электронное моделирование. – 2005. – Т. 27, № 6. – С. 91–100. 6. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. Оценивание параметров состояния. – М.: Мир, 1975. – 683 с.

УДК 621.313.33

В. Чабан, З. Гоголь, С. Костючко
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ТЗЕ

ПОБУДОВА МАТРИЦІ МОНОДРОМІЇ ГЛИБОКОПАЗНИХ АСИНХРОННИХ МОТОРІВ

Розглядається задача обчислення матриці монодромії глибокопазного асинхронного мотора на підставі використання коло-польової математичні моделі

The article considers the problem of determination of monodromy matrix of deep-slot induction motor on the basis of circuit-field mathematical model.

Постановка задачі

Матриця монодромії будь-якого фізичного пристрою використовується під час аналізу усталених процесів, статичної стійкости й параметричної чутливости. Покажемо як знаходити її у разі використання коло-польових математичних моделей електротехнічних пристроїв на прикладі глибокопазного асинхронного мотора з прямокутним пазами ротора.

Аналіз останніх досліджень

Для розв’язання поставленої задачі необхідно було розв’язати спершу декілька важливих теоретичних задач, зокрема, розробити: загальну теорію електричного скін-ефекту [1], принцип побудови коло-польових математичних моделей електричних пристроїв [2], а також теорію допоміжної моделі параметричної чутливости [3]. Це й стало підставою побудови матриць монодромії систем, що описуються методами електромаґнетних кіл і електромаґнетного поля.

Математична модель мотора

Глибокопазні асинхронні мотори проектуються так, щоб поверхневий ефект у пазах обмотки ротора істотно впливав на їхні робочі характеристики, а значить він повинен бути врахований з достатньою точністю, що можливо здійснити лише не підставі рівнянь квазістаціонарного електромаґнетного поля. Обмотка ротора машин за кількістю витків вважається приведеною до обмоток статора. Отже, її обтікають не фізичні, а приведені струми. Водночас ці струми фіґурують у крайових умовах електромаґнетного поля. Тож рівняння електромаґнетного поля теж потрібно приводити заодно зі струмами. Для чого достатньо привести параметри середовища.

Глибокопазний ротор виготовляється у вигляді білячого колеса. Це багатоконтурна система, яку зазвичай еківалентують двома контурами. Однак таке еквівалентування не повинно впливати на ґеометрію пазового простору. Усі розміри паза мусять бути недоторканими. У перетворених координатах струми й напруги обмотки ротора приводяться також за частотою до струмів і напруг обмотки статора. Так само треба привести рівняння електромаґнетного поля,

Рівняння електромаґнетного стану мотора запишемо у вигляді [4]

$$\frac{di}{dt} = A(u - \Omega'\Psi - Ri), \tag{1}$$

де

$$\begin{array}{|c|}\hline \lambda_S \\ \hline \lambda_R \\ \hline \end{array}, \lambda = u, \Psi, i; \quad \mathrm{A} = \begin{array}{|c|c|}\hline A_S & A_{SR} \\ \hline A_{RS} & A_R \\ \hline \end{array}; \quad \Omega' = \begin{array}{|c|c|}\hline 1 & \\ \hline & \Omega \\ \hline \end{array}; \quad R = \begin{array}{|c|c|}\hline R_S & \\ \hline & r_R \\ \hline \end{array}. \tag{2}$$

Тут $i_k = (i_{kA}, i_{kB})_t$, $k = S, R$ – колонки фазних струмів статора й перетворених струмів ротора; $u_k = (u_{kA}, u_{kB})_t$, $k = S, R$ – колонки фазних напруг статора й перетворених напруг ротора; A_S, A_{SR}, A_{RS}, A_R – матриці коефіцієнтів:

$$A_S = \alpha_S(1 - \alpha_S G); \; A_{SR} = A_{RS} = -\alpha_S \alpha_R G; \; A_R = \alpha_R(1 - \alpha_R G), \tag{3}$$

де G, Ω – матриці

$$G = \begin{array}{|c|c|}\hline T + b_A i_A & b_B i_A \\ \hline b_A i_B & T + b_B i_B \\ \hline \end{array}, \qquad \Omega = \frac{\omega}{\sqrt{3}} \begin{array}{|c|c|}\hline -1 & -2 \\ \hline 2 & 1 \\ \hline \end{array}. \tag{4}$$

причому

$$\begin{gathered} b_A = b(2i_A + i_B); \quad b_B = b(i_A + 2i_B); \quad b = \frac{2}{3}\frac{R - T}{i_m^2}; \\ R = \frac{1}{\alpha_S + \alpha_R + \rho}; \qquad T = \frac{1}{\alpha_S + \alpha_R + \tau}. \end{gathered} \tag{5}$$

