

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Кваліфікаційна наукова
праця на правах
рукопису

ХИМКО ОЛЬГА МИРОСЛАВІВНА

УДК 681.518

ДИСЕРТАЦІЯ
МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ, МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ
ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦІЇ УПРАВЛІННЯ ГАЗОТРОНСПОРТНИМИ
СИСТЕМАМИ

05.13.07 «Автоматизація процесів керування»
технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело



О.М. Химко

Науковий консультант

Чекурін Василь Феодосійович
доктор фізико-математичних наук, професор

Ідентичність усіх примірників дисертації
ЗАСВІДЧУЮ:

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради



Вашкурак Ю.З.

Львів – 2021

АНОТАЦІЯ

Химко О. М. Математичні моделі, методи та алгоритми для автоматизації управління газотранспортними системами». Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.13.07 «Автоматизація процесів керування». – Національний університет «Львівська політехніка», Львів, 2021.

Дисертаційна робота спрямована на розроблення методологічних основ, для автоматизації управління газотранспортними системами з використанням методів математичного моделювання та комп'ютеризації.

Газотранспортні системи (ГТС) являють собою великомасштабні інженерні об'єкти тривалого використання. В процесі експлуатації надійність технологічних об'єктів ГТС неминуче знижується. Порушення цілісності технологічних об'єктів можуть спричиняти ситуації, загрозливі для людей і довкілля, матеріальних і фінансових ресурсів.

За таких умов ефективна й безпечна експлуатація ГТС можлива лише за застосування автоматизації і комп'ютеризації усіх процесів, які визначають її функціонування. Для підвищення керованості ГТС і ефективності її експлуатації необхідно автоматизувати інформаційні та бізнес процеси на стратегічному й оперативному рівнях. Неперервний контроль цілісності технологічних об'єктів магістральних газопроводів дозволить знизити ймовірність неконтрольованої розгерметизації.

Сучасний стан автоматизації управління ГТС України сформувався внаслідок розрізненої модернізації окремих об'єктів газотранспортної інфраструктури, технологічних процесів та напрямків управління. Одним із наслідків цього є відсутність автоматизованого обміну даними на вертикалі «керування технологічними процесами – стратегічне управління».

Метою роботи є розроблення математичних моделей методів і алгоритмів для розв'язування задач керування стаціонарними та перехідними режимами течії газу в магістральних газопроводах (МГ), виявлення та ідентифікації витоків, а також опрацювання концепції та методологічних основ автоматизації ГТС і визначення

структури і функцій програмно-технічних комплексів автоматизації управління.

Для досягнення цієї мети в дисертації вирішено низку завдань і отримані нові наукові результати.

Проведено аналіз об'єкта автоматизації. ГТС розглядається як логістична система, що поєднує інженерний комплекс, організаційну структуру, виробничий та інтелектуальний потенціали, матеріальні й фінансові ресурси. Її функціонування визначають інформаційні, фізичні, технологічні та бізнес процеси. Управління ГТС має на меті: гарантоване доставляння газу з входів системи на її виходи в заданих об'ємах і в означені терміни, забезпечення заданого рівня екологічної безпеки, підтримання системи у технічному стані, який забезпечує її надійне і безпечне функціонування, отримання максимального прибутку від її роботи.

Розроблені математичні моделі для опису структури ГТС, які враховують зміни її конфігурації в процесі експлуатації і розмірну гетерогенність. Розглядається дві категорії об'єктів – лінійні та вузлові елементи. Лінійним елементам відповідають технологічні об'єкти, довжина яких значно перевищує їхній діаметр (довгі трубопроводи). Течію газу в них описують рівняння з частинними похідними, залежні від просторової координати і часу. Вузловим елементам відповідають об'єкти невеликої протяжності. Течію газу в них описують звичайні диференціальні рівняння, залежні від часу. Розглядається модель структури – квазістатичний об'єкт, що змінюється на великих часових проміжках, і модель конфігурації – змінний в часі об'єкт, який обчислюють з моделі структури. Це дозволило враховувати структуру ГТС з детальністю, необхідною для розв'язування кожної конкретної задачі, що виникає в процесі управління.

Виходячи із рівнянь динаміки розроблені нелінійні математичні моделі течії газу в лінійних та вузлових елементах МГ із врахуванням їхньої негерметичності і на цій основі сформульовані крайові задачі, які моделюють технологічні процеси керування режимами роботи ГТС, виявлення витоків і контролю цілісності МГ. Використовуючи відомі обчислювальні методи, розроблені методи розв'язування сформульованих задач та швидкі алгоритми для їхньої реалізації.

Розроблено математичну модель поширення малих збурень параметрів потоку

газу в трубопроводі, яка описує хвильові процеси, спричинені нестабільністю роботи компресорів, локальною розгерметизацією, флуктуаціями тиску, густини і температури. Проведеними кількісними дослідженнями виявлено істотну залежність параметрів хвильових процесів від режиму течії, за якого виникає збурення, а також місця виникнення флуктуації вздовж трубопроводу.

Розроблені моделі керування перехідними процесами, з використанням яких будь-який процес переходу із одного стаціонарного режиму в інший визначається скінченним набором параметрів. Проведені кількісні дослідження перехідних процесів течії газу в секції МГ за різних моделей керування. Введені інтегральні параметри, які визначають ефективність транспортування газу під час перехідного режиму за різними критеріями. Отримані кількісні оцінки ефективності транспортування газу МГ під час перехідного режиму, залежно від застосованих моделей керування перехідним процесом.

Розроблені математичні моделі локального витоків із МГ, які визначають інтенсивність витікання газу через малий отвір у стінці труби залежно від тиску і температури газу в трубі в околі місця розгерметизації. З використанням розроблених обчислювальних методів проведені кількісні дослідження параметрів перехідних процесів течії газу, які виникають в МГ під час його локальної розгерметизації та кількісно досліджені параметри течії, які можна використати для виявлення та ідентифікації витоків. На цій основі розроблені математичні методи виявлення та ідентифікації витоків із МГ за даними вимірювання параметрів течії газу в контрольних точках і, з використанням методу обчислювального експерименту, досліджено їхню точність.

Запропонована концепція автоматизації управління ГТС України, яка базується на теорії MES систем та моделі PERA відповідно до вимог міжнародного стандарту ANSI/ISA-95. Визначені функції та розроблена структура програмної системи для автоматизації управління ГТС, а також системи моніторингу цілісності МГ у її складі та запропонований підхід до її поетапного впровадження зі збереженням існуючих засобів, які відповідають сучасним вимогам.

Практична цінність отриманих результатів визначається можливістю їх застосування для створення програмних комплексів для автоматизації управління ГТС.

Зокрема, розроблену дворівневу модель структури ГТС можна використати для оперативного керування активною конфігурацією ГТС в процесі її експлуатації, щоб неперервно підтримувати відповідність між плановими обсягами транспортованого газу та задіяними даний момент часу потужностями ГТС. Це дозволить знизити затрати паливного газу, мінімізувати експлуатаційні навантаження на технологічне обладнання і негативний вплив на довкілля.

Введені інтегральні параметри течії газу дозволяють проводити кількісне оцінювання ефективності перехідного процесу за енергетичними та часовими параметрами. Розроблені швидкі алгоритми розв'язування крайових задач можна використати для керування перехідними режимами роботи МГ з метою досягнення заданої тривалості процесу чи заданих енергетичних показників.

Запропоновані математичні моделі локального витоку і динаміки газу в МГ з витокком, а також розроблені швидкі алгоритми розв'язування крайових задач утворюють теоретичну і математичну базу для виявлення й ідентифікації параметрів витоків МГ з використанням підходу, що базується на моделюванні процесів перенесення маси, імпульсу та енергії в реальному часі та даних вимірювання параметрів потоків в контрольних точках вздовж трубопроводу.

Впровадження системи автоматизації управління ГТС, що базується на теорії MES систем, моделі PERA та міжнародному стандарті ANSI/ISA-95, структура і функції якої запропоновані в роботі, дозволить зберегти існуючі засоби автоматизації, що відповідають сучасним вимогам, і забезпечити автоматизований обмін інформацією на вертикалі «стратегічне управління – керування технологічними процесами», а також у межах кожного рівня управління. Це створить передумови для переходу від функціональної до процесної моделі управління.

Розроблені у роботі підходи, математичні моделі, методи та алгоритми передані філії «НДІ транспорту газу» ПАТ «УКРТРАНСГАЗ» і застосовані у складі програмного комплексу, створеного у Відділі розробки систем оптимального

планування і прогнозування режимів роботи ГТС, який використовується в диспетчерському управлінні. Під час експлуатації комплексу проведено тестування переданих результатів на об'єктах ГТС України, що підтвердило їхню ефективність.

Ключові слова: процеси управління, функції управління, автоматизація управління, математичні моделі, обчислювальні методи, газопроводи, течія, стаціонарні і перехідні режими течії, керування течією газу, модель PERA, MES-системи.

ABSTRACT

Khymko O. M. Mathematical models, methods, and algorithms for automation of management by gas transmission systems. The manuscript of qualifying research work.

The thesis presented for Doctor of Science Degree in Technical Sciences (specialty 05.13.07 – Automation of control processes). L'viv Polytechnic National University, L'viv, 2021.

The thesis is aimed at developing methodological bases for automating the management by gas transmission systems using the methods of mathematical modeling and computerization.

Gas transmission systems (GTS) are large-scale long-term engineering facilities. During operation, the reliability of GTS inevitably decreases. Violations of the integrity of technological facilities can lead to situations threaten people and the environment, material and financial resources.

Under such conditions, efficient and safe operation of the GTS is possible only with the use of automation and computerization of all processes that determine its operation. To increase the controllability of the GTS and the efficiency of its operation, it is necessary to automate information and business processes at the strategic and operational levels. Continuous control of the integrity of the technological facilities of the gas main (GM) will reduce the likelihood of uncontrolled depressurization.

The current state of automation of GTS of Ukraine was formed as a result of separate modernization of individual objects, gas transport infrastructure, technological processes and areas of management. One of the consequences of this is the lack of automated vertical

data exchange.

The aims of the work are: to develop mathematical models, methods, and algorithms for solving the problems of the control by stationary and transient modes of gas flow, as well as leaks detection and identification in GM; to elaborate the concept and methodological bases for GTS automation and determine the structure and functions of the software-hardware system for GTS management automation.

To achieve this aims a number of problems were solved in the thesis and new scientific results obtained.

The analysis of the object of automation is carried out. The GTS is considered as a logistics system that combines the engineering complex, organizational structure, production and intellectual potential, material and financial resources. Its functioning is determined by information, physical, technological and business processes. The GTS management aims at: guaranteed delivery of gas from its inputs to outputs with the maintenance of ecological safety, maintenance of the system in a technical condition which provides its reliable and safe functioning, obtaining the maximum profit.

A mathematical model for describing the structure of the GTS, taking into account changes in its configuration during operation and dimensional heterogeneity has been developed. Two categories of objects - linear and nodal elements are considered in the model. The linear elements correspond to technological objects, the length of which significantly exceeds their diameter (long pipelines). The flow of gas in them is described by equations with partial derivatives, depending on the spatial coordinate and time. The nodal elements correspond to objects of short length. The flow of gas in them is described by ordinary differential equations depending on time. Two levels of the model are considered - a model of the structure and a configuration model. The first-level model (the model of the structure) is a quasi-static object that changes over long time intervals. It includes all objects which are presented in GTS specification. The configuration model is a problem-oriented mathematical object calculating from the structure model for each specific task. This allows taking into account the structure of the GTS with the details needed for specific problems that arise in the management.

Based on the equations of dynamics, nonlinear mathematical models for gas flow in

linear and nodal MG elements taking into account their leaks have been developed. On this basis, the boundary value problems, which model the control processes of GM operation modes, leak detection, and integrity monitoring, have been formulated. With the use of finite difference approximation, and iterative approach, the methods for solving the formulated problems and fast algorithms for their implementation have been developed.

A mathematical model for propagation of small pressure perturbations in the pipeline, which describes wave processes in GM caused by instability of compressors operation, local depressurization, and fluctuations of gas pressure, density, and temperature has been developed. Quantitative studies have revealed a significant dependence of the parameters of the wave processes on the flow regime in which the disturbance occurs, as well as the place of the disturbance occurrence.

Mathematical models for control by transient processes of gas flow in GM, using of which any transition from a stationary mode to another one is determined by a finite set of parameters have been developed. Quantitative studies of transient gas flow in the GM section under different control models have been carried out. Integral parameters, which determine the efficiency of gas transportation in a transition mode according to various criteria, have been introduced. Quantitative estimates of the efficiency of gas transportation in transient regimes, depending on the applied control model have been obtained.

Mathematical models, which determine the intensity of gas leakage through a small hole in the pipe wall depending on the pressure and temperature of the gas in the pipe near the depressurization site, have been developed. Using the developed computational methods, the parameters of gas flow transients that occur in the GM during its local depressurization have been studied, and the flow parameters that can be used to detect leaks have been evaluated. On this basis, mathematical methods for detecting and identifying leaks from GM, based on the measurement of gas flow parameters at several control points along GM route, have been developed, and their accuracy has been investigated with the use of the method of computational experiment.

The concept for automation of Ukrainian GTS management, which is based on the theory of MES systems and PERA model, according to requirements of the international standard ANSI / ISA-95 has been developed. The structure and function of the software system for automation of GTS management, as well as of its subsystem for monitoring the integrity of GM have been defined, and the approach to its gradual implementation with

preservation of existing hardware and software means, which meet modern requirements, has been offered.

The practical value of the obtained results is determined by the possibility of their application for the creation of software packages for automation of GTS management.

In particular, the developed two-level model of the GTS structure can be used for operational controlling the active configuration of the GTS to continuously maintain compliance between the planned volumes of transported gas and the currently used GTS capacity. This will reduce the fuel gas costs, minimize the operating loads on the process equipment and negative impact on the environment.

The introduced integral parameters of gas flow allow performing quantitative evaluation of the efficiency of the transition process in terms of energy and time parameters. Using the developed fast algorithms for solving boundary value problems, they can be used to control the transient modes of operation of the GM in order to achieve a given process duration or specified energy performance.

The proposed mathematical models for local leakage and for gas dynamics in GM with leakage, as well as the developed fast algorithms for solving boundary value problems form the theoretical basis and mathematical tools for the methods of detection and identification of leakage in MG using the approach based on numerical modeling mass, momentum and energy transfer and flow parameters data measured at control points along the pipeline route.

The introduction of the system for automation of the GTS management, which is based on the theory of MES systems, PERA model and the international standard ANSI / ISA-95, the structure and functions of which are proposed in the work, will preserve existing automation tools that meet modern requirements and provide automated information exchange between ERP and PAS levels. This will create the preconditions for the transition from a functional to a process management model.

Keywords: management processes, management functions, automation of management, mathematical models, computational methods, gas pipelines, gas flow, stationary and transient flow modes, gas flow control, PERA model, MES-systems.

Список публікацій здобувача

Колективні монографії

1. Chekurin V., Kushnir R., Ponomarev Yu., Prytula M., Khymko O. A Model of a System for Gas Transmission Pipeline Integrity Monitoring. In the book: Degradation Assessment and Failure Prevention of Pipeline Systems (Eds. Bolzon G., Gabetta G. and Nykyforchyn H.) (Series: Lecture Notes in Civil Engineering, Volume 102). Springer 2021. Pp.99-114. (*Scopus, закордонне видання*).
2. Chekurin V., Khymko O. Graph Theoretic Model For Structure Of A Gas Transmission System. - In book “Nauka i technika u progu III tysaclecia. Pod red. Aleksandry Mreły I Piotra Wikoszewskiego. Bydgoszcz: Wydawnictwo Kujawsko-Pomorskiej Szkoły Wyższej w Bydgoszczy. Bydgoszcz, 2014. 158s. Pp. 18-28. (*Закордонне видання*).

Статті, що опубліковані у наукових фахових виданнях України

3. Chekurin V., Khymko O. Mathematical modeling of a small pressure disturbance in gas flow of a long pipeline Mathematical Modeling and Computing. 2017. Vol. 4, No. 2, pp. 126–138. (*Scopus*).
4. Pyanylo Ya.1, Prytula N.2, Prytula M.2, Khymko O.1 On an invariant of a non-stationary model of pipelines gas flow. Mathematical modeling and computing. 2019.Vol. 6, No. 1, pp. 116–128. (*Scopus*).
5. Chekurin V. F., Khymko O. M. Numerical modeling transient processes in a long gas pipeline. Mathematical modeling and computing, Vol. 6, No. 2, pp. 220–238 (2019) (*Scopus*)
6. Чекурін В. Ф., Притула М. Г., Химко О. М. Структура та функції інтегрованого програмно-технічного комплексу для автоматизації управління газотранспортною системою. Автоматика, вимірювання та керування. 2013. № 774. С. 51-60.
7. Чекурін В., Притула М., Химко О. Математична модель структури газотранспортної системи. Комп’ютерні науки та інформаційні технології. 2013. № 771. С. 187-196.
8. Чекурін В.Ф., Притула М.Г., Химко О.М. Методологія MES і комп’ютеризація управління ГТС. Комп’ютерні системи та мережі. 2014. №806. С.275-283.
9. Пономарьов Ю.В., Притула М.Г., Химко О.М., Чекурін В.Ф. Автоматизація управління ГТС: стан та перспективи розвитку з використанням MES. Нафтогазова галузь України. 2015. №5. С. 40-45.

- 10.Притула М.Г., Химко О.М., Чекурін В.Ф. Методологія побудови комп'ютеризованих систем управління виробничими підприємствами з використанням MES. Нафтогазова галузь України.2015. №1. С. 31-36.
- 11.Чекурін В. Ф., Химко О. М. Задачі оптимального керування потоками газу в довгому трубопроводі. Механіко-технологічні системи та комплекси. 2015. № 21. С. 104-111.
- 12.Химко О., Гринів О., Притула Н., Притула М. Алгоритмічний метод діагностики витоків газу на ділянках магістральних газопроводів. Комп'ютерні науки та інформаційні технології. Львів, 2015. №826. С.404-412
- 13.Чекурін В.Ф., Химко О.М. Моделювання системи виявлення та ідентифікації витоків у магістральних газопроводах. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. 2018. **29** (68) Ч. 2, № 1. С. 52-57.
- 14.Чекурін В.Ф., Химко О.М. Моделювання функцій програмного комплексу для автоматизації управління газотранспортними системами. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. 2018. **29** (68) № 2. С. 192-197.
- 15.Chekurin V., Ponomaryov Yu., Prytula M., Khymko O. Development of an approach to automation of gas transmission system management. Technology Audit and Production Reserves. 2018.№ 5/1(43), p. 52 – 60.
- 16.Чекурін В.Ф., Химко О.Я. Математична модель для контролю цілісності лінійної частини магістрального газопроводу. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. 2019. 30 (69). № 1 (ч. 1). С. 158–164.
- 17.Чекурін В.Ф., Химко О.Я. Пономарьов Ю.В. Метод контролю цілісності лінійної частини магістрального газопроводу за даними моніторингу параметрів потоку. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. 2019. Том 30 (69) Ч. 1 № 2. С.234-240.
- 18.Чекурін В.Ф., Химко О.М. Перехідні процеси течії газу в трубопроводі, спричинені локальним витокком. Математичні методи та фізико-механічні поля. 2019. Т.62, №3. С.142-158. (*Фахове видання категорії А*).
- 19.Чекурін В.Ф., Пономарьов Ю.В., Притула М.Г., Химко О.М. Підхід до автоматизації управління газотранспортною системою України. Технічна діагностика та неруйнівний контроль. 2020. №4. С.23-31.
- 20.Н.Притула, І.Боярин, В.Ямнич, О.Гринів, О.Химко Ідентифікація параметрів моделі газотранспортної системи. Комп'ютерні науки та інформаційні технології. Львів, 2011. № 694. С. 270-276.

Стаття, опублікована в науковому періодичному виданні іншої держави

21. Chekurin V., Ponomaryov Yu, Khymko O. A mathematical model for evaluation the efficiency of gas-main pipeline in transient operational modes// Econtechmod. 2015, 4, No.3. P. 25-32. (*Index Copernicus, закордонне видання*).

Статті, що опубліковані в наукових нефахових виданнях України, які додатково відображають результати дисертації:

22. Чекурін В., Притула М., Химко О. Моделювання архітектури та функціональності програмно-технічного комплексу для автоматизації управління магістральними газопроводами. Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології, 2013. №18. С. 209-218.
23. Василь Чекурін, Ольга Химко. Математичні моделі для ідентифікації витоків в довгому газопроводі. Стаціонарний режим. Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології, 2017. С.157-162.
24. Чекурін В., Химко О. Чисельне дослідження перехідних процесів у довгому газопроводі, спричинених розгерметизацією. Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. 2017. Вип. 26. С. 100-111.

Матеріали конференцій

25. Chekurin V., Khymko O. Wave of pressure in gas pipeline: a telegraph-type model/Proceedings of XXIII International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2018). Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, 2018, 256 p. Pp.157-160. (*IEEE Explore, Scopus, закордонне видання*)
26. Chekurin V., Khymko O. A Mathematical Model for Propagation of Long Acoustic Waves in the Flow of a Gas Pipeline, Lviv, Ukraine// Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED – 2017), Dnipro, 2017, pp. 183-186.
27. Чекурін В.Ф., Притула М.Г., Пономарьов Ю.В., Химко О.М. Концепція MES і автоматизація управління ГТС. Нафтогазова енергетика 2015: матеріали IV міжнар. наук.-техн. конф. (м. Івано-Франківськ 21-24 квітня 2015 року). Івано-Франківськ, 2015. С.135-139.
28. Чекурін В.Ф., Химко О. М. Математичні моделі, методи та алгоритми виявлення та ідентифікації витоків у магістральних газопроводах. АВТОМАТИКА – 2017: матеріали XIV міжнар. конф. з автоматичного управління (м.Київ 13 – 15 вересня 2017). Київ, 2017. С.49-51.
29. Химко О., Чекурін В. Моделювання структури програмного комплексу для управління газотранспортними системами. Інформаційні технології та

- комп'ютерне моделювання: матеріали міжнар. наук.-практ. конф. (м. Івано-Франківськ 15-20 травня 2017 року). Івано-Франківськ, 2017. С.28 – 31.
30. Чекурін В., Химко О. Задачі динаміки газу в довгому трубопроводі за локальної розгерметизації. «Сучасні проблеми механіки та математики: матеріали міжнар. наук. конференції до 90-річчя від дня нар. акад. Я. С. Підстригача» (м. Львів 22 - 25 травня 2018 р): зб. наук. пр. у 3-х т. Львів, 2018. Т2. С.167.
31. Чекурін В.Ф., Химко О.М. Прямі і обернені задачі динаміки газу в довгому трубопроводі. Обчислювальні методи і системи перетворення інформації: зб. пр. V наук.-техн. конф., (м. Львів 4-5 жовтня 2018р.). Львів, 2018. Вп.5. С.81-83.
32. Василь Чекурін, Юрій Пономарьов, Ольга Химко. Математичне моделювання перехідних процесів у довгому газопроводі з локальним витокком. Інформаційні системи та технології. ІСТ-2019 : матеріали 8-ї міжнар. наук.-техн. конф. (м. Коблеве- м.Харків 9-14 вересня 2019), Харків, 2019. С.297-301.

