СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ

УДК 621.3.01532

ПАРАМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ ФЕРОМАҐНЕТНОГО ПОТРОЮВАЧА ЧАСТОТИ ЯК ЕЛЕМЕНТА СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

© Дзелендзяк Уляна[1], Павельчак Андрій[1], Самотий Володимир[1,2], 2007

[1] Національний університет "Львівська політехніка" кафедра автоматики та телемеханіки, вул. С. Бандери, 12, Львів, Україна

[2] Вища школа бізнесу у Домброві Ґурнічій, вул. Цєпляка, 1с, Домброва Ґурніча, Польща

Розглянуто аналіз параметричної чутливості феромаґнетного потроювача частоти. Параметрична модель елемента керування подана у геометричній формі. Наведено результати моделювання.

Рассмотрен анализ параметрической чувствительности ферромагнитного утроителя частоты. Параметрическая модель элемента управления представлена в геометрической форме. Наводятся результаты моделирования.

There has been shown the parametric sensitivity analysis of the ferromagnetic frequency tripler. The results of modeling are induced.

1. Вступ. Задача аналізу впливу зміни параметрів на технічні характеристики електромаґнетних елементів систем керування (ЕМЕ СК) розв'язується із застосуванням ідей та методів теорії чутливості. Аналіз чутливості характеризує зміни критеріїв якості та вихідних характеристик, зумовлених змінами моделі ЕМЕ СК, та дає змогу інженерам на практиці числово оцінити зміни, викликані розкидом схемних параметрів.

У поставленій тут задачі чутливості розглядається залежність вихідних характеристик феромаґнетного потроювача частоти $x^i\,(i=1,..,n)$ від параметрів його компонентів $u^\alpha\,(\alpha=1,..,m)$, тобто $x^i = x^i\left(u^1,...,u^m\right)$. Зміни у значеннях параметрів Δu^α викликають зміни Δx^i вихідної характеристики, для якої наближено записується* $\Delta x^i \approx \left(\partial x^i / \partial u^\alpha\right)\Delta u^\alpha$. Функцію $\partial x^i / \partial u^\alpha$ у літературі називають функцією чутливості [1], яка і є предметом наших досліджень.

У цій статті використовується тензорна форма запису рівнянь та аналітичних виразів.

* Тут і надалі в роботі, згідно із положенням тензорного числення про підсумовування, припускається, що за німими двічі повторюваними індексам, один раз внизу і один раз вгорі, здійснюється підсумовування, і тому знак суми опускається

2. Аналіз публікацій. Ця тематика набула значного розвитку у 60–70-х роках минулого століття. На цей час було багато публікацій, організовувалися міжнародні симпозіуми, однак загальна теоретична база вирішення проблем чутливості до задач СК так і не сформована донині. Практично відсутні публікації, що відображають розв'язання задачі на конкретних пристроях, особливо що стосується нелінійних ЕМЕ СК.

Задача аналізу функцій чутливостей переважно розглядалася з таких позицій: із застосуванням прямих методів диференціювання функцій чутливості або на непрямих методах визначення цих функцій [2]. Непрямі методи набули особливого розвитку у період ЕОМ з низькою швидкодією, де однією з вимог до методів була економія машинного часу. Серед них можна вказати такі методи визначення функцій чутливості: за передатною функцією; з використанням напрямлених графів; з використанням матриць розсіяння, з використанням білінійної теореми, з використанням змінних стану; спектральні тощо. З прямих методів [3]: метод фундаментальних систем; метод спряжених систем; звичайний метод прямого числового інтеґрування. На практиці під час аналізу конкретних ЕМЕ СК перевага надається отриманим числовим результатам, які точно відображають роботу пристрою. Порівнюючи три вказані методи інтеґруванняня рівнянь чутливості, треба відзначити, що здебільшого методи фундаментальних та спряжених систем не мають переваг перед звичайним методом прямого числового інтегрування і переважно були пов’язані з намаганнями заощадити машинний час.

Набув популярності статистичний метод для оцінки чутливості нелінійних кіл глобальними показниками чутливості, які розглядаються як деякі відношення дисперсій, що характеризують мінливість функцій динамічної системи [4]. Тут здійснюється ранжирування параметрів математичної моделі за їхнім впливом на результати моделювання. Розрахунок глобальних показників чутливості виконується методом Монте-Карло.

