

## ПАРАМЕТРИЧНА ЧУТЛИВІСТЬ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА З ЕКРАНОВАНИМИ ПОЛЮСАМИ

© Маляр В.С., Гавдьо І.Р., Гречин Д.П., 2010

**Розглядається питання розрахунку параметричної чутливості асинхронного двигуна з екранованими полюсами на підставі використання математичної моделі двигуна високого рівня адекватності.**

**The article considers the problem of determination of parametric sensitivity of shaded-pole induction motor on the basis of high level adequacy mathematical model of the motor.**

### Постановка проблеми

Значне поширення в сучасних електроприводах асинхронних двигунів з екранованими полюсами (АДЕП) зумовлює підвищену увагу до їхнього оптимального проектування як елементів електроприводу. Серед широкого кола проблем, які необхідно вирішувати, важливим питанням є дослідження чутливості до зміни його параметрів з метою виявлення тих, які найбільше впливають на його режим роботи та поведінку в системах автоматичного керування. На стійкість роботи впливають як параметри двигуна, так і зовнішні чинники (наприклад, момент інерції механізму, характер зміни моменту навантаження на валу двигуна тощо), а тому для її дослідження необхідно мати математичну модель, яка дає змогу досліджувати параметричну чутливість системи електроприводу на етапі проектування. Таку модель можна використовувати під час проектування автоматичних систем електроприводу для оптимізації їх параметрів. Важливо, щоб весь комплекс алгоритмів і програм, призначених для розрахунку режимів роботи АДЕП і дослідження його роботи в системі електроприводу, мали високий рівень адекватності. Створенню математичної моделі чутливості АДЕП присвячена ця стаття.

### Аналіз останніх досягнень

Незважаючи на простоту конструкції, АДЕП належить до найскладніших для математичного моделювання електричних машин. Статор АДЕП являє собою полюсний із зосередженою обмоткою на полюсах, яка живиться від джерела синусоїдної напруги, та короткозамкненим витком, який охоплює частину полюса, а ротор циліндричний з шихтованим магнітопроводом і короткозамкненою обмоткою [5]. Отже, статор АДЕП має електричну та магнітну несиметрію, внаслідок чого розподіл магнітної індукції у повітряному проміжку значно відрізняється від синусоїдного, а електромагнітний момент має постійну та змінну складові. На електромагнітні процеси в двигуні значно впливає насичення магнітопроводу, яке в різних ділянках істотно відрізняється. Наведене зумовлює складність математичного моделювання процесів в АДЕП.

Проблема розрахунку параметричної чутливості АДЕП [1] є доволі складною не тільки тому, що необхідно з достатньо високою точністю визначати диференціальні електромагнітні параметри двигуна, який має складну картину розподілу магнітного поля в повітряному проміжку, але й пов'язана з необхідністю розроблення методу й алгоритму розрахунку стаціонарного режиму, який є динамічним. Отже, стаціонарний режим визначається не сукупністю координат, а їхніми функціональними залежностями впродовж періоду [4].

Адекватність розрахунку процесів в АДЕП значною мірою визначається точністю розрахунку розподілу магнітної індукції у повітряному проміжку. Найвищої точності розрахунку процесів в АДЕП можна досягнути лише на основі розрахунку магнітного поля, що дає змогу врахувати як

нелінійність електромагнітних зв'язків, так і нерівномірність повітряного проміжку [6]. Однак здійснювати це методами теорії електромагнітного поля недоцільно, оскільки занадто громіздко. Як показує практика, достатньо високої точності можна досягнути на підставі зображення магнітопроводу АДЕП розгалуженою заступною схемою, на якій елементам сталевому осерддю та магнітних шунтів відповідають нелінійні магнітні опори, а елементам повітряного проміжку – лінійні. Для досягнення високої точності розрахунку магнітного поля в повітряному проміжку магнітопровід розбивається на достатньо велику кількість елементарних об'ємів, в межах яких магнітне поле можна вважати однорідним, що дає змогу замінити їх зосередженими магнітними опорами [2]. Отже, магнітний стан АДЕП описується нелінійною системою скінченних рівнянь достатньо високого порядку. До заступної схеми магнітопроводу АДЕП входять лінійні магнітні опори елементів магнітопроводу з немагнітних матеріалів та нелінійні магнітні опори елементів магнітопроводу з феромагнітних матеріалів. Диференціальні магнітні опори елементів магнітопроводу з феромагнітних матеріалів, які є елементами матриці Якобі, визначаються шляхом числового диференціювання характеристик намагнічування відповідних ділянок магнітопроводу [2, 4].

