

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ „ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Сокіл Марія Богданівна

УДК 534.111

**УЗАГАЛЬНЕННЯ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ НЕЛІНІЙНИХ
КОЛИВАНЬ ДОВГОМІРНИХ РУХОМИХ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН**

05.02.09 – *динаміка та міцність машин*

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Львів - 2008

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Національному університеті „Львівська політехніка”
Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Харченко Євген Валентинович,
Національний університет „Львівська політехніка”,
завідувач кафедри „Опір матеріалів”.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Кузьменко Анатолій Григорович,
Хмельницький національний університет,
завідувач кафедри „Зносостійкість та надійність машин”;

кандидат технічних наук, доцент
Поліщук Леонід Клавдійович,
Вінницький національний технічний університет, доцент
кафедри „Металорізальні верстати та обладнання
автоматизованого виробництва”.

Захист відбудеться 29 жовтня 2008 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої
вченої ради Д 35.052.06 у Національному університеті „Львівська політехніка” за
адресою: 79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12, навчальний корпус 14, ауд. 61.

З дисертацією можна ознайомитися у науково-технічній бібліотеці
Національного університету „Львівська політехніка” за адресою: 79013, м. Львів, вул.
Професорська, 1.

Автореферат розісланий 25 вересня 2008 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради

Шоловій Ю. П.

ВСТУП

Актуальність теми. Серед фізичних явищ, якими супроводжується робота машин і приладів, найпоширенішими і найважливішими з огляду на умови функціонування технічних об'єктів є механічні коливання. Всебічний аналіз динамічних процесів в механізмах і машинах є необхідною умовою забезпечення їх надійності і ефективності експлуатації. Його можна провести тільки на основі адекватних процесам розрахункових моделей. Здебільшого, такими моделями виступають нелінійні континуально-дискретні механічні системи. З нелінійністю математичних моделей динамічних процесів реальних систем пов'язані основні труднощі їх аналітичного дослідження. Адже тільки на основі розв'язків (точних чи наближених) диференціальних рівнянь адекватних коливальному процесу, можна судити про вплив параметрів систем на динамічні явища, прогнозувати резонанси ще на стадії проектування, вибирати найоптимальніші міцнісні характеристики відповідальних деталей і вузлів машин. Теорія нелінійних коливань на даний час ґрунтовно розроблена лише для так званих слабо нелінійних (квазілінійних) систем, тобто систем, які відрізняються від лінійних лише наявністю таких нелінійних сил, максимальні значення котрих є малими порівняно з відновлюючою силою. Найбільш ефективними аналітичними методами дослідження квазілінійних систем є методи Пуанкаре, Ван-дер-Поля, Крилова-Боголюбова-Митропольського (КБМ). Разом з тим, розвиток нової техніки та перехід до швидкісного машинобудування вимагає постановки і розв'язання нових задач про вплив швидкості поздовжнього руху на поперечні (поздовжні) коливання одно- чи багатовимірних елементів машин. До них, насамперед, можна віднести задачі про коливання гнучких елементів пасових або ланцюгових передач; стрічкових систем для запису та відтворення інформації; конвеєрних ліній; різного роду канатних витягів; устаткування для рулонування паперу, металеві стрічки, дроту, нитки; устаткування для буріння нафтових і газових свердловин; трубопроводів та ін. Математичними моделями динаміки вказаної низки систем є (за певних припущень) однотипні нелінійні рівняння з частинними похідними, які містять мішану похідну лінійної та часової змінних. З останнім пов'язані основні труднощі аналітичного дослідження довгомірних рухомих систем. В той же час, результати експериментальних досліджень показують, що навіть незначні швидкості руху довгомірних систем приводять не тільки до кількісних, але до якісних змін характеристик динамічного процесу систем. Тому розроблення ефективних методів розрахунку нелінійних коливань довгомірних рухомих елементів машин та дослідження впливу кінематичних параметрів руху, нелінійних та періодичних сил, крайових умов на коливальні процеси таких систем є актуальною задачею.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами та темами. Дослідження виконувалися відповідно до плану науково-дослідної роботи кафедри "Опір матеріалів" Національного університету "Львівська політехніка" і безпосередньо пов'язані із держбюджетною темою "Динаміка та міцність машин і інженерних споруд" (№ державної реєстрації 0107U004842), та з держбюджетною

темою Міністерства освіти і науки України: “Дослідження динамічних процесів у нелінійних дискретно-неперервних механічних системах оброблення і транспортування” (№ державної реєстрації 0108U000380).

Мета та задачі досліджень. *Метою роботи* є розроблення аналітичних методів розрахунку нелінійних коливань довгомірних рухомих елементів машин шляхом узагальнення асимптотичних методів КБМ і Ван-дер-Поля та отримання теоретично-прикладних залежностей, що визначають вплив нелінійних сил і кінематичних параметрів руху систем на характеристики динамічних процесів.

Для досягнення мети були сформульовані та розв’язані такі основні задачі:

- побудувати математичні моделі, які описують динамічні процеси широкого класу довгомірних рухомих елементів машин;
- отримати у замкнутому вигляді розв’язки незбурених (лінійних) моделей коливань у вигляді накладання прямих та відбитих хвиль;
- на основі запропонованої форми представлення розв’язку узагальнити асимптотичні методи КБМ та Ван-дер-Поля для нових класів нелінійних систем;
- отримати математичні співвідношення, які описують закони зміни амплітуди і частоти коливань як функцій фізико-механічних властивостей та кінематичних параметрів систем у резонансному і нерезонансному випадках;
- для конкретних динамічних систем провести порівняльний аналіз теоретичних та експериментальних результатів визначення амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) довгомірних рухомих елементів.

Об’єкт дослідження: динамічні процеси у довгомірних рухомих елементах машин.

Предмет дослідження: методи розрахунку нелінійних коливань довгомірних рухомих елементів машин.

Методи дослідження. Теоретичні дослідження проведені шляхом узагальнення асимптотичних методів нелінійної механіки КБМ та Ван-дер-Поля для нових класів динамічних систем, що дало можливість отримати звичайні диференціальні рівняння для визначення законів зміни амплітуди і частоти коливань як функцій кінематичних та фізико-механічних параметрів досліджуваних об’єктів. Аналіз АЧХ коливань конкретних систем здійснено із застосуванням методу Рунге–Кутта четвертого порядку. Необхідні обчислення та представлення результатів у графічному вигляді реалізовано за допомогою систем автоматизованих математичних розрахунків. Експериментальні дослідження виконувалися на діючому перемотувальному устаткуванні за допомогою контрольно-вимірювальних приладів і полягали у визначенні амплітуд і частот коливань.

Наукова новизна одержаних результатів роботи полягає у розробленні аналітичних методів дослідження коливальних процесів довгомірних рухомих елементів машин. Новими науковими результатами є:

- вдосконалена математична модель динамічних процесів у довгомірних рухомих елементах машин за рахунок представлення рівнянь руху в узагальненому вигляді й одночасного урахування довільної постійної складової швидкості руху, широкого спектру нелінійних і періодичних сил, різних типів крайових умов;

- вперше для дослідження динамічних процесів довгомірних рухомих елементів машин запропоновано представлення процесу у вигляді накладання прямих та відбитих хвиль, що мають різні довжини і однакові частоти;

- дістали подальший розвиток асимптотичні методи КБМ і Ван-дер-Поля за рахунок їх узагальнення та поширення на нові класи нелінійних континуальних систем, що характеризуються довільним значенням постійної складової швидкості руху;

- вперше отримані загальні аналітичні залежності, які визначають вплив кінематичних параметрів руху, нелінійних і періодичних сил, крайових умов на АЧХ коливань широкого класу динамічних систем;

- вперше отримані розрахункові формули, які визначають вплив характеристик систем на критичну швидкість їх руху.

