УДК 621.513

В.А. Павлов, О.В. Павлов*
Відкритий міжнародний Університет розвитку людини “Україна”,
кафедра комп’ютерного еколого-економічного моніторингу,
* НТУУ “КПІ”,
кафедра нарисної геометрії та інженерної графіки

СИНТЕЗ НЕЧУТЛИВИХ ДО ЗСУВУ НЕЛІНІЙНИХ МОДЕЛЕЙ

Запропоновано вирішення проблеми уникнення осциляцій моделі між точками дискретної множини відомих чи прогнозних даних об'єкта для алгоритмів самоорганізації методу групового врахування аргументів (МГУА). Наведені результати моделювання алгоритму самоорганізації.

Method of preventing of the problem of model oscillation is proposed for data object, which are known or prognoses. The method is based on the algorithms of self organization (MGUA). The results of simulation are given.

Вступ. Розглядається клас об'єктів статики і динаміки, для яких характерна плавність змін, відповідно, у просторі та часі. Для статичних об'єктів передбачається властивість гладкості, для процесів – істотна інерційність.

Для об'єктів, у спектрі яких наявні періодичні складові, спектральний розклад дає результат для інтерполяції моделі, але не розв’язує задачу екстраполяції і прогнозу. Безпосереднє моделювання таких процесів гармонійним базисом викликає утруднення у зв'язку з входженням параметрів, що є предметом пошуку, під знак функцій. Алгоритми, що розв’язують такі задачі, було розроблено [1], проте вони вимагають значних обчислювальних і часових ресурсів для визначення структури моделі та досягнення прийнятної точності розрахунку параметрів. Це зауваження має особливе значення при необхідності періодичної адаптації і перерахунку моделей у разі нестаціонарності параметрів об'єкта. Проте ці процеси зручно описувати при моделюванні дискретними моделями. Так, для безперервних процесів доволі просто отримувати нелінійні дискретні моделі вигляду $x_{n+1} = f(x_n, x_{n-1}, ..., x_{n-l})$, які не гірше за гармонійні моделі описують періодичні процеси [2], проте коефіцієнти у таких моделях входять лінійно. Вхідними даними для алгоритмів моделювання [2] є сітка даних за змінними $x_{n+1}, x_n, x_{n-1}, ..., x_{n-l}$, що породжена однією досліджуваною змінною x. Так само виглядає для алгоритму моделювання задача опису багатовимірних динамічних і статичних об'єктів, що описуються залежностями вигляду $y(t) = f(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t))$ та $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ на сітках даних $y, x_1, x_2, ..., x_n$.

Постановка проблеми. Для всіх наведених варіантів моделювання існує проблема врахування поведінки моделей між вузлами інтерполяції, екстраполяції або прогнозу у разі їх поступового ускладнення в процесі синтезу. Цей ефект відомий як проблема «проклятих ступенів», що описується як осциляція поліноміальної функції між вузлами інтерполяції. Та сама проблема виникає в задачах апроксимації, так що практичне застосування знайденої моделі як наближення її неперервного прототипу, може бути проблематичним, незважаючи на цілком задовільні показники точності наближення у відомих вузлах.

Основна частина. Вирішення вказаної проблеми пропонується для класу алгоритмів самоорганізації МГУА [2], та реалізовано у програмі моделювання за алгоритмом МАКСО . До введення інструментів впливу при синтезі на поведінку моделі процесу y між відомими вузлами, алгоритм так формував поетапно модель [3]: $y^s = y^{s-1} + a_k \cdot \breve{\mathbf{z}}_k$, де s – індекс етапу, y^{s-1} – одне з F (свобода вибору) кращих часткових описів попереднього етапу, $\breve{\mathbf{z}}_k$ – це вектор $\mathbf{z}_k \in Z$,($k=\overline{1,K}, K$ – потужність множини Z), що ортогоналізований стосовно вектора y^{s-1}, Z – множина векторів узагальнених змінних:

$$\mathrm{Z}=\mathrm{T}\cup\mathrm{T}\otimes\mathrm{T}\cup\ldots\cup\mathrm{T}\otimes\mathrm{T}\ldots\otimes\mathrm{T} \quad \text{чи} \quad \mathrm{Z}=\{t_j\}\cup\{t_{j_1}\cdot t_{j_2}\}\cup\ldots\cup\{t_{j_1}\cdot t_{j_2}\cdot\ldots\cdot t_{j_{kr}}\},$$