### Виклад основного матеріалу

Математична модель АДЕП складається з рівнянь електромеханічної рівноваги та рівнянь, які описують магнітну систему, що дає змогу визначити поттокозчеплення контурів і на їх основі диференціальні параметри. Рівняння електричної рівноваги контурів статора з причини несиметрії останніх не можуть бути перетворені, тому вони записані в реальних фізичних координатах. Однак ротор АДЕП симетричний як в електричному сенсі, так і в магнітному, тому без істотної втрати точності короткозамкненому обмотку ротора можна еквівалентувати двома взаємно ортогональними контурами, розташованими по осях  $d$  і  $q$ . Вісь  $d$  вважається поздовжньою і розміщена посередині полюса. Система рівнянь електричної рівноваги контурів АДЕП складатиметься з чотирьох диференціальних рівнянь (ДР)

$$\begin{aligned}\frac{d\psi_f}{dt} &= U_m \sin \omega_0 t - r_f i_f; \\ \frac{d\psi_k}{dt} &= -r_k i_k; \\ \frac{d\psi_d}{dt} &= \omega \psi_q - r_d i_d; \\ \frac{d\psi_q}{dt} &= -\omega \psi_d - r_q i_q,\end{aligned}\tag{1}$$

де  $\psi_\xi$ ,  $i_\xi$ ,  $r_\xi$  ( $\xi = f, k, d, q$ ) – поттокозчеплення, струми і активні опори обмотки збудження ( $f$ ), короткозамкненого витка ( $k$ ) та еквівалентних контурів ( $d, q$ ) ротора;  $\omega$  – кутова швидкість обертання ротора, виражена в ел. рад. за с.;  $U_m$ ,  $\omega_0$  – амплітуда та циклічна частота напруги живлення.

У стаціонарному режимі внаслідок живлення обмотки збудження синусоїдною напругою поттокозчеплення та струми усіх контурів АДЕП є періодичними функціями часу, що зумовлює періодичність зміни електромагнітного моменту та швидкості обертання, причому період  $T$  визначається частотою напруги живлення.

Розрахувати періодичний режим можна числовим інтегруванням системи ДР до практичного усталення за деяких початкових умов. Однак такий шлях розв'язування задачі не можна застосовувати ні до розв'язування задачі визначення чутливості, ні до розв'язування оптимізаційних задач. До наведеного додамо, що під час проектування найбільший інтерес становлять статичні характеристики, отримання яких багатократним розв'язуванням задачі Коші є недоцільне. Для викладення методу їх розрахунку систему (1) ДР запишемо у векторній формі

$$\frac{d\vec{\psi}}{dt} = \vec{f}(\vec{\psi}, \vec{i}) + \vec{u}(t),\tag{2}$$

де  $\vec{\Psi} = (\psi_f, \psi_k, \psi_d, \psi_q)^T$ ;  $\vec{i} = (i_f, i_k, i_d, i_q)^T$ ;  $\vec{u}(t) = (U_m \sin \omega t, 0, 0, 0)^T$  – вектори потокозчеплень, струмів та прикладених напруг, а верхній індекс “Т” означає транспонування.

