

УДК 528.4

## ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ПЛОЩ ЗЕМЕЛЬНИХ ДІЛЯНОК З ВРАХУВАННЯМ КІЛЬКОСТІ КОНТУРНИХ ТОЧОК ТА ЇХ РОЗТАШУВАННЯ

М. Дутчин, І. Біда, Г. Мельниченко

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

### Актуальність проблеми

Наявність великої кількості територіальних одиниць з високою ціною землі обумовлює відповідну точність відображення меж земельних ділянок та визначення їх площ.

В одному і тому ж населеному пункті вартість 1 кв. м земельної ділянки залежно від її розташування і функціонального призначення може змінюватися у широких межах.

Відносно ціни землі зростатимуть вимоги до точності визначення площ земельних ділянок, а отже, і до точності кадастрових зніманих.

Отже, питання необхідної і достатньої точності визначення меж та площ земельних ділянок під час кадастрових зніманих в умовах несущільної інвентаризації земель населених пунктів і оцінювань їх вартості потребують подальших досліджень і наукового обґрунтування.

### Постановка проблеми в загальному вигляді

Оцінювання точності визначення площ земельних ділянок є складною багатофакторною задачею, розв'язання якої постійно розвивається та вдосконалюється.

Як відомо, точність визначення площі земельної ділянки залежить переважно від точності визначення координат межових знаків, розміру та форми ділянки.

Як впливає з [9], при довгих прямих відрізках меж (окрім кутів повороту) координуються також проміжні точки через 50–80 м, що призводить до збільшення кількості контурних точок ділянки. Така необхідність доволі часто виникає і в інших випадках при координуванні меж. Наприклад, у випадку примикання земельної ділянки до вулиць, провулків, проїздів тощо.

Отже, постає питання доцільності врахування, крім вказаних вище чинників, кількості контурних точок ділянки при розрахунку точності визначення її площі.

### Аналіз проведених досліджень і публікацій

Питанням точності визначення площ земельних ділянок і координат межових знаків присвячена значна кількість праць у періодичних наукових виданнях.

У роботах [13–15] пропонується технологія проведення геодезичних вимірів в умовах несущільної інвентаризації земель населених пунктів, яка полягає у подвійному визначенні координат кутів повороту меж. Наведені граничні і середні квадратичні похибки визначення площ для різних за розмірами ділянок, які мають форму квадрата і прямокутника з різною видовженістю.

Встановлені граничні похибки у значеннях площі ділянки за результатами її подвійного обчислення залежно від адміністративно-територіального поділу, з врахуванням розміру, форми, точності і щільності знімання контура.

Наведено допуски на визначення площ земельних ділянок на кадастрових картах залежно від їх масштабу.

У [3] розглянуті питання оцінки точності визначення площ земельних ділянок квадратної і прямокутної форми. Вказується, що при проведенні кадастрових зніманих точність визначення площ залежить також від масштабу знімання, який визначає точність геодезичних вимірювань. Наведено результати дослідження точності визначення площ залежно від масштабу знімання для найтипівших розмірів земельних ділянок.

Вплив економічних чинників на точність геодезичних вимірювань при кадастрових зніманнях розглянуто в [2, 8]. Встановлено вартісні значення похибок визначення площ за методикою грошової оцінки земель населених пунктів. Враховуючи розрахункову вартість похибки в значенні

площ земельних ділянок, регламентованої нормативними документами, визначено необхідну точність положення межових знаків.

В зв'язку із значними коливаннями вартості земельних ділянок точність визначення площ у [5] пропонується визначати в два етапи: 1) при технічному проектуванні; 2) після проведення польових робіт. Наведена методика дає можливість змінювати вимоги до точності і розмірів вихідних параметрів формули оцінки точності визначення координат кутів повороту меж.

Питання точності геодезичної основи для створення кадастрових планів і надійного визначення площ землеволодінь розглянуті у [10, 12]. Розрахунками доведено, що така основа за точністю повинна відповідати полігонометрії 1 та 2 розрядів.