Патенти

33. Клюк Б.О., Вечерік Р. Л., Рудко В.В., Гордієнко О.М., Гуменюк А.І., Микитин В.М., Петришак Г.В., Химко О.М. Пристрій для очищення внутрішньої поверхні трубопроводу малого діаметру. Патент України на корисну модель № 58710 від 26.04.2011р., бюл.№8, 2011.
34. Клюк Б.О., Вечерік Р.Л., Рудко В.В., Гордієнко О.М., Гуменюк А.І., Гордієнко В.О., Петришак Г.В., Химко О.М. Пристрій для промивки фільтрів на вибої свердловин ПСГ. Патент України на корисну модель № 58711 від 26.04.2011р., бюл.№8, 2011.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	22
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ГАЗОТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМ ЯК ОБ’ЄКТА АВТОМАТИЗАЦІЇ.....	33
1.1. Огляд літератури за темою дослідження.....	33
1.2. ГТС як логістична система.....	39
1.3. ГТС як фізична система.....	41
1.4. Структура управління ГТС.....	45
1.5. Аналіз стану автоматизації ГТС України.....	48
1.5.1. Стан комп’ютеризації.....	48
1.5.2. Рівень стратегічного управління.....	49
1.5.3. Оперативне управління.....	49
1.5.4. Рівень керування технологічними процесами.....	51
1.6. Висновки.....	53
РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ КЕРУВАННЯ ПОТОКАМИ В МАГІСТРАЛЬНИХ ГАЗОПРОВОДАХ.....	55
2.1. Математичні моделі структури ГТС.....	55
2.1.1. Категорії та типи технологічних об’єктів ГТС.....	55
2.1.2. Моделі структури та конфігурації.....	58
2.1.3. Графи структури та конфігурації.....	61
2.2. Математичні моделі динаміки газу у довгому трубопроводі.....	62
2.2.1. Рівняння перенесення маси, імпульсу та енергії.....	62
2.2.1.1. Контрольний об’єм і рівняння матеріального балансу.....	62
2.2.1.2. Рівняння балансу маси.....	64
2.2.1.3. Рівняння руху газу.....	64
2.2.1.4. Рівняння балансу енергії.....	66
2.2.2. Рівняння стану газу.....	68
2.2.2.1. Рівняння Гіббса.....	68
2.2.2.2. Термічне рівняння стану.....	69

2.2.2.3. Калоричне рівняння стану	71
2.2.3. Ключові рівняння	72
2.2.4. Ізотермічне наближення	76
2.2.5. Стаціонарний режим	77
2.3. Математичні моделі динаміки газу у вузлових елементах	79
2.3.1. З'єднання труб різних діаметрів	79
2.3.1.1. Рівняння балансу маси	81
2.3.1.2. Рівняння балансу імпульсу	83
2.3.2. З'єднання труб одного діаметра	86
2.3.3. Вузли розгалуження та злиття потоків	87
2.3.3.1. Вузол розділення потоку	87
2.3.3.2. Вузол об'єднання потоку	92
2.4. Моделі локального витоку	94
2.5. Моделі динаміки газу в магістральних газопроводах	99
2.5.1. Модель структури магістрального газопроводу	99
2.5.2. Модель вхідних даних для математичної моделі течії газу в магістральному газопроводі	100
2.5.3. Математичні моделі стаціонарних режимів роботи магістральних газопроводів	104
2.5.3.1. Ключова система рівнянь	104
2.5.3.2. Модель потоків	105
2.5.3.3. Умови спряження для безрозмірних потоків та густин	106
2.5.3.4. Крайові умови для потоків і густин	109
2.5.3.5. Умови спряження для температурного поля	110
2.5.3.6. Крайові умови для температурного поля	111
2.5.3.7. Математична модель динаміки газу в магістральному газопроводі за стаціонарних умов	111
2.5.3.8. Математичні моделі для визначення неперервних розподілів густини і температури в секції лінійної частини	115
2.5.3.9. Модель віртуальної секції	120

2.5.4. Математичні моделі перехідних режимів магістрального газопроводу ...	123
2.5.4.1. Ключові рівняння для лінійних елементів	123
2.5.4.2. Ключові рівняння для вузлових елементів.....	125
2.5.4.3. Модель динаміки газу за перехідних режимів.....	127
2.5.4.4. Крайові задачі перехідних режимів роботи секції.....	130
2.5.4.5. Спрощена модель перехідного режиму	131
2.5.4.6. Модель віртуальної секції	135
2.6. Висновки	139
РОЗДІЛ 3. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ	
ЗАДАЧ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСПОРТУВАННЯ ГАЗУ	
МАГІСТРАЛЬНИМИ ГАЗОПРОВОДАМИ	
	141
3.1. Методи розв'язування задач моделювання процесів перенесення маси, імпульсу та енергії в магістральному газопроводі.....	141
3.1.1. Формулювання задач	141
3.1.1.1. Перехідні режими.....	141
3.1.1.2. Стаціонарні режими	144
3.1.2. Ітераційний метод розщеплення системи рівнянь.....	146
3.1.2.1. Перехідні режими.....	146
3.1.2.2. Стаціонарні режими	149
3.1.2. Алгоритми розв'язування задач моделювання потоків із використанням методів Рунге-Кутти	152
3.1.2.1. Стаціонарні режими	152
3.1.2.2. Перехідні режими.....	155
3.2. Моделі функцій керування перехідними режимами роботи магістральних газопроводів	161
3.2.2. Загальні властивості функцій керування	162
3.2.3. Аналітичні подання функцій керування.....	167
3.2.3.1. Кусково-лінійні неперервні функції.....	167
3.2.3.2. Неперервно-диференційовані функції	168
3.3. Внутрішні функції та внутрішні параметри перехідних процесів	172

3.3.1. Внутрішні функції, моделі та алгоритми керування перехідними процесами.....	172
3.3.2. Інтегральні характеристики перехідних процесів	173
3.3.2.1. Маса, кількість руху та енергія газу, накопиченого в трубопроводі	175
3.3.2.2. Потужність і робота сил в'язкого тертя.....	177
3.3.2.3. Середньо-інтегральні величини.....	178
3.3.2.4. Локальні характеристики перехідного процесу.....	179
3.3.2.4. Тривалість перехідного процесу.....	180
3.4. Чисельне дослідження процесів керування перехідними режимами роботи магістрального газопроводу.....	183
3.4.1. Модель керування	184
3.4.1.1. Завантаження газопроводу: підвищення густини на вході.....	184
3.4.1.2. Розвантаження газопроводу: зменшення густини на вході.....	197
3.4.2. Модель керування	207
3.4.2.1. Завантаження газопроводу	207
3.4.2.2. Розвантаження газопроводу: зменшення потоку на вході.....	212
3.4.3. Модель керування	217
3.4.3.1. Завантаження газопроводу	217
3.4.3.2. Розвантаження газопроводу	233
3.4.4. Аналіз ефективності перехідних процесів.....	246
3.5. Оптимальне керування стаціонарними режимами роботи магістрального газопроводу.....	250
3.5.1 Модель керування стаціонарними потоками	250
3.5.2. Задачі оптимізації стаціонарних режимів.....	253
3.5.2.1. Допустимі значення параметрів керування.....	254
3.5.2.2. Цільові функціонали	255
3.5.2.3. Формулювання задач оптимізації.....	256
3.5.3. Алгоритм розв'язування задач.....	259
3.6. Висновки	260

РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МАЛИХ ЗБУРЕНЬ ПОТОКУ ГАЗУ	261
4.1. Ключова система рівнянь для опису малих збурень у потоці газу	261
4.2. Дослідження коефіцієнтів рівнянь моделі поширення малих збурень у стаціонарному потоці.....	266
4.3. Чисельне дослідження поширення малих збурень у стаціонарному потоці.....	276
4.4. Висновки	282
РОЗДІЛ 5. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ЦІЛІСНОСТІ ЛІНІЙНОЇ ЧАСТИНИ МАГІСТРАЛЬНОГО ГАЗОПРОВОДУ ..	283
5.1. Аналіз методів ідентифікації витоків у магістральних трубопроводах	283
5.1.1. Нормативні документи	283
5.1.2. Класифікація методів виявлення витоків	284
5.1.3. Методи обчислювального моніторингу	287
5.1.3.1. Ефективність методів віддаленого моніторингу.....	289
5.1.3.2. Програмно-технічні рішення для ідентифікації витоків.....	290
5.2. Математичні моделі та методи виявлення та ідентифікації витоків у магістральних газопроводах за стаціонарних режимів роботи	291
5.2.1. Моделі керування стаціонарною течією за наявності витоку	292
5.2.2. Дослідження параметрів стаціонарної течії за наявності витоку	294
5.2.3. Метод виявлення витоку в секції за даними вимірювання тиску	296
5.2.3. Метод визначення місця витоку	297
5.2.4. Аналіз точності методу.....	300
5.3. Математичні моделі, методи та алгоритми для виявлення та ідентифікації витоків у магістральних газопроводах за нестационарних режимів роботи	304
5.3.1. Математичні моделі керування перехідними режимами течії за наявності витоку	304
5.3.2. Інформативні параметри течії перехідного режиму.....	305
5.3.3. Дослідження перехідних процесів, спричинених локальною	

розгерметизацією	306
5.4. Модель підсистеми контролю цілісності лінійної частини магістрального газопроводу	315
5.4.1. Модель структури лінійної частини магістрального газопроводу	317
5.4.2. Критерії цілісності лінійних елементів	319
5.4.3. Метод контролю цілісності лінійних елементів	321
5.4.3.1. Алгоритм неперервного контролю цілісності	321
5.4.3.2. Схема відбору даних	327
5.4.3.3. Організація обчислень	328
5.5. Акустично-емісійний метод виявлення витоків із вузлових елементів	331
5.5.1 Застосовність методу	331
5.5.2 Схеми відбору даних	332
5.5.3 Алгоритм виявлення витoku за сигналом одного перетворювача акустичної емісії	336
5.5.4 Алгоритм виявлення витoku за сигналами двох перетворювачів акустичної емісії	339
5.5.5 Визначення місця розгерметизації	341
5.6. Модель системи контролю цілісності магістрального газопроводу	345
5.7. Висновки	351
РОЗДІЛ 6. ПІДХІД ДО АВТОМАТИЗАЦІЇ УПРАВЛІННЯ ГТС УКРАЇНИ	353
6.1. Методологічні основи автоматизації управління ГТС	353
6.1.1. MES – система комп'ютеризації оперативного управління виробництвом	353
6.1.2. Еталонна модель архітектури виробничої компанії	354
6.1.3. Міжнародні стандарти MES	356
6.1.3.1. Стандарт ANSI/ISA-95	357
6.1.3.2. Стандарт ANSI/ISA 88	357
6.1.3.3. Реалізація стандартів ANSI/ISA 88, ANSI/ISA 95 в XML	358
6.1.4. Моделі інформаційних потоків між рівнями управління	358
6.1.5. Модель активності на рівні оперативного управління	360

6.1.6. Модель взаємодії систем автоматизації різних рівнів	361
6.1.7. Концепція комплексної автоматизації управління виробничою компанією.....	363
6.2. Математичні моделі для управління бізнес процесами в ГТС	364
6.2.1. Модель ГТС для управління транспортуванням газу	365
6.2.2. Модель ГТС для управління зберіганням газу.....	371
6.3. Модель ГТС як термодинамічної системи	374
6.4. Моделювання функцій управління ГТС	378
6.4.1. Моделі управління ГТС	378
6.4.2. IDEF0 модель функцій управління ГТС	379
6.5. Застосування концепції MES для автоматизації управління ГТС України .	384
6.5.1. Логістика транспортування та зберігання газу	385
6.5.2. Модель управління ГТС в контексті моделі PERA	388
6.5.3. Моделювання інформаційних процесів в системі управління ГТС	393
6.5.3.1. Інформаційна модель ГТС в контексті моделі PERA.....	393
6.5.3.2. Зміст інформаційних потоків між рівнями MOM та ERP для замовлення «транспортування газу».....	398
6.5.3.3. Зміст інформаційних потоків між рівнями MOM та ERP для замовлення «зберігання газу»	399
6.5.3.4. Зміст інформаційних потоків між рівнями MOM та PAS.....	400
6.5.4. Модель активності на рівні оперативного управління ГТС	401
6.5.4.1. Процес детальне планування замовлень.....	402
6.5.4.2. Процес диспетчеризація МГ і ПСГ	404
6.5.4.3. Процес - виконавчий менеджмент.....	404
6.5.4.4. Процес - управління ресурсами МГ і ПСГ	405
6.5.4.5. Процес - визначення параметрів замовлень	406
6.5.4.6. Процес - відбір даних.....	406
6.5.4.7. Аналіз продуктивності МГ і ПСГ	407
6.5.4.8. Процес відстеження виконання замовлень.....	407
6.6. Моделювання системи автоматизації управління ГТС.....	408

6.6.1. Структура програмно-технічного комплексу для автоматизації управління ГТС.....	409
6.6.2. Структура математично-алгоритмічного забезпечення.....	412
6.7. Концепція поетапної автоматизації управління ГТС України	412
6.8. Висновки	416
ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ.....	418
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	422
ДОДАТОК А. Застосування розроблених математичних моделей методів і алгоритмів для контролю балансу газу на ділянці МГ	440
ДОДАТОК Б. Документи про використання результатів досліджень	450

ВСТУП

Актуальність теми. Газотранспортні системи (ГТС) являють собою великомасштабні інженерні об'єкти, призначені для транспортування великих об'ємів природного газу на значні відстані на замовлення постачальників та споживачів. Такими системами володіють, зокрема, Україна, США, РФ, ФРН, Чеська Республіка та інші держави.

Інженерно-технічний комплекс ГТС є об'єктом тривалої експлуатації. Технологічні процеси в ГТС супроводжуються взаємопов'язаними процесами перенесення маси, імпульсу та енергії газовими потоками в трубопроводах і пористих пластах підземних сховищ газу (ПСГ), а також фізико-механічними процесами у технологічному обладнанні, спорудах, пластах ПСГ та довкіллі. Під дією експлуатаційних навантажень та впливу середовища його технологічні елементи змінюють свої характеристики, внаслідок чого їхні актуальні значення відомі лише наближено.

Функціонування бізнес-структур, які забезпечують потреби клієнтів ГТС, відбувається в умовах істотної невизначеності, спричиненої мінливістю ринку газотранспортних послуг та політичної ситуації.

Тому ГТС слід розглядати як виробничо-комерційну структуру, для якої характерна істотна невизначеність її актуального технічного стану, а також розмитість вхідних даних, які використовують для формування режимів її експлуатації.

Висока ефективність МГ досягається застосуванням труб великого діаметру та підтриманням високого тиску газу в магістралях за допомогою компресорних станцій (КС). За тривалої експлуатації надійність технологічних об'єктів неминуче знижується. Значна частина магістральних газопроводів (МГ) України вже вичерпали свої проектні терміни експлуатації. Технічне обслуговування та планові відновлювальні ремонти підтримують надійність об'єктів МГ у певних межах. Проте все ж існують загрози порушення цілісності технологічних об'єктів МГ і пов'язані із ними ризики виникнення ситуацій, небезпечних для довкілля і людей, а також зростають рівні можливих матеріальних та фінансових втрат. Технологічні об'єкти МГ, такі як газорозподільні станції, резервні нитки, переходи через природні та штучні

перешкоди, класифікуються як об'єкти підвищеної небезпеки [1].

За таких умов ефективна й безпечна експлуатація ГТС можлива лише за застосування автоматизації і комп'ютеризації усіх процесів, які визначають її функціонування – комерційних, виробничих і технологічних. Для підвищення керованості ГТС і ефективності її експлуатації необхідно автоматизувати інформаційні та бізнес процеси на стратегічному й оперативному рівнях із застосуванням математичного моделювання та комп'ютеризації. Неперервний контроль цілісності МГ, які експлуатують тривалий час, дозволить знизити ймовірність неконтрольованої розгерметизації. Це узгоджується з нормативними документами [2, 3] і сучасними підходами до управління цілісністю трубопровідних транспортних систем [4].

Сучасний стан автоматизації управління ГТС України сформувався за останні десятиліття внаслідок розрізної модернізації окремих об'єктів газотранспортної інфраструктури, окремих технологічних процесів та напрямків управління. Автоматизацію технологічних процесів і комп'ютеризацію управління ГТС на оперативному та стратегічному рівнях проводили без належної координації дій і прагнення забезпечити інформаційну сумісність засобів автоматизації різних рівнів управління. Одним із наслідків цього є відсутність автоматизованого обміну даними на вертикалі «керування технологічними процесами – стратегічне управління». Тому інформаційні потоки на цій вертикалі, як зверху вниз, так і у зворотньому напрямі, все ще здійснюють переважно із використанням паперових чи електронних документів. Фактично в ГТС України використовують традиційні методи управління бізнесом, які базуються на функціональній моделі. Недоліки такого підходу відомі, це, зокрема, слабка зорієнтованість на кінцевий результат, неможливість швидкого реагування на динамічну зміну обставин, неузгодженість із клієнтоорієнтованим підходом та високі трансакційні витрати [5]. Трансакційні витрати тут визначають як втрати через неефективність методів обміну інформацією.

Керованість ГТС і ефективність її виробничої і комерційної діяльності можна значно підвищити шляхом комп'ютеризації управління на стратегічному та оперативному рівнях, автоматизації інформаційних потоків на усій вертикалі управ-

ління. Для цього слід усунути інформаційну гетерогенність ГТС, запровадити автоматичний моніторинг оперативних даних та їх накопичення, створити централізовану інформаційну систему з можливістю дистанційного доступу до її даних суб'єктами управління різних рівнів. Це забезпечить передумови для запровадження методології управління, яка базується на процесній моделі [5].

Актуальність теми дисертаційної роботи визначається тим, що вона спрямована на розроблення математичних моделей і методів, алгоритмів і методологічних основ, необхідних для створення і впровадження системи автоматизації на усіх рівнях управління ГТС та автоматизації інформаційних потоків як на вертикалі «керування технологічними процесами – стратегічне управління», так і на рівнях оперативного і стратегічного управління.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дослідження, за темою дисертаційної роботи виконувалися згідно планів наукової роботи кафедри автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій Національного університету «Львівська політехніка» та Центру математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України в рамках держбюджетних тем:

- «Моделювання процесів масопереносу в складних мережевих структурах для визначення оптимальних параметрів керування динамічними режимами» 0117U006866, 2016 – 2017 рр.,

- «Математичне та комп'ютерне моделювання зв'язаних процесів різної фізичної природи в об'єктах складної внутрішньої структури і топології та створення програмного забезпечення» 0117U006866, 2018 – 2020 рр.

та низки госпдогорівних робіт:

- «Методика визначення запасу газу газотранспортних підприємств» р.р.). № держреєстрації 0104U009759, замовник ДК „Укртрансгаз” НАК «Нафтогаз України», (2004-2005);

- «Розроблення стандарту організації ПАТ „Укртрансгаз”, який регламентує вимоги щодо застосування витратомірів змінного перепаду тиску за умови невідповідності геометричних характеристик вимірювальних трубопроводів і

діафрагм вимогам ДСТУ ГОСТ 8.586.1-5:2009», № держреєстрації 0117U001457, замовник ПАТ “Укртрансгаз”, (2017-2018 р.р.);

- «Аналіз умов функціонування вузла обліку природного газу ТзОВ «Радехівський цукор» (Хоростківський підрозділ) упродовж вересня 2018 року» (2019 р.) Замовник ПАТ “Тернопільгаз”.

- «Розроблення національного стандарту України ДСТУ EN 12480 (EN 12480:2018, IDT) „Лічильники газу. Роторні лічильники газу” методом перекладу». (2019-2020 р.р.). № держреєстрації 0120U100612. Замовник НАК „Нафтогаз України”,

в яких здобувачка брала участь як виконавець.

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є розроблення математичних моделей, методів і алгоритмів для розв’язування задач керування стаціонарними та перехідними режимами течії газу в МГ, виявлення та ідентифікації витоків, а також опрацювання основ автоматизації управління газотранспортними системами і визначення структури і функцій таких систем.

Для досягнення цієї мети необхідно було вирішити наступні завдання:

- провести аналіз ГТС України як об’єкта автоматизації, розробити відповідні моделі та оцінити актуальний стан автоматизації процесів на усіх рівнях управління;
- розробити математичну модель структури ГТС, що враховує можливі зміни її конфігурації в процесі експлуатації, а також її розмірну гетерогенність;
- з використанням рівнянь динаміки газу розробити нелінійні математичні моделі течії газу в лінійних та вузлових елементах МГ із врахуванням можливої негерметичності цих елементів, сформулювати на цій основі задачі для опису технологічних процесів керування режимами роботи ГТС, виявлення витоків і контролю цілісності МГ;
- використовуючи відомі обчислювальні методи, розробити методики розв’язування сформульованих нелінійних прямих задач та швидкі алгоритми для їхньої реалізації;

- розробити математичну модель для опису поширення малих збурень тиску в потоці газу в МГ і провести кількісні дослідження параметрів хвильових процесів, спричинених такими збуреннями;
- провести кількісні дослідження параметрів перехідних процесів течії газу в МГ, які виникають під час зміни режимів транспортування, отримати кількісні оцінки ефективності транспортування газу МГ під час перехідного режиму, залежно від умов керування;
- провести кількісні дослідження параметрів перехідних процесів течії газу, які виникають в МГ під час його локальної розгерметизації та дослідити параметри течії, які можна використати для виявлення та ідентифікації витоків;
- розробити математичний апарат для методів виявлення та ідентифікації витоків у МГ і дослідити їхню ефективність із використанням обчислювальних експериментів;
- розробити концепцію автоматизації управління ГТС України, яка базується на теорії систем оперативного управління виробництвом MES та на моделі PERA функціональної ієрархії корпорації відповідно до міжнародного стандарту ANSI/ISA-95.
- визначити функції та розробити структуру програмної системи для автоматизації управління ГТС, а також системи моніторингу цілісності МГ у її складі;

Об'єктом дослідження є процеси управління газотранспортними системами на технологічному, оперативному і стратегічному рівнях.

Предметом дослідження є розроблення методологічних основ, математичних моделей, методів і алгоритмів для автоматизації управління газотранспортними системами з використанням теорії MES-систем, моделі PERA та положень міжнародного стандарту ANSI/ISA-95.

Методи досліджень. Для вирішення поставлених у дисертаційній роботі задач використано: еталонну модель PERA для опису архітектури корпорацій, стандарти ANSI/ISA-88 та ANSI/ISA-95, методологію моделювання систем IDEF0, моделі

газової динаміки, методи дискретизації систем рівнянь з частинними похідними, ітераційні методи розв'язування нелінійних систем звичайних диференціальних рівнянь, метод обчислювального експерименту.

Достовірність отриманих результатів і висновків забезпечується застосуванням фундаментальних фізичних принципів та перевірених підходів до опису процесів перенесення маси, імпульсу та енергії газовими сумішами; коректністю і строгістю математичних викладок і постановок задач газової динаміки; застосуванням відомих і перевірених ітераційних підходів, методів скінченних різниць і Рунге-Кутти до розв'язування сформульованих задач; кількісними дослідженнями практичної збіжності алгоритмів розв'язування задач, проведеними з використанням методу обчислювального експерименту; узгодженням побудованих математичних моделей та отриманих результатів кількісних досліджень з фундаментальними принципами та фізичною суттю досліджуваних процесів; повним узгодженням у відповідних часткових випадках побудованих математичних моделей та отриманих результатів кількісних досліджень із відомими в літературі моделями та результатами теоретичних і експериментальних досліджень; а також тестуванням розроблених математичних моделей, методів і алгоритмів, проведеним спільно із співробітниками НДІ транспорту газу ПАТ «УКРТРАНСГАЗ» на діючій підсистемі магістрального газопроводу в ході дослідного впровадження розробленої на основі результатів роботи методики оперативного балансування маси газу в МГ.

Наукова новизна отриманих результатів

Під час вирішення поставлених завдань дослідження отримані нові наукові результати.

1. Розроблено дворівневу математичну модель структури ГТС, що враховує можливі зміни її конфігурації в процесі експлуатації, а також її розмірну гетерогенність, яка виникає внаслідок наявності у її складі трубопроводів, довжина яких значно більша за їхній діаметр (лінійні елементи), і вузлових елементів, розміри яких у напрямку потоку є співмірні із діаметром внутрішньої порожнини;

2. З використанням рівнянь динаміки газу розроблені нелінійні математичні моделі течії газу в лінійних та вузлових елементах МГ, що дало можливість

забезпечувати оперативне балансування маси газу в МГ.

3. Адаптовані відомі методи скінченно-різницевої дискретизації ключових рівнянь за просторовою координатою, методи ітераційного підходу та методи Рунге-Кутти дали можливість розв'язування сформульованих нелінійних прямих задач, що спростило дослідження розроблених моделей.

4. Розроблено математичну модель поширення малих збурень параметрів потоку газу в трубопроводі, яка описує хвильові процеси, спричинені нестабільністю роботи компресорів, локальною розгерметизацією, флуктуаціями тиску, густини і температури, що дало можливість виявляти локальну розгерметизацію та ідентифікувати витoki.

5. Розроблені моделі керування перехідними процесами, з використанням яких будь-який процес переходу із одного стаціонарного режиму в інший визначається скінченим набором числових параметрів, що дозволяє визначити ефективність транспортування газу під час перехідних режимів, а також провести кількісні дослідження перехідних процесів течії газу в секції МГ за різних моделей керування.

6. Розроблені математичні моделі локального витoku із МГ, які визначають інтенсивність витікання газу через малий отвір у стінці труби залежно від тиску і температури газу в трубі в околі місця розгерметизації, що дало змогу кількісно дослідити параметри течії, які можна використати для виявлення та ідентифікації витokів.

7. Запропонована концепція автоматизації управління ГТС України, яка базується на теорії MES систем та моделі PERA у відповідності із вимогами міжнародного стандарту ANSI/ISA-95, також визначені функції і розроблена структура програмної системи для автоматизації управління ГТС.

Практичне значення одержаних результатів.

Розроблена в роботі дворівнева модель структури ГТС відображає розмірну гетерогенність технологічних об'єктів і дозволяє розглядати структуру ГТС з детальністю, необхідною для розв'язування кожної конкретної технологічної задачі, що виникає в процесі управління. Цю модель можна використовувати для оперативного керування активною конфігурацією ГТС в процесі її експлуатації, щоб

неперервно підтримувати відповідність між плановими обсягами транспортованого газу та задіяними на даний момент часу потужностями ГТС. Це дозволить знизити затрати паливного газу, мінімізувати експлуатаційні навантаження на технологічне обладнання і негативний вплив на довкілля.

Модифікована безрозмірна форма подання систем рівнянь моделі динаміки газу в лінійних і вузлових елемента дозволила розробити швидкі ітераційні алгоритми для числового моделювання течії газу МГ в реальному часі та дозволила вирішувати технологічні задачі керування стаціонарними і перехідними режимами роботи, виявлення й ідентифікації витоків, оперативного балансування маси газу в МГ тощо.

Розроблена математична модель поширення малих збурень тиску в потоці газу МГ і результати проведених з її використанням числових досліджень дозволяють проводити апріорні оцінки впливу випадкових флуктуацій на розмитість даних моніторингу параметрів течії в контрольних точках, а відтак оцінювати чутливість і точність систем виявлення та ідентифікації витоків, які використовують ці дані.

Запропоновані інтегральні параметри течії газу в перехідних режимах дозволяють проводити кількісне оцінювання ефективності перехідного процесу за енергетичними та часовими параметрами. Застосовуючи розроблені швидкі алгоритми розв'язування крайових задач можна використати для керування перехідними режимами роботи МГ з метою досягнення заданої тривалості процесу чи заданих енергетичних показників транспортування за період перехідного процесу.

Запропоновані математичні моделі локального витоку і динаміки газу в МГ з витоком, а також розроблені швидкі алгоритми розв'язування крайових задач утворюють теоретичну основу для методу виявлення й ідентифікації параметрів витоків МГ з використанням підходу, що базується на моделюванні процесів перенесення маси, імпульсу та енергії в реальному часі та даних вимірювання параметрів потоків в контрольних точках вздовж трубопроводу.

Впровадження системи автоматизації управління ГТС, структура і функції якої запропоновані в роботі, дозволить на базі існуючих засобів автоматизації, забезпечити автоматизований обмін інформацією на вертикалі «стратегічне

управління – оперативне управління – керування процесами» і у межах кожного рівня управління.

Розроблені методи контролю цілісності технологічних об'єктів ЛЧ МГ, які базуються на даних моніторингу параметрів потоків газу в контрольних точках, а також даних вимірювання параметрів хвиль акустичної емісії, дозволяють знизити втрати газу та імовірність виникнення аварійних ситуацій.

Впровадження системи автоматизованого управління дозволить підвищити ефективність роботи ГТС України за рахунок оптимального керування конфігурацією мережі та режимами транспортування і зберігання газу, автоматизації процесів взаємодії з клієнтами. Це створить передумови для переходу від функціональної до процесної моделі управління.

Розроблені у роботі підходи, математичні моделі, методи та алгоритми передані філії «НДІ транспорту газу» ПАТ «УКРТРАНСГАЗ» і застосовані у складі програмного комплексу, створеного у Відділі розробки систем оптимального планування і прогнозування режимів роботи ГТС, який використовується в диспетчерському управлінні. Під час експлуатації комплексу проведено тестування переданих результатів на об'єктах ГТС України, що підтвердило їхню ефективність. Проведено дослідне впровадження методики оперативного балансування маси газу на діючій підсистемі магістрального газопроводу «КС Красилів – ПВВГ Дідушичі», що засвідчує відповідний акт впровадження.

Апробація результатів дисертації.

Основні положення та результати досліджень були представлені на конференціях: 3-й Міжнародній науково-технічній конференції „Комп'ютерні науки та інформаційні технології” **CSIT 2008. Львів, 2008**; IV Міжнародній науково-технічній конференції «Нафтогазова енергетика 2015» (м. Івано-Франківськ 21-24 квітня 2015 року); XIV Міжнародній конференції з автоматичного управління **АВТОМАТИКА – 2017** (Київ 13 – 15 вересня 2017 р.); Міжнародній науково-практичній конференції «Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання» (м. Івано-Франківськ 15-20 травня 2017 року.); XXII та XXIII Міжнародних наукових конференціях “Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave

Theory (DIPED)”. Дніпро, 2017, Тбілісі, 2018; Міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми механіки та математики» (м. Львів 22 - 25 травня 2018 р.); V науково-технічній конференції «Обчислювальні методи і системи перетворення інформації», (м. Львів 4-5 жовтня 2018р.); науково-технічному семінарі «Сучасні технології неруйнівного контролю та їх застосування в промисловості» (м. Київ 21-22 листопада 2018); 10-й Міжнародній науковій конференції «Математичні проблеми механіки неоднорідних структур», (м. Львів 17-19 вересня 2019 р.); 8-й Міжнародній науково-технічній конференції - Інформаційні системи та технології. ICT-2019 (м. Коблеве- м.Харків 9-14 вересня 2019); міжнародному семінарі NATO Workshop “Development of novel methods for the prevention of pipeline failures with security implications” (Lviv, October 26–27, 2020).