Тут τ, ρ – обернені статична й диференціальна індуктивності, їх знаходимо за характеристикою намаґнечування (холостого стану) машини як:

$$\tau = \left[\frac{\psi_m(i_m)}{i_m}\right]^{-1}; \quad \rho = \left[\frac{d\psi_m(i_m)}{di_m}\right]^{-1}, \tag{6}$$

де i_m – модуль просторового вектора намаґнечувальних струмів

$$i_m = 2\sqrt{(i_A^2 + i_A i_B + i_B^2)/3}; \quad i_A = i_{SA} + i_{RA}; \, i_B = i_{SB} + i_{RB}. \tag{7}$$

За відсутності насичення характеристика намаґнечування вироджується в пряму $i_m = \alpha_m \psi_m$, де α_m – обернена основна індуктивність, а матриця (4) згідно з (6) – у скаляр

$$G = \frac{1}{\alpha_S + \alpha_R + \alpha_m}, \tag{8}$$

що значно спрощує рівняння (1). У такому разі отримуємо найпростішу з усіх відомих математичну модель асинхронного мотора;

R_S, R_R – матриці опорів

$$R_s = \frac{1}{3}\begin{array}{|c|c|}\hline 2r_{SA} + r_{SC} & r_{SC} - r_{SB} \\ \hline r_{SC} - r_{SA} & 2r_{SB} + r_{SC} \\ \hline \end{array}; \quad R_R = r_R, \tag{9}$$

причому α_S, α_R – обернені індуктивності дисипації обмоток статра й ротора; r_{SA}, r_{SB}, r_{SC} – опори фаз статора; r_R – приведений опір обмотки ротора. За умови $r_{SA} = r_{SB} = r_{SC} = r_S$ матриця R_S вироджується в скаляр r_S; Ω – матриця кутової швидкости ω.

Компоненти колонки повних потокозчеплень обмотоки ротора знаходимо так:

$$\Psi_{Rj} = \frac{1}{\tau}(i_{Sj} + i_{Rj}) + \frac{1}{\alpha_R} i_{Rj}. \quad j = A, B. \tag{10}$$

Елементи колонок напруг статора й ротора

$$u_S = (U_m \sin(\omega_0 t), U_m \sin(\omega_0 t - 120^\circ))_t; \; u_R = -l(E_A, E_B)_t, \tag{11}$$

де U_m, ω_0 – амплітуда й кругова частота напруги мережі E_A, E_B – перетворені напруженості електричного поля на поверхні пазових частин проводів фаз ротора; l – довжина паза обмотки ротора.

Як бачимо, колонка u_R є колонкою напруг пазових зон проводів обмотки ротора. Це означає, що опір r_R не повинен містити компоненти, які стосуються пазової частини проводу, а обернена індуктивність дисипації α_R – індуктивности пазової дисипації, а лише лобового й диференціального.

Якщо діяти у зворотному напрямку – відновити значення r_R, α_R і прийняти $u_R = 0$, то одержимо випадок неглибокопазного мотора. Як бачимо, різниця в рівняннях обох моторів зводиться лише до присутности колонки u_R.

Визначення колонки u_R пов'язане з інтеґруванням приведених за частотою рівнянь квазістаціонарного електромаґнетного поля

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\nu_0}{\gamma}\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} - \Omega H; \quad E = -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial H}{\partial z}; \quad \lambda(\lambda = H, E) = (\lambda_A, \lambda_B)_t; \;\; 0 \le z \le h; \;\; +0 \le t \le \infty. \tag{12}$$

де H, E – колонки фазних напруженостей маґнетного й електричного поля в еквівалентних пазах ротора; ν_0, γ – приведені редуктивність і електропровідність провідника в пазах ротора; z – просторова координата за глибиною паза h.

