4. Висновки. 1. З позиції системних та інформаційних принципів розроблено методологічні засади для створення інформаційної технології відбирання і обробки параметрів НДС досліджуваного об'єкта, що дає змогу вирішувати відповідні завдання у сфері матеріалознавства, МР, НК, вимірювання як міждисциплінарні.

2. Методологічний підхід до визначення інформативних параметрів НДС конструкційного матеріалу дворівневий – інформаційний та фізичний.

3. Для IT відбирання та оброблення параметрів НДС матеріалу запропонована структура метрологічного забезпечення вимірювання фізичних величин.

1. http://www.itstan.ru/content/view/63/116/ 2. Згуровський М. З., Панкратова Н. Д. Основи системного аналізу. – К.: КНV. – 2007. – 498 с. З. Юзвишин И.И.

Основы информациологии. – М.: Информациология, Высшая школа. – 2002. – 400 с. 4. Власов В.Т., Дубов А.А. Физическая теория процесса "деформация разрушения". Часть 1. Физические критерии предельных состояний металла. - М.: ЗАО Тиссо: - 2007. -517 с. 5. Панасюк В. В. Механіка руйнування і міиність матеріалів. Довідниковий посібник / За заг. ред. В.В. Панасюка. – Т.5 : Неруйнівний контроль і технічна діагностика / Під. ред. 3. Т. Назарчука. – Львів : ФМІ, 2001. – 1134 с. 6. Касаткин Б. С. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений / Б. С. Касаткин, А. Б. Кудрын, Л. М. Лобанок. – К. Наук. думка, 1981. – 276 с. 7. ГОСТ 18353-79. Контроль неразрушающий. Классификация видов и методов. 8. ДСТУ 2682-94. Метрологічне забезпечення. Основні положення. 9. Микитин Г. В. Основи метрології: Навч.й посіб. – Львів : СПОЛОМ, 2008. – 296 с.

УДК 621.314

КОМП'ЮТЕРНА СИМУЛЯЦІЯ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ МОТОРОМ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З ПАРАЛЕЛЬНИМ ЗБУДЖЕННЯМ

© Володимир Самотий^{1,2}, Уляна Дзелендзяк¹, 2010

¹Національний університет "Львівська політехніка", кафедра комп'ютеризованих систем автоматики, вул. С. Бандери, 12, Львів, Україна ²Politechnika Krakowska, katedra automatyki, Polska

Наведено математичну модель системи: однофазний мостовий випрямляч – мотор постійного струму з

паралельним збудженням, а також запропоновано метод аналізу перехідних та усталених режимів її роботи.

Приведена математическая модель системы: однофазный мостовой выпрямитель – мотор постоянного тока с параллельным возбуждением, а также предложен метод анализа переходных и установившихся режимов его работы.

Mathematical model of the system: the single-phase bridge rectifier – motor of direct-current with parallel excitation is resulted and method for transient and steady-state analysis of it operational modes is suggested.

Вступ. Керування швидкістю обертання якорів моторів постійного струму з різними варіантами ввімкнення обмоток, зокрема, з паралельним збудженням, – задача актуальна і має багато практичних застосувань. Один з найпоширеніших методів керування швидкістю обертання якорів моторів постійного струму полягає у зміні напруги живлення якірного кола й обмотки збудження одночасно. Цей факт спонукає до пошуку засобів зміни постійної напруги. Переважно доступною є мережа змінної напруги з діючим значенням 220 В і частотою 50 Гц. Використавши перетворювачі змінної

напруги на постійну, цю задачу можна розв'язати. Найпоширенішим перетворювачем такого типу є однофазний мостовий випрямляч. Щоб забезпечити вихідної зміну напруги випрямляча, необхідно використати у мостовій схемі керовані напівпровідникові вентилі (тиристори). Тоді, змінюючи кут запалювання тиристора, можна впливати на рівень вихідної напруги, а відповідно і на швидкість обертання якоря мотора постійного струму з паралельним збудженням. Тому, в схемі необхідно передбачити пристрій керування тиристорами. Оскільки він не

впливає на саму математичну модель системи, в цій статті пристрій керування тиристорами не розглядаєтьсяя. Для спрощення алгоритму розрахунку вимушених періодичних режимів, для пошуку початкових умов змінних стану, що задовольняють умову періодичності використаний екстраполяційний є-алгоритм.