Вимоги до точності визначення площ земельних ділянок пов'язують переважно з розміром і формою ділянки, точністю визначення координат межових знаків, адміністративно-територіальним поділом, економічними чинниками, масштабом планово-картографічних матеріалів, цільовим призначенням.

Встановлені допуски на точність визначення площ стосуються в основному ділянок квадратної і прямокутної форми різної видовженості з 4-ма точками повороту.

Результати досліджень впливу на оцінку точності визначення площі прямокутної ділянки, її форми, орієнтування, кількості контурних точок і кореляційних залежностей між похибками визначення координат цих точок висвітлені у [4]. Наведено залежності величини відносної похибки визначення площі від кількості контурних точок для ділянок з однаковою площею і периметром.

На нашу думку, для детальнішого аналізу впливу кількості контурних точок на оцінку точності визначення площі земельної ділянки необхідно також враховувати їх розташування за периметром ділянки і форму (видовженість) ділянки.

### Мета роботи

Мета роботи полягає у дослідженні впливу кількості контурних точок та їх розташування (з врахуванням видовженості ділянки) на оцінку точності визначення площі земельної ділянки прямокутної форми.

### Виклад основного матеріалу

Середню квадратичну похибку  $m_p$  площі земельної ділянки в загальному вигляді можна подати функцією:

$$m_p = f(P, m_{ti}, k, n), \quad (1)$$

де  $P$  – площа земельної ділянки;  $m_{ti}$  – середня квадратична похибка планового положення контурної точки ділянки;  $k$  – коефіцієнт форми (видовженості) ділянки;  $n$  – кількість контурних точок.

Середня квадратична похибка обчислення площі за координатами вершин за формулою Гаусса визначається так [4, 8]:

$$m_p = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n (m_{ti}^2 \cdot D_i^2)}, \quad (2)$$

де  $D_i$  – відстань між точками  $(i+1)$  і  $(i-1)$ .

Якщо координати всіх контурних точок визначені з однаковою точністю  $m_t$ , то формулу (2) записують у вигляді [4]:

$$m_p = \frac{m_t}{2\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n D_i^2}. \quad (3)$$

Для прямокутника (при  $n = 4$ ) формула (3) набуває вигляду:

$$m_p = m_t \sqrt{P} \sqrt{(1+k^2)/2k}, \quad (4)$$

а для фігури, близької до квадрата (при  $n = 4$ ;  $k = 1$ ), відповідно [3,8]:

$$m_p = m_t \sqrt{P}. \quad (5)$$

Для довільного багатокутника, як відомо, справедливі такі нерівності:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n D_i \geq \sqrt{2}L \\ \sum_{i=1}^n D_i < 2L \end{cases}, \quad (6)$$

де  $L$  – периметр фігури.

Використовуючи частковий випадок нерівності П.Л. Чебишова [1], маємо:

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n D_i \leq \sqrt{\sum_{i=1}^n D_i^2}. \quad (7)$$

Рівність (7) справедлива тільки при  $D_1 = D_2 = \dots = D_n$ .

З врахуванням (6), нерівність (7) запишемо у вигляді:

$$\frac{2L}{\sqrt{n}} > \sqrt{\sum_{i=1}^n D_i^2} \geq \frac{\sqrt{2}L}{\sqrt{n}}. \quad (8)$$

Після підстановки (8) у (3) отримаємо границі точності визначення площі ділянки довільної форми залежно від периметра  $L$  і кількості контурних точок  $n$ :

$$m_t \frac{L}{\sqrt{2n}} > m_p \geq m_t \frac{L}{2\sqrt{n}}. \quad (9)$$

Для дослідження функціональної залежності (1) розглянемо земельні ділянки, близькі до прямокутної форми як найпоширеніші при ринкових операціях з землею.

Для цього розрахуємо за формулою (3) середні квадратичні похибки  $m_p$  для ділянок з різною кількістю контурних точок  $n$  і видовженістю  $k$ .

Схеми розташування контурних точок наведені на рис. 1.