де $\mathrm{T}=\{t_i\}=\Omega\cup X$, $X:\{\mathbf{x}_j\}$, $\Omega:\{1/\mathbf{x}_j, \sqrt[3]{\mathbf{x}_j}, 1/\sqrt[3]{\mathbf{x}_j}\}$, $j=\overline{1,n}$, n – кількість вхідних змінних x_j, kr-параметр алгоритму, що обумовлює можливий порядок мультиплікативності узагальненої змінної. Розрахунок параметра a_k здійснюється на множині точок навчальної послідовності I_A за спрощеним МНК для одного коефіцієнта:

$$a_k=\frac{\sum_{i\in i_A}\breve{z}_{k_i}\varphi_i^{s-1}}{\sum_{i\in I_A}(\breve{z}_{k_i})^2},\ \varphi^{s-1}=\mathbf{y}-\mathbf{y}^{s-1},\ \breve{\mathbf{z}}_k=\mathbf{z}_k-A_k\mathbf{y}^{s-1},\ A_k=\frac{\sum_{i\in i_A}y_i^{s-1}z_{k_i}}{\sum_{i\in i_A}(y_i^{s-1})^2}$$

Критерій селекції алгоритму (зовнішній критерій) – зважена точність моделі $\mathrm{K_c}=\alpha\cdot\Delta_c^{H^2}+\beta\cdot\Delta_c^{\Pi^2}$ на множинах навчальних I_A та перевірочних I_B точок вибірки даних ($I_A+I_B=I$):

$$\mathrm{K_c}=\alpha\cdot\frac{\sum_{i\in I_A}(y^T{}_i-y_{k_i}{}^s)^2}{\sum_{i\in I_A}y^T{}_i^2}+\beta\cdot\frac{\sum_{i\in I_B}(y^T{}_i-y_{k_i}{}^s)^2}{\sum_{i\in I_B}y^T{}_i^2},$$

тут $y^T{}_i$, y_{k_i} – табличні точки та відповідні точки к-ї моделі поточного ряду.

Синтез завершено при досягненні мінімуму критерієм селекції для кращих моделей етапів алгоритму.

Деякі можливості загалом впливати на поведінку моделі в міжвузловому просторі закладаються при реалізації конкретних підходів розділення множини відомих вузлів на навчальну та перевірочну послідовності. Тому механізм розв'язання задачі, що розглядається, може реалізовуватися на 2-х напрямках:

1. Цілеспрямована регуляризація даних.
2. Доповнення критерію селекції даними з проміжних ділянок у вигляді деякої функції відхилень від бажаної поведінки у міжвузловому просторі.

Дослідженням різних варіантів регуляризації для однорідного спектра частот даних визначили деякі переваги почергового формування послідовностей даних перед звичайним випадковим формуванням навчальної та перевірочної послідовностей. Врахування розподілу дисперсії при неоднорідному спектрі частот даних дає змогу в деяких межах впливати на ймовірність появи істотних відхилень між відомими вузлами за рахунок збільшення кількості перевірочних даних в областях з відносно більшою дисперсією даних. Проте приведені рекомендації не дають ніяких гарантій та кількісних оцінок, мають недолік загальності, їх застосування потребує значного досвіду роботи оператора з алгоритмом.

Другий підхід потребує модифікації критерію селекції алгоритму з тим, щоб включити в оцінкову інформацію претендентів на оптимальну структуру відхилення від бажаної поведінки між вузлами.