У цій роботі використовується ідея розрахунку функцій чутливостей через обчислення часткових похідних за параметрами до деякої колонки допоміжних значень змінних стану [5].

3. Постановка задачі. Математична модель потроювача частоти розглядається у двох системах координат: безпосередньо у декартових координатах математичної моделі ЕМЕ та у додатковій криволінійній системі координат, яка спрощує пошук розв’язку усталеного режиму, що ґрунтується на методі побудови моделі чутливості до початкових умов з використанням неявних методів числового інтегрування [6]. Використання неявних методів дає змогу використовувати цю методику для нелінійних систем, що описуються жорсткими рівняннями.

Підхід до розв’язання задачі ґрунтується на побудові m-вимірної гіперповерхні у n-вимірному евклідовому просторі математичної моделі феромаґнетного потроювача частоти: $x^i = x^i\left(u^1,...,u^m\right)$. Оскільки геометрична модель ЕМЕ розглядається в часі та має періодичний характер, то, відповідно, і побудована поверхня є “рухливою”, тобто наявна сім’я поверхонь, що залежать від параметра часу.

Функції чутливості мають тензорний характер та забезпечують перехід від геометрії евклідового простору ЕМЕ до внутрішньої геометрії поверхні. Ці функції є контраваріантним вектором у просторовій системі координат або коваріантним вектором на поверхні [7]. Це дає змогу здійснювати аналіз чутливості як у координатах вихідних характеристик ЕМЕ, так і у параметричних координатах.

Для спрощення аналітичних обчислень параметричну чутливість спершу шукають у додатковій системі координат, а потім здійснюється перехід до евклідової. Рівняння функцій чутливості інтегруються разом із рівняннями вихідної системи.

4. Метою цієї роботи є побудова моделі параметричної чутливості феромаґнетного потроювача частоти до параметрів нелінійних характеристик намаґнечення трансформаторів.

5. Розв’язання задачі

Математична модель ЕМЕ. **З**аписуючи рівняння стану ЕМЕ, будемо вважати, що первинні обмотки є приведеними за кількістю витків до вторинних. Допускаємо, що потоки розсіяння замикаються лише по повітрю; не враховуються втрати у сталі. Решта допущень є традиційними для теорії електромаґнетного кола.

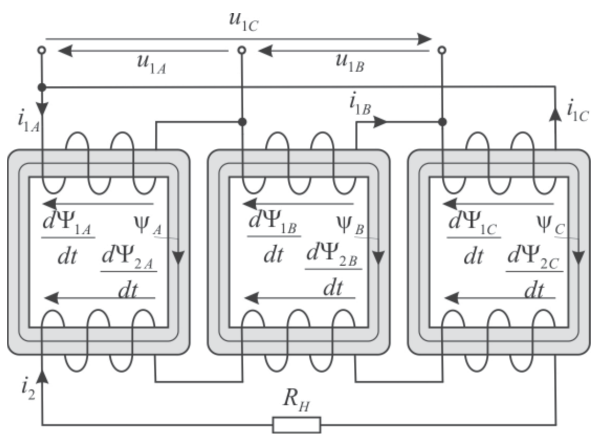

Рис. 1. Принципова схема феромаґнетного потроювача частоти

Феромаґнетний потроювач частоти (рис. 1) описується рівнянням [6]

$$\frac{dx^i}{dt} = B^i{}_j \frac{dy^j}{dt}, \qquad (1)$$

де $x^i = [\psi_A, \psi_B, \psi_C, i_2]$ – основна система координат, $y^i = y^i(x^i) = [\Psi_{1A}, \Psi_{1B}, \Psi_{1C}, \Psi_2]$ – допоміжна криволінійна система координат, $B^i{}_j = \frac{\partial x^i}{\partial y^j} = \boxed{\frac{\boxed{G^m{}_k \alpha^k{}_j}}{\boxed{Z^4{}_j}}}$ – координати зворотної матриці переходу до нових криволінійних координат. Координати допоміжних матриць мають такий вигляд