Значення середніх квадратичних похибок визначення площ земельних ділянок розміром  $P = 1,0$  га при  $m_t = 0,1$  м наведено в табл. 1.

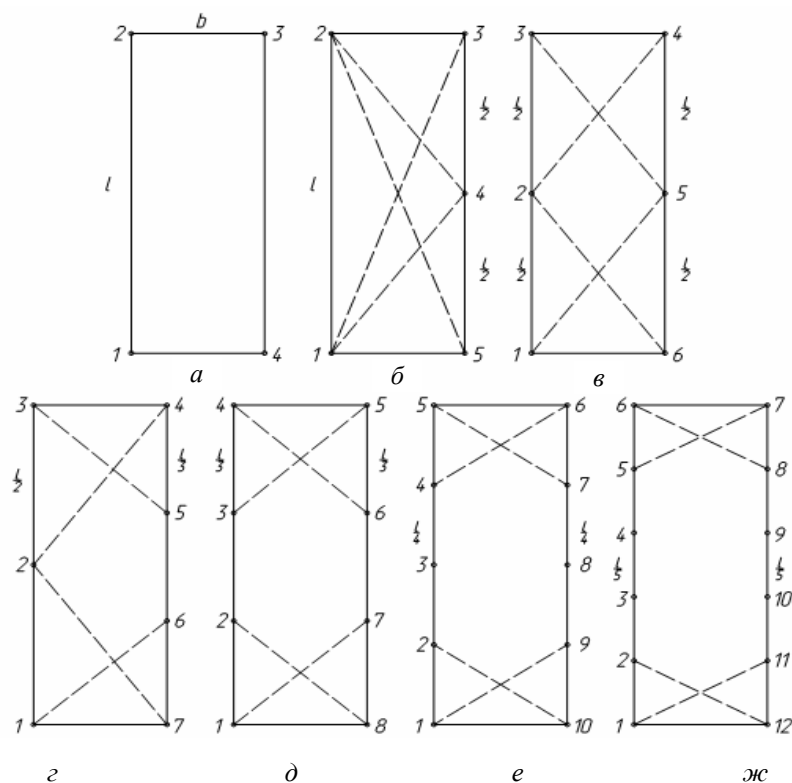


Рис. 1. Схеми розташування контурних точок: а – 4; б – 5; в – 6; г – 7; д – 8; е – 10; ж – 12

**Середні квадратичні похибки визначення площі  $m_p$**   
**залежно від кількості контурних точок  $n$  і коефіцієнта видовженості ділянки  $k$**   
 $P = 10000 \text{ м}^2$ ;  $m_t = 0,10 \text{ м}$ .

$k$	$m_p, \text{ м}^2$						
	Кількість контурних точок, $n$						
	4	5	6	7	8	10	12
1	10,00	9,68	9,35	9,01	8,66	8,08	7,45
2	11,18	10,61	10,00	9,50	8,98	8,29	7,81
3	12,91	12,16	11,37	10,70	10,00	9,07	8,41
4	14,58	13,69	12,75	11,96	11,12	10,00	9,19
5	16,12	15,12	14,05	13,16	12,20	10,93	10,00
6	17,56	16,46	15,28	14,29	13,23	11,82	10,79
7	18,90	17,70	16,42	15,35	14,20	12,66	11,54
8	20,16	18,87	17,50	16,35	15,12	13,46	12,26
9	21,34	19,99	18,52	17,30	15,99	14,23	12,95
10	22,47	21,04	19,50	18,21	16,82	14,96	13,60

Як видно з табл. 1, точність визначення площі (за інших однакових умов) підвищується із збільшенням кількості контурних точок ділянки.

Окрім цього, на величину середньої квадратичної похибки  $m_p$  впливає і розташування контурних точок за периметром ділянки.

За однакової кількості контурних точок величина похибки визначення площі ділянки  $m_p$  буде меншою при рівномірному розташуванні точок на довших сторонах ділянки, оскільки в цьому випадку  $\sum_{i=1}^n D_i^2 = \min$ .