Практичне значення отриманих результатів. Практична цінність даної роботи полягає у тому, що розроблені методи дослідження динаміки довгомірних рухомих елементів машин:

- дають можливість дослідити вплив різного роду нелінійних і періодичних сил, що виникають під час експлуатації механічних систем, а також крайових умов на амплітуду і частоту коливань;

- суттєво підвищують точність аналізу вільних та вимушених нелінійних коливань довгомірних рухомих елементів машин;

- враховують постійну складову швидкості руху середовища та інші чинники під час прогнозування резонансних явищ у складних механічних системах, що сприяє підвищенню ресурсу важливих інженерних конструкцій.

Розроблені методи дослідження і отримані розрахункові залежності дають можливість проводити всебічний аналіз коливальних процесів на стадії проектування чи експлуатації технічних об'єктів з рухомими елементами та фізичними чи геометричними нелійнностями. Одержані результати можуть бути покладені в основу систем автоматизованого проектування рухомих систем запису і відтворення інформації, устаткування для буріння нафтових і газових свердловин, систем перемотування і рулонування матеріалів та ін. На основі проведених досліджень розроблені практичні рекомендації, спрямовані на забезпечення раціональних режимів роботи перемотувальних верстатів, які використовуються на ДП "Аргентум" для покращення технологічного процесу перемотування дроту із кольорових і дорогоцінних металів.

Особистий внесок здобувача. Всі основні результати, викладені у дисертації та винесені на захист, автором отримані особисто і опубліковані у працях без співавторів [5, 6, 11, 15]. У працях, опублікованих у співавторстві, дисертантові

належать: теоретичні дослідження з визначення законів зміни основних характеристик динаміки систем за допомогою асимптотичних методів КБМ [3, 4, 9]; теоретичний аналіз отриманих залежностей та визначення впливу кінематичних і фізико-механічних величин на характер зміни амплітуд та частот коливань систем, дослідження характеристик динамічної системи у резонансних і нерезонансних випадках [9, 16]; методика дослідження багаточастотних нелінійних коливань довгомірних рухомих елементів машин та аналіз впливу конкретних параметрів на закони зміни амплітуди і частоти коливань [12, 13]; методика визначення впливу збурень крайових умов на коливання довгомірних рухомих елементів машин [7, 10, 14]; побудова алгоритмів графічного представлення законів зміни АЧХ конкретних динамічних систем [1, 2].

Апробація результатів дисертації. Основні положення та результати дисертаційної роботи обговорювалися і доповідалися: на об'єднаному семінарі кафедр “Опір матеріалів”, “Деталі машин” та “Теоретична механіка” (2008 р.); XI та XII Міжнародних наукових конференціях ім. академіка М. Кравчука (м. Київ, 2006, 2008 р.р.); VI Міжнародному симпозиумі українських інженерів-механіків у Львові (2003 р.); Міжнародній науково-технічній конференції “Вібрації в техніці та технологіях” (м. Дніпропетровськ, 2007 р.); IV Українсько-Польській науково-технічній конференції молодих науковців „Механіка та математика”, присвяченій 40-річчю Інституту механіки та математики, у м. Хмельницький (2006 р.); XI Науковій конференції Тернопільського державного технічного університету ім. І. Пулюя (2007 р.); VIII Ежегодной международной конференции “Эффективность реализации научного, ресурсного и промышленного потенциала в современных условиях” (п. Славское, Карпаты, 2008 г.)

Публікації. За темою дисертації опубліковано 16 наукових праць (із них 4 опубліковано самостійно), зокрема, 11 статей – у наукових фахових виданнях України, 5 праць – у матеріалах конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел із 195 найменувань і двох додатків. Основний зміст роботи викладений на 124 сторінках і містить 38 рисунків та 7 таблиць. Загальний обсяг становить 160 сторінок.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано вибір теми, її актуальність, сформульовано мету досліджень, наукову новизну і практичну цінність результатів роботи. Наведено відомості про апробацію основних наукових результатів.

У **першому розділі** розкрито сучасний стан проблеми дослідження нелінійних коливань механічних систем. Проведений аналіз наукових праць, що стосуються досліджень динаміки одновимірних нелінійних систем з розподіленими параметрами, які характеризуються постійною складовою швидкості руху, свідчить

про відсутність загальних аналітичних методів дослідження таких систем. Проблема, насамперед, пов'язана з відсутністю ефективних методів побудови розв'язків рівнянь з частинними похідними, за допомогою яких описуються процеси. Відомі методи (КБМ, Гальоркіна, Ван-дер-Поля) можуть бути використані лише за умов накладання обмежень на постійну складову швидкості руху довгомірного елемента та крайові умови, що звужує межі застосування цих методів для розв'язання прикладних задач. Дослідження, побудовані на основі чисельних методів, не завжди можуть охопити всю множину параметрів систем, крім цього проблематичним залишається питання стійкості динамічного процесу, зриву коливань та ін. В той же час, для проведення досліджень на стадії проектування технічних об'єктів важливо мати розрахункові формули, які б визначали реакцію системи на те чи інше збурення, умови виникнення резонансу, вплив крайових умов на динаміку процесу тощо. Вказаного можна досягти тільки на основі досліджень аналітичних розв'язків крайових задач, які є математичними моделями процесу. Таким чином, результати проведеного аналізу літературних джерел вказують на необхідність розроблення такого аналітичного методу дослідження нелінійних коливань довгомірних рухомих елементів машин, який давав би можливість отримати розрахункові залежності для оцінки впливу на амплітуду і частоту коливань постійної складової швидкості їх руху, різної природи нелінійних і періодичних сил, крайових умов.

У другому розділі отримано диференціальне рівняння динаміки довгомірних рухомих елементів машин

$$u_{tt} + 2Vu_{xt} - \left(\frac{T - \rho V^2}{\rho} \right) u_{xx} = \frac{1}{\rho} F(u, u_x, u_t, t), \quad (1)$$

де $u(x, t)$ – відхилення від рівноважного положення перерізу з координатою x в довільний момент часу t ; ρ – маса одиниці довжини, T – сила натягу (для поперечних коливань гнучких елементів) чи модуль пружності першого або другого роду (для поздовжніх чи крутильних коливань); V – постійна складова швидкості руху; $F(u, u_x, u_t, t)$ – розподіл сил вздовж досліджуваного об'єкту. Наявність мішаної похідної (u_{xt}) у лівій частині рівняння (1) створює значні труднощі дослідження лінійної моделі цього рівняння (без врахування сили $F(u, u_x, u_t, t)$), адже для його аналізу навіть в цьому випадку не можна використати відомі класичні методи Фур'є чи Д'Аламбера. Тому показано, що для крайових умов

$$u(x, t)|_{x=0} = u(x, t)|_{x=l} = 0 \quad (2) \quad \text{або} \quad u_x(x, t)|_{x=0} = u_x(x, t)|_{x=l} = 0 \quad (3)$$

одночастотний коливальний процес у лінійній моделі довгомірних рухомих елементів машин можна інтерпретувати як накладання двох хвиль (прямої і відбитої) з різними довжинами і однаковими частотами. В такому випадку аналітичний розв'язок рівняння (1) матиме вигляд

$$u(x, t) = C_1 \cos(kx + \omega t + \varphi) + C_2 \cos(\chi x - \omega t + \psi), \quad (4)$$

де C_1 і C_2 – амплітуди, φ і ψ початкові фази, k і χ – хвильові числа, ω – частота вказаних хвиль. Подібний підхід зустрічається у роботах Рабіновича М. І., Роземблюма Л. А., Митропольського Ю. О., Волосова В. М., Уізема Дж. при