$$G^i{}_j = \frac{1}{S}\begin{array}{|c|c|c|}\hline G^1{}_1 & -\alpha_2(\alpha_1+\alpha''_C) & -\alpha_2(\alpha_1+\alpha''_B) \\ \hline -\alpha_2(\alpha_1+\alpha''_C) & G^2{}_2 & -\alpha_2(\alpha_1+\alpha''_A) \\ \hline -\alpha_2(\alpha_1+\alpha''_B) & -\alpha_2(\alpha_1+\alpha''_A) & G^3{}_3 \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{aligned} S = {} & 3(\alpha_1)^3 + 3(a_1)^2\alpha_2 + 3(\alpha_1)^2\alpha''_A + 2\alpha_1\alpha_2\alpha''_A + \\ & +3\alpha_1\alpha''_A\alpha''_B + \alpha_2\alpha''_A\alpha''_B 3(\alpha_1)^2\alpha''_B + 2\alpha_1\alpha_2\alpha''_B + \\ & +3(\alpha_1)^2\alpha''_C + 2\alpha_1\alpha_2\alpha''_C + 3\alpha_1\alpha''_A\alpha''_C + \alpha_2\alpha''_A\alpha''_C + \\ & +3\alpha_1\alpha''_B\alpha''_C + \alpha_2\alpha''_B\alpha''_C + 3\alpha''_A\alpha''_B\alpha''_C \end{aligned},$$

$$\begin{aligned} G^1{}_1 = {} & 3(\alpha_1)^2 + 2\alpha_1\alpha_2 + 3\alpha_1\alpha''_B + \alpha_2\alpha''_B + \\ & +3\alpha_1\alpha''_C + \alpha_2\alpha''_C + 3\alpha''_B\alpha''_C \end{aligned},$$

$$\begin{aligned} G^2{}_2 = {} & 3(\alpha_1)^2 + 2\alpha_1\alpha_2 + 3\alpha_1\alpha''_A + \alpha_2\alpha''_A + \\ & +3\alpha_1\alpha''_C + \alpha_2\alpha''_C + 3\alpha''_A\alpha''_C \end{aligned},$$

$$\begin{aligned} G^3{}_3 = {} & 3(\alpha_1)^2 + 2\alpha_1\alpha_2 + 3\alpha_1\alpha''_A + \alpha_2\alpha''_A + \\ & +3\alpha_1\alpha''_B + \alpha_2\alpha''_B + 3\alpha''_A\alpha''_B \end{aligned},$$

$$\alpha^j{}_k = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \alpha_1 & & & \frac{\alpha_2}{3} \\ \hline & \alpha_1 & & \frac{\alpha_2}{3} \\ \hline & & \alpha_1 & \frac{\alpha_2}{3} \\ \hline \end{array},$$

$$\alpha^k_{0\,j} = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \alpha_1 & & & \\ \hline & \alpha_1 & & \\ \hline & & \alpha_1 & \\ \hline & & & \alpha_2/3 \\ \hline \end{array},$$

$$H^j_{1\,m} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & & \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array},$$

$Z^k{}_p = \alpha^k_{0\,j}\left(\delta^j{}_p - H^j_{1\,m} G^m{}_n \alpha^n{}_p\right)$. Зазначимо, що у виразах індекс $N = A, B, C$. Величини α_1 та α_2 – обернені індуктивності розсіяння обмоток, які для усіх трансформаторів вважаються однаковими, ψ_N – робочі потокозчеплення, α''_N – обернені диференціальні індуктивності маґнетних віток, які визначаємо за основною кривою намаґнечення, яку апроксимуємо кубічною функцією

$$\varphi(\psi_N) = a_{3N}\psi_N{}^3 \qquad (2)$$

$$\alpha''_N = \partial\varphi(\psi_N)/\partial\psi_N\,, \qquad (3)$$

Запишемо рівняння електричних контурів

$$\frac{d\Psi^i}{dt} = u^i - r^i{}_k i^k\,, \qquad (4)$$

де $\Psi^i = [\Psi_{1A}, \Psi_{1B}, \Psi_{1C}, \Psi_2]$ – координати вектора повних потокозчеплень, $\Psi_2 = \Psi_{2A} + \Psi_{2B} + \Psi_{2C}$, $r^i{}_k = diag[r_1, r_1, r_1, 3r_2 + R_H]$ – координати матриці опорів, $u^i = [u_{1A}, u_{1B}, u_{1C}, 0]$ – координати вектора напруг, $i^k = [i_{1A}, i_{1B}, i_{1C}, i_2]$ – координати вектора струмів.