Нариклад: при  $P = 1,0$  га,  $m_t = 0,1$  м,  $k = 4$  і  $n = 6$  для двох варіантів розташування контурних точок отримаємо відповідно:  $m_p = 14,47 \text{ м}^2$  (рис. 2, а) і  $m_p = 12,75 \text{ м}^2$  (рис. 2, б). Розходження  $\Delta m_p$  у цьому випадку становитиме близько 13 % від їх середнього значення.

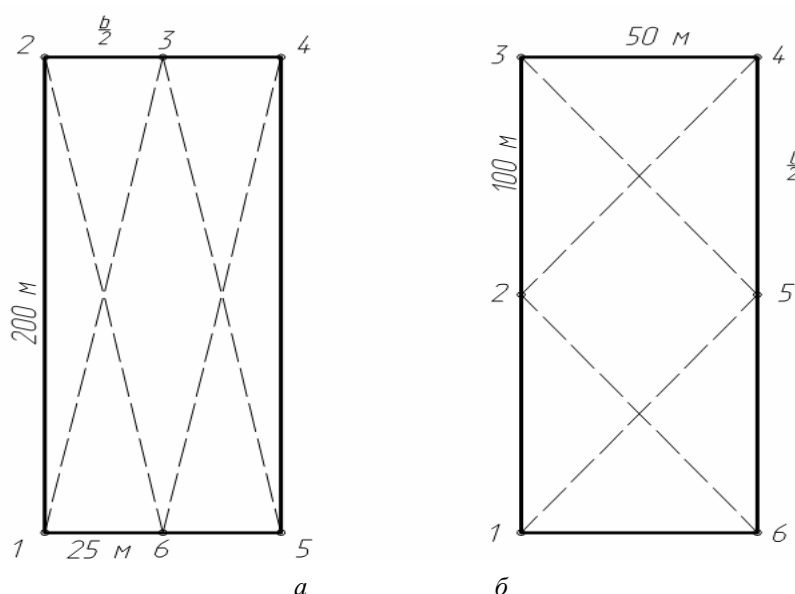


Рис. 2. До порядку розташування точок

Графіки залежностей  $m_p$  від  $n$  для одної з ділянок квадратної і прямокутної форми наведено на рис. 3.

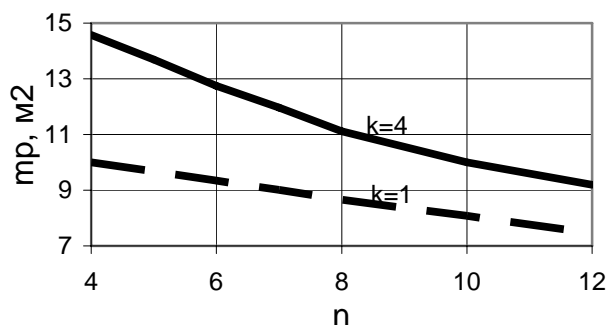


Рис. 3. Графіки залежностей середньої квадратичної похибки  $m_p$  від кількості контурних точок  $n$  ( $P = 1,0$  га ;  $m_i = 0,10$  м)

Як видно з рис. 3, залежність  $m_p$  від  $n$  за інших однакових умов близька до лінійної і в загальному вигляді виражається формулою:

$$m_p = a + cn, \tag{10}$$

де  $a$  і  $c$  – коефіцієнти;  $n$  – кількість контурних точок.

Виходячи з умовного рівняння (10), рівняння поправок запишемо у вигляді:

$$v_i = a + n_i c - k_{ni}, \tag{11}$$

де  $k_{ni}$  – коефіцієнти, які враховують кількість контурних точок ділянки ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ).

Значення коефіцієнтів  $k_{ni}$  розрахуємо як

$$k_{ni} = m_p^{ni} / m_p^{n4}, \tag{12}$$

де  $m_p^{ni}$ ,  $m_p^{n4}$  – величини середніх квадратичних похибок  $m_p$  при  $n = 5, 6, \dots, 12$ , і  $n = 4$  відповідно.