Найефективніший спосіб розрахунку стаціонарного періодичного режиму – це розв’язування крайової задачі для системи (1) ДР з періодичними крайовими умовами. Для цього розроблено низку методів, які дають змогу отримати періодичні залежності координат режиму на періоді повторюваності процесу, без розрахунку перехідного процесу. У статті розглядається застосування одного із проєкційних методів, в основі якого лежить сплайн-апроксимація координат режиму [3] на сітці  $N$  вузлів періоду. Для цього система ДР апроксимується кубічними сплайнами. У результаті замість системи ДР (2) четвертого порядку отримаємо її дискретний аналог у вигляді рівняння

$$-H\vec{\Psi} + \vec{F} = \vec{U}, \quad (3)$$

де  $H$  – квадратна матриця розміру  $4N$ , елементи якої визначаються винятково сіткою вузлів;  $\vec{\Psi} = (\vec{\psi}_1, \dots, \vec{\psi}_N)^T$ ;  $\vec{F} = (\vec{f}_1, \dots, \vec{f}_N)^T$ ;  $\vec{U} = (\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_N)^T$  – вектори, складені зі значень векторів  $\vec{\psi}$ ,  $\vec{f}$ ,  $\vec{u}$  в  $N$  вузлах періоду;

$$\vec{\psi}_j = \begin{vmatrix} \psi_{ff} \\ \psi_{kj} \\ \psi_{dj} \\ \psi_{qj} \end{vmatrix}; \quad \vec{f}_j = \begin{vmatrix} -r_f i_{ff} \\ -r_k i_{kj} \\ \omega \psi_{qj} - r_d i_{dj} \\ -\omega \psi_{dj} - r_q i_{qj} \end{vmatrix}; \quad \vec{u}_j = \begin{vmatrix} U_m \sin \omega_0 t_j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}.$$

Оскільки внаслідок нелінійної залежності потокозчеплень контурів від струмів вихідна система (2) ДР нелінійна, то і отримана система (3) скінченних рівнянь нелінійна. Для її розв’язування застосуємо ітераційний метод Ньютона, згідно з яким  $(\xi+1)$ -те наближення вектора

$\vec{I} = (\vec{i}_1, \dots, \vec{i}_N)^T$  отримуємо за формулами

$$\vec{I}(\xi+1) = \vec{I}(\xi) + \Delta \vec{I}(\xi); \quad W \Delta \vec{I}(\xi) = -\vec{Q}(\vec{\Psi}(\xi), \vec{I}(\xi)), \quad (4)$$

де  $W = \left( -H + \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{\Psi}} \right) \frac{\partial \vec{\Psi}}{\partial \vec{I}} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{I}}$  – матриця Якобі системи (3);  $\vec{Q}(\vec{\Psi}(\xi), \vec{I}(\xi))$  – значення вектора нев’язок на  $\xi$ -й ітерації;

$$\frac{\partial \vec{\Psi}}{\partial \vec{I}} \Big|_j = \begin{vmatrix} L_{ffi} & L_{fkj} & L_{fdj} & L_{fqj} \\ L_{kfi} & L_{kkj} & L_{kdj} & L_{kqj} \\ L_{dfi} & L_{dkj} & L_{ddj} & L_{dqj} \\ L_{qfi} & L_{qkj} & L_{qkj} & L_{qqj} \end{vmatrix}; \quad \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{\Psi}} \Big|_j = \begin{vmatrix} & & & \\ & & & \\ & \omega & & \\ -\omega & & & \end{vmatrix}; \quad \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{I}} \Big|_j = -diag(r_f, r_k, r_d, r_q)$$

Викладений вище алгоритм дає змогу розв’язати задачу при постійній швидкості обертання ротора  $\omega$ . Варто зауважити, що внаслідок електричної та магнітної несиметрії статора АДЕП швидкість обертання ротора  $\omega$  в межах періоду  $T$  не залишається постійною, а здійснює коливання навколо середнього значення. Врахувати її зміну можна, розв’язавши складну задачу розрахунку стаціонарного режиму при заданому моменті  $M_e$  навантаження. Для цього систему (1) рівнянь електричної рівноваги доповнимо рівнянням руху ротора

Рівняння механічної рівноваги запишемо у вигляді

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0^2}{J} (\psi_d i_q - \psi_q i_d) - \frac{p_0}{J} M_{\hat{a}}, \quad (5)$$

де  $J$  – момент інерції;  $p_0$  – кількість пар полюсів;  $M_e$  – момент навантаження на валу АД.