дослідженні динамічних процесів систем, які не відзначаються поздовжньою швидкістю руху ($V=0$), а тому довжини прямої та відбитої хвиль у роботах вказаних науковців є рівними ($\kappa = \chi$). Запропоноване представлення не суперечить основній ідеї методу Д'Аламбера побудови розв'язків рівнянь гіперболічного типу. Для зв'язку між частотою ω і хвильовими числами κ , χ у представленні (4) отримуємо дисперсійні співвідношення вигляду

$$\begin{aligned} \omega^2 + 2V\kappa\omega - (\alpha^2 - V^2)\kappa^2 &= 0, \quad \alpha^2 = T \cdot \rho^{-1}, \\ \omega^2 - 2V\chi\omega - (\alpha^2 - V^2)\chi^2 &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

які разом із крайовими умовами (2) чи (3) визначають всі невідомі параметри: $\kappa = \frac{k\pi}{al}(\alpha + V)$, $\chi = \frac{k\pi}{al}(\alpha - V)$, $\omega = \frac{k\pi}{al}(\alpha^2 - V^2)$, $\varphi = -\psi$, а $C_1 = -C_2 = a$ – для крайових умов (2) і $C_1 = \frac{\kappa}{\chi}C_2 = a$ – для крайових умов (3).

На рис. 1 і рис. 2 показані закони зміни частоти коливань і хвильових чисел довгомірних рухомих елементів машин від швидкості руху при різних значеннях параметра α .

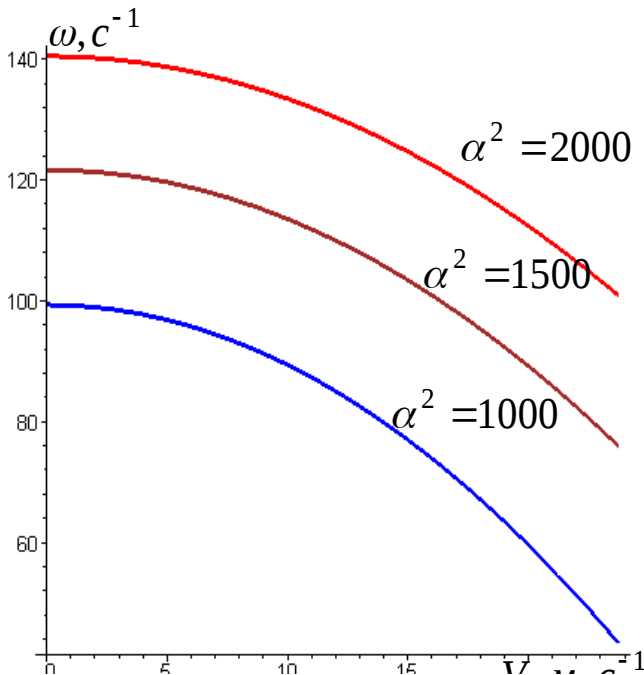


Рис. 1. Залежність частоти власних коливань довгомірних елементів машин від швидкості руху

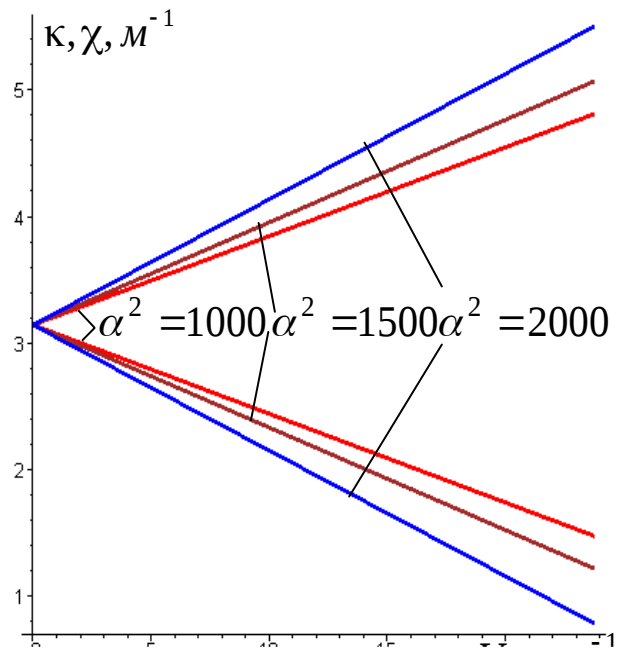


Рис. 2. Залежність хвильових чисел довгомірних елементів машин від швидкості руху

Отримані залежності показують: а) із зростанням постійної складової швидкості руху системи частота її власних коливань спадає і при швидкості руху $v = \sqrt{T \cdot \rho^{-1}}$ проходить зрив коливань; б) для крайових умов (3) амплітуди прямої і відбитої хвиль є різними. У граничному випадку, коли $V \rightarrow 0$ із представлення (4) випливають відомі результати, одержані без врахування постійної складової швидкості руху.

У **третьому розділі** роботи розроблено методику дослідження нелінійних одночастотних коливань довгомірних рухомих елементів машин. У даний час відсутні загальні підходи до їх дослідження, насамперед, через відсутність

належних методів побудови розв'язків для відповідних лінійних аналогів. Тому, з використанням основних результатів другого розділу роботи, для нелінійних динамічних систем, рух яких описується рівнянням

$$u_{tt} + 2Vu_{xt} - (\alpha^2 - V^2)u_{xx} = \varepsilon F(u, u_x, u_t, \theta), \text{ де } \theta = \mu t, \quad (6)$$

розроблено метод аналітичного їх дослідження. Для рівняння (6) розглянуто однорідні крайові умови (2) і (3), а також квазіоднорідні умови вигляду

$$\begin{aligned} u(x, t)|_{x=0} &= \varepsilon g_0(u, u_x, u_t, \theta)|_{x=0}, \\ u(x, t)|_{x=l} &= \varepsilon g_l(u, u_x, u_t, \theta)|_{x=l} \end{aligned} \quad (7)$$

або

$$\begin{aligned} u_x(x, t)|_{x=0} &= \varepsilon g_0(u, u_x, u_t, \theta)|_{x=0}, \\ u_x(x, t)|_{x=l} &= \varepsilon g_l(u, u_x, u_t, \theta)|_{x=l}. \end{aligned} \quad (8)$$

В (6) – (8) $F(u, u_x, u_t, \theta)$, $g_0(u, u_x, u_t, \theta)$ і $g_l(u, u_x, u_t, \theta)$ – відомі аналітичні 2π -періодичні по θ функції, які описують природу збурень, μ – їх частота, ε – малий параметр.