1. Аналіз публікацій. Досліджувана нами система "однофазний мостовий випрямляч – мотор постійного струму з паралельним збудженням" є типово нелінійним об'єктом. Її нелінійність зумовлена двома причинами: наявністю феромагнетних осердь та керованих напівпровідникових вентилів.

Вперше математична модель електромаґнетного кола як певного нелінійного об'єкта була наведена в роботі [9], де рівняння динаміки записані відносно змінних стану, до яких належить робочі маґнетні потоки, струми обмоток та напруги на конденсаторах. Сучасна математична модель електромаґнетного кола на прикладі різноманітних електромаґнетних пристроїв описана в роботах [5–7]. Наведена методика запису цих рівнянь в нормальній формі Коші є дуже зручною у разі застосування явних методів числового інтегрування. Саме такою методикою скористаємося для розроблення математичної моделі досліджуваної системи.

Щодо моделювання напівпровідникових вентилів, то одним з підходів до розв'язання цієї задачі була RLC-модель вентиля [2], основним недоліком якої є те, що вона породжує зайві диференціальні рівняння. Як правило, ці рівняння є жорсткими, що ускладнює алгоритм їх розв'язування. У роботах [3-5] вперше математичні моделі тиристорних запропоновані перетворювачів, де тиристори моделюються за схемою ідеального ключа, що дає змогу усунути дублювання рівнянь стану. Це стало можливим завдяки принципово новому поняттю додаткових логічних змінних, які набувають значень 0, ±1, що дало змогу описати всю сукупність станів відкритих і закритих вентилів електромаґнетних перетворювачів єдиною системою рівнянь.

Другою, складнішою задачею математичного моделювання є розрахунок усталених режимів роботи. Як зазначено вище, для розв'язування цієї задачі застосуємо екстраполяційний метод [1] з використанням відомого є-алгоритму[12].

2. Рівняння динаміки однофазного мостового випрямляча. Розглянемо випрямляч, який складається

з трансформатора, мостової схеми напівпровідникових вентилів, С-фільтра і активного навантаження (рис. 1). Робота мостового випрямляча полягає у такому. Для такої схеми можливі три комбінації відкритих і закритих вентилів: 1) Д₁, Д₃ – відкриті, Д₂, Д₄ – закриті; 2) Д₁, Д₃ – закриті, Д₂, Д₄ – відкриті; 3) коли всі вентилі закриті.



Рис. 1. Принципова схема системи



Рис. 2. Розрахункова схема контуру навантаження першої комбінації

Якщо на виході трансформатора виникає додатна напруга, тоді відкриваються тиристори $Д_1$, J_3 , що приводить до заряду конденсатора. Зміна полярності напруги на виході трансформатора приводить до закривання тиристорів J_1 , J_3 . Тоді на тиристорах J_2 , J_4 виникає додатна напруга і вони відкриваються. Так забезпечується постійність полярності напруги на конденсаторі за змінної напруги живлення. В цьому і полягає суть процесу перетворення змінної напруги на постійну. Щоб отримати рівняння динаміки, необхідно кожну комбінацію відкритих і закритих вентилів описати своєю системою алгебро-диференціальних рівнянь, а потім об'єднати в одну систему, ввівши додаткові логічні змінні.

Розглянемо рівняння динаміки мостового випрямляча, що працює на активне навантаження для першого випадку (рис. 2)

$$i_1 = \alpha_1(\Psi_1 - \psi), \quad i_2 = \alpha_2(\Psi_2 - \psi), \quad i_1 + i_2 = \phi(\psi), \quad (1)$$

$$\frac{d\Psi_{1}}{dt} = u_{1} - r_{1}\dot{i}_{1}, \quad \frac{d\Psi_{2}}{dt} = -u_{C} - r_{2}\dot{i}_{2}, \quad \frac{du_{C}}{dt} = C^{-1}\left(\dot{i}_{2} - \frac{u_{C}}{R_{H}}\right), (2)$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}\mathbf{t}} = \mathrm{C}^{-1} \left(\mathbf{i}_{2} - \frac{\mathbf{u}_{\mathrm{C}}}{\mathbf{R}_{\mathrm{H}}} \right),\tag{3}$$

де u_c – напруга конденсатора; i_1 , i_2 – струми обмоток трансформатора; α_1 , α_2 – обернені індуктивності розсіяння обмоток; r_1 , r_2 – активні опори первинної і вторинної обмоток відповідно; R_H – опір навантаження; Ψ_1 , Ψ_2 – повні потокозчеплення обмоток; ψ – робоче потокозчеплення осердя трансформатора; $\phi(\psi)$ – спадок маґнетної напруги в осерді трансформатора.