Рівняння стану маґнетних кіл мають вигляд

$$i_{1N} = \varphi(\psi_N) - i_2\,, \qquad (5)$$

Рівняння струмів для первинної та вторинної обмоток

$$i_{1N} = \alpha_1(\Psi_{1N} - \psi_N) \qquad (6)$$

$$i_2 = \frac{\alpha_2}{3}\left(\Psi_2 - \psi_A - \psi_B - \psi_C\right) \qquad (7)$$

Координати матриці коефіцієнтів додаткової системи рівнянь першої варіації мають значення

$$Q^i{}_j = -r^i{}_k Z^k{}_j\,. \qquad (8)$$

Параметрична чутливість. Параметричну чутливість шукатимемо стосовно параметрів $u^\alpha = [a_{3A}, a_{3B}, a_{3C}]$ нелінійних характеристик намаґнечення (2)

$$\xi^i{}_\alpha = \begin{array}{|c|c|c|}\hline \partial\psi_A/\partial a_{3A} & \partial\psi_A/\partial a_{3B} & \partial\psi_A/\partial a_{3C} \\ \hline \partial\psi_B/\partial a_{3A} & \partial\psi_B/\partial a_{3B} & \partial\psi_B/\partial a_{3C} \\ \hline \partial\psi_C/\partial a_{3A} & \partial\psi_C/\partial a_{3B} & \partial\psi_C/\partial a_{3C} \\ \hline \partial i_2/\partial a_{3A} & \partial i_2/\partial a_{3B} & \partial i_2/\partial a_{3C} \\ \hline \end{array}. \qquad (9)$$

Пошук функцій чутливостей (9) будемо здійснювати за допомогою паралельного інтегрування з рівняннями стану математичної моделі (1) диференціальних рівнянь допоміжних чутливостей $\chi^i{}_\alpha$

$$\frac{\partial\chi^i{}_\alpha}{\partial t} = \frac{\partial\tau^i}{\partial x^k}B^k{}_m\chi^m{}_\alpha - \frac{\partial\tau^i}{\partial x^k}B^k{}_j\frac{\partial y^j}{\partial u^\alpha} + \frac{\partial\tau^i}{\partial u^\alpha}\,, \qquad (10)$$

де $\tau^i = \dfrac{\partial y^i}{\partial t}\left(u^\alpha, t, x^i\left(y^i(u^\alpha, t), u^\alpha\right)\right)$ визначаємо із рівнянь електричних контурів (4), зворотну функціональну залежність $y^i = y^i(x^i)$ шукаємо з (5)–(7), координати матриць $\partial\tau^i/\partial x^k$, $\partial\tau^i/\partial u^\alpha$ та $\partial y^j/\partial u^\alpha$ – часткові похідні по x^i та u^α від цих функціональних залежностей з урахуванням (2)

$$\left.\begin{aligned} y^1 &= \psi_A + \varphi_A(\psi_A)/\alpha_1 - i_2/\alpha_1 \\ y^2 &= \psi_B + \varphi_B(\psi_B)/\alpha_1 - i_2/\alpha_1 \\ y^3 &= \psi_C + \varphi_C(\psi_C)/\alpha_1 - i_2/\alpha_1 \\ y^4 &= \psi_A + \psi_B + \psi_C + 3i_2/\alpha_2 \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{\partial y^i}{\partial u^\alpha} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline {\psi_A}^3/\alpha_1 & & \\ \hline & {\psi_B}^3/\alpha_1 & \\ \hline & & {\psi_C}^3/\alpha_1 \\ \hline & & \\ \hline\end{array}\,, \qquad (11)$$