Рівнянням (12) унаслідок просторової дискретизації за методом скінченних різниць надамо вигляду

$$\frac{dH_{A0}}{dt} = CH_{A0} + \frac{\omega}{\sqrt{3}}\left(H_{A0} + 2H_{B0}\right) + H_{A\Gamma 0}; \quad \frac{dH_{B0}}{dt} = CH_{B0} - \frac{\omega}{\sqrt{3}}\left(2H_{A0} + H_{B0}\right) + H_{B\Gamma 0}, \tag{13}$$

де H_{k0}, $H_{k\Gamma 0}$ – колонки дискретних значень напружености маґнетного поля у вузлах просторової сітки, причому n кількість вузлів просторової сітки; C – матриця дискретизації

$$C = c\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline -2 & 1 & & & \\ \hline 1 & -2 & 1 & & \\ \hline & & & & \\ \hline & & 1 & -2 & 1 \\ \hline & & & 1 & -2 \\ \hline \end{array}; \quad \begin{array}{c} H_{i0} = (H_{i1}, H_{i2}, ..., H_{in-1})_t; \\ H_{i\Gamma 0} = c(i_{Ri}/a, 0, ..., 0)_t; \\ i = A, B; \\ c = \dfrac{\nu}{\gamma(\Delta z)^2}, \end{array} \tag{14}$$

де a – ширина паза; Δz – крок просторової дискретизації.

Значення E_A, E_B в (11) одержуємо внаслідок дискретизації просторової похідної (12), наприклад, за відомою триточковою схемою

$$E_i(i = x, z) = \frac{1}{2\gamma\Delta z}(-3i_{Ri}/a + 4H_{i1} - H_{i2}). \tag{15}$$

Рівняння механічного стану одержуємо на підставі рівняння Лаґранжа, нехтуючи штивністю та дисипацією,

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0}{J}(M_E - M(\omega)), \quad M_E = \sqrt{3}p_0(\Psi_{SA}i_{SB} - \Psi_{SB}i_{SA}), \tag{16}$$

де $M(\omega)$ – механічний момент; p_0 – число пар маґнетних полюсів; J – момент інерції ротора; M_E – електромаґнетний момент. Формулу (16) одержано, враховуючи запас електромаґнетної енерґії в контурах машини.

Система диференціальних рівнянь (1), (13), (16) – математична модель асинхронного мотора. Вона призначається для аналізу перехідних і усталених процесів. Для практичного користування нею необхідно знати такі вхідні дані: опори й обернені індуктивності дисипації обмоток статора й ротора; характеристику холостого стану, а у разі неврахування насичення головного маґнетного кола – обернену основну індуктивність машини; число пар маґнетних полюсів і момент інерції ротора; ґеометричні розміри паза, електропровідність і релактивність струмопроводу. Вхідними сиґналами є фазні напруги живлення, механічний момент на валу.

Побудова матриці монодромії

Утворимо колонку невідомих x

$$x = (i, \omega, H_{Ao}, H_{B0})_t; \quad x(t)_{|t=+0} = x(0). \tag{17}$$

Для побудови допоміжної моделі чутливости утворимо колонку невідомих y

$$y = (\Psi, \omega, H_{Ao}, H_{B0})_t. \tag{18}$$

Відповідне (18) рівняння (1) буде

$$\frac{d\Psi}{dt} = u - \Omega'\Psi - Ri, \tag{19}$$

Матрицю монодромії запишемо у вигляді [1]

$$\Sigma = (\mathrm{A}z, w, q, s)_t, \tag{20}$$

де

$$z = \frac{\partial\Psi}{\partial x(0)}; \; w = \frac{\partial\omega}{\partial x(0)}; \; q = \frac{\partial H_{A0}}{\partial x(0)}; \; s = \frac{\partial H_{B0}}{\partial x(0)}. \tag{21}$$

Варіаційні рівняння для обчислення субматриць (21) одержуємо диференціюванням по $x(0)$ рівнянь електромеханічного стану (16), (19) і рівнянь квазістаціонарного електромаґнетного поля (13).

Диференціюючи (19), одержуємо

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x(0)} + (\Omega - R\mathrm{A})z + \frac{\partial\Omega}{\partial\omega} w\Psi. \tag{22}$$

Перша похідна по $x(0)$ у (22) згідно з (13)–(15) буде

$$\frac{\partial u}{\partial x(0)} = \frac{l}{2\gamma\Delta z}\left(0,\ 0,\ -\frac{3}{a}\frac{\partial i_{RA}}{\partial x(0)} + 4\frac{\partial H_{A1}}{\partial x(0)} - \frac{\partial H_{A2}}{\partial x(0)}, -\frac{3}{a}\frac{\partial i_{RB}}{\partial x(0)} + 4\frac{\partial H_{B1}}{\partial x(0)} - \frac{\partial H_{B2}}{\partial x(0)}\right). \tag{23}$$

Диференціюючи по $x(0)$ (16), одержуємо

$$\frac{dw}{dt} = \frac{p_0}{J}\left(\sqrt{3}p_0\left(\frac{\partial\Psi_{SA}}{\partial x(0)} i_{SB} + \Psi_{SA}\frac{\partial i_{SB}}{\partial x(0)} - \frac{\partial\Psi_{SB}}{\partial x(0)} i_{SA} + \Psi_{SB}\frac{\partial i_{SA}}{\partial x(0)}\right) - \frac{\partial M(\omega)}{\partial\omega} w\right). \tag{24}$$