Вилучимо з (1) рівняння струму i_1 , i_2 , в результаті отримаємо нелінійне алгебричне рівняння відносно робочого потокозчеплення ψ

$$\alpha_1(\Psi_1 - \psi) + \alpha_2(\Psi_2 - \psi) = \varphi(\psi) . \tag{4}$$

Продиференціюємо за часом рівняння (4) і розв'яжемо одержаний результат відносно робочого потокозчеплення ψ

$$\frac{d\Psi}{dt} = g_1 \frac{d\Psi_1}{dt} + g_2 \frac{d\Psi_2}{dt};$$

$$g_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha^{''} + \alpha_1 + \alpha_2}; \quad g_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha^{''} + \alpha_1 + \alpha_2}.$$
(5)

Продиференціюємо за часом рівняння струмів i_1, i_2 у системі рівнянь (1)

$$\frac{di_1}{dt} = \alpha_1 \left(\frac{d\Psi_1}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} \right), \quad \frac{di_2}{dt} = \alpha_2 \left(\frac{d\Psi_2}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} \right).$$
(6)

Підставимо (5) в (6) і отримаємо рівняння струмів подані в нормальній формі Коші

$$\frac{di_{1}}{dt} = a_{11}\frac{d\Psi_{1}}{dt} + a_{12}\frac{d\Psi_{2}}{dt},$$
(7)

$$\frac{di_2}{dt} = a_{21} \frac{d\Psi_1}{dt} + a_{22} \frac{d\Psi_{21}}{dt},$$
(8)

de
$$a_{11} = \alpha_1(1 - g_1), a_{12} = -\alpha_1 g_2, a_{21} = -\alpha_2 g_1,$$

 $a_{22} = \alpha_2(1 - g_2).$

Струм i₁ можна визначити аналітично, згідно з останнімо виразом системи (1), а саме

$$\mathbf{i}_1 = \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\psi}) - \mathbf{i}_2 \,. \tag{9}$$

Рівняння (3), (5), (8) запишемо одним матричним виразом

$$\frac{\mathrm{dX}}{\mathrm{dt}} = \mathrm{BZ}(\mathrm{t}),\tag{10}$$

де $X = (\psi, i_2, u_C)^T$ – вектор змінних стану; Z(t) – вектор часових функцій $Z(t) = (u_1 - r_1i_1, -u_C - r_2i_2, -t_1)$

 $i_2 - u_C / R_H^T$; B = diag(M, C⁻¹) – матриця коефіцієнтів;

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 & \mathbf{g}_2 \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Одержані рівняння необхідно доповнити умовами закривання і відкривання вентилів. Вентилі Д₁, Д₃ відкриті, тому необхідно контролювати умову їх закривання

$$i_2 = 0, \quad \frac{di_2}{dt} < 0.$$
 (12)

Це означає, що ідеальний ключ закриється, якщо в цей момент часу струм, що протікає через вентиль, дорівнюватиме нулю, а приріст цього струму буде від'ємним.

Розглянемо рівняння динаміки для другого випадку. Рівняння (1), (5), (7) – (9) не зміняться, а рівняння (2), (3) будуть такими:

$$\frac{d\Psi_{1}}{dt} = u_{1} - r_{1}\dot{u}_{1}, \quad \frac{d\Psi_{2}}{dt} = u_{C} - r_{2}\dot{u}_{2}, \quad (13)$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{C}^{-1} \left(-\mathbf{i}_{2} - \frac{\mathbf{u}_{\mathrm{C}}}{\mathbf{R}_{\mathrm{H}}} \right), \tag{14}$$

Рівняння (5), (8), (14) запишемо одним матричним виразом (10), де $X = (\psi, i_2, u_C)^T$; $Z(t) = (u_1 - r_1 i_1, u_C - r_2 i_2, -i_2 - u_C / R_H)^T$; $B = diag(M, C^{-1})$;

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 & \mathbf{g}_2 \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} \end{bmatrix}.$$
(15)