У повному обсязі дисертація доповідалася на рзширеному засіданні кафедри автоматизації та комп’ютерно-інтегрованих технологій Національного університету “Львівська політехніка” під керівництвом доктора технічних наук професора Пістуна Є.П. та науковому семінарі Центру математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України під керівництвом доктора технічних наук, ст. наук. співробітника П’янило Я.Д.

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 34 наукових праці, з яких два розділи у закордонних монографіях [1,2], 18 статей [3-20] – у фахових виданнях України, одна стаття [21] – в науковому періодичному виданні держави, що входить до Європейського союзу, два патенти України [33, 34], 8 публікацій [25-32] – у збірниках праць і тезах міжнародних конференцій; п’ять публікацій [1, 3-5,25] реферовані у базі SCOUPUS.

Усі результати, які стосуються основного змісту дисертаційної роботи та винесені на захист, отримані здобувачем самостійно. У роботах, які опубліковані у співавторстві, здобувачеві належать: [1], [16], [17] – розроблення математичних моделей та методів для контролю цілісності МГ; [2], [7] – розроблення дворівневої математичної моделі структури ГТС; [3], [25], [26] – математичне моделювання та чисельне дослідження поширення малих збурень в потоці газу в МГ; [4], [5], [11],

[21], [31] – розроблення математичних моделей, методів і алгоритмів для керування течією газу в МГ, проведення чисельних досліджень, аналіз результатів; [18], [23], [24], [28], [30], [32] – розроблення математичних моделей, методів і алгоритмів для виявлення та ідентифікації витоків в МГ, проведення числових досліджень, аналіз результатів; [8] – [10], [15], [19] – розроблення методології автоматизації газотранспортних систем яка базується на теорії MES систем та моделі PERA у відповідності із вимогами міжнародного стандарту ANSI/ISA-95; [6], [14], [22], [27], [29] – визначення функцій та розроблення архітектури програмно-технічного комплексу для автоматизації управління ГТС; [13] – визначення функцій та розроблення архітектури підсистеми контролю цілісності МГ у складі програмно-технічного комплексу для автоматизації управління ГТС; [33], [34] – із застосуванням розроблених математичних моделей проведено розрахунки, які підтвердили позитивний ефект.

Структура роботи:

Дисертаційна робота складається з анотації, вступу, шести розділів, які містять 186 рисунків і 1 таблицю, висновків, а також списку літератури, що включає 177 найменувань, додатків. Обсяг основного тексту дисертації займає 305 сторінок, а повний обсяг роботи – 452 сторінки.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ГТС ЯК ОБ'ЄКТА АВТОМАТИЗАЦІЇ

У підрозділі 1.1 подано короткий огляд літератури за темою дисертації. Детальніші огляди літератури за напрямками дисертаційного дослідження розглянуті у відповідних розділах.

Для ефективного управління газотранспортною системою необхідні теоретичні моделі, які визначають її структуру та функціонування. Кожна така модель є однією з можливих проєкцій об'єкта, як частини реального світу, в деяку область світу відображень. Результат відображення залежить від концептуальної основи (точки зору), за якою здійснюється відображення. У підрозділах 1.2 та 1.3. цього розділу розглянемо спочатку описові моделі ГТС як логістичної системи і як фізичного об'єкта.

1.1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ЗА ТЕМОЮ ДОСЛІДЖЕННЯ

Теоретичні основи для опису транспортування газу трубопроводами можна знайти в класичних монографіях. Як приклад можна навести монографію [6], в якій розглянуті технологічні основи транспортування газу трубопроводами, математичні моделі для опису стаціонарних і нестаціонарних режимів течії газу в трубопроводах і методи розрахунку режимів роботи складних систем магістральних газопроводів. Проте тут розглядаються, в основному, наближені методи аналітичного розрахунку з використанням лінеаризованих моделей газової динаміки.

За останні два десятиріччя з'явилася низка нових монографій [7-12], в яких розглядаються істотно нелінійні задачі течії газу в трубопроводах, використовуються високоточні термічні і калоричні рівняння стану газових сумішей, враховується взаємовплив процесів перенесення маси, імпульсу і енергії. Для розв'язування задач, сформульованих в рамках сучасних моделей газової динаміки використовують чисельні методи, які базуються на методах скінченних різниць та скінченних елементів.

Чисельні методи дослідження течії газу в трубопроводах розглядалися багатьма авторами [13-23].

У працях [13,14] розглянуто скінченно-елементний підхід до чисельного моделювання динаміки руху газу в трубопроводах і трубопровідних мережах. Цей підхід реалізовано у програмному комплексі SIMONE, призначеному для моделювання і оптимізації в газовій промисловості Комплекс створений компанією SIMONE Research Group (Чеська республіка) [15], яка співпрацює з німецькою фірмою Livacom Informationstechnik GmbH.

У працях [16,17] проведені чисельні дослідження, спрямовані на виявлення кількісного впливу вибраних типів рівнянь стану та моделі теплообміну на результати моделювання течії газу в трубопроводі. У працях [18, 19], натомість, досліджується вплив зовнішнього середовища на нестационарні процеси у трубопроводах і розподільчих мережах.

Важливі дослідження проведені в працях А.Д. Тевяшева і співавторів [20-23]. Тут запропонований метод декомпозиції для розв'язування систем диференціальних рівнянь гіперболічного типу до яких можна звести деякі задачі перенесення в довгих трубопроводах [20]. В роботі [21] розглядається підхід до розв'язування задач оптимізації роботи газотранспортних систем, а робота [22] присвячена чисельному моделюванню нестационарних режимів транспортування природного газу багатонитковим магістральним газопроводом, а в праці [23] розглянуто можливості врахування моделей технологічного обладнання під час розрахунку нестационарних режимів транспортування газу в такому газопроводі.

У праці [24] розглянуто математичну модель перехідних процесів перенесення маси й імпульсу в довгому газопроводі. Рівняння моделі у цій роботі зведені до безрозмірної форми. Внаслідок цього ключові функції, за які вибрано безрозмірні густина газу і густина масового потоку є величинами одного порядку. Це дозволило отримати апріорні оцінки для різних нелінійних складових рівнянь моделі, що

використано для організації ітераційного процесу розв'язування крайових задач, сформульованих в рамках цієї моделі. Для чисельного розв'язування цих задач ключові функції подані у вигляді розвинення за поліномами Лежандра за просторовою координатою. Використовуючи метод мінімізації нев'язки, вихідну крайову задачу для системи диференціальних рівнянь з частинними похідними зведено до задачі Коші для нелінійної системи звичайних диференціальних рівнянь, залежних від часової змінної, яку розв'язували ітераційним методом з використанням методу Ньютона-Рафсона.

Моделюванню течії газу в трубопроводах за наявності витоків присвячені роботи [25, 26]. В працях [27,28] розглянуто підхід до виявлення витоків з трубопроводів з використанням математичної моделі течії газу у трубопроводі з витокіом і результатів вимірювання параметрів потоків у певних точках. Зокрема, результати, що подані у статті [28] описують метод моделювання перехідних процесів у реальному часі, який відомий як RTTM (англ. Real Time Transient Modeling).

Оглядова стаття [29] присвячена аналізу різних методів виявлення витоків з трубопроводів. Праці [30, 31] також присвячені цьому питанню.

Питанням автоматизації управління соціотехнічними системами присвячені праці [32 – 36]. У працях [32,33], зокрема, розглядається еталонна модель PERA виробничої компанії (англ. Purdue Enterprise Reference Architecture), за якою виділяють п'ять рівнів виробництва і управління – від нульового до четвертого). На нульовому рівні діють фізичні процеси, які супроводжують процеси виробництва продукції. На першому діють сенсори, які передають об'єктивні дані про параметри фізичних процесів нульового рівня і актуатори, які за сигналами другого рівня змінюють у бажаному напрямку параметри фізичних процесів. На другому рівні системи автоматичного керування технологічними процесами відбувається перетворення сигналів, що надходять із першого рівня в інформацію, яка надходить

на третій рівень, а інформація, що надходить із третього рівня, перетворюється в сигнали керування для актуаторів. Третій рівень – оперативне управління, а четвертий – стратегічне (рівень ERP).

Стаття [34] присвячена теорії MES систем (англ. Manufacturing Execution System), які використовуються для автоматизації управління на оперативному рівні, а в монографії [35] розглянуті питання застосування MES систем для автоматизації управління газотранспортних підприємств.

У статті [36] порушені важливі питання, які стосуються концепції побудови і впровадження системи автоматизації оперативно-диспетчерського управління ГТС України.

На ринку програмно-технічних систем для автоматизації управління виробничими підприємствами є досить багато пропозицій, які можна застосовувати у газотранспортній галузі. Частина цих систем збудована у відповідності зі стандартами ANSI/ISA-95 (ISO/IEC-62264) та ANSI/ISA-88 (IEC 61512). Серед фірм, які займаються розробленням і впровадженням програмно-технічних систем для автоматизації управління газотранспортними системами є такі світові бренди як ABB, Emerson Process Management, Invensys plc, OSI Soft, PSI, SAP, та інші.

Група ABB пропонує розподілені системи автоматичного контролю для газопроводів та компресорних станцій на основі платформи 800xA [37].

Компанія Emerson Process Management є постачальником SCADA-рішень для систем транспортування і розподілу нафти і газу, а також програмного забезпечення, віддалених терміналів (RTU-Remote Terminal Unit) та комп'ютерних вимірювачів потоків газу [38].

Компанія Invensys plc постачає на ринок програмні рішення для систем управління реального часу під назвою Wonderware, призначені, у тому числі, для нафтової та газової галузей [39]. Вона пропонує інформаційну систему управління процесами PIMS (англ. Process Information Management Systems) для систем

видобування, транспортування та переробки як альтернативу SCADA-системам, що традиційно використовується в цих галузях.

Компанія OSI Soft є розробником і постачальником PI System — програмної системи для управління даними реального часу і подіями [40]. Ця система інтегрує дані з усіх джерел, оперативні дані та бізнес інформацію і надає доступ до цієї консолідованої інформації суб'єктам і системам для прийняття рішень. Система PI здатна взаємодіяти із більш ніж 400 системами даних і інформаційними джерелами, серед яких: розподілені системи керування (DCS), SCADA, Batch-системи, MES технічного обслуговування та інші.

Комплект PSI GMS (англ. PSI Gas Management Suite) фірми PSI [41] це модульна система прикладних програм для автоматизованого контролю, моніторингу, аналізу та менеджменту в газотранспортній галузі. Функціональність PSI GMS охоплює транспортування газу, газосховища, комп'ютерне моделювання і прогнозування, технічне обслуговування, підготовку звітів тощо.

Корпорація SAP AG [42] розробляє ESA-рішення (англ. Enterprise Software Application) — програмне забезпечення для підприємств, призначене для управління бізнес-процесами і стосунками з клієнтами. Розробки цієї корпорації для газової галузі спрямовані на оптимізацію управління активами підприємства, прискорення процесів постачання, підвищення ефективності, зниження бізнес-ризиків.

Крім названих уже фірм розробників програмного забезпечення для газотранспортної галузі відомі також розробки SIMONE фірми „Simone Research Group”, про яку уже згадували.

Завершуючи цей короткий огляд систем автоматизації управління газотранспортними системами, наявних на ринку, зазначимо, що їхнє впровадження в ГТС України вимагає значних капіталовкладень у виробничу інфраструктуру. До того ж існуючі системи багато в чому не враховують специфіку нашої газотранспортної системи. Тому доцільно створювати математичне і програмне

забезпечення для системи управління ГТС силами вітчизняних науковців й інженерів.

1.2. ГТС ЯК ЛОГІСТИЧНА СИСТЕМА

ГТС це логістична система, до складу якої віднесемо інженерно-виробничий комплекс (ІВК), організаційну структуру, виробничий персонал, матеріальні та фінансові ресурси (рис.1.1).

Функціонування ГТС визначають різноманітні за своєю природою процеси – фізичні, технологічні, комерційні (бізнес-процеси) та інформаційні, які взаємодіють (рис.1.2).

Бізнес-процеси, які протікають в цій системі, створюють додаткову вартість і є визначальними для її функціонування як економічної системи.

Розрізнятимемо три основні види бізнес-процесів у ГТС: процеси управління, процеси транспортування та підземного зберігання природного газу на замовлення його постачальників і споживачів (основний бізнес-процес корпорації), та забезпечувальні процеси (модернізація інфраструктури, технічне обслуговування та ремонти, екологічна безпека, інформаційна безпека тощо).

Організаційна структура ГТС об'єднує центральні та регіональні органи управління газотранспортною системою, структурні підрозділи, які забезпечують технологічні процеси, експлуатацію споруд ГТС тощо.

Виробничий та інтелектуальний потенціали формують засоби виробництва, колективи робітників, інженерно-технічних працівників, службовців, науковців, керівників усіх ланок. До цієї ж складової відноситимемо інформаційні ресурси, накоплені знання, know how, вміння, практичні навички та досвід роботи працівників, систему підготовки та перепідготовки кадрів тощо.

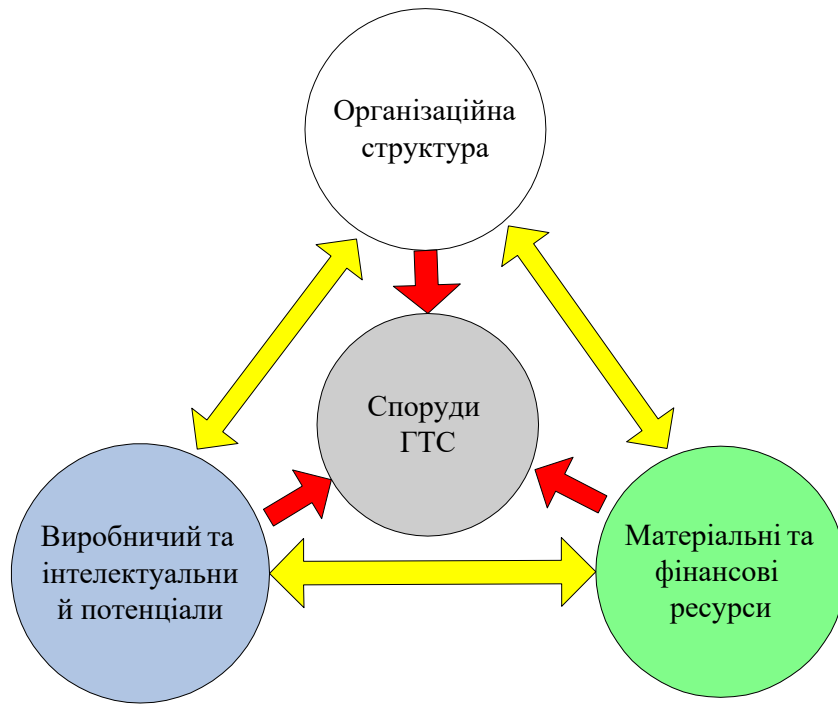


Рисунок 1.1. Структура ГТС як виробничо-комерційної корпорації

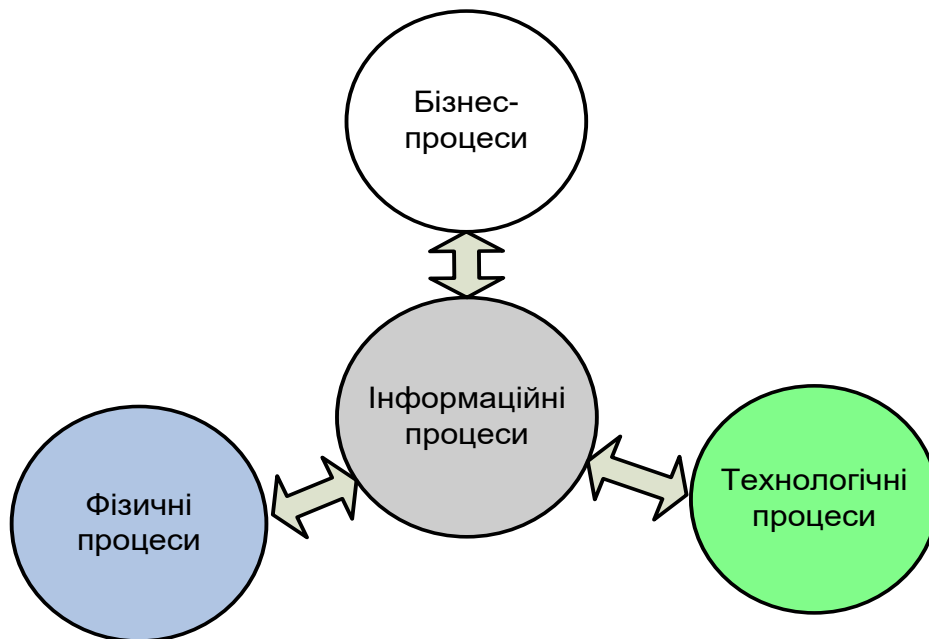


Рисунок 1.2. Взаємодія процесів у ГТС

Внаслідок реалізації бізнес-процесів відбувається формування:

а) транспортних навантажень на ГТС, б) внутрішніх і зовнішніх фінансових потоків
в) внутрішніх і зовнішніх потоків матеріальних ресурсів, г) планів розвитку організаційної структури та інфраструктури ГТС, д) планів розвитку інтелектуального потенціалу, е) оцінок бізнес-ризиків. Крім того, бізнес процеси визначають реалізацію технологічних процесів у частині їх планування, управління і контролю.

Одним із результатів дії бізнес-процесів є завдання, на основі яких формуються технологічні процеси. Ця група процесів цілком визначає роботу інженерно-технічного комплексу (ІТК) ГТС: а) розподіл газових потоків в мережі, б) керування усім технологічним устаткуванням лінійної частини, компресорних станцій, ПСГ, в) проведення технічного обслуговування, аварійно-відновлювальних робіт, реконструкції тощо г) керування технологічними і екологічними ризиками.

Інформаційні процеси відповідальні за відбір та нагромадження даних про: параметри фізичних процесів, які протікають у газі ГТС, спорудах ГТС та довкіллі, параметри технологічних процесів, стан технологічного устаткування, матеріальні і фінансові ресурси та економічну ефективність роботи ГТС; стан та тенденції розвитку виробничого та інтелектуального потенціалів. Важливою функцією інформаційних процесів є підтримання інформаційних потоків між підсистемами ГТС і різними рівнями управління та суміжними газотранспортними системами.

1.3. ГТС ЯК ФІЗИЧНА СИСТЕМА

Реалізація технологічних процесів ГТС супроводжується фізичними процесами, які протікають у газі ГТС, в спорудах ГТС та довкіллі. Споруди ГТС це – взаємозв'язаний комплекс магістральних газопроводів і підземних сховищ газу (ПСГ), оснащені компресорними станціями, трубами-перемичками, запірно-регулювальною арматурою, іншими технологічними елементами. Складові частини ГТС у сукупності утворюють цілісний інженерний комплекс, конфігурація якого

може змінюватися в процесі використання, залежно від потреб постачальників і споживачів газу, умов експлуатації та технологічних вимог.

На рис. 1.3 зображена спрощена схема інженерного комплексу гіпотетичної ГТС, на якій вказані її основні технологічні об'єкти – входи, виходи, магістральні трубопроводи (МГ), компресорні станції (КС), підземні сховища газу (ПСГ).

Загальна довжина магістральних газопроводів ГТС України складає 22,2 тис. км. в т.ч. діаметром 1020 – 1420 мм 14,0 тис. км. Пропускна здатність газотранспортної системи на вході 288 млрд. м³/рік, на виході 178,5 млрд. м³/рік, в тому числі в країни Європи – 142,5 млрд м³/рік, до Молдови 3,5 млрд м³. Транспортування газу забезпечують 72 компресорних станції, до складу яких входять 110 компресорних цехів, оснащених загалом 702-ма газоперекачувальними агрегатами. Загальна потужність компресорних станцій 5442,9 МВт. ГТС України має у своєму складі 13 ПСГ. Загальна активна місткість ПСГ 31 млрд. м³. [1]. ГТС є об'єктом довготривалої експлуатації. Значна частина об'єктів ГТС, які були споруджені у 60-х – 80-х роках минулого сторіччя вже вичерпала свій розрахунковий ресурс.

Для опису фізичних процесів розглядатимемо інженерний комплекс ГТС як відкриту термодинамічну систему, що складається із двох основних підсистем – споруд ГТС та акумульованого в них газу (рис.1.4). До споруд ГТС відноситимемо складові системи, заповнені газом (трубопроводи, компресори, пласти підземних сховищ газу) та інші технологічні елементи. Взаємодія цих двох підсистем між собою та ГТС із довкіллям відбувається шляхом обміну між ними масою, імпульсом та енергією (рис.1.5).

Функціонування інженерного комплексу ГТС супроводжується фізичними процесами, до яких можна віднести: а) термодинамічні, газодинамічні, фільтраційні та дифузійні процеси в газі ГТС; б) процеси теплопровідності, деформації, старіння, деградації властивостей та руйнування металу споруд ГТС і пластів ПСГ; г) техногенні процеси в довкіллі (повітряний і водний басейни, ґрунти, геологічні

пласти, флора і фауна), зумовлені функціонування ГТС тощо.

Через входи і виходи газова підсистема ГТС обмінюється із зовнішнім середовищем масою (M), імпульсом (P) і енергією (E) (рис. 1.5).

Внаслідок деформації споруди ГТС обмінюється із довкіллям імпульсом та механічною енергією, а також теплом (теповіддача з поверхні) та масою (технологічні та аварійні викиди газу, вихлопи машин компресорних станцій). Крім того споруди ГТС споживають електроенергію зі зовнішніх джерел енергопостачання.

Компресорні станції передають газовій підсистемі ГТС імпульс та енергію та відбирають з неї масу (паливний газ). Газ ГТС взаємодіє зі спорудами через внутрішню поверхню трубопроводів, газоперекачувальних агрегатів, поверхню пор пластів ПСГ тощо, обмінюючись із цією підсистемою імпульсом та енергією внаслідок дії сил тиску та тертя на цих поверхнях, а також процесу теплопередачі.

Керування процесом транспортування газу здійснюють шляхом змін конфігурації системи, режимів роботи компресорних станцій та ПСГ. Зміну режимів роботи компресорних станцій досягають шляхом збільшення (зменшення) кількості увімкнених газоперекачувальних агрегатів, регулювання потужності, яку вони споживають. Наслідком цього є зміни швидкості обертання агрегатів, ступеня стиснення газу, який створює компресорна станція, а відтак — зміни величини імпульсу, механічної та теплової потужностей, які станція віддає в газову підсистему.

Силова дія газової підсистеми на внутрішні поверхні споруд ГТС (сили тиску і тертя) спричиняє механічні напруження в металі споруд. Процеси теплообміну в системі «газ ГТС – споруди ГТС – довкілля» призводять до виникнення температурних напружень. Силова дія зовнішнього середовища (тиск та зміщення ґрунтів, зміщення опор трубопроводів, вітрові навантаження тощо) і теплообмін з довкіллям також спричиняють напруження в металі трубопроводів.

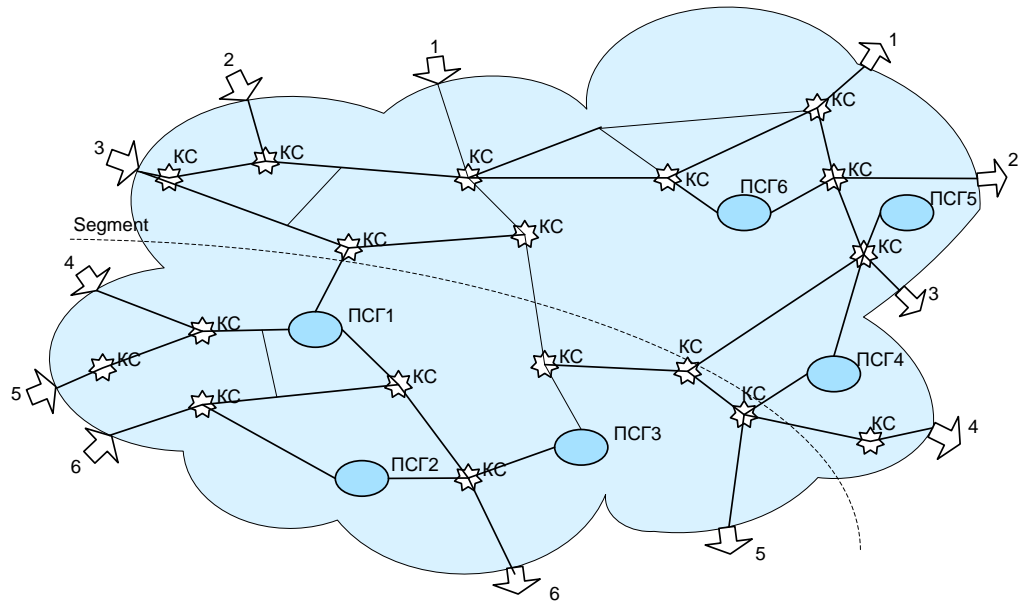


Рисунок 1.3 Спрощена схема гіпотетичної ГТС

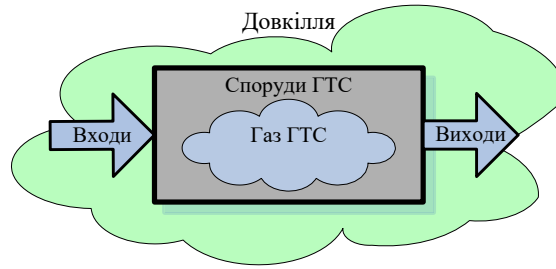


Рисунок 1.4 Інженерний комплекс ГТС як відкрита термодинамічна система

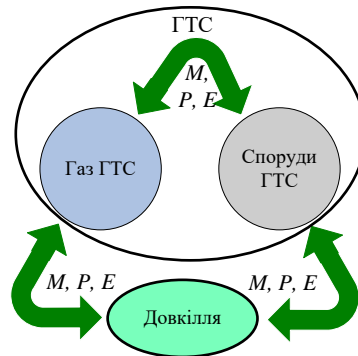


Рисунок 1.5 Взаємодія підсистем ГТС і довкілля

Напружено-деформований стан, зумовлений цими процесам може викликати пластичні деформації в металі, сприяти виникненню та розвитку структурних дефектів (тріщин, розшарувань, розривів суцільності), корозійних пошкоджень тощо. Рівень навантажень на інженерно-технічний комплекс ГТС, які визначаються бізнес процесами, впливають на інтенсивність фізичних процесів, а відтак — на швидкість зношування споруд ГТС і техногенний вплив на довкілля. Для компенсації цих впливів на споруди ГТС і довкілля необхідно вживати певних заходів, які вимагають капіталовкладень, використання матеріальних і людських ресурсів. Тож існує зворотній зв'язок між бізнес та фізичними процесами.