Для впливу на процес моделювання з погляду врахування поведінки моделі між відомими вузлами доцільно запропонувати такі два варіанти доповнення критерію селекції :

1. $$K_c^{точн}=\alpha\,\Delta^{H^2}+\beta\,\Delta^{\Pi^2}+\gamma\,I_{пром}^{таб\,2},$$

$$2.\ K_c^{глад} = \alpha\Delta^{H^2} + \beta\Delta^{\Pi^2} + \gamma\ I_{пром}^{мод\ 2}.$$

Тут α, β, γ – коефіцієнти ваги частин критерію селекції щодо відхилень на навчальних, перевірочних та проміжних точках даних.

Вид критерію в першому та другому випадках відрізняється третім доданком, що відображає два варіанти бажаної поведінки моделі в проміжних областях:

$$I_{пром}^{таб\ 2} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{N-1}\sum\limits_{i=1}^{k}\left[y_{j,i} - \left(y^T{}_j + \frac{i\cdot(y^T{}_{j+1} - y^T{}_j)}{k+1}\right)\right]^2}{\sum\limits_{j=1}^{N-1}\sum\limits_{i=1}^{k}(y_{j,i}^T)^2},$$

$$I_{пром}^{мод\ 2} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{N-1}\sum\limits_{i=1}^{k}\left[y_{j,i} - \left(y_j + \frac{i\cdot(y_{j+1} - y_j)}{k+1}\right)\right]^2}{\sum\limits_{j=1}^{N-1}\sum\limits_{i=1}^{k}(y_{j,i}^T)^2},$$

$$y_{j,i}^T = y_j^T + \frac{i\cdot(y^T{}_{j+1} - y^T{}_j)}{k+1},$$

$y_{i,j} = y\left(\overline{x}_j + \frac{i\cdot(\overline{x}_{j+1} - \overline{x}_j)}{k+1}\right)$ – для вхідних процесів $\overline{x}(t)$, $y_{i,j} = y\left(t_j + \frac{i\cdot(t_{j+1} - t_j)}{k+1}\right)$ – для трендів. Тут k – кількість проміжних точок між вузлами даних; N – загальна кількість точок у вибірці даних.

У першому випадку ця складова критерію віддає перевагу моделі, що в проміжних точках має найменші відхилення від лінійної відносно двох крайніх табличних точок для цієї ділянки поведінки. Це еквівалентно вимозі максимальної точності моделі, що синтезується.

У другому випадку ця складова критерію віддає перевагу моделі, що в проміжних точках має найменші відхилення від лінійної відносно двох крайніх точок моделі для цієї ділянки поведінки. Такий вид цієї складової критерію еквівалентний вимозі максимальної гладкості для моделей у проміжних областях.

Із збільшенням k та відповідно різким ростом числа точок, що враховуються у критерії селекції, роль кожного, навіть великого відхилення, буде відносно зменшуватись, що впливатиме на ефективність алгоритму. Тому в алгоритмі передбачено пороговий відсів часткових описів, що мають викиди більші, ніж деякий заданий рівень. Параметри порогового відсіву та величина k можуть уточнюватися із врахуванням частотних властивостей та розподілу дисперсії відхилень відомих табличних даних.

Значною перевагою розглянутого алгоритму самоорганізації для синтезу гладких моделей є уникнення проблеми росту поганої обумовленості матриць даних та порівняно незначне збільшення часу розрахунків при врахуванні в декілька разів більшої кількості проміжних точок, ніж було задано вузлів даних. Тобто проведена модифікація істотно не погіршує обчислювальних властивостей алгоритму, практично гарантує врахування небажаних відхилень у проміжних областях та відповідно корегує вибір часткових описів, що оптимізує структуру моделі.

На завершення необхідно відповісти на можливі заперечення щодо правомірності врахування у проміжних областях відхилень моделі від лінійної поведінки, адже, власне кажучи, поведінка процесу чи об'єкта нам відома тільки у вузлах каркаса. Звичайно, для загального випадку такий підхід не є коректним. Але ми можемо виділити як мінімум два класи об'єктів, для яких припущення про лінійну поведінку об'єкта між вузлами є очевидним. Це геометричні об'єкти, коли сітку, якою зняті дані, вибрано так, що поведінка його між вузлами може бути прийнята за лінійну, та істотно інерційні процеси.