Вентилі Д₂, Д₄ відкриті, тому необхідно контролювати умову їх закривання

$$i_2 = 0, \quad \frac{di_2}{dt} > 0.$$
 (16)

Розглянемо рівняння динаміки для третього випадку, коли всі вентилі закриті. Така ситуація можлива лише у випадку, коли в навантаженні є конденсатор. За чисто активного навантаження буде відбуватися перемикання пар вентилів залежно від знака напруги, що прикладена до них. Інакше кажучи, це визначатиметься полярністю вихідної напруги трансформатора. Рівняння (1) матимуть вигляд

$$i_1 = \alpha_1(\Psi_1 - \psi), \ i_2 = 0, \ \Psi_2 = \psi, \ i_1 = \phi(\psi),$$
 (17)

а рівняння (2), (3) запишуться так

$$\frac{\mathrm{d}\Psi_1}{\mathrm{d}t} = \mathbf{u}_1 - \mathbf{r}_1 \mathbf{\dot{i}}_1,\tag{18}$$

$$\frac{\mathrm{du}_{\mathrm{C}}}{\mathrm{dt}} = -\frac{\mathrm{u}_{\mathrm{C}}}{\mathrm{R}_{\mathrm{H}}\mathrm{C}}.$$
(19)

Рівняння (5), (7) – (9) набудуть вигляду

$$\frac{d\Psi}{dt} = g_1 \frac{d\Psi_1}{dt}, \quad g_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha^{"} + \alpha_1}, \quad (20)$$

$$\frac{di_1}{dt} = a_{11} \frac{d\Psi_1}{dt}, \quad a_{11} = \alpha_1 (1 - g_1)$$
(21)

$$\mathbf{i}_1 = \boldsymbol{\alpha}'(\boldsymbol{\psi})\boldsymbol{\psi} \,. \tag{22}$$

Рівняння (19), (20) запишемо одним матричним виразом (10), де $X = (\psi, u_C)^T$; $Z(t) = (u_1 - r_1 i_1, -u_C / R_H)^T$; $B = diag(M, C^{-1})$; $M = g_1$.

Якщо всі вентилі закриті, тоді необхідно обчислити напругу u_{13} на парах вентилів $Д_1$, J_3 та напругу u_{24} на парах вентилів J_2 , J_4 , щоб визначити умови їх відкривання

$$u_{13} = -\frac{d\psi}{dt} - u_C, \qquad (23)$$

$$u_{24} = \frac{d\psi}{dt} - u_C \,. \tag{24}$$

Якщо виконується умова відкривання $u_{13} > 0$, тоді відкриваються вентилі $Д_1, \ J_3$. Якщо виконається умова відкривання $u_{24} > 0$, тоді відкриваються вентилі $Д_2, \ J_4$.

Порівнюючи вирази (2), (3), (13), (14), (19) доходимо висновку, що необхідно ввести дві логічні змінні. Перша контролюватиме, яка пара вентилів є відкритою $k_1 = sign(i_2)$. Друга — k_2 моделюватиме режим, коли всі вентилі закриті.

Тоді з урахуванням змінної k₁ рівняння електричних контурів можна узагальнити, а саме

$$\frac{d\Psi_2}{dt} = -k_1 u_C - r_2 i_2,$$
 (25)

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}\mathbf{t}} = \mathrm{C}^{-1} \left(\mathbf{k}_{1} \dot{\mathbf{i}}_{2} - \frac{\mathbf{u}_{\mathrm{C}}}{\mathbf{R}_{\mathrm{H}}} \right), \tag{26}$$

Враховуючи рівняння (18), (25), (26) вектор часових функцій Z(t) набуде вигляду

$$Z(t) = (u_1 - r_1 i_1, -k_1 u_C - r_2 i_2, k_1 i_2 - u_C / R_H)^T. (27)$$

Змінна k₂ набуває значення 0, коли всі вентилі закриті, та 1 – коли одна з пар вентилів відкрита. Ця

змінна впливатиме на матрицю коефіцієнтів М (11) рівнянь динаміки (10). Наведемо ці зміни

$$g_{1} = \frac{\alpha_{1}}{\alpha^{"} + \alpha_{1} + k_{2}\alpha_{2}}, \quad g_{2} = \frac{k_{2}\alpha_{2}}{\alpha^{"} + \alpha_{1} + k_{2}\alpha_{2}},$$
$$a_{11} = \alpha_{1}(1 - g_{1}), \quad a_{12} = -\alpha_{1}g_{2},$$
$$a_{21} = -k_{2}\alpha_{2}g_{1}, \quad a_{22} = k_{2}\alpha_{2}(1 - g_{2})$$

Якщо виконається умова (12), або (16), тоді логічна змінна k_2 набуває значення 0. Якщо виконується хоча б одна з умов $u_{13} > 0$, $u_{24} > 0$, то логічна змінна k_2 набуває значення 1.