В основу розробленого методу покладено: а) принцип одночастотності коливань нелінійних систем з багатьма ступенями вільності і систем з розподіленими параметрами; б) запропоновану в роботі методику представлення динамічного процесу у лінійних моделях довгомірних рухомих елементів машин у вигляді накладання прямої та відбитої хвиль різних довжин; в) узагальнення асимптотичного методу КБМ на нові класи нелінійних систем з розподіленими параметрами. Відповідно до наведеного вище, закон руху поперечного перерізу досліджуваної системи (функцію $u(x, t)$) представлено у вигляді асимптотичного ряду

$$u(x, t) = a(\cos(kx + \phi) - \cos(\chi x - \phi)) + \varepsilon U_1(a, x, \phi, \theta) + \varepsilon^2 U_2(a, x, \phi, \theta) + \varepsilon^3 \dots \quad (9)$$

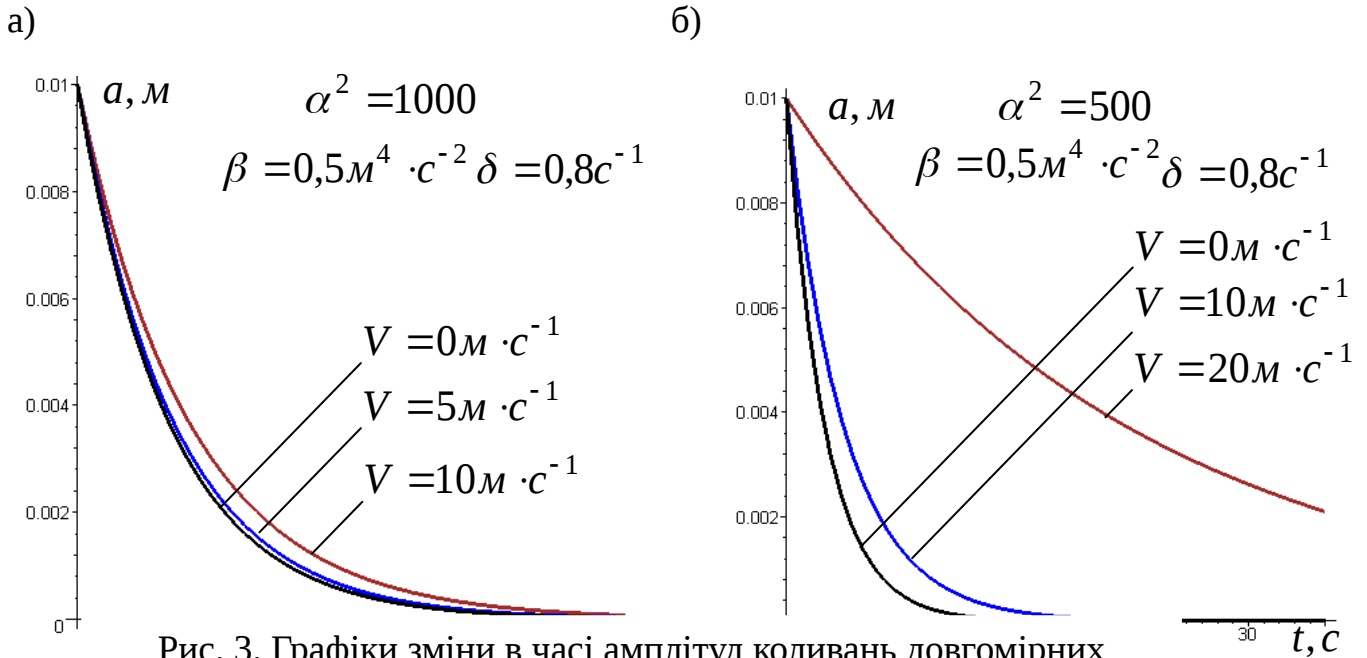
Накладаючи обґрунтовані умови на функції $U_i(a, x, \phi, \theta)$, отримуємо звичайні диференціальні рівняння, які описують закони зміни амплітуди та частоти хвиль як для нерезонансного, так і для резонансного випадків. Так, для нерезонансного випадку вони приймають вигляд

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{-\varepsilon}{4\pi^2 l \left[(\omega + \kappa V)^2 + \kappa^2 \left(V - \frac{\omega}{\chi} \right)^2 \right]} \int_0^l \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} f_1(a, x, \phi, \theta) \times \\ &\times \left\{ \left[(\omega + \kappa V) \sin kx + \kappa \left(V - \frac{\omega}{\chi} \right) \sin \chi x \right] \cos \phi + \left[(\omega + \kappa V) \cos kx - \kappa \left(V - \frac{\omega}{\chi} \right) \cos \chi x \right] \sin \phi \right\} d\phi d\theta dx, \\ \frac{d\phi}{dt} &= \omega - \frac{\varepsilon}{4\pi^2 a l \left[(\omega + \kappa V)^2 + \kappa^2 \left(V - \frac{\omega}{\chi} \right)^2 \right]} \int_0^l \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} f_1(a, x, \phi, \theta) \times \end{aligned} \quad (10)$$

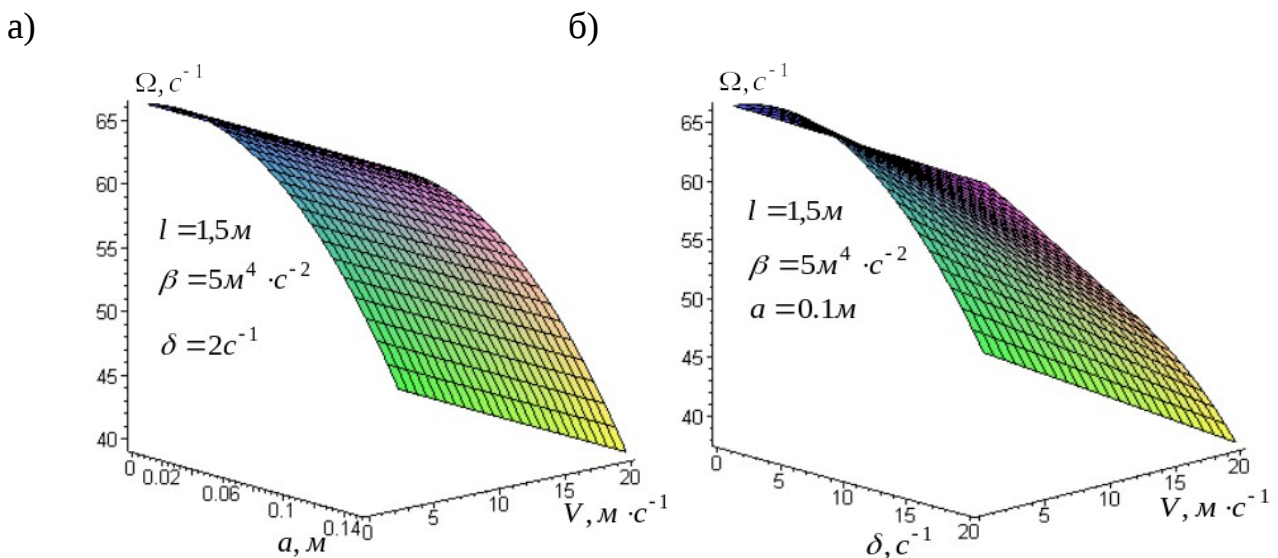
$$\times \left\{ \left[(\omega + \kappa V) \sin kx + \kappa \left(V - \frac{\omega}{\chi} \right) \sin \chi x \right] \cos \phi - \left[(\omega + \kappa V) \cos kx - \kappa \left(V - \frac{\omega}{\chi} \right) \cos \chi x \right] \sin \phi \right\} d\phi d\theta dx,$$

де $f_1(a, x, \phi, \theta)$ виражається через функцію $F(u, u_x, u_t, \theta)$ для однорідних крайових умов (2) і (3), а для квазіоднорідних крайових умов (7) чи (8) – через $F(u, u_x, u_t, \theta)$, $g_0(u, u_x, u_t, \theta)|_{x=0}$, та $g_l(u, u_x, u_t, \theta)|_{x=l}$. Розглянуто окремі випадки, для яких проведено

аналіз впливу параметрів досліджуваної нелінійної механічної системи на динамічний процес. Зокрема, для випадку $f(u, u_x, u_t) = -\delta u_t + \beta(u_{xx})^3$ (δ та β – сталі), на рис. 3 представлено залежності зміни в часі амплітуди коливань гнучкої системи за різних сил натягу і швидкостей руху.