Наведемо ілюстрацію уникнення осциляції запропонованим алгоритмом МГВА (МАКСО) порівняно з його немодифікованою версією для випадку інерційного процесу – тенденції помісячної зміни індексу ВНП, починаючи з листопаду 1997 до вересня 1999 року в Україні.

Моделювання проводилося трендом часу, тобто рівнянням вигляду $y = f(t)$. На рис. 1 та 2 наведено ламану, що з'єднує вхідні дані процесу (крива 1) та криві моделей, що одержані за допомогою базового (рис. 1, крива 2) та модифікованого (рис. 2, крива 3) алгоритмів.

У першому випадку критерій селекції мав вигляд $K_c = \alpha\Delta^{H^2} + \beta\Delta^{\Pi^2}$.

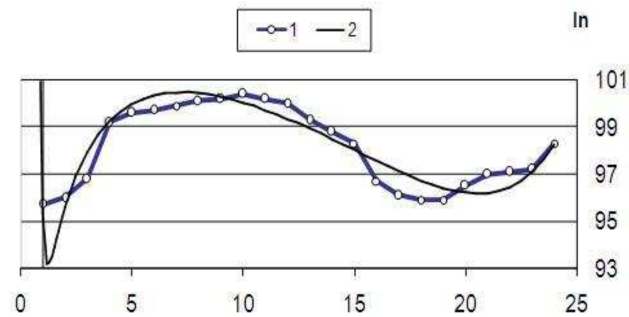

Рис. 1. Вигляд моделі, знайденої базовим алгоритмом

У другому випадку критерій селекції мав вигляд $K_S^{глад} = \alpha\Delta^{H^2} + \beta\Delta^{\Pi^2} + \gamma I_{пром}^{мод\,2}$.

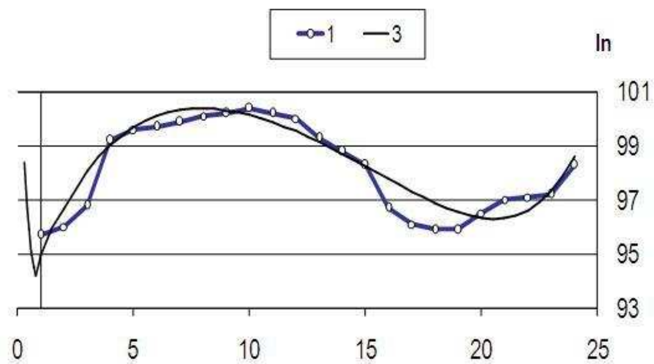

Рис. 2. Вигляд моделі, знайденої удосконаленим алгоритмом

Як видно із наведених результатів, застосування у другому випадку модифікованого критерію дало змогу витіснити викид між першою та другою точками даних за межі області моделювання.

Очевидно, що для цього випадку дуже легко було б уникнути викиду, застосувавши зсув моделі по осі часу, проте нашою метою було продемонструвати загальну властивість запропонованого алгоритму – вибір структур, що забезпечують гладкість моделі між заданими вузлами даних.

Для менш інерційного процесу зміни доходів населення (млн.грн.) для тих самих форм критерію селекції одержимо моделі з запізненнями вигляду $x_{n+1} = f(x_n, x_{n-1}, ..., x_{n-l})$