Результати розрахунків  $k_{ni}$  та їх середні значення  $k_{ni}^{cp}$  для земельних ділянок прямокутної форми наведено в табл. 2.

Таблиця 2

**Значення коефіцієнтів  $k_{ni}$**

k	$m_p^{ni} / m_p^{n4}$ ,					
	Кількість контурних точок n					
	5	6	7	8	10	12
1	0,968	0,935	0,901	0,866	0,808	0,745
2	0,949	0,894	0,850	0,803	0,742	0,699
3	0,942	0,881	0,829	0,775	0,703	0,651
4	0,939	0,874	0,820	0,763	0,686	0,630
5	0,938	0,872	0,816	0,757	0,678	0,620
6	0,937	0,870	0,814	0,753	0,673	0,614
7	0,936	0,869	0,812	0,751	0,670	0,611
8	0,936	0,868	0,811	0,750	0,668	0,608
9	0,936	0,868	0,811	0,749	0,667	0,607
10	0,936	0,868	0,810	0,749	0,666	0,605
$k_{ni}^{cp}$ (k= 2-10)	0,939	0,874	0,819	0,761	0,684	0,627

Величини співвідношень  $k_{ni}$  не залежать від розміру площі ділянки.

Оскільки максимальні відхилення величин  $k_{ni}$  від їх середнього значення  $k_{ni}^{cp}$  для ділянок прямокутної форми (при  $k = 2-10$ ) переважно не виходять за межі 10 %, то для подальших розрахунків приймемо їх середні значення.

За даними табл. 2, з врахуванням (11), нормальні рівняння для визначення коефіцієнтів  $a$  і  $c$  для ділянок прямокутної форми будуть:

$$\begin{cases} N_1 & 6a + 48c - 4.704 = 0, \\ N_2 & 48a + 418c - 36.124 = 0. \end{cases} \tag{13}$$

Розв'язавши нормальні рівняння (13) способом визначників, отримаємо:  $a = 1,1388235$ ;  $c = -0,044352941$ .

Отже, значення коефіцієнта  $k_n^{np}$ , який враховує кількість контурних точок ділянки прямокутної форми, буде:

$$k_n^{np} = 1,1388 - 0,04435 n. \quad (14)$$

За аналогією, для ділянок квадратної форми (при  $k = 1$ ) отримаємо:

$$\begin{cases} N_1 & 6a + 48c - 5.223 = 0, \\ N_2 & 48a + 418c - 40.705 = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Звідси:  $a = 1,1243823$ ;  $c = -0,031735294 n$ , тобто значення коефіцієнта  $k_n^{kg}$ , який враховує кількість контурних точок ділянки квадратної форми, буде:

$$k_n^{kg} = 1,12438 - 0,031735n. \quad (16)$$

З врахуванням коефіцієнтів  $k_n^{np}$  та  $k_n^{kg}$  (при  $12 \geq n > 4$ ), формули (4) і (5) запишемо у вигляді відповідно:

$$m_p = m_t \sqrt{P} \sqrt{(1+k^2)/2k} k_n^{np} \quad (17)$$

і

$$m_p = m_t \sqrt{P} k_n^{kg} \quad (18)$$

Оскільки для прямокутної ділянки:

$$\sqrt{P} \sqrt{(1+k^2)/2k} = \sqrt{l^2 + b^2} / \sqrt{2}, \quad (19)$$

то формула (17) набуває вигляду:

$$m_p = m_t \sqrt{(l^2 + b^2)/2} \cdot k_n^{np}. \quad (20)$$

Формула (20) враховує розмір, форму і кількість контурних точок прямокутної ділянки.

Згідно з нормативно-технічними документами [7,9] допустима відносна похибка визначення площі не повинна перевищувати величини 1:1 000 (що становить похибку в 0,1 % від ціни земельної ділянки), а гранична похибка планового положення точок знімального обґрунтування і межових знаків – 0,10 м.