Отримані графічні залежності показують, що вплив сили опору на бистроту затухання коливань проявляється у більшій мірі за менших сил натягу і великих швидкостей поздовжнього руху систем (рис. 3б). Швидкість руху та параметри β і δ суттєво впливають на частоту коливань (рис. 4).



в)

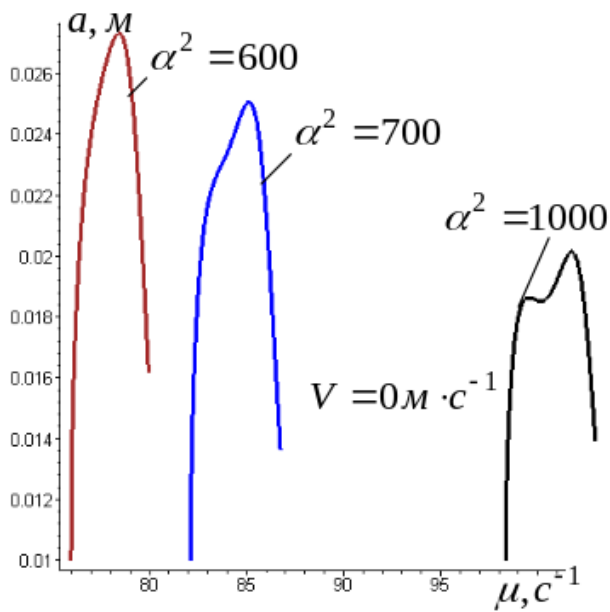
г)

Рис. 4. Вплив амплітуди, швидкості руху та параметрів β на частоту власних коливань гнучкої системи

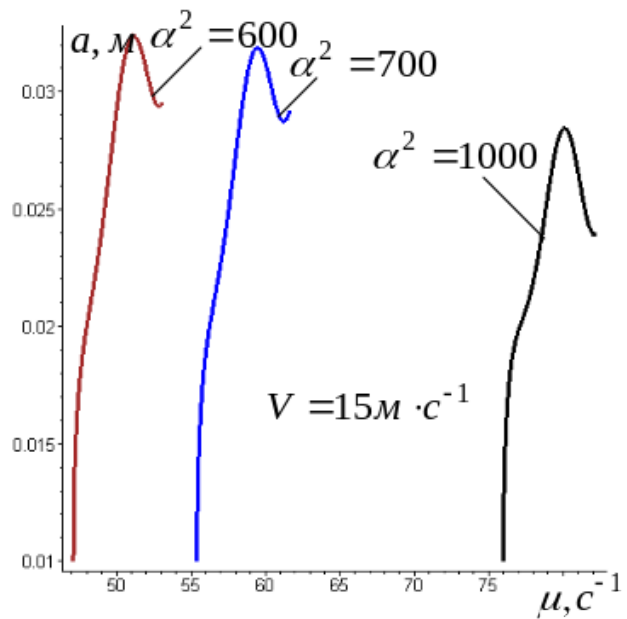
Аналіз представлених на рис. 4 залежностей показує, що при одночасному зростанні параметру β і амплітуди коливань власна частота системи спадає; частота власних коливань також спадає при одночасному зростанні сили опору і швидкості руху; якщо швидкість поздовжнього руху є незмінною, то із зростанням амплітуди і параметру β частота власних коливань зростає. Таким чином, вплив як нелінійних сил, так і швидкості поздовжнього руху на частоту власних коливань є суттєвим і може сягати 40%. Останнє особливо актуальне при дослідженні резонансних явищ. На рис. 5 представлені (за різних значень параметра α і швидкості поздовжнього руху) амплітуди коливань при переході через головний резонанс за умови моногармонічного збурення.

а)

б)



в)



г)

Рис. 5. Резонансні значення амплітуди за різних швидкостей поздовжнього руху та різних величин параметра

Порівнюючи представлені залежності можна стверджувати, що: а) чим більша постійна складова швидкості руху, тим для меншого значення частоти вимушуючої сили проявляється явище резонансу; б) величина резонансного значення амплітуди суттєво залежить від сили натягу і швидкості поздовжнього руху. Так, при силі натягу, що відповідає $T \cdot \rho^{-1} = \alpha^2 = 600 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ і швидкості руху системи $V = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ гармонічне збудження спричиняє зростання резонансної амплітуди приблизно на 35%, а при $T \cdot \rho^{-1} = 1000 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ і швидкості руху системи $V = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ зростання резонансної амплітуди становить приблизно 25% (рис. 5а, 5б); в) резонансне значення амплітуди із збільшенням швидкості поздовжнього руху спочатку зростає, а потім спадає. Зокрема, при $T / \rho = 600 \text{ m}^2 / \text{s}^2$ резонансне значення амплітуди зростає при

збільшенні швидкості поздовжнього руху до $V^* \approx 10 \text{ м/с}$, а при $T/\rho = 1000 \text{ м}^2/\text{с}^2$ – при збільшенні швидкості поздовжнього руху до $V^* \approx 18 \text{ м/с}$ (рис. 5в); в) величина резонансного значення амплітуди при $V = V^*$ залежить від сили натягу довгомірного рухомого елемента, причому, із зростанням сили натягу значення $a|_{V=V^*}$ зменшується.

У четвертому розділі роботи розроблена методика дослідження перехідних процесів у довгомірних рухомих елементах машин на основі побудови багаточастотних розв'язків диференціального рівняння (6). Тут на конкретних прикладах показано, що для періоду розгону швидкості спадання вищих частот нелінійних коливань набагато більша від швидкості спадання першої (основної) частоти власних коливань. Крім цього показано, що критичні швидкості руху для вищих гармонік нестационарних процесів нелінійних коливань є меншими, ніж для основної. Останнє узгоджується з принципом одночастотності коливань нелінійних систем.

У цьому ж розділі розроблено методику дослідження нелінійних одночастотних коливань довгомірних рухомих елементів машин для більш загального вигляду крайових умов, а саме

$$[\alpha_1 u_x(x,t) + \beta_1 u(x,t)]|_{x=0} = 0, \quad [\alpha_2 u_x(x,t) + \beta_2 u(x,t)]|_{x=l} = 0, \quad (11)$$

де $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ – сталі. На рис. 6 – 9 приведено залежності частоти власних коливань від параметрів β_1 і β_2 , а також амплітуди у нерезонансному та в резонансному випадках при $f(u, u_x, u_t, \theta) = k_1 u_t (k_2 - k_3 u^2) + k_4 u_{xx} (u_x)^2 + H \cos \omega t$.