Решту субматриць (20) одержуємо диференціюванням по $x(0)$ (13)

$$\begin{aligned} \frac{dq}{dt} &= (C - \frac{\omega}{\sqrt{3}}\cdot 1)q - \frac{1}{\sqrt{3}}(H_{A0} + 2H_{B0})w - \frac{2}{\sqrt{3}}s + \frac{\partial H_{A\Gamma 0}}{\partial x(0)}; \\ \frac{ds}{dt} &= (C - \frac{\omega}{\sqrt{3}}\cdot 1)s + \frac{1}{\sqrt{3}}(2H_{A0} + H_{B0})w + \frac{2}{\sqrt{3}}q + \frac{\partial H_{B\Gamma 0}}{\partial x(0)}; \end{aligned} \tag{25}$$

Похідні $\partial H_{i\Gamma 0}/\partial x(0)$ згідно з (14) будуть

$$\frac{\partial H_{i\Gamma 0}}{\partial x(0)} = \frac{c}{a}\left(\frac{\partial i_{Ri}}{\partial x(0)}, 0, \ldots, 0\right)_t. \tag{26}$$

Частинні похідні $\partial i_{Si}/\partial x(0)$, $\partial i_{Ri}/\partial x(0)$, $\partial\Psi_{Si}/\partial x(0)$, $\partial H_{ik}/\partial x(0)$, де $i = A, B$; $k = 1, 2$, є елементами матриць z, Az, q, s, тому вони відомі.

Отже, побудова матриці монохромії глибокопазного асинхронного мотора з прямокутними пазами обмотки ротора вимагає інтегрування рівнянь першої варації (22), (24), (25).

Запропонований метод аналізу отримав всебічну перевірку в складних задачах електромеханіки. І виявився дуже ефективним.

Висновки

1. Визначення матриці монодромії електротехнічних пристроїв, що описуються коло-польовими математичними моделями, найпростіше здійснюється на підставі інтегрування рівнянь першої варіації диференціальних рівнянь стану пристрою.

2. Тільки на підставі матриці монодромії є практична можливість будувати загальні алгоритми аналізу фізичних пристроїв у повному обсязі, використовуючи схожий математичний апарат загальної теорії нелінійних диференціальних рівнянь. Це це стосується аналізу перехідних і усталених процесів, визначення статичної стійкости знайдених усталених процесів і, накінець, знаходити матриці параметричних чутливостей у перехідних і усталених процесах.

1. Чабан В.И. К учету скин-эффекта в демпферных обмотках электрических машин // Докл. и науч. сообщ. / Львов. политехн ин-т. – 1976. – № 7. – С. 94–96. 2. Чабан В.И. Математическая модель индукционного двигателя с учетом скин-эффекта в пазах ротора // Там же. – № 9. – С. 128–132. 3 Чабан В.И. Методы анализа электромеханических систем. – Львов: Вища шк., 1985. – 190 с. 4. Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів, 1997. – 344 с.

УДК 621.372.061

Ю.І. Шаповалов, С.В. Маньковський
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра РЕС

ПРО ТОЧНІСТЬ АНАЛІЗУ ЛІНІЙНИХ ПАРАМЕТРИЧНИХ КІЛ ЧАСТОТНИМ СИМВОЛЬНИМ МЕТОДОМ

Порівняно результати обчислень за частотним символьним методом з обчисленнями за програмою MicroCAP та аналітичним розв’язком.

It deals with comparison of the results of the calculations performed by frequency-symbolic method with the calculations done by MicroCAP programme and analytical solution.

Вступ

Під час аналізу лінійних параметричних кіл математичну модель кола формують у вигляді лінійного диференціального рівняння, яке описує взаємозв’язок у часі t між зовнішньою дією x на коло та реакцією y кола на задану зовнішню дію:

$$a_n(t)y^{(n)} + a_{n-1}(t)y^{(n-1)} + \ldots + a_0(t)y = b_m(t)x^{(m)} + b_{m-1}(t)x^{(m-1)} + \ldots + b_0(t)x. \quad (1)$$

Сформоване у такий спосіб рівняння називають передавальним рівнянням.

Під час частотного символьного аналізу вихідний сигнал кола залежно від вхідного сигналу подають у вигляді

$$y(s,t) = W(s,t) \cdot x(s), \quad (2)$$