Періодичний розв’язок системи ДР електромеханічної рівноваги знаходимо за методом розв’язування крайової задачі, тому розглянемо лише його особливості. Для цього утворимо

вектори  $\vec{y} = (\vec{\psi}, \omega)^\circ$ ,  $\vec{x} = (\vec{i}, \omega)^\circ$ , у яких координата  $\omega$  є спільною, та запишемо систему ДР, яка складається з рівнянь (1), (5) одним векторним рівнянням

$$\frac{d\vec{y}}{dt} = \vec{z}(\vec{y}, \vec{x}, t). \quad (6)$$

Алгебричний аналог ДР (6) має вигляд

$$-H\vec{Y} + \vec{Z} = 0. \quad (7)$$

Необхідно відзначити, що збуренням у системі (7) ДР є прикладені напруги та момент  $M_6$  на валу двигуна, а це погіршує проблему збіжності ітераційного процесу. Для вирішення цієї проблеми задачу необхідно розв'язувати у два етапи. На першому необхідно задатись невеликим значенням ковзання і відповідною йому швидкістю  $\omega = \omega_0(1 - s_0)$  і розв'язати задачу при постійному ковзанні за викладеним вище алгоритмом. Із розрахованих на цьому етапі струмів та заданої постійної швидкості обертання ротора  $\omega$ , яка для кожного вузла є однаковою, формуємо вектор  $\vec{X} = (\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_N)^\circ$ , який слугує початковим наближенням для розрахунків на другому етапі, суть якого полягає в покроковому нарощуванні прикладеного моменту від нуля до заданого значення за постійної напруги обмотки збудження.

Для дослідження параметричної чутливості до зміни деякого параметра  $\chi$  необхідно систему (7) алгебричних рівнянь продиференціювати по цьому параметру. У результаті отримаємо

$$W \frac{d\vec{X}_c}{d\chi} = \frac{\partial \vec{Z}_c}{\partial \chi}. \quad (8)$$

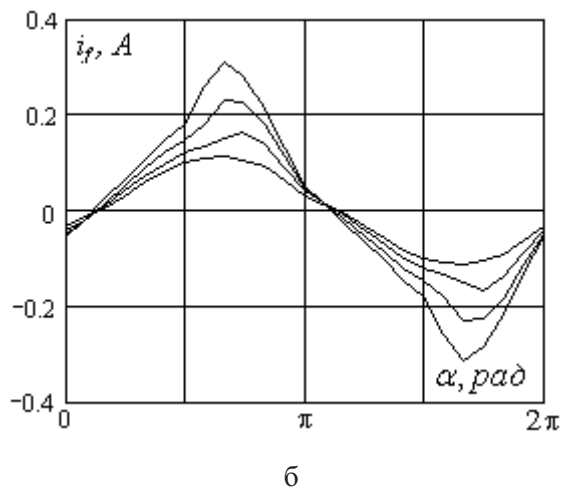
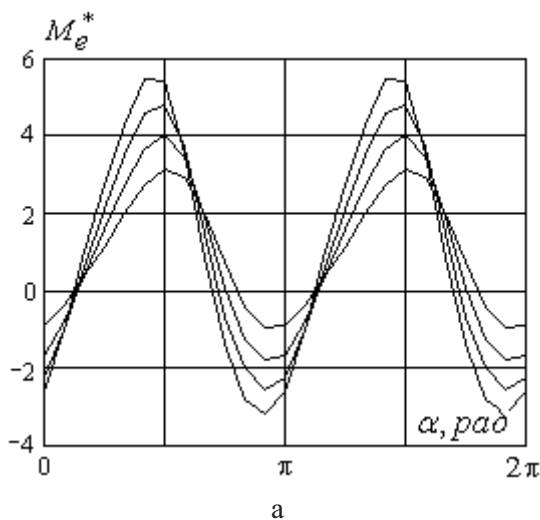
У матриці Якобі системи (8)  $W = \left( -H + \frac{\partial \vec{Z}}{\partial \vec{Y}} \right) \frac{\partial \vec{Y}}{\partial \vec{X}} + \frac{\partial \vec{Z}}{\partial \vec{X}}$  окремі блоки мають зміст:

$$\left. \frac{\partial \vec{Z}}{\partial \vec{y}} \right|_j = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & & & \\ \hline & & & & \\ \hline \omega & & & & -\psi_{qj} \\ \hline & -\omega & & & \psi_{dj} \\ \hline -p_0^2 i_{qj} / J & p_0^2 i_{dj} / J & & & \\ \hline \end{array}; \left. \frac{\partial \vec{y}}{\partial \vec{x}} \right|_j = \begin{array}{|c|c|} \hline L_j & \\ \hline & I \\ \hline \end{array};$$

$$\left. \frac{\partial \vec{Z}}{\partial \vec{x}} \right|_j = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -r_f & & & & \\ \hline & -r_k & & & \\ \hline \omega_j L_{qff} & \omega_j L_{qkj} & -r_d + \omega_j L_{qdj} & \omega L_{qq} & \psi_{qj} \\ \hline -\omega_j L_{dff} & -\omega L_{dkj} & -\omega_j L_{ddj} & -r_q - \omega L_{dq} & -\psi_{dj} \\ \hline -c(L_{dff} i_{qj} - L_{qff} i_{dj}) & -c(L_{dkj} i_{qj} - L_{qkj} i_{dj}) & -c(L_{ddj} i_{qj} - L_{qdj} i_{dj}) & -c(L_{dqj} i_{qj} - L_{qqj} i_{dj}) & 0 \\ \hline \end{array}$$

Параметром в системі (7) може бути будь-яка величина, що входить до системи (6) або рівнянь [2], що описують магнітний стан АДЕП і слугують основою для визначення диференціальних параметрів.

Відповідно до наведеного алгоритму виконані розрахунки стаціонарних режимів АДЕП для приводу вентилятора ( $U_n = 220$  В;  $P_n = 1,6$  Вт;  $2p = 2$ ). На рисунку зображені розрахункові криві електромагнітного моменту та струму збудження на періоді залежно від напруги живлення (амплітуди кривих моменту та струму збудження пропорційні амплітудам напруги живлення).



Періодичні залежності відносного значення електромагнітного моменту (а) та струму збудження (б) при різних значеннях амплітуди напруги живлення:  
 $U_m = 108,8; 124,4; 139,9; 155,5 \text{ В}$

### Висновки

Запропонований алгоритм дає змогу досліджувати параметричну чутливість до зміни будь-якого параметра АДЕП. При цьому процеси в АДЕП описуються системою ДР електромеханічної рівноваги і скінченних рівнянь, які описують заступну схему магнітопроводу, на основі якої визначаються електромагнітні параметри, що дає змогу враховувати насичення магнітопроводу та реальний розподіл намагнічувальних сил обмоток статора. На підставі розробленого алгоритму можна здійснювати оптимальне проектування двигуна з необхідними властивостями. Статичні характеристики розраховують за методом розв'язування крайової задачі в позачасовій області із застосуванням диференціального сплайн-методу.

1. Гарасимив И.И. Вычисление чувствительности нелинейных цепей в вынужденном периодическом режиме / Гарасимив И.И. // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. – 1983. – № 3, т. 26. – С. 67.
2. Гавдьо І.Р. Магнітні потоки і диференційні індуктивності асинхронного двигуна з екранованими полюсами при насиченні магнітопроводу / І.Р. Гавдьо, Л.Й. Глухівський, Д.П. Гречин // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 1997. – № 340: Електроенергетичні та електромеханічні системи. – С.16 – 20.
3. Маляр В.С. Математичне моделювання стаціонарних режимів асинхронних двигунів з екранованими полюсами / В.С. Маляр, А.В. Маляр, Л.Й. Глухівський, І.Р. Гавдьо // Технічна електродинаміка. – 2002. – №5. – С. 47–50.
4. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей / Р.В. Фильц. – К.: Наук. думка, 1979. – 208 с.
5. Юферов Ф.М. Электрические машины автоматических устройств / Ф.М. Юферов: учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 1988. – 479 с.
6. Anuszczyk J. Modelowanie konstrukcji mikrosilnika ze zwojem zwartym na podstawie analizy polowej / J. Anuszczyk, P. Blaszczyk // Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne. – Katowice, 2006. – №75. – S. 119–124.