Між розмірами земельної ділянки та ціною 1 кв. м існує певний взаємозв'язок. Як правило, ціна 1 кв. м обернено пропорційна розміру земельної ділянки. Як впливає з [11], найвищу ціну у містах мають земельні ділянки розміром 500–1000 кв. м, які відповідають нормативним параметрам для розміщення багатьох видів комерційної діяльності.

Враховуючи вимоги [9] до точності відображення кадастрових об'єктів (1 кв. м у містах республіканського і обласного підпорядкування), за відносної похибки 1:1 000 базовий розмір земельної ділянки становитиме 1 000 кв. м.

Така ж площа (1 000 кв. м) відповідає і нормам безоплатної приватизації земельних ділянок громадянами (присадибна ділянка) у містах згідно з [6].

Проте, як відомо, при  $m_t = 0,10$  м допустима відносна похибка площі забезпечується для земельних ділянок розміром  $P \geq 1,0$  га (залежно від  $k$ ).

Наприклад, при  $m_t = 0,10$  м і  $k = 4$  для земельної ділянки розміром  $P = 1000$  м<sup>2</sup> за формулою (4) отримаємо:  $m_p = 4.61$  м<sup>2</sup> і  $m_p / P = 1 / 217$ , що практично в 4,6 раза перевищує встановлені допуски.

Значення величин середніх квадратичних похибок  $m_t$  для забезпечення відповідної точності визначення площ для ділянок прямокутної і квадратної форми (при  $n = 4$ ) можна отримати з формул

(4), (5) [8], а для ділянок довільної форми – з формули (3), в якій параметр  $\sum_{i=1}^n D_i^2$  в сукупності

враховує розмір, форму і кількість контурних точок ділянки.

Для земельних ділянок прямокутної і квадратної форми залежно від їх розмірів і кількості контурних точок з формул (20) і (18) отримуємо відповідно:

$$m_t = \frac{m_p \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{l^2 + b^2} \cdot k_n^{np}}, \quad (21)$$

і

$$m_t = \frac{m_p}{\sqrt{P} \cdot k_n^{kg}}. \quad (22)$$

Враховуючи допустиму величину відносної похибки, яка є певним стандартом при підсумовуванні площ:

$$m_p = P / 1\,000. \quad (23)$$

З врахуванням (23), формули (21) і (22) запишемо відповідно у вигляді:

$$m_t = \frac{P \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{l^2 + b^2} \cdot k_n^{np}} \quad (24)$$

$$m_t = \frac{\sqrt{P} 10^{-3}}{k_n^{kg}}. \quad (25)$$

Значення величин середніх квадратичних похибок  $m_t$ , визначення площ ділянок квадратної і прямокутної форми розміром  $P = 1000 \text{ м}^2$ , розрахованих за формулами (24) і (25), наведено в табл. 3.

Таблиця 3

**Середні квадратичні похибки  $m_t$  залежно від кількості контурних точок  $n$  і видовженості ділянки  $k$  (при  $P = 1\,000 \text{ м}^2$ )**

$k$	$m_t, \text{ м}$						
	Кількість контурних точок $n$						
	4	5	6	7	8	10	12
1	0,032	0,033	0,034	0,035	0,036	0,039	0,043
2	0,028	0,031	0,032	0,034	0,035	0,039	0,043
3	0,024	0,027	0,028	0,030	0,031	0,035	0,040
4	0,022	0,024	0,025	0,026	0,028	0,031	0,036
5	0,020	0,021	0,022	0,024	0,025	0,028	0,032
6	0,018	0,020	0,021	0,022	0,023	0,026	0,030
7	0,017	0,018	0,019	0,020	0,021	0,024	0,028
8	0,016	0,017	0,018	0,019	0,020	0,023	0,026
9	0,015	0,016	0,017	0,018	0,019	0,021	0,024
10	0,014	0,015	0,016	0,017	0,018	0,020	0,023

Значення величин  $m_t$  можуть бути дещо меншими від наведених у табл. 3 і розрахованих за формулами (24) і (25), оскільки коефіцієнти  $k_n^{np}$  та  $k_n^{kg}$  у цьому випадку визначали при розташуванні контурних точок під умовою  $\sum_{i=1}^n D_i^2 = \min$  у формулі (3).