3. Рівняння динаміки системи. Для запису рівнянь динаміки усієї системи потрібно до рівнянь (10) додати диференціальні рівняння, що описують динаміку роботи МПС з незалежним збудженням. Оскільки ці рівняння відомі, то наведемо їх без додаткових математичних виведень. Спочатку запишемо рівняння електромаґнетного стану МПС у нормальному вигляді

$$\begin{aligned} \frac{di_{a}}{dt} &= S_{a}u_{a} + T_{a}u_{f} + E_{a}, \quad \frac{di_{f}}{dt} = T_{f}u_{a} + S_{f}u_{f} + E_{f}, \quad (28) \\ \pi e \quad S_{a} &= 1/(L_{a} + L_{af}L_{fa}/L_{ff}), \quad T_{a} = -S_{a}L_{af}/L_{ff}, \\ T_{f} &= -S_{a}L_{fa}/L_{ff}, \\ E_{a} &= S_{a}(L_{af}r_{f}i_{f}/L_{ff} - c\omega\Phi - \Delta u - r_{a}i_{a}), \\ S_{f} &= (1 - L_{fa}T_{a})/L_{ff}, \quad E_{f} = -(L_{fa}E_{a} + r_{f}i_{f})/L_{ff}. \end{aligned}$$

де L_a — сумарна індуктивність послідовного кола якоря; L_{ff} — індуктивність обмотки збудження; L_{af} , L_{fa} — взаємні індуктивності кола якоря і кола збудження; r_a , r_f — активні опори кола якоря і кола збудження; ω — кутова швидкість обертання якоря мотора постійного струму; Φ — маґнетний потік мотора; c — конструктивна стала якоря мотору; Δu падіння напруги в щітковому контакті.

У скомпенсованих моторах урахування насичення магнетопровідника можна виконати наближено за кривою намагнечення

$$\Phi = \Phi(i_{\rm f}), \ \ L_{\rm ff} = L_{\rm ff}(i_{\rm f}).$$
 (29)

У ненасиченому моторі

$$\Phi = ki_f, \quad L_{ff} = const.$$
 (30)

Урахування насичення y некомпенсованих моторах пов'язане з побудовою розрахункової схеми магнетопровідника як кола 3 розподіленими параметрами, оскільки тут $\Phi = \Phi(i_f, i_g)$. Урахування вихрових струмів у конструктивних елементах можна виконати лише за наближеною методикою. Для розв'язування строгого залачі урахуванням 3 просторового розподілу фізичних змінних стану необхідно використати рівняння квазістаціонарного електромагнетного поля в часткових похідних.

Рівняння руху запишемо згідно з рівнянням Даламбера

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = (c\Phi i_{\mathrm{a}} - M_{\mathrm{o}})/\mathrm{J}, \qquad (31)$$

де J – момент інерції ротора мотора; $M_{\rm O}$ – момент опору.

Тепер отримані диференціальні рівняння необхідно об'єднати в єдину систему, врахувавши взаємний вплив змінних стану одна на одну. Для цього необхідно додати рівняння конденсатора на виході випрямляча. Вважатимемо, що мотор має незалежне збудження, тобто обмотка збудження живиться від окремого джерела постійної напруги. Натомість, обмотка якоря під'єднана до конденсатора. Тоді рівняння конденсатора (19), записане для активного навантаження мостового випрямляча, слід подати з урахуванням увімкнення обмотки якоря мотора, а саме

$$\frac{du_{\rm C}}{dt} = ({\rm mod}(i_2) - i_a - i_f) / {\rm C}.$$
 (32)

Оскільки обмотка якоря мотора під'єднана безпосередньо до конденсаторного фільтра, в рівняннях стану мотора (28) необхідно прийняти $u_a = u_f = u_C$. Враховуючи рівняння (32), вектор часових змінних в рівнянні (27) набуде вигляду