ГТС, як фізичний об'єкт, являє собою нелінійну керовану динамічну систему з розподіленими параметрами, для якої характерні значні розміри та інерційність, дія розподілених і зосереджених керуючих впливів, значна невизначеність значень внутрішніх параметрів і зовнішніх чинників. Визначальними для функціонування системи є процеси перенесення маси, імпульсу та енергії газовими сумішами, силова та теплова взаємодія газу ГТС зі спорудами ГТС, обмін масою, імпульсом і енергією з довкіллям, процеси деформування, старіння та руйнування споруд тощо.

1.4. СТРУКТУРА УПРАВЛІННЯ ГТС

Подамо структуру управління ГТС у вигляді сукупності п'яти напрямків: бізнес-процеси стратегічного рівня, інформаційні процеси, транспортування газу, підземне зберігання газу та експлуатація (рис.1.6).

Управління бізнес процесами має на меті: а) досягнення максимальної економічної ефективності роботи ВБК ГТС, б) точне виконання зобов'язань взятих перед постачальниками і споживачами природного газу, в) розвиток інфраструктури ГТС, відповідно до короткострокових і довгострокових прогнозів розвитку ринку газотранспортних послуг, г) мінімізацію екологічного та бізнес ризиків. Результатом дії бізнес-процесів є формування завдань, планів та графіків, які використовують для управління транспортуванням і підземним зберіганням газу.

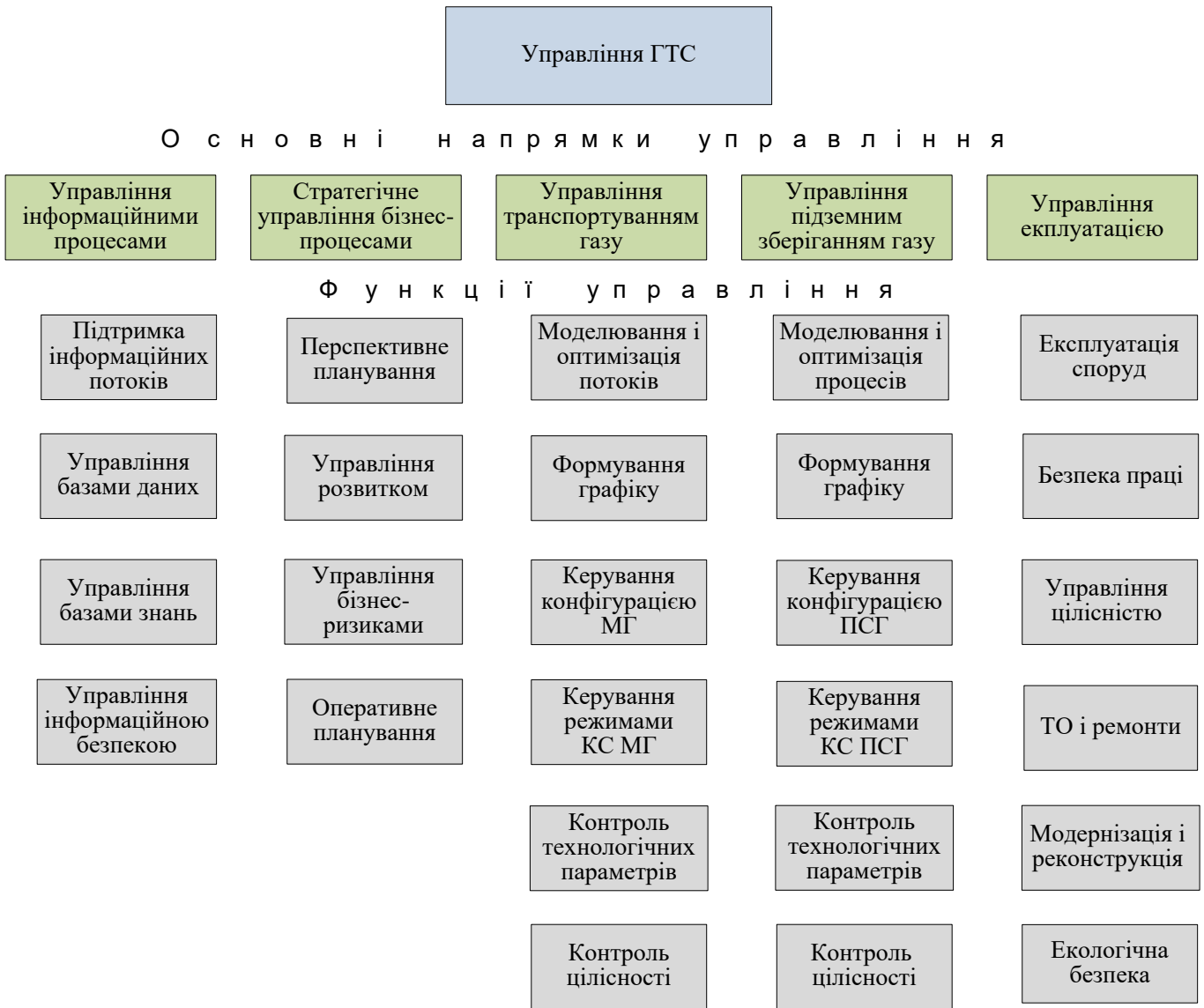


Рисунок 1.6. Напрямки та функції управління ГТС

Ці процеси цілком визначають роботу ІТК ГТС: а) розподіл газових потоків в мережі, б) керування усім технологічним устаткуванням лінійної частини, компресорних станцій, ПСГ, в) проведення технічного обслуговування, аварійно-відновлювальних робіт, реконструкції, тощо г) керування технологічними і екологічними ризиками.

Управління транспортуванням газу має на меті реалізацію технологічних процесів, які забезпечують: а) точне виконання зобов'язань, взятих перед постачальниками і споживачами природного газу, б) мінімальні втрати газу та витрати паливно-енергетичних ресурсів, б) мінімальне зношування споруд ГТС, в) мінімальне забруднення атмосферного та водного басейнів, ґрунтів і геологічних пластів шкідливими викидами, максимальний рівень технологічної і екологічної безпеки.

Реалізація цієї мети відбувається шляхом керування конфігурацією мережі, режимами роботи компресорних станцій та підземних сховищ газу, а також управлінням виробничим та інтелектуальним потенціалами, які є в розпорядженні відповідних служб.

Інформаційні процеси відповідальні за: а) відбір та нагромадження даних про параметри: 1) фізичних процесів, які протікають у газі ГТС, спорудах ГТС та довкіллі, 2) технологічних процесів, які реалізуються в системі, 3) стан технологічного устаткування (споруд ГТС); 4) матеріальних і фінансових потоків та економічної ефективності роботи ГТС; 5) стану та тенденцій розвитку виробничого та інтелектуального потенціалів; б) підтримання інформаційних потоків між підсистемами ГТС та процесами, які циркулюють у цій системі; в) реєстрацію в журналах аудиту вчинених в системі управлінських дій, які важливі з точки зору фінансової, технологічної або екологічної безпеки; г) обмін інформацією із зовнішніми джерелами; д) формування баз даних і баз знань на основі інформації, отриманої із внутрішніх і зовнішніх джерел та їх підтримка; з) надання інформаційних сервісів за запитами користувачів та інші.

1.5. АНАЛІЗ СТАНУ АВТОМАТИЗАЦІЇ ГТС УКРАЇНИ

Сучасний стан автоматизації ГТС України є наслідком розрізненої модернізації окремих об'єктів газотранспортної інфраструктури, окремих технологічних процесів та напрямків управління, яку проводили в останні десятиліття. Автоматизацію технологічних процесів і комп'ютеризацію управління ГТС на оперативному та стратегічному рівнях проводили без належної координації дій і прагнення забезпечити інформаційну сумісність засобів автоматизації різних рівнів управління.

1.5.1. Стан комп'ютеризації

Згідно із даними Департаменту автоматизації та зв'язку ПАТ «УКРТРАНСГАЗ», який є оператором ГТС України, тут функціонує корпоративна комп'ютерна мережа, яка налічує 100 вузлів по усій території України, за допомогою платформ Hyper-V та Oracle-VM реалізоване віртуальне обчислювальне середовище. В мережі встановлені служба каталогів та сервіс DNS, які забезпечують єдину автентифікацію й авторизацію користувачів та розділення прав їх доступу до каталогів та ресурсів, єдине сховище даних, а також сервіси Microsoft System Configuration Manager та System Center Operation Manager, які забезпечують моніторинг стану всієї ІТ-інфраструктури, автоматичне оновлення програмного забезпечення, віддалене керування всіма робочими станціями та антивірусний захист. В ПАТ запроваджені корпоративні комунікаційні сервіси – система уніфікованих комунікацій MS Lync 2013 та єдина система корпоративної електронної пошти MS EXCHANGE 2013, а також система ІР- телефонії. До систем автоматизації інформаційних процесів слід віднести також централізовану службу підтримки користувачів ІТ, яка підтримує єдине вікно реєстрації інцидентів ІТ, розподілення запитів відповідно до сфер відповідальності ІТ спеціалістів, облік виконання запитів на технічне обслуговування, цілодобову підтримку та консультації користувачів. Служба функціонує відповідно до міжнародних практик організації ІТ процесів MOF/ITIL¹.

¹ MOF – Microsoft Operations Framework, ITIL – Information Technology Infrastructure Library

Створена єдина база даних оперативної диспетчерської інформації (ЄБДОДІ), яка функціонує під управлінням СУБД ORACLE. До цієї бази надходять дані із систем автоматизації газорозподільних і газовимірювальних станцій, а також систем SCADA автоматизації лінійної частини і ПСГ.

До систем **автоматизації інформаційних процесів** слід віднести також централізовану службу підтримки користувачів ІТ, яка підтримує єдине вікно реєстрації інцидентів ІТ, розподілення запитів відповідно до сфер відповідальності ІТ спеціалістів, облік виконання запитів на технічне обслуговування, цілодобову підтримку та консультації користувачів.

1.5.2. Рівень стратегічного управління

До систем **автоматизації управління корпоративного рівня** можна віднести обліково-аналітичну систему газотранспортного підприємства, яка обробляє дані ЄБДОДІ, а також наявні систему відео-конференцій та селекторних нарад і систему електронного документообігу Megapolis.DocNet.

1.5.3. Оперативне управління

На **оперативному рівні**, якому відповідають напрямки управління транспортуванням газу (УТГ) та управління підземного зберігання газу (УПЗГ) використовують комплекс імітаційного моделювання та обліково-аналітичну систему газотранспортного підприємства, а також програмні комплекси, створені ТЗОВ «Математичний центр» і відділом розробки систем оптимального планування та прогнозування режимів роботи ГТС Науково-дослідного інституту транспорту газу ПАТ «Укртрансгаз». Це, зокрема, система моделювання, планування, оптимізації та формування параметрів керування газовими потоками (МПОК МГ «МЦ») та система моделювання, планування, оптимізації та керування роботою ПСГ

(МПОК ПСГ «МЦ»), які експлуатують диспетчерські служби та підрозділи департаменту підземного зберігання газу ПАТ «Укртрансгаз». Група розробників програмних комплексів автоматизації оперативного управління здійснює їх супровід і постійно розширяє їхній функціонал відповідно до потреб користувачів цих систем.

Робота системи МПОК МГ «МЦ» базується на математичних моделях структури ГТС та її технологічних елементів і розв'язуванні відповідних прямих і обернених задач динаміки газу в мережі ГТС. Для цього використовують швидкі алгоритми та числові методи, створені розробниками системи. Програмний комплекс МПОК МГ «МЦ» реалізує функції: розрахунок, оптимальне планування й прогнозування роботи МГ за умов стаціонарного та нестаціонарного руху газу, розрахунок параметрів оптимального керування газовими потоками в ГТС, розрахунок параметрів управління тепловим режимом транспортування газу; розрахунок вільних потужностей ГТС та інші.

Робота система МПОК ПСГ «МЦ» базується на математичних моделях, які враховують геометрію пластів-колекторів, неоднорідність їхніх фільтраційних та колекторських властивостей, та на розв'язуванні відповідних прямих і обернених задач фільтрації газу в неоднорідних пористих середовищах.

Для цього створені швидкі алгоритми та обчислювальні методи, які базуються на методі скінченних елементів. Програмний комплекс МПОК ПСГ «МЦ» виконує: термо-гідравлічний розрахунок системи пласт-магістраль, оптимальне планування роботи ПСГ на заданий період відбирання-нагнітання газу, розрахунок періодів безкомпресорних відборів та нагнітання газу; розрахунок параметрів ідентифікації стану об'єктів, розрахунок різних типів ДКС (газотурбінні, поршневі), формування допустимих і оптимальних експлуатаційних режимів роботи системи зберігання газу, визначення перетоків газу та акумулюючої здатності газоносних пластів, розрахунок пропускної спроможності технологічних об'єктів системи пласт-магістраль, розрахунок пікових режимних параметрів для заданих змін тиску в магістралі, тощо.

1.5.4. Рівень керування технологічними процесами

На рівні керування технологічними процесами встановлені системи автоматизації лінійної частини, компресорних станцій та ПСГ. Для лінійної частини використовують системи лінійної телемеханіки, автоматики електрохімічного захисту та автоматики газорозподільних станцій. Тут діє комплексна автоматизована система керування (КАСК), створена на основі програмного забезпечення SAPERP. Автоматика компресорних станцій включає САУ ГПА та компресорних цехів, а також системи протипомпажного захисту, контролю вібрації, енергозабезпечення, контролю загазованості, виявлення та гасіння пожеж. ПСГ оснащені системами запалювання ГМК, управління компресором, очищення газу, сушіння газу, регенерації ДЕГ ПСГ. Для контролю параметрів газових потоків у МГ, шлейфово-колекторних системах і в свердловинах ПСГ використовують прилади вимірювання тиску, температури. Останнім часом встановлюють накладні ультразвукові системи для вимірювання швидкості потоку в трубопроводах.

Рисунок 1.7 показує забезпеченість різних напрямків управління в ПАТ «Укртрансгаз» засобами автоматизації.

Підводячи підсумок, проведеного аналізу актуального стану автоматизації управління ГТС України слід зазначити, що в ПАТ «Укртрансгаз» створена сучасна інформаційна інфраструктура, яку використовують на всіх рівнях управління, головно для надання доступу до обчислювальних ресурсів та комунікаційних послуг, а також до оперативних технологічних даних. Технологічний рівень в МГ і ПСГ укомплектований сучасними системами телемеханіки та автоматики, а також та засобами вимірювання параметрів технологічних процесів.

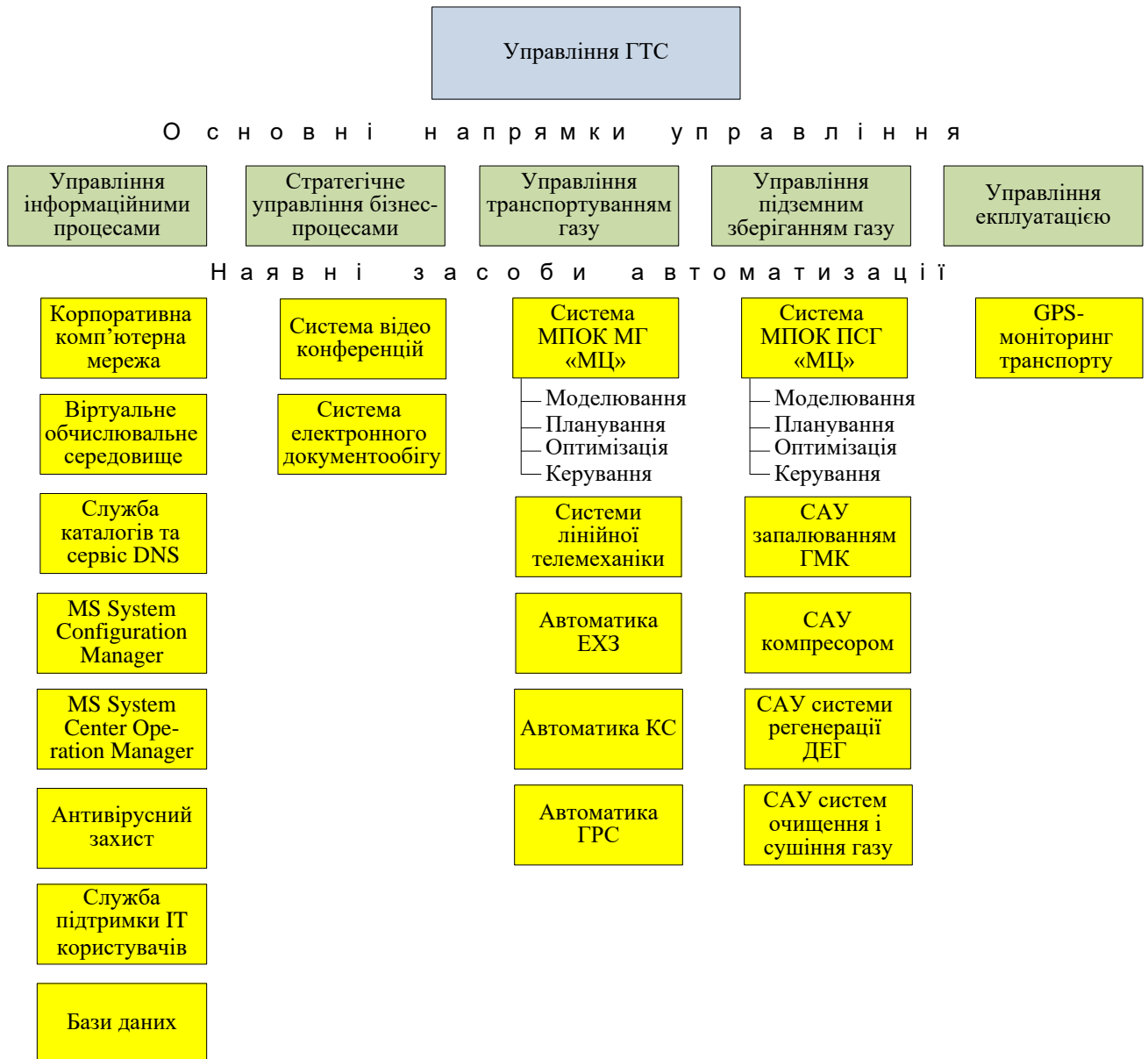


Рисунок 1.7. Засоби автоматизації управління в ПАТ «Укртрансгаз»

Разом із тим, незважаючи на достатньо високий рівень комп'ютеризації та розвинуту комунікаційну інфраструктуру, а також попри наявність потужних програмних комплексів оперативного управління та засобів автоматизації технологічних процесів, ефективність системи управління ГТС істотно стримується відсутністю автоматизованого обміну даними на вертикалі «керування технологічними процесами – стратегічне управління».

1.6. ВИСНОВКИ

ГТС є логістична система, що поєднує інженерний комплекс, організаційну структуру, виробничий та інтелектуальний потенціали, матеріальні й фінансові ресурси в єдине ціле. Її функціонування визначають бізнес-процеси, а також пов'язані із ними інформаційні, технологічні та фізичні процеси, різноманітні за своєю природою. Внаслідок протікання цих взаємозв'язаних процесів в межах системи і її взаємодії із довкіллям виникають потоки маси, енергії та імпульсу, а також інформаційні та фінансові потоки, переміщення виробничих та інтелектуальних ресурсів, що створює додаткову вартість.

Управління ГТС як логістичної системи має на меті:

- гарантоване доставляння природного газу з входів системи на її виходи в заданих об'ємах і в задані терміни,
- забезпечення заданого рівня екологічної безпеки,
- підтримання системи у технічному стані, який забезпечує її надійне і безпечне функціонування
- отримання максимального прибутку від її роботи.

Ефективна і безпечна експлуатація такої системи неможлива без автоматизації управління. Можна виокремити такі напрямки управління ГТС: стратегічне управління бізнес процесами, управління інформаційними процесами управління транспортуванням газу, підземним зберіганням газу та експлуатацією споруд ГТС. Автоматизація кожного із цих напрямків управління потребує застосування специфічних підходів, методів та засобів, як технічних, так і програмних.

Сучасний стан автоматизації управління газотранспортною системою України

сформувався внаслідок розрізненої автоматизації окремих об'єктів газотранспортної інфраструктури, окремих технологічних процесів чи напрямків управління. Такий підхід не передбачає координації дій, спрямованих на автоматизацію різних об'єктів, як і забезпечення можливостей взаємодії між системами автоматизації цих об'єктів. Наслідком цього є інформаційна несумісність окремих технологічних об'єктів і процесів управління. Це істотно ускладнює доступ до технологічної інформації користувачів оперативного та стратегічного рівнів управління.

Разом із тим слід відзначити істотний поступ, досягнутий ПАТ «Укртрансгаз» у напрямках розвитку інформатизації, засобів зв'язку, а також засобів автоматизації технологічного рівня.

Результати цього розділу опубліковані у статті [43].

РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ КЕРУВАННЯ ПОТОКАМИ В МАГІСТРАЛЬНИХ ГАЗОПРОВОДАХ

Розподіли потоків та маси газу в ГТС визначають фізичні процеси перенесення маси імпульсу та енергії газом у внутрішніх порожнинах трубопроводів та інших технологічних об'єктах, які їх сполучають (компресорних станцій, з'єднань, об'єктів запірно-регулювальної арматури тощо). Для кількісного дослідження процесів транспортування газу в ГТС та оптимізації режимів її експлуатації необхідні математичні моделі, які описують рух газу в мережі [44]. У цьому розділі розглянуті математичні моделі, які описують структуру ГТС та процеси перенесення маси імпульсу та енергії в магістральних газопроводах.

2.1. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СТРУКТУРИ ГТС

Важливою складовою математично-алгоритмічного забезпечення системи автоматизації управління ГТС є модель її структури M_{str} . Вона є основою для побудови моделей транспортування та зберігання газу, а також моделей керування поточкорозподілом, управління технічним станом споруд. Модель M_{str} необхідна також для відображення конфігурації ГТС, технологічних, експлуатаційних та інших даних відповідно до потреб різних груп користувачів програмного комплексу. Ця модель повинна задовольняти такі вимоги: відображати ГТС як гетерогенну систему з докладністю, достатньою для реалізації усіх функцій САУ ГТС із заданою точністю; враховувати варіабельність конфігурації ГТС безпосередньо в процесі її експлуатації, а також упродовж усього циклу її життя; забезпечувати можливість створення адаптивного інтерфейсу користувача програмного комплексу, який можна налаштовувати відповідно до потреб різних груп користувачів.

2.1.1. Категорії та типи технологічних об'єктів ГТС

Правила безпечної експлуатації магістральних газопроводів [1] визначають такий газопровід як споруду, яка призначена для переміщення газу на великі відстані. Це – сукупність лінійної частини (ЛЧ) і компресорних станцій (КС). Лінійна частина МГ являє собою нитку, зварену з окремих труб і прокладену підземним чи надземним

способом.

КС поділяють МГ на окремі ділянки ЛЧ (секції) довжиною 120-150 км. До ЛЧ входять також кранові вузли, лупінги і відводи від основної магістралі, переходи через природні та штучні перешкоди тощо. Кранові вузли встановлюють на лінійній частині магістрального газопроводу на відстанях, не більших 30 км, які включають запірні пристрої (крани), обвідні і продувні лінії. Крім того кранові вузли розміщують із обох сторін переходів через природні і штучні перешкоди, на всіх відводах від магістральних газопроводів, на ділянках прилеглих до компресорних станцій, на відстані 500-700 м до кордонів їх території, на свічках і факелах для скидання газу [1].

Отже ГТС складається із технологічних об'єктів різного призначення – трубопроводів, КС, газовимірювальних станцій, запірно-регулювальної апаратури, труб-перемичок, вузлів розгалужень тощо. Течію газу через ці елементи описують рівняння динаміки газу, які включають у себе диференціальні рівняння перенесення маси, імпульсу та енергії, а також різні функціональні залежності, такі, як рівняння стану, функції, що визначають залежності фізичних властивостей газу від температури і тиску, тощо. Поділятимемо усі технологічні об'єкти лінійної частини ГТС на лінійні та вузлові елементи.

Лінійні елементи (ЛЕ) – це пасивні технологічні об'єкти. До них відноситимемо довгі трубопроводи. Кожен такий елемент створює розподілений гідравлічний опір, який, на загал, залежить від координати вздовж осі елемента і змінюється в часі. Процеси перенесення маси імпульсу та енергії в них описують істотно нелінійні диференціальні рівняння з частинними похідними, залежні від осьової координати та часової змінної. ЛЕ накопичують у своїх порожнинах значні масу газу, механічний імпульс, кінетичну, потенціальну та внутрішню енергії. Газ, що заповнює порожнини в лінійних елементах, є континуальною термодинамічною системою, яка взаємодіє зі стінками труби, якій властива значна інерційність.

Натомість вузлові елементи (ВЕ) – об'єкти малої протяжності. До них відноситимемо кранові вузли, трійникові з'єднання, труби-перемички невеликої протяжності, вузли редукування газу тощо. Їхні внутрішні порожнини мають

невеликий об'єм. Тому маса, імпульс та енергія газу, накопиченого в них, порівняно невеликі. Їхня інерційність мала. Їх можна розглядати як зосереджені елементи, які збурюють потік і створюють локальні гідравлічні опори. Перенесення маси, імпульсу і енергії газом, що перетікає через внутрішні порожнини вузлових елементів, можна описувати звичайними диференціальними рівняннями, залежними від часової змінної. Важливою особливістю вузлових елементів є те, що зазвичай існує можливість безпосереднього доступу до їхніх вхідних та вихідних труб для встановлення приладів вимірювання тиску, температури, швидкості потоку газу.

Компресорна станція – активний елемент ГТС. Вона передає потоку транспортованого газу механічний імпульс та енергію та відбирає із нього масу (паливний газ), створюючи перепад тиску між своїм входом та виходом, і нагріває газ. Компресорні станції, зазвичай, містять декілька компресорів, відрізки труб різної довжини, діаметра і геометричної конфігурації, запірно-регулювальну арматуру, засоби вимірювань параметрів газових потоків і діагностики технологічного обладнання, системи технологічної автоматики тощо. В задачах моделювання процесів транспортування газу в ГТС та оптимізації режимів її роботи компресорні часто розглядають як зосереджені (вузлові) елементи.

Підземні сховища газу це складні технологічні об'єкти, які мають у своєму складі підземні пласти-колектори, свердловини, дотискувальні компресорні станції, наземні шлейфово-колекторні системи, системи автоматики, контролю та діагностики. Їхні пласти-колектори являють собою розподілені системи, які накопичують величезні маси газу. Їм властива велика інерційність. Процеси перерозподілу маси газу в пластах ПСГ описують диференціальні рівняння з частинними похідними, залежні від двох (або трьох) просторових координат і часу.

Моделі структури необхідні для розв'язування задач управління ГТС, як на технологічному й оперативному, так і на стратегічному рівнях. Це, зокрема: моделювання фізичних процесів у газі ГТС; моделювання фізико-механічних процесів у спорудах ГТС; керування конфігурацією ГТС та поточкорозподілом; керування перехідними режимами роботи ГТС; ідентифікація параметрів моделей динаміки газу в ГТС; контроль цілісності, виявлення та ідентифікація витоків;

відображення структури ГТС, властивостей її компонентів, вхідних даних і результатів розрахунків.