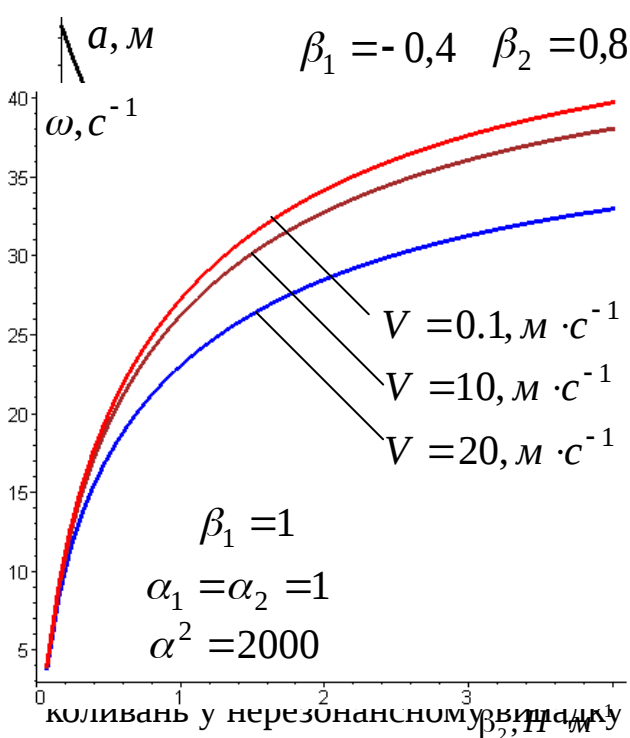


Рис. 6. Залежності власних частот від параметру

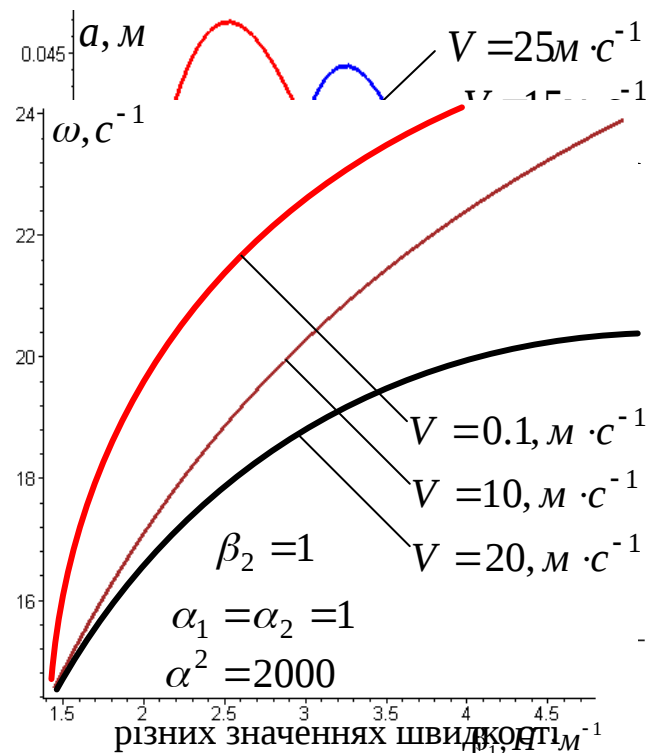


Рис. 7. Залежності власних частот від параметру

Представлені графічні залежності показують: а) із зростанням постійної складової швидкості руху довгомірного елемента частота власних коливань спадає (рис. 6, 7); б) у нерезонансному випадку встановлюється стійкий динамічний процес

з амплітудою, котра не залежить від початкових умов (рис. 8); в) резонансне значення амплітуди суттєво залежить від постійної складової швидкості руху (рис. 9), так зростання швидкості руху від 1 м/с до 15 м/с спричиняє зростання резонансної амплітуди на 10%, а зростання швидкості руху до 25 м/с спричиняє зростання резонансної амплітуди майже на 18 %.

У п'ятому розділі роботи, для підтвердження достовірності основних теоретичних результатів, які стосуються розроблених методів дослідження нелінійних коливань довгомірних рухомих елементів машин, проведено низку експериментальних досліджень. Їх метою було а) на діючому верстаті для перемотування дроту на ДП "Аргентум" провести порівняльний аналіз отриманих теоретичних результатів досліджень поперечних коливань дроту під час його перемотування з результатами вимірювань проведених на приладі МТ-565; б) для конкретних матеріалів дроту визначити найефективніші режими перемотування за сталої сили натягу.

На рис. 10 наведені часові залежності амплітуди коливань дроту з латуні і вольфраму за різних швидкостей перемотування в умовах переходу через головний резонанс з урахуванням додаткового натягу, зумовленого його видовженням та крайових умов вигляду

$$u(x,t)|_{x=0} = H \sin \mu t, \quad u(x,t)|_{x=l} = 0, \quad (12)$$

де H, μ – амплітуда і частота коливань підтримуючого ролика.

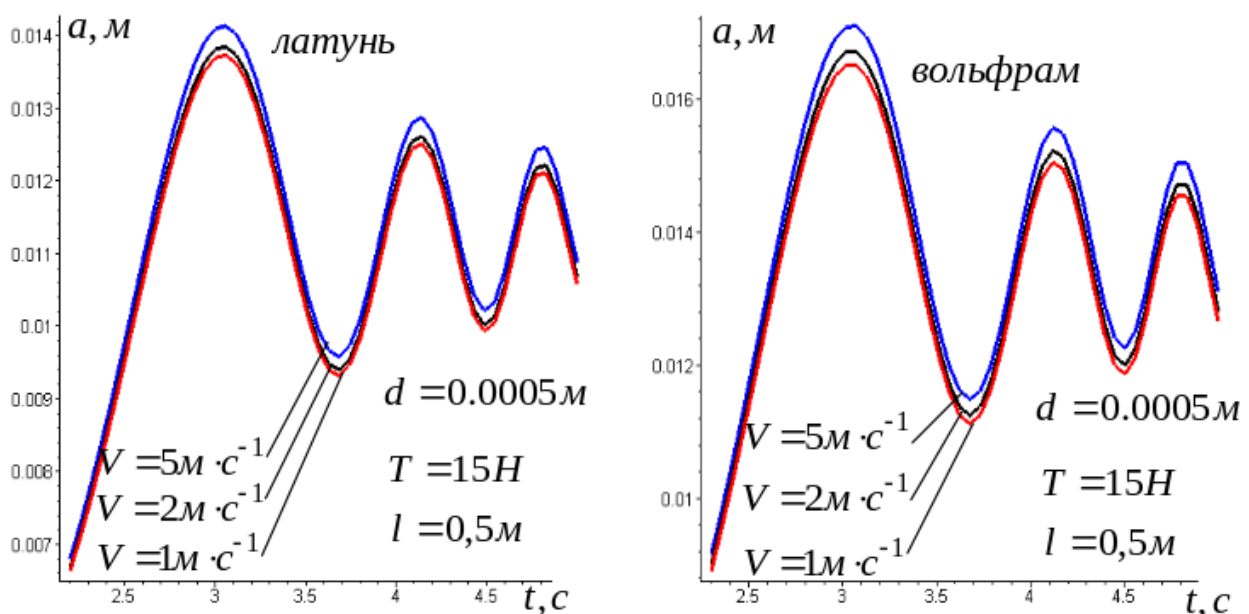


Рис.10. Часові залежності амплітуди коливань дроту при переході через резонанс

У табл. 1 наведені теоретичні та експериментальні значення резонансної амплітуди і частоти коливань дроту.

Мідь				
	Середнє експериментальне значення		Теоретичне значення	
	$a, м$	$\omega, с^{-1}$	$a, м$	$\omega, с^{-1}$
$V = 1м \cdot с^{-1}$	$0,032 \pm 0,002$	$29,5 \pm 0,13$	0,03228	29,3
$V = 5м \cdot с^{-1}$	$0,035 \pm 0,002$	$29 \pm 0,1$	0,03326	29,3
Латунь				
$V = 1м \cdot с^{-1}$	$0,028 \pm 0,0024$	$29,2 \pm 0,13$	0,02754	29,8
$V = 5м \cdot с^{-1}$	$0,032 \pm 0,002$	$28,8 \pm 0,14$	0,02836	29,8
Вольфрам				
$V = 1м \cdot с^{-1}$	$0,0325 \pm 0,002$	$19,7 \pm 0,18$	0,03296	20,11
$V = 5м \cdot с^{-1}$	$0,036 \pm 0,002$	$18,9 \pm 0,14$	0,03410	20,15

Підтвердження теоретичних розрахунків показує правильність та достатню для інженерної практики точність розробленої методики.