### Висновки

1. Точність визначення площі земельної ділянки підвищується із збільшенням кількості контурних точок (без врахування кореляційних залежностей між похибками визначення координат цих точок). Причому істотніше підвищення точності  $m_p$  із збільшенням  $n$  спостерігається для прямокутних ділянок з більшою видовженістю, ніж для ділянок квадратної форми.

2. Середні квадратичні похибки  $m_t$  визначення координат межових знаків, розрахованих за формулами (24) і (25), забезпечать встановлені вимоги до точності визначення площ земельних ділянок розміром до  $1000 \text{ м}^2$  у містах республіканського та обласного підпорядкування.

### Література

1. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике (для инженеров и учащихся втузов). – М.: Недра, 1980, 976 с.

2. Волосецький Б.І. Аналіз точності визначення параметрів земельних ділянок в населених пунктах з врахуванням економічних чинників // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 1999. – С. 119–121.
3. Волосецький Б.І. Величина і вартість земельної ділянки – фактори, що впливають на точність кадастрових робіт // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 1997. – С. 179–185.
4. Гермонова Е., Лимарева Е. Влияние корреляционных зависимостей между ошибками определения координат контурных точек на точность определения площадей земельных участков // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів: Ліга-Прес, 2002. – С. 287–290.
5. Джуман Б., Губар Ю. Оцінка точності визначення площ земельних ділянок при технічному проектуванні кадастрових робіт // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів, 1999. – С. 133–134.
6. Земельний кодекс України. – К.: Велес, 2005. – 80 с.
7. Керівний технічний матеріал з інвентаризації земель населених пунктів (наземні методи). ГКНТА. – К. : ГУГКК, 1993.
8. Перович Л.М., Волосецький Б.І. Основи кадастру (Ч. I): Навч. посібник. – Львів–Коломия, 2005. – 130 с.
9. Положення по земельно-кадастровій інвентаризації земель населених пунктів. – К.: Держкомзем, 1997. – 12 с.
10. Смірнов Є.І., Турук Д. М., Лелюх Д.І. Точність визначення координат межових знаків // Сучасні досягнення геодезії, геодинаміки та геодезичного виробництва. – Львів. – 1999. – С. 135–137.
11. Ступень М.Г., Гулько Р.Й., Микула О.Я., Шпик Н.Р. Кадастр населених пунктів : Підручник. – Львів: Новий світ – 2000, 2004. – 392 с.
12. Тартачинський Р.М. До питання про геодезичне забезпечення кадастру. Зб. Geodezja i geometria inzynierska w budownictwie i inzynierii. – Rzeszow, 1996. – С. 119–123.
13. Церклевич А.А. Використання нових технологій і актуальні задачі земельного кадастру // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 1999. – С. 121–124.
14. Церклевич А.А., Процик М.Г. Про точність визначення положення межових знаків і обчислення площ земельних ділянок // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 1997. – С. 185–188.
15. Церклевич А., Сигляк М. Про точність визначення меж та площ земельних ділянок при виконанні інвентаризації земель населених пунктів // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 1999. – С. 124–130.

**Дослідження точності визначення площ земельних ділянок  
з врахуванням кількості контурних точок та їх розташування**  
М. Дутчин, І. Біда, Г. Мельниченко

Наведено результати досліджень оцінки точності визначення площ земельних ділянок залежно від кількості контурних точок та їх розташування.

**Исследование точности определения площадей земельных участков  
с учетом количества контурных точек и их расположения**  
М. Дутчин, И. Бида, Г. Мельниченко

Приведены результаты исследований оценки точности определения площади земельных участков в зависимости от количества контурных точек и их расположения.

**Researches of exact of land area determination using a quantity  
of outline points and their arrangements**  
M. Dutchyn, I. Bida, G. Melnychenko

The results of research in valuing an exact of, which depends on a quantity of outline points and their arrangements, are represented.