2.1.2. Моделі структури та конфігурації

Залежно від задачі, структуру ГТС слід враховувати з різною докладністю [45]. Тому розрізнятимемо повну структуру ГТС Str , яка охоплює усі її технологічні елементи згідно специфікації, і поточну (загалом – змінну в часі) конфігурацію C , специфічну для кожної конкретної задачі, а також відповідні їм моделі структури M_{Str} та конфігурації M_C . Модель M_{Str} – квазістатичний математичний об’єкт, він, як і структура Str , змінюється на великих часових проміжках (роки). Натомість, модель M_C – математичний об’єкт, змінний в часі. Конфігурацію C цілеспрямовано змінюють в процесі експлуатації ГТС відкриваючи/закриваючи крани, змінюючи конфігурацію КС, керуючи в такий спосіб потоками і запасами газу в системі, щоб досягти ефективного виконання замовлень на транспортування і зберігання газу. При цьому змінюються ВЕ і ЛЕ різних категорій, їхні параметри, топологія мережі. Відповідно до цього змінюється і модель M_C .

Найбільш детально структуру Str ГТС відображає її технологічна схема. Її топологічною моделлю є граф структури G_{Str} . Дуги на цьому графі відповідають лінійним елементам, а вузли – вузловим [46,47]. Граф G_{Str} є однією із складових моделі M_{Str} . Іншою складовою M_{Str} є множина P_{Str} визначальних параметрів, яка є сукупністю множин визначальних параметрів (властивостей) усіх елементів, представлених дугами і вузлами на графі G_{Str} .

У властивостях кожного елемента відображенні його категорія та тип. Категорія визначає призначення елемента, наприклад, трубопровід (лінійний елемент), крановий вузол тощо. Типи елементів однієї категорії моделі M_{Str} відрізняються між собою конструктивним вирішенням, геометричними, фізичними, експлуатаційними параметрами. Наприклад ЛЕ можуть відрізнятися способом прокладання (підземна, наземна, вантовий перехід), та властивостями (діаметром труби, товщиною її стінки, шорсткістю внутрішньої поверхні тощо).

Множина властивостей будь-якого елемента графа \mathcal{G}_{Str} містить дані про категорію елемента, його тип і відповідні технічні характеристики, а також математичні моделі, необхідні для розрахунку руху течії газу через цей елемент.

Крім графа \mathcal{G}_{Str} і множини \mathcal{P}_{Str} , модель структури \mathcal{M}_{Str} містить також множину методів $\mathcal{M}_{e_{Str}}$, необхідних для підтримання (модифікації, актуалізації) моделі \mathcal{M}_{Str} та обчислення складових моделей \mathcal{M}_C . Тож модель \mathcal{M}_{Str} має вигляд

$$\mathcal{M}_{Str} = \{ \mathcal{G}_{Str}, \mathcal{P}_{Str}, \mathcal{M}_{e_{Str}} \} \quad (2.1)$$

Модель конфігурації \mathcal{M}_C охоплює лише об'єкти ГТС, які перебувають у використанні в даний момент часу і мають істотний вплив на течію транспортованого газу. Її топологію визначає граф \mathcal{G}_C актуальної конфігурації. Іншою складовою моделі \mathcal{M}_C є множина \mathcal{P}_C визначальних параметрів:

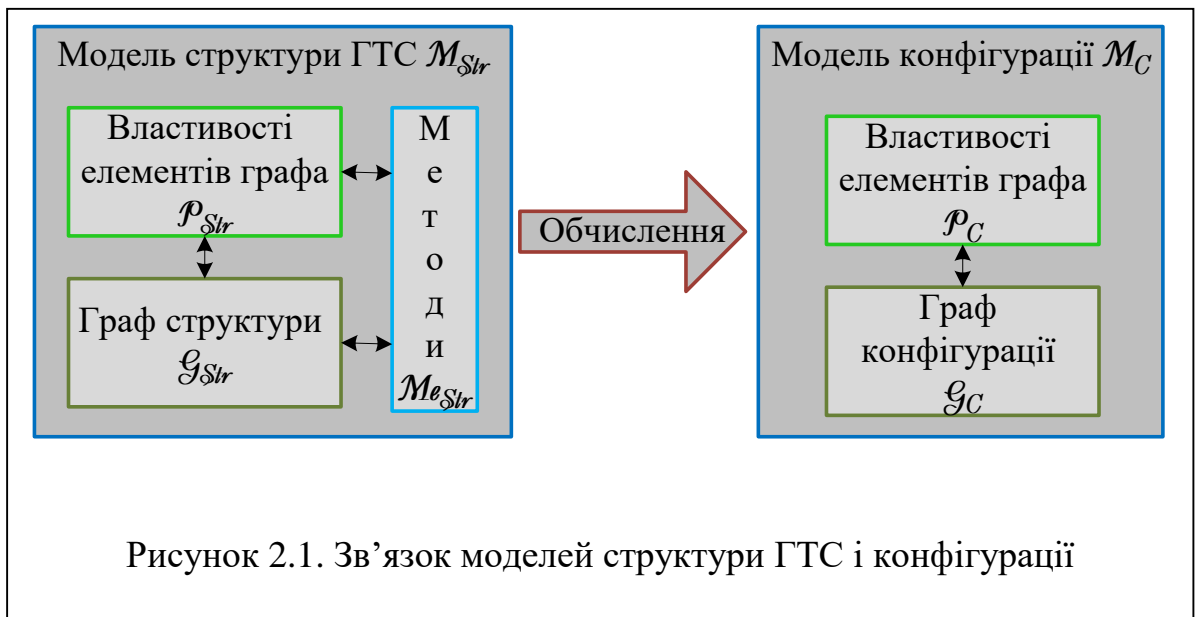
$$\mathcal{M}_C = (\mathcal{G}_C, \mathcal{P}_C) \quad (2.2)$$

Граф \mathcal{G}_C і множину \mathcal{P}_C розраховують за допомогою методів $\mathcal{M}_{e_{Str}}$ моделі \mathcal{M}_{Str} , виходячи із задачі, яку розв'язують:

$$\mathcal{G}_C = \mathcal{M}_{e_{Str}}(\mathcal{G}_{Str}), \quad \mathcal{P}_C = \mathcal{M}_{e_{Str}}(\mathcal{P}_{Str}) \quad (2.3)$$

З цією метою використовуються віртуальні елементи, вплив яких на течію є еквівалентний деякій групі пов'язаних технологічних об'єктів. Наприклад крановий вузол, який містить запірний пристрій, байпасну обв'язку та продувні свічки, замінюють віртуальним вузловим елементом. Визначальні параметри для нього обчислюють, використовуючи відповідні методи з множини $\mathcal{M}_{e_{Str}}$, виходячи із визначальних параметрів елементів, кранового вузла. Подібним чином паралельні відрізки труб ЛЧ можна замінити одним віртуальним лінійним елементом з еквівалентними властивостями, а компресорну станцію – віртуальним вузловим елементом, дія якого на газовий потік, що перетікає через неї, еквівалентна дії реальної компресорної станції.

Зв'язок між моделями структури та конфігурації показана на рис. 2.1.



Графи структури та конфігурації

Розглянемо ГТС як тривимірну структуру взаємопов'язаних вузлових і лінійних елементів, яка сполучає множини входів $\mathcal{W} = \{W_1, W_2, \dots, W_{n_{\mathcal{W}}}\}$ і виходів $\mathcal{O} = \{O_1, O_2, \dots, O_{n_{\mathcal{O}}}\}$. Крім входів \mathcal{W} і виходів \mathcal{O} , які утворюють множину зовнішніх вузлових елементів ГТС, існують і внутрішні вузли, це — входи/виходи компресорних станцій, підземних сховищ газу, з'єднання трубопроводів тощо.

Нехай $n_{\mathcal{N}}$ — кількість категорій вузлових елементів. Позначатимемо як \mathcal{N}^K , де $K \in \{1, 2, \dots, n_{\mathcal{N}}\}$, множину вузлових елементів категорії K : $\mathcal{N}^K = \{N_1^K, N_2^K, \dots, N_{n_K}^K\}$, де N_l^K , $l \in \{1, 2, \dots, n_K\}$ — l -тий вузловий елемент категорії K , n_K — кількість вузлових елементів категорії K . Множину категорій вузлових елементів позначатимемо $C_{\mathcal{N}}: C_{\mathcal{N}} = \{\mathcal{N}^1, \mathcal{N}^2, \dots, \mathcal{N}^{n_{\mathcal{N}}}\}$. Для визначеності вважатимемо, що в множині $C_{\mathcal{N}}$ входам \mathcal{W} відповідає номер $K=1$: $\mathcal{W} = \mathcal{N}^1$, а виходам \mathcal{O} відповідає $K=n_{\mathcal{N}}$: $\mathcal{O} = \mathcal{N}^{n_{\mathcal{N}}}$. Множина усіх вузлових елементів \mathcal{N} є сукупністю вузлових елементів різних категорій $\mathcal{N}_{Str} = \bigcup_{K=1}^{n_{\mathcal{N}}} \mathcal{N}^K$.

Множину категорій лінійних елементів позначимо як $C_{\mathcal{F}} = \{\mathcal{F}^1, \mathcal{F}^2, \dots, \mathcal{F}^{n_{\mathcal{F}}}\}$, де $\mathcal{F}^L = \{T_1^L, T_2^L, \dots, T_{m_L}^L\}$, $L \in \{1, 2, \dots, n_{\mathcal{F}}\}$ — множина лінійних елементів категорії L . Тут $n_{\mathcal{F}}$ — кількість категорій трубопроводів, m_L — кількість трубопроводів категорії L . Тоді множина лінійних елементів ГТС визначається сукупністю множин лінійних елементів різних категорій $\mathcal{F}_{Str} = \bigcup_{L=1}^{n_{\mathcal{F}}} \mathcal{F}^L$.

З'єднання усіх вузлових та лінійних елементів ГТС між собою встановлює граф структури $\mathcal{G}_{Str} = (\mathcal{N}, \mathcal{F})$, між множинами вершин \mathcal{N} і ребер \mathcal{F} якого та множинами вузлових \mathcal{N}_{Str} і лінійних \mathcal{F}_{Str} елементів ГТС існують взаємно однозначні відповідності: $\mathcal{N} \leftrightarrow \mathcal{N}_{Str}$ та $\mathcal{F} \leftrightarrow \mathcal{F}_{Str}$.

Щоб побудувати граф конфігурації $\mathcal{G}_C = (\mathcal{X}, \mathcal{E})$ необхідно, використовуючи методи моделі \mathcal{M}_{Str} , обчислити множини його вершин \mathcal{X} та ребер \mathcal{E} . Задля цього використовуємо методи $Me_{\mathcal{N} \leftrightarrow \mathcal{X}} \in \mathcal{M}_{Str}$ та $Me_{\mathcal{E} \leftrightarrow \mathcal{E}} \in \mathcal{M}_{Str}$ моделі \mathcal{M}_{Str} :

$$\mathcal{N}_{Str} \xrightarrow{Me_{\mathcal{N} \leftrightarrow \mathcal{X}}} \mathcal{X}, \quad \mathcal{E}_{Str} \xrightarrow{Me_{\mathcal{E} \leftrightarrow \mathcal{E}}} \mathcal{E}, \quad (2.4)$$

а відтак застосувати метод $Me_{\mathcal{G}_{Str} \leftrightarrow \mathcal{G}_C}^{incid} \in \mathcal{M}_{Str}$, який виходячи із відомих \mathcal{X} та \mathcal{E} і матриці інцидентності графа \mathcal{G}_{Str} , обчислює матрицю інцидентності графа \mathcal{G}_C .

2.2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ ГАЗУ У ДОВГОМУ ТРУБОПРОВОДІ

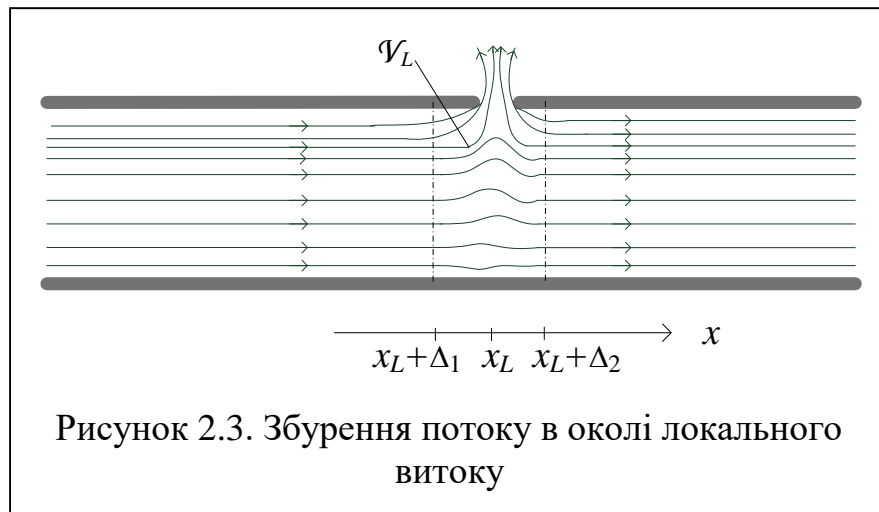
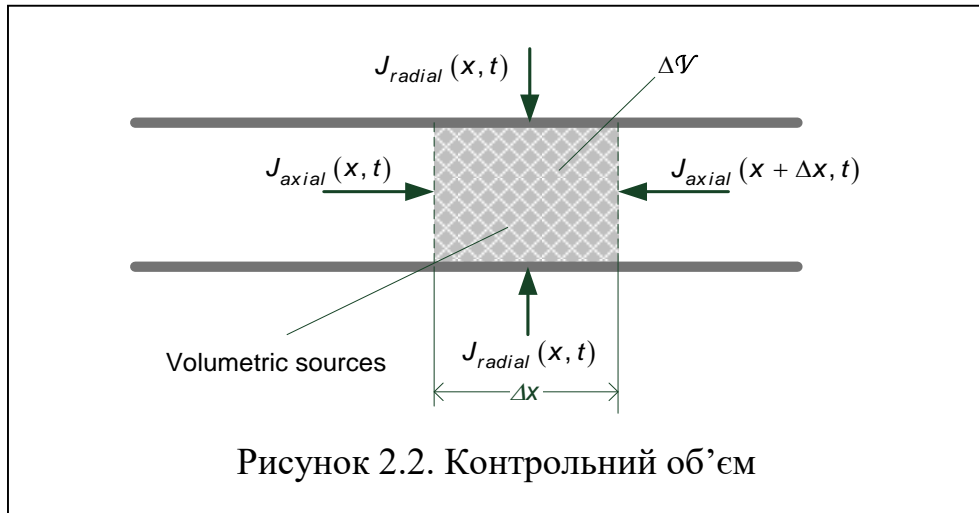
Розглянемо модель руху газу в довгому трубопроводі (довжина якого значно більша за розміри поперечного перерізу) за наявності локальних витоків (емісії) газу із об'єму трубопроводу в зовнішнє середовище через наскрізні дефекти стінки труби, нещільності з'єднань тощо.

2.2.1. Рівняння перенесення маси, імпульсу та енергії

Нестаціонарний рух газу в трубопроводі описують рівняння з частинними похідними, які випливають із законів збереження маси, імпульсу та енергії [6,8,9]. Оскільки відношення діаметра трубопроводу до його довжини є малий параметр, то нестаціонарні просторові розподіли тиску, густини, температури, швидкості руху матеріальних точок всередині труби та інших фізичних параметрів, що визначають течію, можна подати у вигляді відповідних розвинень за цим малим параметром. У нульовому наближенні рух газу в трубі описують відповідні осереднені в поперечних перерізах параметри течії – V , P , D та T , залежні лише від однієї координати x у осьовому напрямку.

2.2.1.1. Контрольний об'єм і рівняння матеріального балансу

Отримані так одновимірні диференціальні рівняння достатньо точно описують процеси перенесення маси, імпульсу та енергії у трубопроводі. Їх встановлюють, застосовуючи закони збереження маси, імпульсу та енергії до фізично малого елемента – контрольного об'єму ΔV (рис. 2.2) [6,9,48].



Для отримання рівняння балансу маси, імпульсу чи енергії у трубі слід взяти до уваги аксіальні потоки відповідного екстенсивного параметра через поверхні поперечних перерізів труби у точках x та $x + \Delta x$, радіальні потоки, якими контрольний об'єм ΔV обмінюється із тілом труби та зовнішнім середовищем через її стінку, а також об'ємні джерела відповідного параметра (див. рис.2.2).

Якщо стінка герметична, то газ, який заповнює контрольний об'єм, не обмінюється із зовнішнім середовищем ні масою, ні механічною енергією, як із тілом труби, так і з середовищем. У цьому випадку відбувається лише теплообмін газу контрольного об'єму із тілом труби та зовнішнім середовищем. Якщо герметичність труби порушена то виникають витоки газу у зовнішнє середовище, які спричиняють відтік маси з труби та збуджують потік у деяких околах (рис. 2.3), внаслідок чого змінюються питомі імпульс і енергія потоку в зоні витоку.

2.2.1.2. Рівняння балансу маси

З урахування витоків рівняння балансу маси, газу в трубопроводі у субстанціональній формі матиме вигляд

$$\frac{dD}{dt} = -D \frac{\partial V}{\partial x} - DL_M, \quad (2.5)$$

Тут $L_M = L_M(x, t)$, – функція, яка визначає питому (віднесену до густини D) швидкість втрати маси газу в трубі внаслідок витоку через негерметичну стінку,

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \quad (2.6)$$

– оператор субстанціональної похідної за часом.

У рівнянні (2.5) ми врахували радіальний потік маси, спричинений витоком, відповідним питомим джерелом маси L_M (доданок $DL_M = \hat{L}_M$ має фізичну розмірність $\text{кг}/\text{м}^3 \cdot \text{с}$, а параметр $L_M - 1/\text{с}$).

2.2.1.3. Рівняння руху газу

Зміну кількості руху газу в трубі спричиняють: градієнт тиску, складова сили тяжіння, коленіарна до осі трубопроводу та в'язкі напруження в газі.

Відповідно до цього, згідно другого закону Ньютона, рівняння балансу імпульсу у субстанціональній формі матиме вигляд

$$D \frac{dV}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} - gD \frac{dH}{dx} - f_R D. \quad (2.7)$$

Тут $H = H(x)$ — функція, що визначає профіль осі трубопроводу у вертикальній площині, g — прискорення земного тяжіння, f_R — питома (віднесена до густини D) сила в'язких напружень, осереднена в перетині труби.

Тензор σ в'язких напружень у кожній точці флюїду пропорційний градієнтові локальної швидкості [49]. Його дивергенція $\nabla \cdot \sigma$ визначає об'ємну силу в'язкого тертя. Параметр f_R у формулі (2.7) це середнє у поперечному перерізі труби значення цієї сили, віднесене до густини газу D . Його фізична розмірність м/с^2 . Добуток Df_R має фізичну розмірність Н/м^3 . Він визначає середню у поперечному перетині об'ємну густину сил в'язкого тертя.

На внутрішній поверхні труби швидкість V дорівнює нулеві і зростає з віддаленням від цієї поверхні. У цілком розвиненому потоці, який встановлюється за стаціонарного режиму течії у довгому прямолінійному трубопроводі на певних відстанях від його входу та виходу, швидкість руху газу досягає свого максимального значення у центрі поперечного перерізу. У цьому випадку сила f_R виражається формулою Дарсі-Вейсбаха [12]:

$$f_R = \frac{\lambda |V|}{2D_{pipe}} V. \quad (2.8)$$

Тут λ — безрозмірний коефіцієнт гідравлічного опору, залежний від числа Рейнольдса $Re \equiv JD_{pipe}/\eta$ (де $J = DV$ — густина потоку, η — динамічна в'язкість газу) та відношення ε середньої висоти нерівностей внутрішньої поверхні труби до її внутрішнього діаметра D_{pipe} .

За малих значень числа Рейнольдса виникає ламінарний потік (для циліндричних труб це спостерігається за $Re < 2100$) [12]. За ламінарного потоку $\lambda = 64/Re$, тобто коефіцієнт λ не залежить від висоти нерівностей ε поверхні.

За $Re > 4000$ потік у циліндричних трубах стає турбулентним. Для такого випадку відоме рівняння Колбрука [50]

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon/D_{pipe}}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}} \right). \quad (2.9)$$

У цілком розвинутому турбулентному потоці, який встановлюється зі зростанням значення числа Рейнольдса, швидкість руху газу істотно змінюються лише в тонкому межовому шарі біля стінки труби.

Формулу (2.9) застосовують також і у нестационарних режимах [6,49]. Це можливо, якщо час встановлення цілком розвинутого потоку у кожному поперечному перетині є значно менший за характерні часи змін термодинамічних параметрів газу (осереднених тиску P , густини D , швидкості V , температури T), спричинених керуванням потоками шляхом зміни режимів роботи компресорних станцій.

На деяких ділянках умови встановлення цілком розвинутої течії не виконуються. До них належать входи, виходи, з'єднання труб різних діаметрів, з'єднання труб із об'єктами запірно-регулювальної арматури, відводи від основної магістралі криволінійні відрізки, в яких спостерігається збурення потоку. Щоб урахувати вплив цих збурень, вводять локальні гідравлічні опори та використовують співвідношення, які пов'язують перепад тиску на елементі, що збурює течію, із густиною потоку, що через нього перетікає [51, 52].

2.2.1.4. Рівняння балансу енергії

Повна енергія газу складається із внутрішньої енергії, яка враховує тепловий рух молекул газу, кінетичної енергії поступального руху газу в трубопроводі вздовж його траси та потенціальної енергії у гравітаційному полі. Тож питома повна енергія $E = E(x, t)$ визначиться як

$$E = U + K + \Pi. \quad (2.10)$$

Тут $K = 1/2 \cdot V^2 = K(x, t)$ – питома кінетична енергія, $U = U(x, t)$ – питома внутрішня енергія, $\Pi \equiv gH$ – питома потенціальна енергія газу в полі сили гравітації: $\Pi = \Pi(x)$.

Із рівняння балансу імпульсу (2.7) отримуємо рівняння балансу для питомої кінетичної енергії K в субстанціональній формі

$$D \frac{dK}{dt} = -\frac{\partial(VP)}{\partial x} + P \frac{\partial V}{\partial x} - g \frac{dH}{dx} J - f_R J. \quad (2.11)$$

Оскільки потенціальна енергія Π не залежить від часу, то рівняння її балансу в субстанціональній формі матиме вигляд

$$D \frac{d\Pi}{dt} = g \frac{\partial H}{\partial x} J. \quad (2.12)$$

Зміну енергії виділеного контрольного об'єму $\Delta \mathcal{V}$, викликають осьові потоки, які визначають його взаємодію із сусідніми об'ємами через перерізи, що їх розділяють, радіальні потоки, які визначають взаємодію із середовищем, та об'ємні джерела енергії, спричинені зовнішніми полями (рис.2.2). До осьових потоків віднесемо потік механічної роботи PV та осьовий потік тепла J_U і подамо кондуктивну складову потоку повної енергії у вигляді $J_E = PV + J_U$. Потік тепла, згідно закону Фур'є, пропорційний градієнтові температури:

$$J_U = -\Lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (2.13)$$

де $\Lambda = \Lambda(T, D)$ – коефіцієнт теплопровідності.

Нехтуючи деформативність труби, віднесемо до радіальних потоків енергії лише тепловий потік J_U , що ним контрольний об'єм обмінюється із середовищем через стінку труби, а до об'ємних джерел потенціальну енергію сили гравітації. Тоді рівняння балансу повної енергії газу у субстанціональній формі матиме вигляд

$$D \frac{dE}{dt} = -\frac{\partial J_E}{\partial x} + g \frac{dH}{dx} J + DS_U. \quad (2.14)$$

Тут доданок DS_U враховує радіальний потік тепла, яким контрольний об'єм обмінюється із зовнішнім середовищем через стінку труби, його фізична розмірність $\text{Вт}/\text{м}^3$; $S_U = S_U(x, t)$ – відповідна питома величина, розмірність якої – $\text{Вт}/\text{кг}$.

У праву частину рівняння (2.14) не увійшла складова, що відповідає роботі сил тертя Df_R . Її визначає тензор в'язких напружень, пропорційний градієнту швидкості, тому вона є внутрішньою силою і не створює джерела повної енергії.

Щоб урахувати тепловий потік, застосуємо модель Ньютона-Ріхмана [53]. За

цим підходом радіальний тепловий потік, яким газ обмінюється із довкіллям визначають як $J_{Ur} = h(T_{env} - T)$. Тут $h = h(x)$ коефіцієнт теплообміну між газом у трубі і зовнішнім середовищем, $T_{env} = T_{env}(x)$ – температура середовища на деякій відстані від труби. Коефіцієнт h сумарно враховує теплові опори стінки труби, захисних покривів, межового шару середовища. Швидкість припливу тепла до контрольного об'єму через його бічну поверхню дорівнює $\pi D_{pipe} \Delta x J_{Ur}$, а швидкість виникнення тепла в одиниці об'єму DS_U можемо обчислити за формулою

$$DS_U \equiv \frac{4h}{D_{pipe}}(T_{env} - T). \quad (2.15)$$

Із рівняння балансу повної енергії (2.14), з урахуванням (2.10) –(2.12), (2.15), отримуємо рівняння балансу внутрішньої енергії

$$D \frac{dU}{dt} = -\frac{\partial J_U}{\partial x} - P \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{dH}{dx} J + f_R J + DS_U. \quad (2.16)$$

Отримали три диференціальні рівняння (2.5), (2.7) і (2.16), які, разом і співвідношеннями (2.6), (2.8), (2.9), (2.13), (2.15) та співвідношенням $J = DV$, утворюють систему для визначення параметрів потоків газу у трубопроводі.

2.2.2. Рівняння стану газу

Наразі система не замкнена, оскільки невідомих в ній функцій більше, ніж рівнянь. Щоб замкнути цю систему, доповнимо її рівняннями стану, які виражають тиск P та внутрішню енергію U через температуру T і густину D газу (так звані термічне і калоричне рівняння стану).

2.2.2.1. Рівняння Гіббса

Рівняння стану встановлюють співвідношення між термодинамічними параметрами газу – температурою T густиною, D , тиском P , внутрішньою енергією U , ентропією S та іншими. Існування таких співвідношень впливає із першого закону термодинаміки, за яким зміну внутрішньої енергії системи визначають два доданки – кількість отриманого нею ззовні тепла ΔQ та робота ΔA , виконана над нею зовнішніми силами. У диференціальній формі цей закон виражає рівняння Гіббса, яке визначає диференціал dU внутрішньої енергії за кавзистатичної зміни

термодинамічного стану газу [54 - 56]

$$dU = TdS - Pd\mathcal{V}, \quad (2.17)$$

де $\mathcal{V} = 1/D$ – питомий об'єм.

Перший доданок у правій частині це тепло, отримане системою $\delta Q = TdS$, а другий – робота зовнішніх сил $\delta W = -Pd\mathcal{V}$.