Отримані розрахункові залежності, які враховують фізико-механічні характеристики (густина та модуль пружності) матеріалу дроту, геометричні параметри (діаметр, відстань між осями підтримуючих роликів), спосіб закріплення, дають можливість для певних груп матеріалів визначити найбільш ефективну швидкість перемотування дроту з огляду на те, щоб технологічний процес був найпродуктивнішим.

ВИСНОВКИ

Як показує аналіз публікацій з теорії нелінійних коливань механічних систем з розподіленими параметрами, аналітичні методи дослідження динаміки пружних систем, рух яких характеризується постійною складовою швидкості, розроблені недостатньо. В наявних публікаціях з даної тематики для спрощення задач авторами заздалегідь накладаються різного роду обмеження щодо швидкості руху, крайових умов тощо. Це призводить до похибок визначення АЧХ, у багатьох випадках не дає можливості передбачити резонансні явища та забезпечити надійну роботу обладнання. Розроблення ефективних методів розрахунку нелінійних коливань довгомірних рухомих елементів машин становить не лише актуальну, а й достатньо складну наукову задачу.

1. Для важливих класів нелінійних динамічних систем, рух яких характеризується постійною складовою швидкості, розроблені аналітичні методи дослідження коливальних процесів, в основу яких покладено запропоноване автором представлення процесу у вигляді накладання прямої і відбитої хвиль, що мають різні довжини і однакові частоти. Це дало можливість з урахуванням крайових умов вперше побудувати дисперсійні співвідношення для рухомих систем, визначити основні параметри хвиль, проаналізувати вплив фізико-механічних і кінематичних характеристик на динамічні явища.

2. Шляхом узагальнення асимптотичних методів КБМ та Ван-дер-Поля побудовані асимптотичні наближення для нових класів динамічних систем. Отримані аналітичні залежності, які визначають вплив параметрів систем на закони зміни АЧХ для автономних і неавтономних коливань. Розглянуто резонансний і нерезонансний випадки.

3. Для конкретних фізичних моделей довгомірних рухомих елементів машин отримано аналітичні та графічні залежності амплітуди і частоти коливання від швидкості руху, натягу, довжини, густини і інших параметрів. Вперше встановлено, що:

а) із зростанням постійної складової швидкості руху довгомірних елементів машин явище резонансу проявляється на меншій частоті вимушуючої сили. Так, якщо швидкість руху системи $V = 18 \text{ м/с}$ і $600 \leq \alpha^2 \leq 1000$, то резонансне значення частоти є меншим на 20 - 30% порівняно з випадком, коли $V = 0$;

б) резонансне значення амплітуди із зростанням постійної складової швидкості руху до деякого значення V^* зростає, а потім спадає;

в) резонансне значення амплітуди для $V = V^*$ є більшим ніж резонансне значення амплітуди для $V = 0$ на 30 - 40%;

г) критичне значення постійної складової швидкості руху, при якій відбувається зрив коливань, більшою мірою залежить від амплітуд вищих гармонік.

4. Достовірність побудованих методів та отриманих розрахункових формул і правомірність їх використання в інженерній практиці підтверджується граничним переходом $V \rightarrow 0$, із якого випливають відомі з літератури залежності, що стосуються динамічних процесів у системах з розподіленими параметрами, але одержані без врахування постійної складової швидкості руху.

5. На діючому перемотувальному верстаті проведена експериментальна перевірка теоретичних результатів дисертаційної роботи. Незначна розбіжність результатів теоретичних і експериментальних досліджень динамічних процесів ілюструє високу адекватність математичних моделей реальним фізичним явищам. Відхилення розрахункових значень амплітуд поперечних коливань рухомих віток дроту від експериментальних у резонансному випадку не перевищує 1 - 11%; відхилення розрахункових значень резонансної частоти від відповідних експериментальних значень становить 6 - 13%.

6. Спираючись на результати теоретичних розрахунків запропоновано практичні рекомендації спрямовані на удосконалення роботи устаткування для перемотування дроту, що покращило технологічний процес перемотування, підвищило продуктивність верстата у 1,6 разів.

7. Розроблені методи розрахунку динамічних процесів у довгомірних рухомих елементах машин можна використовувати для дослідження динамічних систем інших класів, математичними моделями руху яких є розглянуті у роботі моделі, зокрема, процеси у сипких середовищах при їх вібротранспортуванні, вібросепарації тощо.

ПЕРЕЛІК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Боженко М. В. Вплив імпульсних сил на динамічні процеси нелінійних систем / М. Боженко, М. Сокіл // 6-й Міжнар. симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Тези доповідей [КІНПАТРІ ЛТД], (Львів, 21-23 травня 2003 р.). – 2003. – С. 32.
2. Мартинців М. П. Хвильові процеси в однорідних нелінійно-пружних системах і методи їх дослідження / М. П. Мартинців, Б. І. Сокіл, М. Б. Сокіл // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість. – Львів: УДЛТУ, 2003. – Вип. 28. – С. 81–89.
3. Мартинців М. П. Одне узагальнення методу Д’Аламбера для систем, які характеризуються поздовжнім рухом / М. П. Мартинців, М. Б. Сокіл // Збірник науково-технічних праць УДЛТУ. – Львів. – 2003. – Вип. 13.4. – С. 64–67.
4. Сокіл Б. І. Динамічні процеси в рухомих нелінійно пружних системах і методи їх дослідження / Сокіл Б. І., Кузьо І. В., Боженко М. В., Сокіл М. Б. // Вібрації в техніці і технологіях. – 2004. – № 3(35). – С. 118–125.
5. Сокіл М. Б. Вимушені коливання рухомих середовищ / М. Б. Сокіл // Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Львів. – 2006. – № 556. – С. 64–68.
6. Сокіл М. Б. Нелінійні моделі рухомих середовищ і аналітичні методи в дослідженні їх коливних процесів / М. Б. Сокіл // Вісник Хмельницького національного університету. – 2006. – № 3. – С. 62–65.
7. Харченко Є. В. Вплив способу закріплення на коливання одного класу рухомих одновимірних систем / Є. В. Харченко, М. Б. Сокіл // Збірник науково-технічних праць НЛТУУ. – Львів. – 2006. – Вип. 16.7. – С. 80–83.
8. Харченко Є. В. Застосування асимптотичних методів для дослідження коливань одновимірних систем, які характеризуються поздовжнім рухом / Харченко Є. В., Сокіл М. Б. // Одинадцята Міжнар. наук. конф ім. ак. М. Кравчука: матеріали конф. [“Задруга”], – (Київ, 18-20 тр. 2006 р.) / М-во освіти і науки України – К.: НТУУ “КПІ”, 2006. – С. 283.
9. Харченко Є. В. Коливання рухомих нелінійно пружних середовищ і асимптотичний метод у їх дослідженні / Є. В. Харченко, М. Б. Сокіл // Збірник науково-технічних праць НЛТУУ. – Львів. – 2006. – Вип. 16.1. – С. 134–138.
10. Кузьо І. В. Динамічні процеси у середовищах, які характеризуються поздовжнім рухом, та вплив крайових умов на амплітуду і частоту їх коливань / Кузьо І. В., Харченко Є. В., Сокіл М. Б. // Вібрації в техніці і технологіях. – 2007. – № 3(48). – С. 53–56.
11. Сокіл М. Асимптотичні методи у побудові розв’язків неавтономних крайових задач, які описують коливні процеси рухомих одновимірних систем // Матеріали XI

наук. конф. Тернопільського держ. техн. ун-ту ім. І. Пулюя. – (Тернопіль, 16-17 тр. 2007 р.) / М-во освіти і науки України – Тернопіль. – 2007. – С. 12.