$$\tau^i = \begin{array}{|c|}\hline u_{1A} - r_1 a_{3A} {\psi_A}^3 + r_1 i_2 \\ \hline u_{1B} - r_1 a_{3B} {\psi_B}^3 + r_1 i_2 \\ \hline u_{1C} - r_1 a_{3C} {\psi_C}^3 + r_1 i_2 \\ \hline -(3r_2 + R_H) i_2 \\ \hline\end{array}\,,$$

$$\frac{\partial \tau^i}{\partial u^\alpha} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -r_1 {\psi_A}^3 & & \\ \hline & -r_1 {\psi_B}^3 & \\ \hline & & -r_1 {\psi_C}^3 \\ \hline & & \\ \hline\end{array}\,,$$

$$\frac{\partial \tau^i}{\partial x^k} = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline -3r_1 a_{3A} {\psi_A}^2 & & & r_1 \\ \hline & -3r_1 a_{3B} {\psi_B}^2 & & r_1 \\ \hline & & -3r_1 a_{3C} {\psi_C}^2 & r_1 \\ \hline & & & -(3r_2 + R_H) \\ \hline\end{array}\,. \qquad (12)$$

Параметричну чутливість (9) обчислюємо згідно із такою залежністю

$$\xi^i{}_\alpha = \left(\chi^j{}_\alpha - \frac{\partial y^j}{\partial u^\alpha} \right) B^i{}_j \,, \qquad (13)$$

Періодичний розв'язок рівняння (10) шукаємо методом простої ітерації ${\chi^i_{0\alpha}}^{(k+1)} = {\chi^i_{T\alpha}}^{(k)}$.

6. Результати моделювання. Для математичної моделі фероматнетного потроювача частоти виконано моделювання функцій чутливостей (9). У моделюванні були використані такі вхідні дані: $a_{3A}, a_{3B}, a_{3C} = [0{,}7\,;8{,}7]$, $U_{1A,B,C\max} = 311$ В, $r_1 = r_2 = 5$ Ом, $\alpha_1 = 150$ Гн$^{-1}$, $\alpha_2 = 200$ Гн$^{-1}$, $R_H = 10$ Ом, $f = 50$ Гц.

Для аналізу функцій чутливостей використовуємо їхні діючі значення за період

$$\xi_Д = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \xi^2(t)dt}\,. \qquad (14)$$

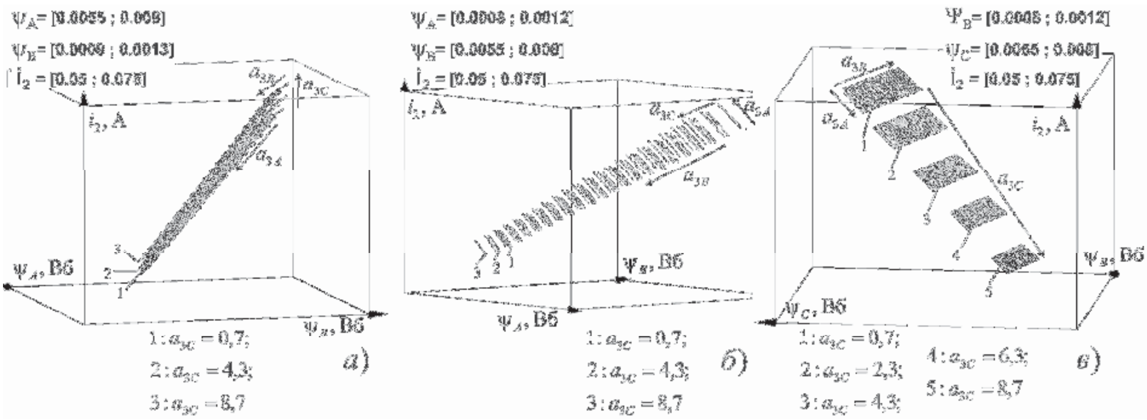

Рис. 2. Діючі значення за період контраваріантних векторів параметричної чутливості

$a - \partial x^i / a_{3A}$, $б - \partial x^i / a_{3B}$, $в - \partial x^i / a_{3C}$