Із рівняння (2.17) випливає, що внутрішня енергія U , як функція ентропії S і об'єму \mathcal{V} , є термодинамічним потенціалом, оскільки, якщо вона відома, то температуру T і тиск P можна виразити через два інших термодинамічних параметри стану – ентропію S і питомий об'єм \mathcal{V} (чи густину D). Існують й інші термодинамічні потенціали, зокрема, – вільна енергія Гельмгольца $A = U - TS$, що є характеристичною функцією змінних T та \mathcal{V} (чи D). Для неї рівняння Гіббса має вигляд

$$dA = -SdT - Pd\mathcal{V}, \quad (2.18)$$

Вона зручніша від U тим, що температуру T можна легко виміряти (на відміну від ентропії S). Знаючи $A(T, \mathcal{V})$ за формулами

$$S = -\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_{\mathcal{V}}, \quad P = -\left(\frac{\partial A}{\partial \mathcal{V}}\right)_T. \quad (2.19)$$

можна встановити два рівняння стану.

Співвідношення, що випливає із (2.19)₁, є калоричним рівнянням стану, а з (2.19)₂ – термічним. Використовуючи інші термодинамічні потенціали, можна отримати й інші представлення для рівнянь стану.

2.2.2.2. Термічне рівняння стану

Термічне рівняння стану ідеального газу у змінних T, D має вигляд [54,55]

$$P = R_g TD, \quad (2.20)$$

де $R_g \equiv R/\mu_g$, R – універсальна газова стала $R = 8.314462618 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$, μ_g – молярна маса газу (в системі SI в kg/mol).

Одним із підходів урахування властивостей реальних газів – введення у

формулу (2.20) фактора стисливості Z , яким враховують відхилення термодинамічних властивостей реального газу від моделі ідеального газу [56]:

$$P = ZR_gTD, \quad (2.21)$$

Коефіцієнт Z розглядають як функцію температури T та густини D : $Z = Z(T, D)$, або температури і тиску P : $Z = Z(T, P)$, які визначають термодинамічними методами, на основі емпіричних даних. Для цього використовують розклад цієї функції за степенями густини $Z = 1 + \sum_{k=1}^n C_k D^k$ або тиску ($Z = 1 + \sum_{k=1}^n C'_k P^k$) де C_k, C'_k – залежні від температури T віріальні коефіцієнти, які знаходять зіставляючи формулу (2.21) із даними вимірювань [56].

Відомий принцип відповідних станів, запропонований Ван-дер-Ваальсом, який дозволяє поширити застосування рівняння стану, отриманого для певного газу, на інші гази. За цим принципом співвідношення між тиском, температурою і питомим об'ємом має універсальну форму для всіх газів, якщо вони записані в термінах зведених параметрів: $P_r = P/P_c$, $T_r = T/T_c$, $D_r = D/D_c$, де P_c, T_c та D_c – критичні значення тиску, температури та густини газу, P_r, T_r та D_r – їхні зведені значення.

Природні гази, які транспортують магістральними газопроводами, являють собою суміші вуглеводнів із домішками двоокису вуглецю, азоту та іншими [57,58]. Щоб застосувати рівняння стану, отримані для чистих газів, для сумішей, використовують концепцію псевдокритичних параметрів, які визначаються як зважені суми критичних параметрів [55]: $P_{pc} = \sum_{i=1}^m y_i P_{c,i}$, $T_{pc} = \sum_{i=1}^m y_i T_{c,i}$ та $D_{pc} = \sum_{i=1}^m y_i D_{c,i}$, де m – кількість компонент у суміші, y_i – молярна концентрація, $P_{c,i}, T_{c,i}$ та $D_{c,i}$ – критичні тиск, температура та густина i -того компонента. Відтак вводять відповідні псевдозведені параметри $P_{pr} = P/P_{pc}$, $T_{pr} = T/T_{pc}$, $D_{pr} = D/D_{pc}$ для суміші. При цьому віріальні коефіцієнти розглядають як функції температури і складу суміші.

Зазвичай на практиці обмежуються кубічними рівняннями стану. Наприклад для термічного рівняння стану Папая [60]

$$Z(P, T) = 1 - 3.52P_{pr} \exp(-2.26T_{pr}) + 0.247P_{pr}^2 \exp(-1.878T_{pr}) \quad (2.22)$$

Застосовується також підхід, який базується на використанні вільної енергії Гельмгольца A , яку розглядають як функцію температури, густини і компонентного складу. [57]. За цим підходом вільна енергія A реального газу подається як сума двох доданків $A = A^0 + A^{res}$. Перший відповідає ідеальному газу, а другий (залишковий член) – відхиленню від моделі ідеального газу. Така модель дозволяє визначати як термічне, так і калоричне рівняння стану за формулами (2.19).

Відомі математичні моделі для рівнянь стану, які дозволяють розраховувати термодинамічні параметри природних газів з високою точністю, необхідною для комерційного обліку товарного газу. Це модель AGA-8 DC-92, яка базується на визначенні фактора стисливості [61] та моделі GERG-2004 [57] та GERG-2008 [62], яка визначає вільну енергію Гельмгольца. На основі цих моделей розроблені відповідні міжнародні стандарти [63,64].

На сторінці <https://www.nist.gov/srd/refprop> Національного інституту стандартів і технологій США (NIST) доступна програма розрахунку властивостей природних газів за моделями GERG-2008 та AGA-8, яка використовує відповідну базу даних для хімічних елементів і з'єднань, що входять до складу природних газів.

Відомі кубічні моделі виду (2.22) не настільки точні як GERG-2008 та AGA-8, проте вони залежать від значно меншої кількості констант і вимагають незрівнянно менших обчислювальних ресурсів для своєї реалізації [65]. За даними [59], рівняння (2.22) забезпечує прийнятну точність у межах до 150 бар.

2.2.2.3. Калоричне рівняння стану

Калоричне рівняння стану отримаємо термодинамічним методом. Розглянемо питому внутрішню енергію U як функцію температури T та густини D (або питомого об'єму $\mathcal{V} = 1/D$) і, використовуючи термодинамічні тотожності, які впливають із рівняння Гіббса (2.17), отримаємо диференціал внутрішньої енергії:

$$dU = C_{\mathcal{V}} dT - \frac{1}{D^2} \left(P - T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_D \right) dD. \quad (2.23)$$

Тут $C_{\mathcal{V}} = (\partial U / \partial T)_{\mathcal{V}}$ – питома теплоємність газу за сталого об'єму (густини):.

Використовуючи термічне рівняння стану (2.21), перепишемо співвідношення

(2.23) у вигляді

$$dU = C_{\mathcal{V}} dT + R_g \frac{T^2}{D} \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_D dD. \quad (2.24)$$

Формула (2.24) визначає повний диференціал функції $U(T, D)$. Тому, за відомих функції $C_{\mathcal{V}}(T, D)$ та $z(T, D)$, його можна проінтегрувати:

$$U(T, D) = U_0 + \int_{T_0}^T C_{\mathcal{V}} dT + R_g T^2 \int_{D_0}^D \frac{1}{D} \left(\frac{\partial z}{\partial T} \right)_D dD, \quad (2.25)$$

отримавши в такий спосіб термічне рівняння стану. Тут U_0 – внутрішня енергія за температури T_0 і густини D_0 .

Як бачимо у наближенні ідеального газу ($Z = 1$) питома внутрішня енергія не залежить від густини: $dU|_{Z=1} = C_{\mathcal{V}}|_{Z=1} dT$ і $U(T)|_{Z=1} = U_0 + \int_{T_0}^T C_{\mathcal{V}}|_{Z=1} dT$.

2.2.3. Ключові рівняння

Зведемо отримані рівняння до безрозмірної форми.

Нехай L – довжина трубопроводу, D_t , J_t , T_t , P_t та V_t – деякі характерні (типові) значення густини, масового потоку, температури, тиску та швидкості руху газу. За характерний проміжок часу виберемо $t_t = L/C_t$, де C_t – швидкість звуку в газі за типових значень температури та густини, обчислена за моделлю ідеального газу (покладаючи $Z = 1$): $C_t^2 = (\partial P / \partial D)|_{Z=1, D=D_t, T=T_t} = R_g T_t$.

Введемо безрозмірні координату $\xi = x/L_t$ та час $\tau = t/t_t = t C_t / L_t$, а також густину $\rho = D/D_t$, масовий потік $j = J/J_t$, температуру $\theta = T/T_t$, тиск $p = P/P_t$ та швидкість $v = V/V_t$.

Рівняння (2.5) у безрозмірних змінних набуває вигляду

$$\frac{d\rho}{d\tau} = -Ma \cdot \rho \frac{\partial v}{\partial \xi} - Ma \cdot \rho l_M. \quad (2.26)$$

Тут $Ma = V_t/C_t$ – число Маха, $l_M = L_M L/V_t$.

Беручи до уваги, що $P_t = Z_t C_t^2 D_t$, де $Z_t = Z(T_t, D_t)$ – характерне значення

фактора стисливості, з рівняння (2.7) отримуємо безрозмірне рівняння руху

$$\rho \frac{dV}{d\tau} = -\frac{Z_t}{Ma} \frac{\partial p}{\partial \xi} - Ma \cdot \rho \frac{d\gamma}{d\xi} - Ma \cdot \beta |V| v \rho. \quad (2.27)$$

Тут $\gamma \equiv H/H_t$, $H_t \equiv V_t^2/g$, $\beta \equiv \lambda L_t/(2D_{pipe})$.

Вводячи безрозмірну питому внутрішню енергію $u = U/U_t$, де U_t – деяке характерне значення питомої внутрішньої енергії, перепишемо рівняння (2.16) у вигляді

$$\rho \frac{du}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\lambda_T \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) - \frac{Z_t}{Ma} \alpha p \frac{\partial V}{\partial \xi} + Ma \cdot \alpha \frac{d\gamma}{d\xi} j + Ma \cdot \alpha \beta |V| v j + \bar{h} (\theta_{env} - \theta) \quad (2.28)$$

Тут використані позначення $\lambda_T = \Lambda/\Lambda_t$ – безрозмірний коефіцієнт теплопровідності газу, $\Lambda_t = L_t D_t U_t C_t / T_t$ – характерне значення коефіцієнта теплопровідності, $\alpha = V_t^2/U_t = 2K_t/U_t$ – безрозмірний коефіцієнт, який визначає відношення характерного значення питомої кінетичної енергії $K_t = 1/2 \cdot V_t^2$ до характерного значення питомої внутрішньої енергії, $\bar{h} = 4L_t/D_{pipe} \cdot hL_t/\Lambda_t$, $\theta = T/T_t$ та $\theta_{env} = T_{env}/T_t$ – безрозмірні температури газу та середовища.

Маємо три диференціальні рівняння (2.26) – (2.28), які залежать від функцій $\rho(\xi, \tau)$, $p(\xi, \tau)$, $v(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$, $u(\xi, \tau)$ та $\theta(\xi, \tau)$. Виберемо за ключові функції безрозмірні густину $\rho(\xi, \tau)$, потік $j(\xi, \tau)$ та температуру $\theta(\xi, \tau)$ і запишемо ключову систему рівнянь стосовно цих функцій.

Оператор субстанціональної похідної у безрозмірних змінних матиме вигляд

$$\frac{d}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} + Ma \cdot v \frac{\partial}{\partial \xi} \quad (2.29)$$

З урахування цього, беручи до уваги, що $j = \rho v$, зведемо рівняння (2.26) до вигляду

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -Ma \cdot \frac{\partial j}{\partial \xi} - Ma \cdot \rho l_M, \quad (2.30)$$

а рівняння (2.27) зведемо, з урахуванням (2.30), до вигляду

$$\frac{\partial j}{\partial \tau} = -Ma \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left(jv + \frac{Z_t}{Ma^2} p \right) - Ma \cdot \rho \frac{d\gamma}{d\xi} - Ma \cdot \beta |v| v \rho - Ma \cdot l_M j. \quad (2.31)$$

Оскільки Z_t – величина порядку одиниці, то конвективна складова потоку імпульсу jv є величина порядку Ma^2 по відношенню до кондуктивної складової p (див. перший доданок у правій частині рівняння (27))

Термічне рівняння стану (2.21) у безрозмірних змінних буде таким

$$p = z\theta\rho, \quad (2.32)$$

де $z = Z/Z_t$ – нормований фактор стисливості.

Використовуючи (2.32) та співвідношення $v = j/\rho$, виключимо із рівняння (2.31) тиск p та швидкість v . В результаті отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial j}{\partial \tau} = & -2Ma \cdot \frac{j}{\rho} \frac{\partial j}{\partial \xi} - \left(Ma \cdot \frac{j^2}{\rho^2} + \frac{Z_t \theta}{Ma} \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right) \right) \frac{\partial \rho}{\partial \xi} - \frac{Z_t \rho}{Ma} \left(z + \theta \frac{\partial z}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - Ma \cdot \beta |j| \frac{j}{\rho} - \\ & - Ma \cdot l_M j - Ma \cdot \rho \frac{d\gamma}{d\xi} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Отримали друге диференціальне рівняння ключової системи, яке визначає потік $j(\xi, \tau)$ маси газу через поперечний переріз труби. Завдяки вибору ключових функцій $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$, друге рівняння (2.33) ключової системи є лінійне відносно похідної за часовою змінною, а перше рівняння цієї системи (2.30) – цілком лінійне.

Характерне значення питомої теплоємності газу за сталого об'єму визначимо за моделлю ідеального газу: $C_{v,t} = C_v(T_t)|_{Z=1}$, а характерне значення питомої внутрішньої енергії означимо як $U_t = C_{v,t} T_t$. Тоді рівняння (2.24) у безрозмірних змінних матиме вигляд

$$du = c_v d\theta + b \frac{\theta^2}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho d\rho. \quad (2.34)$$

Тут $c_v = C_v/C_{v,t}$, $b = R_g Z_t/C_{v,t}$

Використовуючи (2.34), перетворимо рівняння (2.28) до вигляду

$$\begin{aligned} \rho c_v \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = & \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\lambda_T \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) - \rho c_v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - Ma \cdot \left(\frac{Z_t \theta}{Ma^2} \alpha z - b \frac{\theta^2}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \right) \frac{\partial j}{\partial \xi} + \\ & + Ma \cdot \theta \frac{j}{\rho} \left(\frac{Z_t}{Ma^2} \alpha z - b \frac{\theta}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \right) \frac{\partial \rho}{\partial \xi} + Ma \cdot \alpha \left(\beta \frac{|j|j}{\rho^2} + \frac{d\gamma}{d\xi} \right) j + \\ & + Ma \cdot b l_M \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \theta^2 + \bar{h} (\theta_{env} - \theta) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Отримали третє диференціальне рівняння ключової системи, яке визначає

температурне поле $\theta(\xi, \tau)$ і є істотно нелінійним. Його ліва частина, яка містить похідну від ключової функції $\theta(\xi, \tau)$ за часовою змінною, – нелінійна. Проте, оскільки функції $\rho(\xi, \tau)$ та $c_v(\xi, \tau)$ не приймають нульових значень, похідну $\partial\theta/\partial\tau$ у лівій частині рівняння (2.35) можна ізолювати, що спрощує чисельне розв'язування ключової системи рівнянь.

Позначимо рівняння (2.30), (2.33) та (2.35) як $\mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$, $\mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ та $\mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ відповідно. У сукупності ці рівняння утворюють математичну модель $\mathcal{M}\mathcal{E}\mathcal{D}^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ динаміки газу у довгих трубопроводах (лінійних елементах): $\mathcal{M}\mathcal{E}\mathcal{D}^{\mathcal{L}\mathcal{E}} = \{\mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}}, \mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}}, \mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}}\}$. Її ключовими функціями є безрозмірні $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$ та $\theta(\xi, \tau)$. За ними можна обчислити і інші параметри нестационарної течії в довгому трубопроводі як функції безрозмірних координати ξ та часу τ . Зокрема, використовуючи рівняння стану (2.32), можна визначити безрозмірний тиск

$$p(\xi, \tau) = z(\theta(\xi, \tau), \rho(\xi, \tau))\theta(\xi, \tau)\rho(\xi, \tau), \quad (2.36)$$

а використовуючи співвідношення $j = \rho v$ – знайти швидкість руху газу у трубі

$$v(\xi, \tau) = j(\xi, \tau)/\rho(\xi, \tau) \quad (2.37)$$

Розмірні параметри течії – густину $D(x, t)$, густину масового потоку $J(x, t)$, температуру $T(x, t)$, тиск $P(x, t)$ швидкість руху $V(x, t)$ – знаходимо за формулами

$$\begin{aligned} D(x, t) &= D_t \rho(x/L, t/t_t), J(x, t) = J_t j(x/L, t/t_t), T(x, t) = T_t \rho(x/L, t/t_t), \\ P(x, t) &= P_t \rho(x/L, t/t_t), V(x, t) = V_t \rho(x/L, t/t_t). \end{aligned} \quad (2.38)$$

За відсутності витоків система (2.30), (2.33), (2.35) набуває вигляду

$$\mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}}: \quad \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -Ma \cdot \frac{\partial j}{\partial \xi}, \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}}: \quad \frac{\partial j}{\partial \tau} &= -2Ma \cdot \frac{j}{\rho} \frac{\partial j}{\partial \xi} - \left(Ma \cdot \frac{j^2}{\rho^2} + \frac{Z_t \theta}{Ma} \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right) \right) \frac{\partial \rho}{\partial \xi} - \\ &- \frac{Z_t \rho}{Ma} \left(z + \theta \frac{\partial z}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - Ma \cdot \rho \frac{d\gamma}{d\xi} - Ma \cdot \beta |j| \frac{j}{\rho}, \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{PD}_{\theta}^{\mathcal{L}\mathcal{E}} : \rho c_v \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\lambda_T \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) - \rho c_v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - Ma \cdot \left(\frac{Z_t \theta}{Ma^2} \alpha z - b \frac{\theta^2}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \right) \frac{\partial j}{\partial \xi} + \\
+ Ma \cdot \theta \frac{j}{\rho} \left(\frac{Z_t}{Ma^2} \alpha z - b \frac{\theta}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \right) \frac{\partial \rho}{\partial \xi} + Ma \cdot \alpha \left(\beta \frac{|j|j}{\rho^2} + \frac{d\gamma}{d\xi} \right) j + \bar{h} (\theta_{env} - \theta).
\end{aligned} \tag{2.41}$$

Для перехідних режимів, коли напрям руху газу у трубі залишається незмінним, доданок, що враховує силу в'язкого тертя в газі у формулах (2.30), (2.33), (2.35) та (2.39) – (2.41), можна подати у вигляді $Ma \cdot \beta |j| \cdot j / \rho = Ma \cdot \beta \cdot j^2 / \rho$.

2.2.4. Ізотермічне наближення

В магістральних газопроводах температура газу істотно впливає на процеси перенесення маси та імпульсу лише на ділянках, що безпосередньо прилягають до компресорних станцій [6]. Під час компресування газ істотно нагрівається. На виходах із КС навіть часто встановлюють установки для його охолодження [66].

Газ, що заповнює трубопровід є доволі інерційною системою. За штатних режимів роботи МГ густина D і тиск P газу в кожному перерізі трубопроводу змінюється повільно, а їхні градієнти невеликі. Тому нагрівання та охолодження газу в трубі, спричинені ефектом Джоуля-Томсона, незначні. На ділянках, які безпосередньо не під'єднані до виходів компресорних станцій, температура газу в трубі близька до температури навколишнього середовища. На практиці для розрахунків використовують середню на ділянці трубопроводу температуру газу [6].

Це обґрунтовує застосування ізотермічного наближення. У цьому наближенні температуру газу T вважають незмінною в часі і однорідною на всій її довжині L ділянки трубопроводу. Тоді рух газу в трубопроводі описують рівняння перенесення маси (2.30) та імпульсу (2.33). Перше з цих двох рівнянь залишається незмінним й в ізотермічному режимі, а в другому слід покласти $\theta = 1$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial j}{\partial \tau} = -2Ma \cdot \frac{j}{\rho} \frac{\partial j}{\partial \xi} - \left(Ma \cdot \frac{j^2}{\rho^2} + \frac{Z_t}{Ma} \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \Big|_{\theta=1} \right) \right) \frac{\partial \rho}{\partial \xi} - Ma \cdot \rho \frac{d\gamma}{d\xi} - \\
- Ma \cdot \beta |j| \frac{j}{\rho} - Ma \cdot \hat{l}_M j
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Модель динаміки газу $\mathcal{MGD}_{\text{Isoterm}}^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ за ізотермічних умов містить рівняння

$\mathcal{PD}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ у формі (2.30) та рівняння $\mathcal{PD}\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ у формі (2.42).

Ізотермічне наближення можна використати для побудови ітераційного алгоритму для розв'язування нелінійної системи рівнянь (2.30), (2.33), (2.35).

Ідея полягає у тому, щоб використати розв'язок ізотермічної задачі, сформульованої для системи (2.30), (2.42) з відповідними крайовими умовами, як нульове наближення для ітераційного процесу розв'язування задачі, сформульованої для повної системи (2.30), (2.33), (2.35). Це зводить задачу до послідовного розв'язування на кожній ітерації спочатку одного рівняння (2.35), системи (2.30), (2.33). Відповідний алгоритм розглянемо у наступному розділі.

2.2.5. Стаціонарний режим

Розглянемо випадок стаціонарного режиму течії. За таких умов рівняння (2.39) зводиться до вигляду

$$\frac{dj}{d\xi} + \rho l_M = 0. \quad (2.43)$$

З урахування цього із рівнянь (2.33), (2.41) отримуємо:

$$\begin{aligned} \left(Ma^2 \frac{j^2}{\rho^2} + Z_t \theta \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right) \right) \frac{d\rho}{d\xi} + Z_t \rho \left(z + \theta \frac{\partial z}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{d\xi} = \\ = -Ma^2 \left(\rho \frac{d\gamma}{d\xi} + \beta \frac{j^2}{\rho} - l_M j \right), \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \left(\lambda_T \frac{d\theta}{d\xi} \right) - \rho c_v \frac{d\theta}{d\xi} + Ma \cdot \theta \frac{j}{\rho} \left(\frac{Z_t}{Ma^2} \alpha z - b \frac{\theta}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \right) \frac{d\rho}{d\xi} = \\ = -Ma \cdot \alpha \left(\beta \frac{j^2}{\rho^2} + \frac{d\gamma}{d\xi} \right) j - \frac{Z_t \theta \rho}{Ma} \alpha z l_M - \bar{h} (\theta_{env} - \theta). \end{aligned} \quad (2.45)$$

Отримали нелінійну систему звичайних диференціальних рівнянь для знаходження безрозмірних густини потоку $j(\xi)$, густини $\rho(\xi)$ та температури $\theta(\xi)$ як функцій безрозмірної координати ξ .

Відповідно до цього математичну модель $M\mathcal{GD}_{Stationar}^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ динаміки газу за стаціонарних умов означимо як сукупність звичайних диференціальних рівнянь $\mathcal{OD}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$, $\mathcal{OD}\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ та $\mathcal{OD}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ у формах (2.43) – (2.45) відповідно.

За відсутності витоків з рівняння (2.43) випливає, що $j = const$, а рівняння (2.44), (2.45) набувають вигляду

$$\begin{aligned} \left(Ma^2 \frac{j^2}{\rho^2} + Z_t \theta \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right) \right) \frac{d\rho}{d\xi} + Z_t \rho \left(z + \theta \frac{\partial z}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{d\xi} = \\ = - Ma^2 \left(\rho \frac{d\gamma}{d\xi} + \beta \frac{j^2}{\rho} \right), \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \left(\lambda_T \frac{d\theta}{d\xi} \right) - \rho c_v \frac{d\theta}{d\xi} + Ma \cdot \theta \frac{j}{\rho} \left(\frac{Z_t}{Ma^2} \alpha z - b \frac{\theta}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \right) \frac{d\rho}{d\xi} = \\ = - Ma \cdot \alpha \left(\beta \frac{j^2}{\rho^2} + \frac{d\gamma}{d\xi} \right) j - \bar{h} (\theta_{env} - \theta). \end{aligned} \quad (2.47)$$

Тож модель $MGD_{Stationar}^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ за відсутності витоків містить співвідношення $j = const$ і рівняння $OD\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ та $OD\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ у формах (2.46) та (2.47) відповідно. За заданого значення j , а також крайової умови на функцію $\rho(\xi)$, заданої на одному із кінців відрізка $[0,1]$, і заданих на обох кінцях цього відрізка крайових умовах на функцію $\theta(\xi)$, ця модель дозволяє визначати розподіли густини (тиску) газу та його температури в довгому трубопроводі за стаціонарних умов.

За ізотермічного наближення, коли $\theta = 1$, рівняння $OD\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ зберігається у формі (2.43), рівняння $OD\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ (2.47) задовольняється тотожно, а в рівняння $OD\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ (2.46) зводиться до вигляду:

$$\frac{d\rho}{d\xi} = - \frac{\beta \rho j^2 - \rho^2 l_M j + \rho^3 \frac{d\gamma}{d\xi}}{j^2 + \frac{Z_t \rho^2}{Ma^2} \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right)}, \quad (2.48)$$

яке за відсутності витоків набуває такого вигляду

$$\frac{d\rho}{d\xi} = - \frac{\beta \rho j^2 + \rho^3 \frac{\partial \gamma}{\partial \xi}}{j^2 + \frac{Z_t \rho^2}{Ma^2} \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right)} \quad (2.49)$$

Математична модель $MGD_{Stationar}^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ за ізотермічних умов містить систему

$\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ у формі (2.43) та рівняння $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ у формі (2.48). Ця модель, за відомих густини масового потоку на вході j^{in} чи виході j^{out} , функцій $l_M(\xi)$ та $\gamma(\xi)$ і заданої крайової умови на функцію $\rho(\xi)$ на одному із кінців відрізка, дозволяє визначити густину ρ та густину j масового потоку як функції координати ξ .

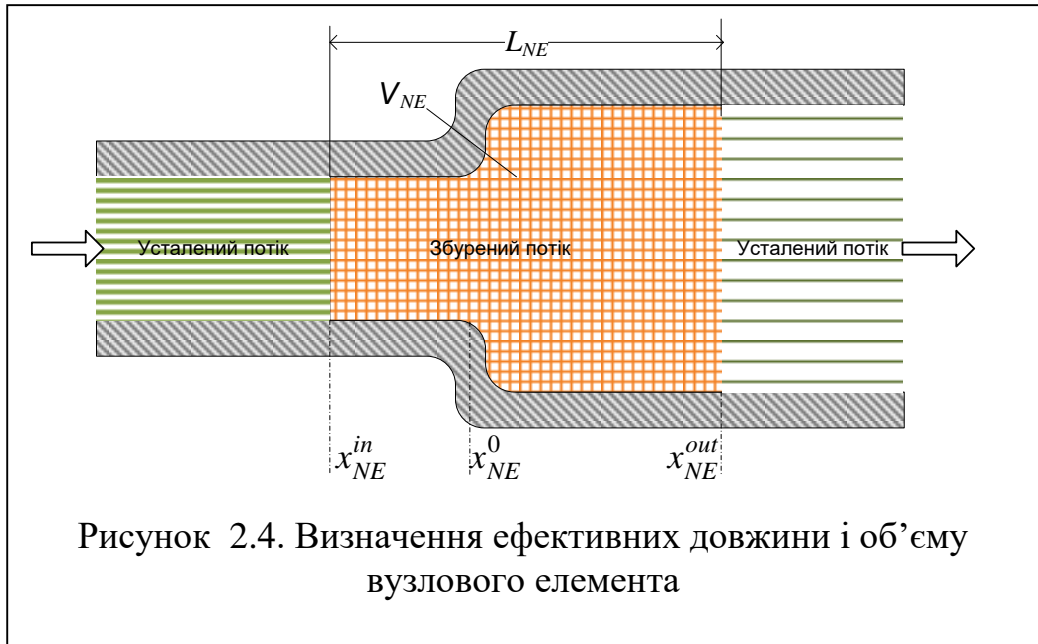
Якщо витоки відсутні, то модель $M\mathcal{G}\mathcal{D}_{Stationar}^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ складається лише із одного рівняння $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$ у формі (2.49). За заданої функції $\gamma(\xi)$ та крайової умови на $\rho(\xi)$ рівняння (2.49) можна проінтегрувати чисельно і встановити функцію $\rho(\xi)$.