12. Харченко Є. В. Багаточастотні коливання одновимірних нелінійно пружних рухомих середовищ та методика побудови асимптотичних наближень крайових задач, що їх описують / Є. Харченко, М. Сокіл // *Машинознавство*. – 2007. – № 1. – С. 19–25.

13. Харченко Є. В. Вплив періодичного збурення на багаточастотні коливання одновимірних нелінійно пружних середовищ, які характеризуються поздовжнім рухом / Є. В. Харченко, М. Б. Сокіл // *Динаміка, міцність та проектування машин і приладів*.- Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Львів. – 2007. – № 588. – С. 81–89.

14. Харченко Є. В. Нелінійні процеси у середовищах, які характеризуються поздовжнім рухом і вплив способу закріплення на їх коливання / Є. В. Харченко, М. Б. Сокіл // *Автоматизація виробничих процесів в машинобудуванні і приладобудуванні*.- Львів. – 2007. – № 41. – С. 156–159.

15. Сокіл М. Б. Эффективность реализации научного, ресурсного потенциала в современных условиях: материалы VIII Ежегодной междунар. Промышленной конф. [Украинский информационный центр “Наука. Техника. Технология”], (п. Славское, Карпаты, 11-15 фев. 2008 г.), К. – 2008. – С. 208–210.

16. Харченко Є. В. Побудова одночастотних асимптотичних наближень для гіперболічних рівнянь із мішаною похідною / Харченко Є. В., Сокіл М. Б. // *Дванадцята Міжнар. наук. конф ім. ак. М. Кравчука: матеріали конф. [“Задруга”]*, – (Київ, 15-17 тр. 2008 р.) / М-во освіти і науки України. – К.: НТУУ “КПІ”. – 2008. – С. 414.

АНОТАЦІЯ

Сокіл М. Б. Узагальнення методів розрахунку нелінійних коливань довгомірних рухомих елементів машин. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.02.09 – динаміка та міцність машин. – Національний університет “Львівська політехніка” – Львів, 2008.

Дисертаційна робота присвячена розробленню методів аналітичного дослідження нелінійних коливань довгомірних рухомих елементів машин. Вони базуються на: а) ідеї описання процесу лінійної моделі системи у вигляді накладання хвиль різних довжин, але однакових частот; б) принципі одночастотності коливань у нелінійних системах з багатьма ступенями вільності і системах з розподіленими параметрами; в) узагальненні, на основі вказаного вище, асимптотичного методу КБМ чи Ван-дер-Поля та поширенні на нові класи динамічних систем. В сукупності це дозволило отримати систему рівнянь, які

визначають закони зміни основних параметрів нелінійних коливань довгомірних рухомих елементів машин як для резонансного, так і для нерезонансного випадків. На конкретних прикладах показано, що резонансне значення амплітуди коливань за певних швидкостей постійної складової руху є на 30-40% більшою, ніж для випадку, коли остання рівна нулеві.

Розроблені методи без особливих труднощів можуть бути використані у дослідженнях динамічних процесів в системах інших типів, наприклад, сипких середовищах під час збагачення, вібротранспортування, сепарації.

Ключові слова: довгомірні рухомі елементи машин, нелінійні коливання, асимптотичні розв'язки амплітудно-частотні характеристики, дисперсійні співвідношення.

АННОТАЦІЯ

Сокил М. Б. Обобщение методов расчета нелинейных колебаний долгомерных движущихся элементов машин. – Рукопись.

Диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук по специальности 05.02.09 – динамика и прочность машин.– Национальный университет “Львовская политехника”– Львов, 2008.

Диссертационная работа посвящена развитию методов аналитического исследования нелинейных колебаний долгомерных подвижных элементов машин. Они основаны на: а) идеи описания процесса в случае линейной модели в виде наложения волн разных длин, но одинаковых частот; б) принципе одночастотности колебаний нелинейных систем со многими степенями свободы и систем с распределенными параметрами; в) обобщении, на основании указанного выше, асимптотического метода КБМ или Ван-дер-Поля на новые классы динамических систем. Указанное в совокупности позволило получить систему уравнений, которые определяют законы изменения основных параметров колебаний подвижных долгомерных элементов машин как для резонансного, так и нерезонансных случаев. На конкретных примерах показано, что резонансное значение амплитуды колебаний при определенной постоянной составляющей скорости движения может быть на 30 - 40% больше, чем в случае, когда последняя равна нулю.

Разработанные методы без особых трудностей могут быть использованы и при исследовании динамических процессов систем других классов, например, сыпучих сред при их обогащении, вибротранспортировании, сепарации.

Ключевые слова: долгомерные подвижные элементы машин, нелинейные колебания, асимптотические решения, амплитудно-частотные характеристики, дисперсионные соотношения.

SUMMARY

Sokil M. B. Generalization of calculation methods of nonlinear vibrations of longmeasuring mobile machines elements. – Manuscript.

Thesis for Candidate of Technical Sciences Degree by specialty 05.02.09 – Dynamics and Strength of Machines. – Lviv Polytechnic National University , Lviv, 2008.

The thesis is dedicated to the problems of analytical research of nonlinear vibrations of elastic flexible environments which are characterized by the longitudinal rate of movement. They are based on : a) the ideas of process description in the linear model of environment as imposition of waves with different lengths and identical frequencies; b) principle of onefrequency vibrations in the nonlinear systems with many degrees of liberty and distributed parameters; c) generalization, with asymptotic method of KBM or Van-der-Pol on the new classes of the dynamic systems. That allowed to construct the system of equalizations, which determines the change rules of basic parameters of vibrations of the flexible environments which are characterized by the longitudinal motion both for resonance and cases of unresonance.

The modern state of research for the problem of nonlinear vibrations is exposed in the first chapter. The analysis of scientific labours, which touch researches of nonlinear vibrations of the one dimension systems with the distributed parameters characterized by the longitudinal speed of motion, testifies an absence of general analytical methods of their research. From the results of the conducted analysis it is set on the necessity of development such analytical research method of the examined systems class, which would give calculation dependences for the estimation of influence on amplitude and vibration frequency of motion speed, wide spectrum of nonlinear and periodic forces, regional terms.

Differential equalization of transversal vibration of flexible one dimension environments which are characterized by longitudinal speed of motion is presented in the second chapter. We described dependences which show that with growth of longitudinal speed of motion of environment frequency of his own vibrations falls and blowing off vibrations passes at speed of motion. It is important to mark that results, which touch the hesitating processes of environments which are not characterized by longitudinal speed of motion, turn out in the maximum case of presentation.

The methods of research on nonlinear onefrequency vibrations of one dimension resilient environments with the distributed parameters, which are characterized by longitudinal speed of motion are developed in the third chapter.

In the fourth chapter the research method of transitional processes flexible environments is developed on the basis of construction of multifrequency decisions of differential equalization. It is shown that stalling speeds of environments motion for the higher accordions of transitional processes of nonlinear vibrations are less than. In the basic case this totally conforms to the principle of onefrequency vibrations of the nonlinear systems.

Calculation dependencies which take into account physical-mechanic descriptions (closeness and module of resiliency) of material of the wire, geometrical parameters (diameter), the pull force, are in the fifth chapter. The parameters of equipment (distances between the points of support, method of fixing) enable for the certain groups of materials to define the most effective speed of rewinding of wire so that a technological process is most productive (the most high-quality winding of wire is on a spool at the least number of its breaks).

This methodology can be used for research of dynamic processes in the resilient systems (longitudinal vibrations of mobile beams, turning vibrations of billows which are

revolved), friable environments (at their vibrotransporting, separation) the mathematical models of processes of which is equalization similar to considered.

Key words: longmeasuring mobile machines elements, nonlinear vibrations, asymptotic decision, frequency description, correlations of dispersions.