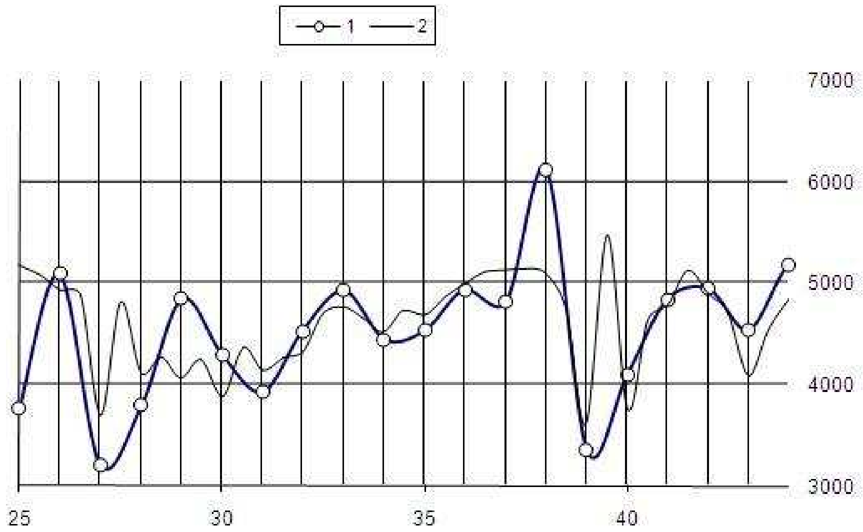

Рис. 3. Вигляд моделі, що знайдено базовим алгоритмом

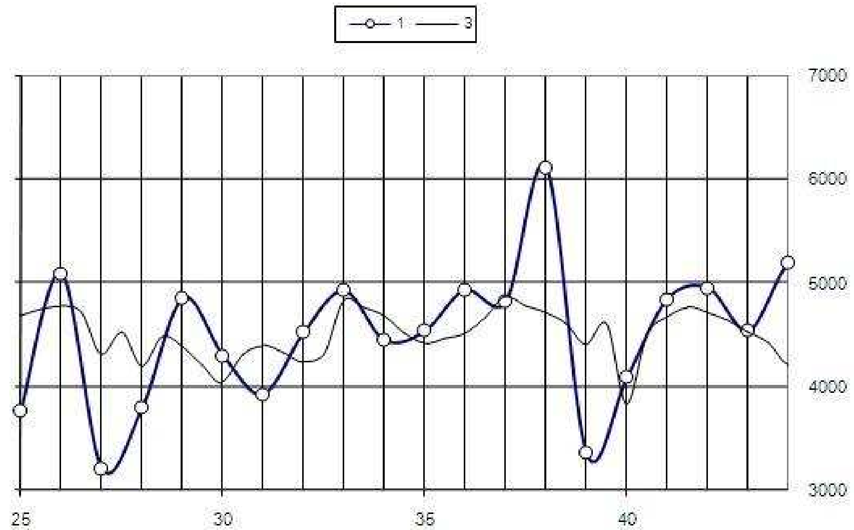

Рис. 4. Вигляд моделі, що знайдено удосконаленим алгоритмом

У випадку малоінерційного процесу якість моделювання при застосуванні другої форми критерію, звісно, падає, проте істотні осциляції фільтруються. Цей приклад ілюструє доцільність застосування пропонованих змін до алгоритму тільки для інерційних процесів. Для неінерційних процесів моделі з запізненням, які одержано із застосовуванням першої форми критерію, можливо використовувати лише для фіксованого інтервалу сітки даних.

Висновок. Запропоновано інструмент впливу на структуру моделей гладких чи інерційних об'єктів, з огляду на характер поведінки моделі у міжвузлових інтервалах при її синтезі. Моделі, що одержуються модифікованим алгоритмом, можна застосовувати не тільки для вузлів сітки даних, але і із зсувом моделі за її аргументом без ризику її суттєвої осциляції .

1. Висоцький В.М., Івахненко О.Г., Чеберкус В.І. Довгострокове прогнозування коливальних процесів за допомогою виділення гармонічного тренду оптимальної складності за критерієм балансу змінних // Вісник "Автоматика". – 1975. – №1. – С.23–32. 2. Ивахненко А.Г., Степашко В.С. Помехоустойчивость моделирования. – К.: Наукова думка, 1985. – 216 с. 3. Ванін В.В., Павлов О.В. Розробка елементів проекту Data mining для прогнозуючих компонент // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2001. – Вип.69. – С.21–26