2.3. Математичні моделі динаміки газу у вузлових елементах

Сформулюємо тепер рівняння балансу маси та імпульсу газу для вузлових елементів. Протяжність вузлових елементів мала, тому градієнти тиску, густини, масового потоку і швидкості у напрямку осі елемента є малі і їх із достатньою точністю можна апроксимувати скінченними приростами.

2.3.1. З'єднання труб різних діаметрів

На рис.2.4. показана схема вузла, який з'єднує два трубопроводи різних діаметрів. Зона збурення потоку в околі його поперечного перетину $x = x_{NE}^0$, де відбувається різка зміна внутрішнього діаметра, визначає ефективний об'єм вузлового елемента $V_{NE} = V_{NE}^{(1)} + V_{NE}^{(2)}$ та його ефективну довжину $L_{NE} = L_{NE}^{(1)} + L_{NE}^{(2)}$. Тут, $V_{NE}^{(1)}$ та $V_{NE}^{(2)}$ – об'єм верхньої (за потоком) та нижньої частин елемента, $L_{NE}^{(1)} = x_{NE}^0 - x_{NE}^{in}$ та $L_{NE}^{(2)} = x_{NE}^{out} - x_{NE}^0$ – їхні ефективні довжини, x_{NE}^{in} та x_{NE}^{out} – координати вхідного та вихідного поперечних перетинів вузлового елемента.



2.3.1.1. Рівняння балансу маси

Виходячи із закону збереження маси, подамо рівняння балансу маси для цього елемента з урахуванням можливого витoku:

$$\frac{dM^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{dt} = J^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} - J^{\mathcal{N}\mathcal{E}out} - \hat{L}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \quad (2.50)$$

Тут $M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = M^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(t)$ – маса газу (в kg), зосередженого у внутрішній порожнині вузлового елемента в момент часу t , $J^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} = J^{\mathcal{N}\mathcal{E}in}(t)$ – масовий потік (в kg/s), який втікає у внутрішню порожнину елемента через вхідний отвір в момент часу t , $J^{\mathcal{N}\mathcal{E}out} = J^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}(t)$ – масовий потік, який витікає з елемента через вихідний отвір в момент часу t , $\hat{L}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \hat{L}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(t)$ – швидкість витoku маси (в kg/s) із внутрішньої порожнини елемента через нещільні з'єднання чи наскрізні дефекти в його тілі.

Маса $M^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ газу, зосередженого в елементі, визначається як

$$M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = S^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} \int_{x_{NE}^in}^{x_{NE}^0} D_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}} dx + S^{\mathcal{N}\mathcal{E}out} \int_{x_{NE}^0}^{x_{NE}^{out}} D_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}} dx = V^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \bar{D}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}. \quad (2.51)$$

Тут $S^{\mathcal{N}\mathcal{E}in}$ та $S^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}$ – площі його вхідного та вихідного отворів, $D_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = D_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(x, t)$ та $D_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = D_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(x, t)$ – нестационарні розподіли густини в межах верхньої та нижньої частин вузлового елемента, $\bar{D}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} / V^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = (V_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \bar{D}_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}} + V_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \bar{D}_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}}) / V^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ –

середня густина газу в елементі, $\frac{1}{L_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} \int_{x^{\mathcal{N}\mathcal{E}in}}^{x^{\mathcal{N}\mathcal{E}0}} D_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}} dx = \bar{D}_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ та $\frac{1}{L_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} \int_{x^{\mathcal{N}\mathcal{E}0}}^{x^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}} D_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}} dx = \bar{D}_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$.

Потоки $J^{\mathcal{N}\mathcal{E}in}$, $J^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}$, виражаємо через значення густин потоку на вході $J^{\mathcal{N}\mathcal{E}in}$ та виході $J^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}$ елемента

$$J^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} = S^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} J^{\mathcal{N}\mathcal{E}in}, \quad J^{\mathcal{N}\mathcal{E}out} = S^{\mathcal{N}\mathcal{E}out} J^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}. \quad (2.52)$$

З урахуванням (2.51), (2.52), рівняння (2.50) набуває вигляду

$$\frac{d\bar{D}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{dt} = \frac{\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}} J^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} - J^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}}{L_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}} (\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}} + 1)} - \hat{L}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}}, \quad (2.53)$$

де $\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = S^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} / S^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}$, $\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = L_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}} / L_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$, $\hat{L}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \equiv \hat{\mathcal{L}}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} / V^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ – швидкість зникнення маси в одиниці об’єму вузлового елемента, спричиненого витоком (в $\text{kg}/(\text{m}^3 \times \text{s})$)

Отримане звичайне диференціальне рівняння, залежне від часу, пов’язує середню густину газу $\bar{D}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \bar{D}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(t)$ в об’ємі вузлового елемента із значеннями густини масового потоку на його вході $J^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} = J^{\mathcal{N}\mathcal{E}in}(t)$ та виході $J_{NE}^{out} = J_{NE}^{out}(t)$, а також із швидкістю втрат $\hat{L}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \hat{L}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(t)$ маси газу в одиниці об’єму внутрішньої порожнини, зумовлених витоками.

Рівняння (2.53) залежить від відношення площ $\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ вхідного та вихідного отворів елемента, а також від параметрів $\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ та V_{NE} , які визначають з урахуванням зон збурення потоку, яку створює вузловий елемент внаслідок зміни геометрії поперечного перерізу труби та геометрії осі трубопроводу (див. рисунок 2.4).

Зведемо рівняння (2.53) до безрозмірної форми.

Вводячи безрозмірний час для вузлового елемента $\tau = t \cdot L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} / C_t$, де $L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \equiv L_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}} (\zeta_{NE}^S \zeta_{NE}^L + 1)$ та беручи до уваги, введені раніше означення безрозмірних параметрів потоку ρ , j , згідно із якими $D = \rho D_t$, $J = j J_t$, $J_t = D_t V_t$, отримуємо

$$\frac{d\bar{\rho}_{NE}}{d\tau} = Ma \cdot (\zeta_{NE}^S j_{NE}^{in} - j_{NE}^{out}) - Ma \cdot \hat{l}_{NE}^M. \quad (2.54)$$

Тут $\hat{l}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \hat{\mathcal{L}}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} / (J_t / L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}})$ – безрозмірна швидкість витоку маси через наскрізні дефекти стінки вузлового елемента і нещільності з’єднань. Нормувальним параметром для швидкості $\hat{L}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ витоку маси із одиниці об’єму внутрішньої порожнини елемента є величина $J_t / L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$, що має таку ж розмірність – $\text{kg}/(\text{m}^3 \times \text{s})$.

Отримали перше ключове рівняння (2.54) для середньої густини $\bar{\rho}$ газу в порожнині вузлового елемента як функції часу τ . Це лінійне звичайне диференціальне рівняння. Якщо функції $j^{\mathcal{N}\mathcal{E}in}(\tau)$, $j^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}(\tau)$ та $\hat{l}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(\tau)$ відомі на

проміжку $\tau \in [0, \tau_1]$, то його можна проінтегрувати на цьому проміжку і знайти $\rho(\tau)$.

2.3.1.2. Рівняння балансу імпульсу

Виходячи із загального рівняння балансу, зміна кількості руху $\rho^{N\mathcal{E}}$ газу, зосередженого у внутрішньому об'ємі вузлового елемента відбувається за рахунок потоків імпульсу через вхідний $(P^{N\mathcal{E}in} + J^{N\mathcal{E}in} V^{N\mathcal{E}in})$ та вихідний $(P^{N\mathcal{E}out} + J^{N\mathcal{E}out} V^{N\mathcal{E}out})$ поперечні перерізи, а також дії сил в його об'ємі.

Тож, із врахуванням сил гравітації $\mathcal{G}^{N\mathcal{E}}$, в'язкого тертя $\mathcal{R}^{N\mathcal{E}}$ та втрати \hat{E}_{NE}^p кількості руху в об'ємі елемента, зумовленої витокami, подамо рівняння балансу кількості руху для вузлового елемента у вигляді

$$\frac{\partial \rho^{N\mathcal{E}}}{\partial t} = S^{N\mathcal{E}in} \left(P^{N\mathcal{E}in} + J^{N\mathcal{E}in} V^{N\mathcal{E}in} \right) - S^{N\mathcal{E}out} \left(P^{N\mathcal{E}out} + J^{N\mathcal{E}out} V^{N\mathcal{E}out} \right) - \mathcal{G}^{N\mathcal{E}} - \mathcal{R}^{N\mathcal{E}} - \hat{E}_{NE}^p. \quad (2.55)$$

Тут $P^{N\mathcal{E}in,out}$, $J^{N\mathcal{E}in,out}$ та $V^{N\mathcal{E}in,out}$ – значення тиску, густини масового потоку та швидкості руху газу на вході та виході елемента.

Кількість руху $\rho^{N\mathcal{E}}$ [kg×m/s] виразимо через середню густину \bar{J}_{NE} $\left[\frac{\text{kg} \times \text{m/s}}{\text{m}^3} \right]$

масового потоку в об'ємі $V^{N\mathcal{E}}$ елемента, яку означимо формулою

$$\rho^{N\mathcal{E}} = S^{N\mathcal{E}in} \int_{x^{N\mathcal{E}in}}^{x^{N\mathcal{E}0}} J_1^{N\mathcal{E}} dx + S^{N\mathcal{E}out} \int_{x^{N\mathcal{E}0}}^{x^{N\mathcal{E}out}} J_2^{N\mathcal{E}} dx = V^{N\mathcal{E}} \bar{J}^{N\mathcal{E}}, \quad (2.56)$$

Гравітаційна сила $\mathcal{G}^{N\mathcal{E}}$ (в N) дорівнює сумі сил $\mathcal{G}_1^{N\mathcal{E}}$ та $\mathcal{G}_2^{N\mathcal{E}}$, що діють на маси, зосереджені у порожнинах верхньої та нижньої частин елемента:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}^{N\mathcal{E}} &= \mathcal{G}_1^{N\mathcal{E}} + \mathcal{G}_2^{N\mathcal{E}} = g \left(M_1^{N\mathcal{E}} + M_2^{N\mathcal{E}} \right) \sin \theta = \\ &= g \left(V_1^{N\mathcal{E}} \bar{D}_1^{N\mathcal{E}} + V_2^{N\mathcal{E}} \bar{D}_2^{N\mathcal{E}} \right) \sin \theta, \end{aligned} \quad (2.57)$$

Враховуючи введене означення середньої густини газу в елементі із (2.57) отримуємо

$$\mathcal{G}^{N\mathcal{E}} = V^{N\mathcal{E}} g \bar{D}^{N\mathcal{E}} \sin \theta \quad (2.58)$$

Тут θ – кут нахилу осі елемента до горизонтальної площини.

Силу в'язкого тертя $\mathcal{R}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ означимо як

$$\mathcal{R}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \frac{V^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} k^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \overline{V^{\mathcal{N}\mathcal{E}} J^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}, \quad (2.59)$$

де $\overline{V^{\mathcal{N}\mathcal{E}} J^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}$ – середнє в об'ємі вузлового елемента значення добутку $V^{\mathcal{N}\mathcal{E}} J^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$, $k^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ – безрозмірний коефіцієнт локального гідравлічного опору, який слід визначати експериментально для кожної категорії і типу вузлового елемента.

Визначимо величину $\overline{V^{\mathcal{N}\mathcal{E}} J^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}$. Маємо

$$\begin{aligned} \overline{V^{\mathcal{N}\mathcal{E}} J^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}(t) &= \int_0^{L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} V^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(x,t) J^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(x,t) dx = \\ &= \int_0^{L_{NE}} (\bar{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(t) + \tilde{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(x,t)) (\bar{J}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(t) + \tilde{J}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(x,t)) dx \end{aligned}$$

Тут $\bar{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \frac{1}{L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} \int_0^{L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} V^{\mathcal{N}\mathcal{E}} dx$, та $\bar{J}_{NE} = \frac{1}{L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} \int_0^{L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} J^{\mathcal{N}\mathcal{E}} dx$ – відповідні середні

величини, $\tilde{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ та $\tilde{J}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ – відхилення від середніх значень, які задовольняють умови

$$\int_0^{L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} \tilde{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} dx = 0, \quad \int_0^{L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} \tilde{J}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} dx = 0.$$

З урахуванням цього отримуємо

$$\overline{V^{\mathcal{N}\mathcal{E}} J^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}(t) = \bar{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(t) \bar{J}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(t) + \int_0^{L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} \tilde{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(x,t) \tilde{J}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(x,t) dx$$

Для вузлових елементів відхилення від середніх значень малі, тому їхніми квадратами нехтуватимемо, приймаючи $\overline{V_{NE} J_{NE}}(t) = \bar{V}_{NE}(t) \bar{J}_{NE}(t)$

Складову $\hat{\mathcal{L}}_p^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ у рівнянні (2.55) визначимо як

$$\hat{\mathcal{L}}_p^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \bar{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \hat{\mathcal{L}}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \quad (2.60)$$

З урахуванням (2.56), (2.58) – (2.60), рівняння (2.55) набуває вигляду

$$\frac{d\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{dt} = \frac{\zeta_{NE}^S \left(P^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}} + J^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}} V^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}} \right) - \left(P^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}} + J^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}} V^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}} \right)}{L_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \left(\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}} + 1 \right)} - g \sin \theta \cdot \bar{D}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} - k^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \frac{\bar{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{L_{NE}^{(2)} \left(\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}} + 1 \right)} - \bar{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \hat{L}_{NE}^M \quad (2.61)$$

Зведемо отримане рівняння до безрозмірної форми.

$$\frac{d\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{d\tau} = \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \left(\frac{Z_t}{Ma} p^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}} + Ma \cdot j^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}} v^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}} \right) - \left(\frac{Z_t}{Ma} p^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}} + Ma \cdot j^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}} v^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}} \right) - Ma \cdot \gamma^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \cdot \bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} - Ma \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \bar{v}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} - Ma \cdot \bar{v}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \hat{l}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \quad (2.62)$$

де $\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \bar{J}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}/J_t$ та $\bar{v}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \bar{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}/V_t$ – безрозмірні значення середнього масового потоку та середньої швидкості газу в елементі, $\gamma^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = L_{eff}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \sin \theta / H_t$ – безрозмірне значення перепаду висоти між виходом та входом вузлового елемента (H_t – ведена раніше характерна висота: $H_t = g/V_t^2$).

Вибираючи за ключову функцію у цьому рівнянні $\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ та беручи до уваги, що $\bar{v}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} / \bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$, приведемо рівняння (2.62) до вигляду

$$\frac{d\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{d\tau} + Ma \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \frac{\left(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \right)^2}{\bar{\rho}_{NE}} + Ma \cdot \frac{\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} \hat{l}_{NE}^M + Ma \cdot \gamma^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \cdot \bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \left(\frac{Z_t}{Ma} p^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}} + Ma \cdot \frac{j^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}} j^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}}}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} \right) - \left(\frac{Z_t}{Ma} p^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}} + Ma \cdot \frac{j^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}} j^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}}}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} \right) \quad (2.63)$$

Отримали друге ключове рівняння (2.63) для функції $\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(\tau)$. Це нелінійне звичайне диференціальне рівняння, яке залежить від двох ключових функцій – $\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(\tau)$ та $\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(\tau)$. Разом із рівнянням (2.54), воно утворює систему – якщо функції $j^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}}(\tau)$, $j^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}}(\tau)$, $\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}}(\tau)$, $\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}}(\tau)$ та $\hat{l}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(\tau)$ – відомі на деякому проміжку $\tau \in [0, \tau_1]$ (наприклад, встановлені шляхом вимірювань), а також відомі значення $\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}|_{\tau=0}$ та $\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}|_{\tau=0}$, то систему (2.54), (2.63) можна проінтегрувати чисельно й

визначити функції $\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(\tau)$ та $\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(\tau)$. За цими функціями можна обчислити залежності від часу маси та кількості руху газу, накопиченого в об'ємі $V^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ вузлового елемента в будь-який момент часу $\tau \in [0, \tau_1]$

$$\mathcal{M}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(\tau) = V^{\mathcal{N}\mathcal{E}} D_t \bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(\tau), \quad \mathcal{P}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(\tau) = V^{\mathcal{N}\mathcal{E}} D_t J_t \bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(\tau) \bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}(\tau) \quad (2.64)$$

Отриману систему рівнянь (2.52), (2.61) можна спростити, якщо знехтувати малі доданки $Ma \cdot j_{NE}^{in} v_{NE}^{in}$ та $Ma \cdot j_{NE}^{out} v_{NE}^{out}$ (порядок величини яких по відношенню до $\frac{Z_t}{Ma} p_{NE}^{in}$ та $\frac{Z_t}{Ma} p_{NE}^{out} \in Ma^2$). До того ж, якщо вісь вузлового елемента лежить в горизонтальній площині, то $\gamma^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = 0$. За таких умов рівняння (2.63) матиме вигляд

$$\frac{d\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{d\tau} + Ma \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \frac{(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}})^2}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} + Ma \cdot \frac{\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} \hat{l}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \frac{Z_t}{Ma} (\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}} p^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} - p^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}), \quad (2.65)$$

а відповідне йому рівняння (2.61) у розмірних змінних виглядатиме так

$$\frac{d\bar{J}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{dt} + k^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \frac{(\bar{J}^{\mathcal{N}\mathcal{E}})^2 / \bar{D}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{L_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}} (\zeta_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}} + 1)} + \frac{\bar{J}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{\bar{D}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} \hat{l}_{NE}^{\mathcal{M}} = \frac{\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}} p^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} - p^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}}{L_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}} (\zeta_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}} + 1)}. \quad (2.66)$$

2.3.2. З'єднання труб одного діаметра

До таких елементів можна віднести зовнішні вузли ГТС (вхідні та вихідні), рівнопрохідні кранові вузли, криволінійні ділянки трубопроводу, на яких змінюється напрям осі трубопроводу тощо. Вони є частковим випадком елементів, розглянутих у попередньому пункті. Рівняння балансу маси та імпульсу для таких елементів отримуємо, покладаючи відповідно в рівняннях (2.53) та (2.66) $\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = 1$ та $L_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = L_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = 1/2 \cdot L^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$. В результаті отримуємо

$$\frac{d\bar{D}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{dt} = \frac{J^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} - J^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}}{L^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} - \hat{l}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}}, \quad (2.67)$$

$$\frac{d\bar{J}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{dt} = \frac{P^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} - P^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}}{L^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} - k^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \frac{\bar{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \bar{J}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{L^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} - \bar{V}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \hat{l}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}}. \quad (2.68)$$

У безрозмірній формі ці рівняння набувають вигляду

$$\frac{d\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{d\tau} = Ma \cdot (j^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} - j^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}) - Ma \cdot \hat{l}_M^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \quad (2.69)$$

$$\frac{d\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}}{d\tau} + Ma \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \frac{(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}})^2}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}} + Ma \cdot \bar{v}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \hat{l}_{NE}^{\mathcal{M}} = \frac{Z_t}{Ma} (p^{\mathcal{N}\mathcal{E}in} - p^{\mathcal{N}\mathcal{E}out}). \quad (2.70)$$

Звичайні диференціальні рівняння (2.69), (2.70) визначають середні безрозмірні густину $\bar{\rho}$ і густину масового потоку \bar{j} газу у вузловому елементі як функції часу τ . На основі знайденого розв'язку цієї системи функцій $\bar{\rho}(\tau)$ та $\bar{j}(\tau)$ – за формулами (2.64) можна обчислити масу $\mathcal{M}_{NE}(\tau)$ та кількість руху $\mathcal{P}_{NE}(\tau)$ газу, зосередженого в об'ємі V_{NE} вузлового елемента.

2.3.3. Вузли розгалуження та злиття потоків

2.3.3.1. Вузол розділення потоку

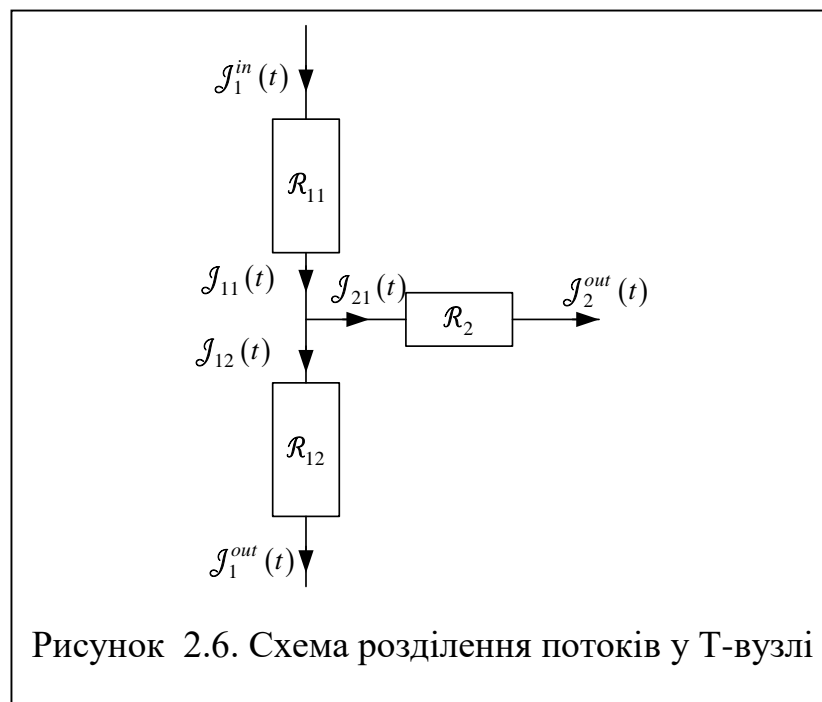
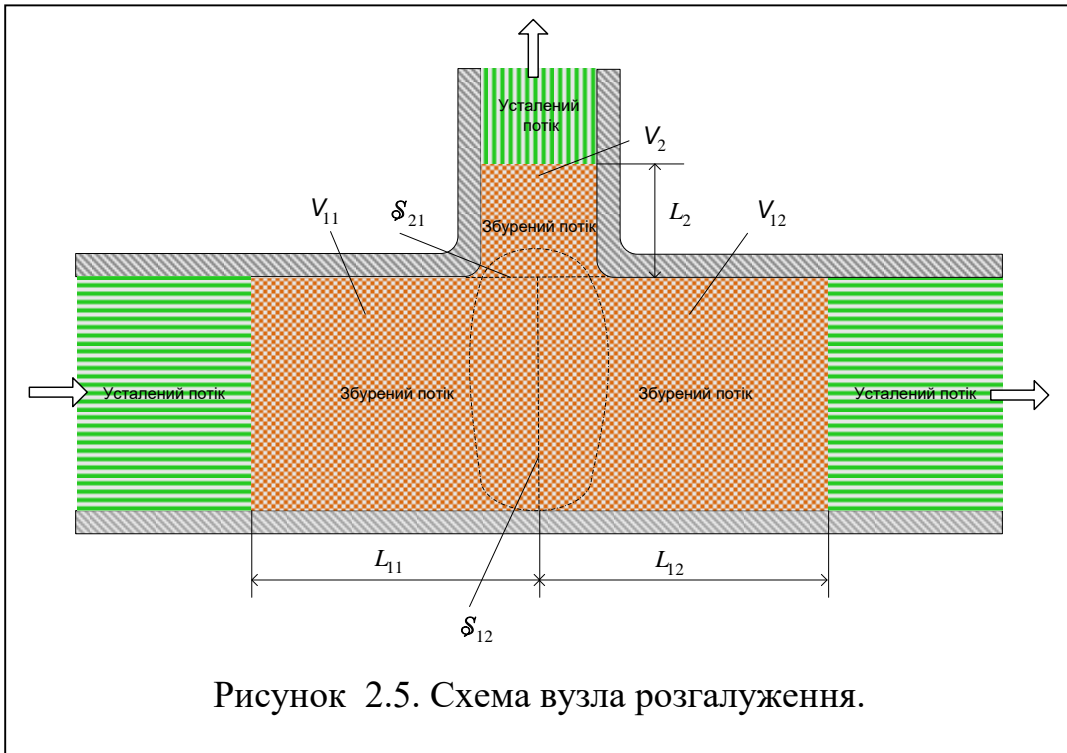
На рисунку 2.5 показана схема Т-вузла елемента для відведення потоку. Розглядаємо його як сукупність трьох складових – верхня та нижня частини прямої труби довжина яких $L_{11}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ та $L_{12}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ відповідно, а також частина відвідної труби довжиною $L_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ (див. рис.2.5). Вважатимемо, що безпосередньо у зоні розділення потоків \mathcal{V}_Δ формуються потоки маси $\mathcal{J}_{11}(t)$ (потік, що витікає із об'єму V_{11} верхнього елемента прямої труби через переріз \mathcal{S}_{12}), $\mathcal{J}_{12}(t)$ (потік, що втікає в об'єм V_{12} нижнього елемента через цей переріз) та $\mathcal{J}_{21}(t)$ (потік, що втікає у об'єм V_2 через переріз \mathcal{S}_{21}), які пов'язані співвідношенням

$$\mathcal{J}_{12} = \mathcal{J}_{11} - \mathcal{J}_{21}. \quad (2.71)$$

Відповідні густини масового потоку $J_{11}(t) = \mathcal{J}_{11}(t)/S_1$, $J_{12}(t) = \mathcal{J}_{12}(t)/S_1$ та $J_{21}(t) = \mathcal{J}_{21}(t)/S_2$ пов'язані співвідношенням

$$J_{12} = J_{11} - S_2/S_1 \cdot J_{21}, \quad (2.72)$$

де S_1 площа перерізу прямої, а S_2 – відвідної труби.