 $Z(t) = (u_1 - r_1 i_1, u_C - r_2 i_2, mod(i_2) - i_a - i_f)^T$. (33)

Рівняння (10), (28), (31), (32) утворюють повну систему рівнянь досліджуваної системи. Аналіз перехідних процесів системи "однофазний мостовий випрямляч – мотор постійного струму з паралельним збудженням" зводиться до інтегрування системи диференціальних рівнянь (10), (28), (31), (32) за довільних початкових умов. 4. Аналіз результатів розрахунку. На основі розробленої програми були виконані розрахунки перехідних і усталених процесів системи "однофазний мостовий випрямляч – мотор постійного струму з паралельним збудженням". Досліджувалася залежність швидкості обертання якоря мотора від кута запалювання тиристорів мостового тиристорного випрямляча.



Рис. 3. Перехідні процеси швидкості обертання якоря для різних значень кута запалювання тиристорів



Рис. 4. Усталені значення струмів обмоток трансформатора при куті запалювання тиристорів 50⁰

Числові дослідження перехідних і усталених режимів роботи системи наведено на рис. 3–5. Для обчислення початкових умов змінних стану, що задовольняють умову періодичності, застосовано екстраполяційний метод з використанням відомого єалгоритму. Розрахунки були виконані для таких параметрів: $r_1 = 2$ Ом, $r_2 = 3.6$ Ом, $\alpha_1 = \alpha_2 = 270$ Гн⁻¹, C = 100 мкФ, $r_a = 33.2$ мОм, $r_f = 17.3$ мОм, $L_a =$ = 4.67 мГн, $L_{ff} = 110.8$ Гн, $L_{af} = L_{fa} = 30$ мкГн, c = = 70.8 Н·м/(Вб·А), J=0.2 Н·м·с²/рад, $M_0 = 40$ H·м, $u_f = 300$ В. Напруга живлення трансформатора задана виразом $u_1 = U_m \sin(\omega t + \gamma)$, де $U_m = 311$ В, $\omega = 314.1593$ рад/с, $\gamma = 2.0$ рад.

Крива намаґнечення маґнетного осердя трансформатора апроксимована виразом

$$\phi(\psi) = \begin{cases}
 a_1\psi, & |\psi| > \psi_1, \\
 S_3(\psi), & \psi_1 \le |\psi| \le \psi_2, \\
 a_2\psi - a_0, & |\psi| > \psi_2
 \end{cases} (34)$$

з вибором розрахункової формули, що не враховує явища гістерезису, де $a_1 = 0.25$ Гн⁻¹; $a_2 = 3$ Гн⁻¹; $a_0 = 1.8$ A; $\psi_1 = 0.2$ B6; $\psi_2 = 0.9$ B6; $\phi(\psi_1) = 0.05$ A; $\phi(\psi_2) = 0.9$ A; $S_3(\psi)$ – кубічний сплайн. Зауважимо, що $\alpha''(\psi_1) = a_1$, $\alpha''(\psi_2) = a_2$.

На рис. З наведено розрахункові криві перехідного процесу швидкості обертання якоря мотора постійного струму з паралельним збудженням для різних значень кута запалювання тиристорів однофазного мостового випрямляча. Як бачимо, при куті 0⁰ швидкість є максимальною і в усталеному режимі становить приблизно 40 рад/с. Перехідний процес має аперіодичний характер з незначним перерегулюванням. Як випливає з рис. 3, залежність швидкості обертання якоря мотора від кута запалювання тиристорів не є лінійною. Слабка чутливість мотора до зміни кута запалювання тиристорів спостерігається при малих кутах від 0^0 до 40^0 . Так, при куті 40^0 швидкість обертання якоря мотора становить 34 рад/с. Тобто зміна кута запалювання на 40⁰ привела до зміни кутової швидкості на 6 рад/с. Хороша чутливість спостерігається від 40° до 70° і характеристика регулювання є менш-більш лінійною. Швидкість обертання якоря мотора при куті 50° становить 28 рад/с. Тобто зміна кута запалювання на 10⁰ привела до зміни кутової швидкості на 6 рад/с. Перехідна характеристика у всіх випадках має незначні перерегулювання й аперіодичний характер, а час перехідного процесу не перевищує 3 с.