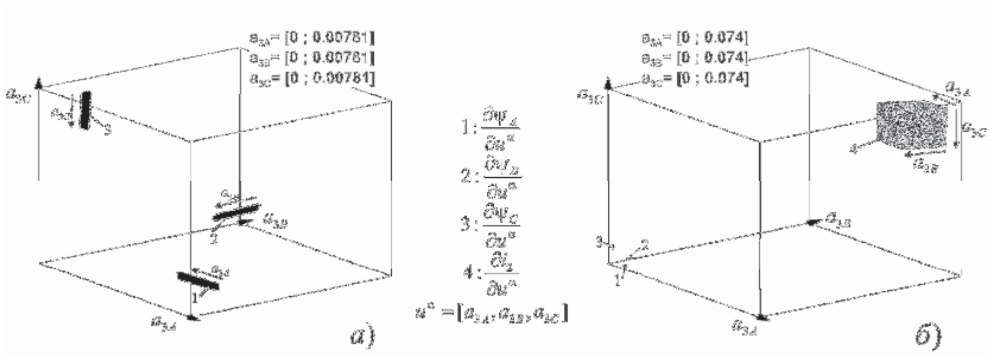

Рис. 3. Діючі значення за період коваріантних векторів параметричної чутливості

$\partial\psi_A / u^\alpha$, $\partial\psi_B / u^\alpha$, $\partial\psi_C / u^\alpha$, $\partial i_2 / u^\alpha$

На рис. 2 і 3 стрілками позначено напрямки зміни значень параметрів a_{3A}, a_{3B} та a_{3C} у заданих межах. Для наочності результати для a_{3C} на рис.1 є проріdженими. У верхніх кутках на рисунках вказуються значення видимих меж квадратів координатних систем. Зауважимо, що результати моделювання на рис.1 відображаються у проекціях трьох координат математичної моделі. Значення 4-ї координати візуально ідентичні: рис. 1,а – ψ_C ідентичне ψ_B; рис. 1, б – ψ_C ідентичне ψ_A; рис. 1, в – ψ_A ідентичне ψ_B, та за амплітудою для миттєвих значень різниця становить близько 3%.

На рис. 2 подано чутливість математичної моделі ЕМЕ до зміни окремих параметрів нелінійних характеристик намаґнечення. На рисунках видно чітку динаміку саме у цих напрямках, у яких змінюється за величиною досліджуваний параметр, наприклад, на рис. 2, а діючі значення векторів $\partial x^i / a_{3A}$ різко реагують на зміну параметра a_{3A}. На рис. 3 зображено чутливості змінних стану математичної моделі до зміни сукупності досліджуваних параметрів. Струм навантаження є найчутливішим до зміни досліджуваних параметрів . Його пік припадає на найменші значення досліджуваних параметрів та рівномірно змінюється у разі зміни окремого параметра у його ж координатному напрямку.

7. Висновок. Подані у статті результати комп'ютерного симулювання функцій параметричних чутливостей феромаґнетного потроювача частоти є до деякої міри очікуваними та підтверджують достовірність розробленої моделі параметричної чутливості. Це дає змогу застосувати цю методику побудови моделей параметричних чутливостей і для інших електромаґнетних елементів систем керування.

1. Райншке. К. Модели надежности и чувствительности систем. – М.: Мир. – 1979. – 449 с. 2. Гехер К. Теория чувствительности и допусков электронных цепей. – М.: Сов.радио. – 1973. – 200 с. 3. Методы теории чувствительности в автоматическом управлении / Под ред. Е.Н. Розенвассера и Р.М. Юсупова. – М.: Энергия. – 1971. – 344 с. 4. Сальтелли А., Соболь И.М. Анализ чувствительности нелинейных математических моделей: численные опыты. // Математическое моделирование. – 1995. – т.7. – № 11. – С. 16–28. 5. Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів: В-во ДУ "Львівська політехніка". – 1997. – С. 50–52. 6. Самотий В.В. Математичне моделювання стаціонарних процесів електромаґнетних пристроїв керування. Львів: Фенікс. – 1997. – 170 с. 7. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. – М.: Наука. – 1964. – 665 с. 8. В.Самотий, А.Павельчак, В.Мінкіна. Розрахунок параметричної чутливості електромаґнетних кіл неявними методами // Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології: Вісник НУ "Львівська політехніка". – 2001. – №433. – С. 102–106.