На рис. 4 наведено розрахункові криві усталених значень струмів первинної (крива 1) і вторинної (крива

2) обмоток трансформатора при куті запалювання тиристорів випрямляча 50°. Тут виникає ситуація, коли всі вентилі мостового випрямляча є закритими, що спричинено зовнішньою схемою керування тиристорами. Відповідно, двічі на інтервалі одного періоду вхідної напруги струм вторинної обмотки трансформатора дорівнює нулю.



Рис. 5. Усталене значення струму якоря мотора при куті запалювання тиристорів 50⁰

Рис. 5 демонструє усталену залежність струму якоря на інтервалі одного періоду напруги живлення однофазного мостового випрямляча при куті запалювання тиристорів 50^{0} . Як бачимо з рис. 5, ця залежність містить постійну складову, яка становить приблизно 12 А. Для її точного обчислення достатньо одним з числових методів обчислити середнє значення цієї функції на інтервалі одного періоду.

5. Висновок. Розроблено узагальнену математичну модель системи керування швидкістю обертання ротора мотора постійного струму з паралельним збудженням. Для живлення мотора використано однофазний мостовий випрямляч, де вихідна напруга керується кутом запалювання тиристорів. Моделювання роботи тиристорів виконується за схемою ідеального ключа. Рівняння динаміки подані в нормальній формі Коші, що значно спрощує алгоритм їх розв'язування. Для аналізу усталених режимів системи керування швидкістю обертання ротора мотора постійного струму з паралельним збудженням використано екстраполяційний метод. Він, порівняно з моделлю чутливостей до початкових умов, є простішим в алгоритмічному плані, бо не потребує обчислення матриці Якобі. Результати аналізу перехідних процесів свідчать про те, що такий метод керування мотором є ефективним і дає змогу змінювати швидкість обертання якоря в широкому діапазоні.

1. Дзелендзяк У., Самотий В. Дискретна математична модель однофазного мостового випрямляча // Вісник НУ "Львівська політехніка", Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – 2005. – № 543. – С. 95 – 102. 2. Мерабишвили П.Ф., Вадачкория Г.В. Анализ динамики мостовых выпрямителей при синусоидальном токе на входе // Электричество. – 1992. – № 2. – С. 30 – 35. 3. Самотий В.В. Аналіз стаціонарних режимів трифазних однопівперіодних випрямлячів методом Ньютона // Вимірювальна техніка та метрологія: міжвідомчий наук.-техн. зб. – Львів, 1996. – Вип. 52. – С. 95 – 97. 4. Самотий В.В., Гаранюк П.І. Математична модель трифазно-однофазного перетворювача частоти при активно-смнісному навантаженні // Доповіді Національної академії наук України. – 1997. – №11. – С.38-42. 5. Самотий В.В. Математичне моделювання стаціонарних процесів електроматнетних пристроїв систем керування. – Львів: Фенікс, 1997. – 170 с. 6. Самотий В.В. Прискорений пошук вимушених періо-

дичних режимів трифазного потроювача частоти // Вимірювальна техніка та метрологія: міжвідомчий наук.-техн. зб. – Львів, 1995. Вип. 51. – С. 45 – 48. Розрахунок 7 Самотий *B*.*B*. феромагнітного подвоювача частоти методом математичного моделювання // Техническая электродинамика. – 1994. – № 5, 6. – С. 82 – 85. 8. Федий В.С., Соболев В.Н. Электромагнитные процессы в многофазных электрических цепях с последовательными RLC-контурами и коммутаторами // Технічна електродинаміка. – 2001. – № 1. – С. 30-38. 9. Чабан В.И. К анализу электрических цепей с разветвленными магнитопроводами // Изв. вузов. Энергетика. – 1976. – № 1. – С. 129 – 132. 10. Чабан В.И., Самотый В.В. Алгоритм расчета переходных и стационарных процессов однофазного мостового выпрямителя // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. -1987. – № 3. – С. 76–77. 11. Эйприлл Т., Трик Т. Анализ стационарного режима нелинейных цепей с периодическими входными сигналами // В кн.: Автоматизация в проектировании. – М.: Мир, 1972. – С. 148 – 155. 12. McLeod. A note on the e-algorithm // Computing (Areh. *Electron. Rechnen*). – 1971. – V. 7. – P. 17 – 24.