Застосовуючи рівняння (2.50) до верхнього, нижнього та відвідного елементів Т-вузла, отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{M}_{11}}{dt} &= \mathcal{J}_1^{in} - \mathcal{J}_{11} - \hat{\mathcal{E}}_{11}^{\mathcal{M}}, & \frac{d\mathcal{M}_{12}}{dt} &= \mathcal{J}_{12} - \mathcal{J}_1^{out} - \hat{\mathcal{E}}_{12}^{\mathcal{M}}, \\ \frac{d\mathcal{M}_2}{dt} &= \mathcal{J}_{21} - \mathcal{J}_2^{out} - \hat{\mathcal{E}}_2^{\mathcal{M}}. \end{aligned} \quad (2.73)$$

Тут $\mathcal{M}_{11} = \mathcal{M}_{11}(t) = V_{11}\bar{D}_{11}(t)$, $\mathcal{M}_{12} = \mathcal{M}_{12}(t) = V_{12}\bar{D}_{12}(t)$ та $\mathcal{M}_2 = \mathcal{M}_2(t) = V_2\bar{D}_2(t)$ – маси газу накопиченого у верхньому, нижньому та відвідному елементах Т-вузла в момент часу t , \bar{D}_{11} , \bar{D}_{12} та \bar{D}_2 – відповідні середні густини, \mathcal{J}^{in} – потік, що втікає в Т-вузол, \mathcal{J}_1^{out} та \mathcal{J}_2^{out} – потоки, які витікають із Т-вузла (див. рис. 2.6), $\hat{\mathcal{E}}_{11}^{\mathcal{M}} = V_{11}\hat{L}_{11}^{\mathcal{M}}$, $\hat{\mathcal{E}}_{12}^{\mathcal{M}} = V_{12}\hat{L}_{12}^{\mathcal{M}}$, $\hat{\mathcal{E}}_2^{\mathcal{M}} = V_2\hat{L}_2^{\mathcal{M}}$.

Додаючи перші два рівняння (2.71), із врахуванням (2.69) отримуємо

$$\frac{d\mathcal{M}_1}{d\tau} = \mathcal{J}_1^{in} - \mathcal{J}_1^{out} + \mathcal{J}_{12} - \mathcal{J}_{11} - \hat{\mathcal{E}}_1^{\mathcal{M}}. \quad (2.74)$$

Тут $\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_{11} + \mathcal{M}_{12}$ – маса газу, накопиченого в момент часу t в об'ємі $V_1 = V_{11} + V_{12}$ об'єднаного елемента, що складається із верхньої та нижньої частин Т-вузла $\hat{\mathcal{E}}_1^{\mathcal{M}} = \hat{\mathcal{E}}_{11}^{\mathcal{M}} + \hat{\mathcal{E}}_{12}^{\mathcal{M}} = V_{11}\hat{L}_{11}^{\mathcal{M}} + V_{12}\hat{L}_{12}^{\mathcal{M}}$.

Вводячи середню густину \bar{D}_1 для об'єднаного елемента

$$\bar{D}_1 = \frac{\mathcal{M}_1}{V_1} = \frac{V_{11}\bar{D}_{11} + V_{12}\bar{D}_{12}}{V_{11} + V_{12}} \quad (2.75)$$

та враховуючи формулу (2.72), перепишемо рівняння (2.74) у вигляді

$$\frac{d\bar{D}_1}{dt} = \frac{\mathcal{J}_1^{in} - \mathcal{J}_1^{out} - \zeta_2^S \mathcal{J}_{21}}{L_{12}(\zeta_1^L + 1)} - \hat{L}_1^{\mathcal{M}}. \quad (2.76)$$

Тут використані позначення

$$\zeta_2^S \equiv S_2/S_1, \zeta_1^L \equiv L_{11}/L_{12}, \hat{L}_1^{\mathcal{M}} \equiv \hat{\mathcal{E}}_1^{\mathcal{M}}/V_1 = \frac{\zeta_1^L \hat{L}_{11}^{\mathcal{M}} + \hat{L}_{12}^{\mathcal{M}}}{\zeta_1^L + 1}.$$

Для труб відведення малих діаметрів довжина зони збурення потоку L_2

набагато менша $L_2 \ll L_1 = L_{11} + L_{12}$. Оскільки відношення площ перерізів відвідної і прямої труби також мале ($S_2/S_1 \ll 1$), то маса M_2 газу, накопиченого в елементі відведення є мала. Тому можна наближено прийняти $dM_2/dt = 0$. Тоді із третього рівняння (2.73) випливає, що $J_{21} - J_2^{out} - \hat{L}_2^M \approx 0$. Звідси отримуємо $J_{21} = J_2^{out} + L_2 \hat{L}_2$. З урахуванням цього рівняння (2.76) набуває вигляду

$$\frac{d\bar{D}_1}{dt} = \frac{J_1^{in} - J_1^{out} - \zeta_2^S J_2^{out}}{L_{12}(\zeta_1^L + 1)} - \hat{L}^M. \quad (2.77)$$

Тут використано позначення $\hat{L}^M = \hat{L}_1^M + \frac{\zeta_2^S \zeta_2^L}{(\zeta_1^L + 1)} \hat{L}_2^M$, де $\zeta_2^L = L_2/L_{12}$.

Вводячи безрозмірну часову змінну $\tau = t/t_t$, $t_t = L_{12}(\zeta_1^L + 1)/C_t$, приводимо рівняння (2.77) до безрозмірної форми

$$\frac{d\bar{\rho}_1}{d\tau} = Ma \cdot (j_1^{in} - j_1^{out} - \zeta_2^S j_2^{out}) - Ma \cdot \hat{j}^M. \quad (2.78)$$

Тут використані позначення для безрозмірних параметрів: $\bar{\rho}_1 = \bar{D}_1/D_t$, $j_1^{in} = J_1^{in}/J_t$, $j_1^{out} = J_1^{out}/J_t$, $j_2^{out} = J_2^{out}/J_t$, а також

$$\hat{j}^M \equiv L^M \cdot L_1/J_t = \left(\hat{L}_1^M + \frac{\zeta_2^S \zeta_2^L}{(\zeta_1^L + 1)} \hat{L}_2^M \right) \frac{L_1}{J_t}.$$

Якщо потоки $j_1^{in}(\tau)$, $j_1^{out}(\tau)$ та $j_2^{out}(\tau)$ відомі (наприклад визначені на основі даних вимірювань параметрів потоків на вході і виходах Т-вузла), то рівняння (2.73) дозволяє обчислити середню нормовану густину $\bar{\rho}_1$ газу, накопиченого у його об'ємі, а відтак встановити його масу $M_1(t) = V_1 D_t \bar{\rho}_1(t/t_t)$.

Встановимо тепер рівняння балансу імпульсу для Т-вузла розгалуження. Вважатимемо, що обидві осі вузла лежать в горизонтальній площині. Використовуючи рівняння (2.68), запишемо рівняння балансу імпульсу для верхньої та нижньої частин Т-вузла

$$\begin{aligned}\frac{d\mathcal{P}_{11}}{dt} &= S_1(P_1^{in} - P_{11}) - k_{11}S_1\bar{V}_{11}\bar{J}_{11} - V_{11}\bar{V}_{11}\hat{L}_{11}^M \\ \frac{d\mathcal{P}_{12}}{dt} &= S_1(P_{12} - P_1^{out}) - k_{12}S_1\bar{V}_{12}\bar{J}_{12} - V_{12}\bar{V}_{12}\hat{L}_{12}^M\end{aligned}\quad (2.79)$$

Тут $\mathcal{P}_{11} = \mathcal{P}_{11}(t) = V_{11}\bar{J}_{11}(t)$, $\mathcal{P}_{12} = \mathcal{P}_{12}(t) = V_{12}\bar{J}_{12}(t)$ – кількість руху маси газу накопиченого у верхньому та нижньому елементах Т-вузла в момент часу t , \bar{J}_{11} , \bar{J}_{12} – відповідні середні значення густини масового потоку.

Сумуючи перше та друге рівняння (2.79), отримаємо

$$\frac{d\bar{J}_1}{dt} = \frac{P_1^{in} - P_1^{out} + P_{12} - P_{11}}{L_{12}(\zeta_1^L + 1)} - \frac{k_{11}\bar{V}_{11}\bar{J}_{11} - k_{12}\bar{V}_{12}\bar{J}_{12}}{L_{12}(\zeta_1^L + 1)} - \frac{\zeta_1^L\bar{V}_{11}\hat{L}_{11}^M - \bar{V}_{12}\hat{L}_{12}^M}{\zeta_1^L + 1}. \quad (2.80)$$

Тут, \bar{J}_1 – середнє значення потоку в об'єднаному елементі, що складається із верхньої нижньої частин Т-вузла:

$$\bar{J}_1 = \frac{\bar{\mathcal{P}}_1}{V_1} = \frac{V_{11}\bar{J}_{11} + V_{12}\bar{J}_{12}}{V_{11} + V_{12}} = \frac{\zeta_1^L\bar{J}_{11} + \bar{J}_{12}}{\zeta_1^L + 1}, \quad (2.81)$$

де $\bar{\mathcal{P}}_1 = \mathcal{P}_{11} + \mathcal{P}_{12}$, $\zeta_1^L = L_{11}/L_{12}$.

Визначимо перепад тиску $P_{11} - P_{12}$, який виникає у вузькій області \mathcal{V}_Δ безпосереднього розділення потоку (показана на рис.2.6 штрих-пунктирною лінією). Нехай Δ_1 – ширина цієї області в напрямку осі основного трубопроводу: $\Delta_1 = L_1$. Оскільки маса газу, зосередженого у цій області мала, то знехтуємо її інерційність. Тоді перепад тиску $P_{11} - P_{12}$ визначатиме гідравлічний опір цієї області, який пропорціональний $\bar{J}_\Delta/\bar{D}_\Delta$, \bar{J}_Δ та \bar{D}_Δ – середні значення масового потоку та густини газу в цій області

$$\frac{P_{11} - P_{12}}{\Delta L_1} = k_1^\Delta \frac{\bar{J}_1^2}{\bar{D}_1}, \quad (2.82)$$

де k_1^Δ - коефіцієнт гідравлічного опору в області \mathcal{V}_Δ .

З урахуванням (2.82), зведемо рівняння до вигляду

$$\frac{d\bar{J}_1}{dt} + k_1 \frac{\bar{J}_1^2}{\bar{D}_1 L_{12} (\zeta_1^L + 1)} + \frac{\bar{J}_1}{\bar{D}_1} \hat{L}_1^M = \frac{P_1^{in} - P_1^{out}}{L_{12} (\zeta_1^L + 1)}. \quad (2.83)$$

Тут k_1 – ефективний коефіцієнт гідравлічного опору об'єднаного елемента, за якого з достатньою точністю задовольняється співвідношення:

$$k_1 = \frac{k_{11} \zeta_1^L \bar{J}_{11}^2 / \bar{D}_{11} + k_{12} \bar{J}_{12}^2 / \bar{D}_{12} + \zeta_1^\Delta k_1^\Delta \bar{J}_\Delta^2 / \bar{D}_\Delta}{\bar{J}_1^2 / \bar{D}_1 L_{12} (\zeta_1^L + 1)}, \quad \zeta_1^\Delta \equiv \Delta / L_{12} \quad (2.84)$$

\hat{L}_1^M – швидкість витoku маси із одиниці об'єму об'єднаного елемента

$$\hat{L}_1^M = \frac{\zeta_1^L \bar{V}_{11} \hat{L}_{11}^M - \bar{V}_{12} \hat{L}_{12}^M}{\bar{V}_1 (\zeta_1^L + 1)}. \quad (2.85)$$

У безрозмірних змінних рівняння (2.83) матиме вигляд

$$\frac{d\bar{j}_1}{d\tau} + Ma \cdot k_1 \frac{\bar{j}_1^2}{\bar{\rho}_1} + Ma \cdot \frac{\bar{j}_1}{\bar{\rho}_1} \hat{l}_1^M = \frac{Z_t}{Ma} (p_1^{in} - p_1^{out}). \quad (2.88)$$

Рівняння (2.78), (2.88) утворюють систему для знаходження ключових функцій $\bar{\rho}_1(\tau)$, $\bar{j}_1(\tau)$ за відомих параметрів $j_1^{in/out}(\tau)$, $j_2^{out}(\tau)$, $p_1^{in/out}(\tau)$ та $\hat{l}_1^M(\tau)$.

2.3.3.2. Вузол об'єднання потоку

На рис. 2.7 показана схема Т-вузла, а на рис. 2.8 – схема потоків у ньому. У цьому вузлі потік J_{11} , що виходить із верхнього елемента об'єднується із потоком J_{21} , що виходить із відвідного елемента, а потік J_{12} , який втікає у нижній елемент, визначається як

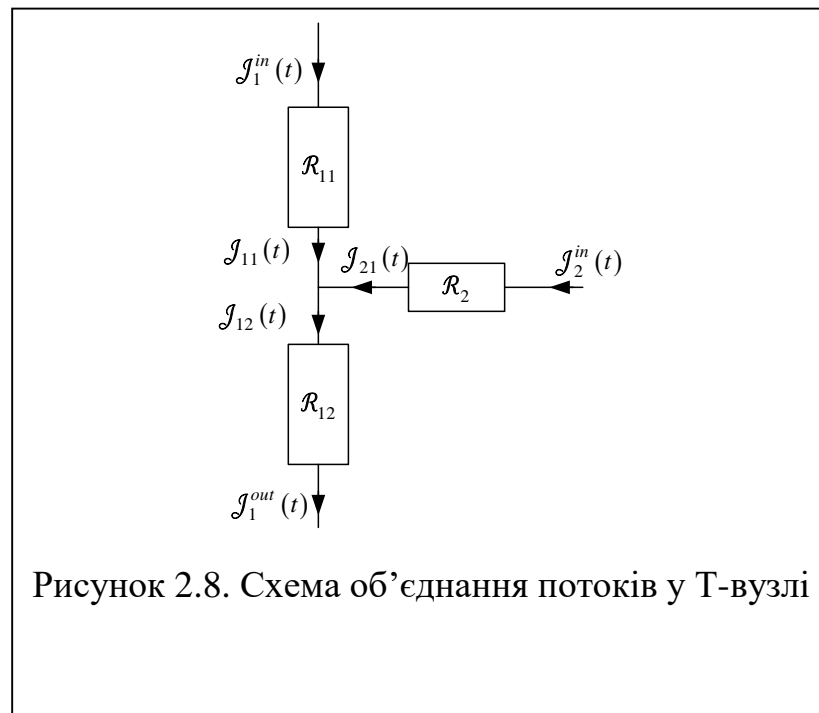
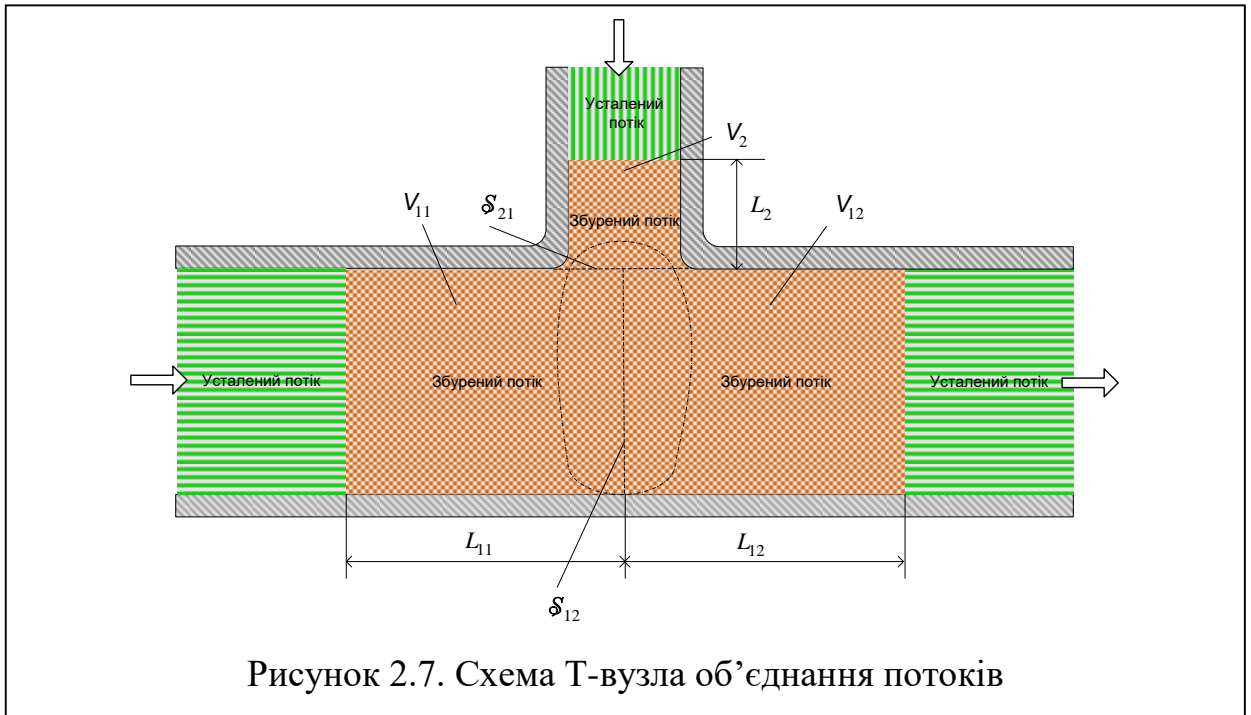
$$J_{12} = J_{11} + J_{21}. \quad (2.88)$$

Для відповідних густин потоків у цьому випадку маємо

$$J_{12} = J_{11} + \frac{S_2}{S_1} J_{21}. \quad (2.89)$$

З урахуванням цього рівняння балансу маси для об'єднаних верхнього та нижнього елементів Т-вузла у цьому випадку матиме вигляд

$$\frac{d\bar{D}_1}{dt} = \frac{J_1^{in} - J_1^{out} + \zeta_2^S J_2^{in}}{L_{12} (\zeta_1^L + 1)} - \hat{L}^M. \quad (2.90)$$



Для безрозмірних змінних це рівняння зводиться до вигляду

$$\frac{d\bar{p}_1}{d\tau} = Ma \cdot (j_1^{in} - j_1^{out} + \zeta_2^S j_2^{in}) - Ma \cdot \hat{l}^M. \quad (2.91)$$

Застосовуючи міркування, такі ж, як і попередньому випадку (для T-вузла розділення потоків), отримаємо таке рівняння балансу імпульсу для об'єднаних верхнього та нижнього елементів

$$\frac{d\bar{J}_1}{dt} + k_1 \frac{\bar{J}_1^2}{\bar{D}_1 L_{12} (\zeta_1^L + 1)} + \frac{\bar{J}_1}{\bar{D}_1} \hat{l}_1^M = \frac{P_1^{in} - P_1^{out}}{L_{12} (\zeta_1^L + 1)}. \quad (2.92)$$

У безрозмірних змінних це рівняння має вигляд

$$\frac{d\bar{j}_1}{d\tau} + Ma \cdot k_1 \frac{\bar{j}_1^2}{\bar{\rho}_1} + Ma \cdot \frac{\bar{j}_1}{\bar{\rho}_1} \hat{l}_1^M = \frac{Z_t}{Ma} (p_1^{in} - p_1^{out}). \quad (2.93)$$

Звичайні диференціальні рівняння (2.91) та (2.93) позначимо як $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$ та $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$. Вони є складовими математичної моделі динаміки газу у вузлових $\mathcal{M}\mathcal{E}\mathcal{D}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}$. Доповнимо їх співвідношеннями, які виражають неперервність температурного поля та теплового потоку на вузловому елементі

$$\mathcal{I}\mathcal{C}_\theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}} : \theta|_{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}} - \theta|_{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}} = 0, \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}} - \left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}} = 0.$$

Тут $\theta|_{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}}$ та $\left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\mathcal{N}\mathcal{E}^{in}}$ і $\theta|_{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}}$ та $\left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\mathcal{N}\mathcal{E}^{out}}$ – значення безрозмірних температура та її градієнта на вході і виході вузлового елемента.

Розглядатимемо модель динаміки газу у вузлових елементах як сукупність: $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \{ \mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}}, \mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}}, \mathcal{I}\mathcal{C}_\theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}} \}$.

2.4. Моделі локального витіку

Рівняння ключової системи (2.30), (2.33) містять функцію $\hat{l}_M(\xi, \tau) \equiv \rho(\xi, \tau) l_M(\xi, \tau)$, яка визначає об'ємні втрати маси, імпульсу та енергії потоку газу в трубі внаслідок його витікання через наскрізний отвір, який утворився в стінці труби. Встановимо цю функцію.

Витікання збурює потік на відрізку труби довжиною $\Delta_x \equiv \Delta_1 + \Delta_2$ в околі місця

x_L розгерметизації (див. рис.2.3). Довжина зони збурення Δ_x , вочевидь, залежить від площі отвору S_L та параметрів течії (швидкості V та тиску P). Нехай $\dot{M}_L = \dot{M}_L(t)$ – швидкість витікання маси газу з труби через негерметичну стінку в кг/с, а $J_L = J_L(t)$ – потік газу, що витікає через отвір, в кг/(м²с). Тоді $\dot{M}_L = S_L J_L$. Внаслідок витоку маса газу зникає в зоні збурення потоку \mathcal{V}_L , об'єм якої дорівнює $S \cdot \Delta_x$, визначимо параметр $\hat{L}_M \equiv DL_M$ розмірністю кг/(м³·с) як

$$\hat{L}_M(x, t) = J_L(t) \frac{\sigma_L}{\Delta_x} \delta_{\Delta_x}(x - x_L). \quad (2.94)$$

Тут $\sigma_L = S_L/S$ – відношення площі отвору до площі поперечного перетину труби S , функція $\delta_{\Delta_x}(\dots)$ визначає координатну залежність параметра \hat{L}_M в області збурення потоку, вона задовольняє умову $\Delta_x^{-1} \int_{-\Delta_1}^{\Delta_2} \delta_{\Delta_x}(x) dx = 1$.

Вважатимемо, що площа отвору S_L мала порівняно із перерізом трубопроводу S і потік, що витікає, малий порівняно із масовим потоком у трубопроводі: $\dot{M}_L(t) \ll SJ$. На загаль можна припустити, що потік J_L у формулі (2.94) залежить від значень параметрів стану газу всередині труби (тиску P , густини D та температури T) в околі отвору, а також – від їхніх значень (P' , D' та T' відповідно) в середовищі, куди газ витікає. Цю залежність можна отримати за певних припущень, застосовуючи термодинамічні методи. Для цього використаємо відоме співвідношення [54], яке визначає усталену швидкість V_{steady} витоку газу із резервуару через малий отвір:

$$V_{steady} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{P}{D} (1 - \psi^{(\kappa-1)/\kappa})}, \quad \psi \equiv P'/P. \quad (2.95)$$

Тут P та D – рівноважні значення тиску та густини газу в резервуарі, P' – тиск газу у середовищі, в яке газ витікає, $\kappa_g = \kappa_g(D, T)$ – залежний від термодинамічного стану показник ізоентропи газу в трубі, який можна обчислити, використовуючи термічне рівняння стану (2.21), за формулою:

$$\kappa_g = \frac{V}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \frac{C_p}{C_v}, \quad (2.96)$$

де C_p та C_v – питомі теплоємності газу за сталого тиску та густини відповідно, які визначають як функції параметрів стану: $C_p = C_p(D, T)$, $C_v = C_v(D, T)$ із калоричного рівняння стану (2.25).

З формули (2.95) випливає, що в усталеному режимі потік маси \dot{M}_L через отвір площею S_L визначається як

$$\dot{M}_L^0 = S_L D' V', \quad (2.97)$$

де D' – густина маси газу в потоці витоку V' – швидкість витікання газу.

Якщо процес витоку адіабатичний, то густина D' пов'язана із густиною газу у трубі D співвідношенням [54]

$$D' = \left(\frac{P_L}{P'} \right)^{\frac{1}{\kappa_g}} D. \quad (2.98)$$

Оскільки розміри малі, то, беручи до уваги, що параметри стану газу помітно змінюються на відстанях, які значно більші за розміри дефекту стінки труби, через який відбувається витік, у формулах (2.95) – (2.98) покладемо $P = P_L \equiv P(x_L, t)$, $D = D_L \equiv D(x_L, t)$. В результаті прийдемо до формули, яка визначає густину квазіусталеного потоку маси $J_{steady} = \dot{M}_L / S_L$ через малий дефект у стінці труби

$$J_{steady} = D_L C_t \sqrt{2Z_L \frac{\kappa_L}{\kappa_L - 1} \left(\psi^{2/\kappa_L} - \psi^{(\kappa_L + 1)/\kappa_L} \right)}. \quad (2.99)$$

Тут $\kappa_L = \kappa_g(D_L, T_L)$ – значення показника ізоентропи газу в місці розгерметизації.

Формула (2.99) отримана за припущення, що процес витікання газу є ізоентропійний. Потік витоку за цією формулою залежить від відношення $\psi = P'/P_L$ тиску у середовищі, в яке газ витікає до тиску газу у трубі в місці розгерметизації. Зі зменшенням цієї величини швидкість V' руху газу через отвір, і потік J_{steady} зростають. За значення

$$\Psi = \Psi^* \equiv \left(\frac{2}{\kappa_L + 1} \right)^{\frac{\kappa_L}{\kappa_L - 1}}$$

швидкість витікання газу через отвір досягає швидкості звуку, а потік досягає свого максимального значення

$$J_{steady} = D_L C_t \sqrt{2Z_L \frac{\kappa_L}{\kappa_L - 1} \left(\frac{2}{\kappa_L + 1} \right)^{\frac{2}{\kappa_L - 1}}}. \quad (2.100)$$

Тому у випадку малих отворів і за достатньо високого тиску газу в трубопроводі потік J_{steady} не залежить від тиску P' у зовнішньому середовищі, а визначається лише параметрами стану газу в трубці в околі місця розгерметизації.

Порушення суцільності труби - це фізичний процес, який відбувається не миттєво – площа отвору зростає від нуля до значення S_L за деякий скінченний проміжок часу. До того ж процесу витікання газу через отвір властива певна інерційність – від моменту t_L зародження наскрізного дефекту в тілі труби швидкість газу зростає від нуля до деякого усталеного значення V' не миттєво. Тому формування витоку відбувається за деякий характерний проміжок часу Δ_t , за який густина потоку витоку J_L зростає від нуля до усталеного значення J_{steady} :

$$J_L(t) = J_{steady} H_{\Delta_t}(t - t_L). \quad (2.101)$$

Тут $H_{\Delta_t}(t - t_L)$ – функція, така, що: $H_{\Delta_t}(t - t_L) = 0, \forall t < t_L$, монотонно зростає від нуля до одиниці на проміжку $t \in [t_L, t_L + \Delta_t]$, $H_{\Delta_t}(t - t_L) = 1, \forall t \geq t_L + \Delta_t$.

З урахування цього густина потоку витоку $J_L(x, t)$ визначається як

$$J_L(x, t) = J_{steady} \delta_{\Delta_x}(x - x_L) H_{\Delta_t}(t - t_L). \quad (2.102)$$

Тут $\delta_{\Delta_x}(x - x_L)$ – δ -подібна функція (близька до функції Дірака), яка визначає зону локалізації витоку, Δ_x – параметр, який визначає ширину зони збурення потоку в околі витоку, $H_{\Delta_t}(t - t_L)$ – функція, близька до одиничної функції Гевісайда $H(t - t_L)$; вона враховує кінетику наростання потоку від нуля до усталеного

значення J_{steady} , Δ_t – параметр, який визначає тривалість перехідного процесу.

Параметри Δ_x та Δ_t слід оцінювати на основі емпіричних даних. Функції $\delta_{\Delta_x}(\dots)$ та $H_{\Delta_t}(\dots)$ для достатньо великих $n \in \mathbf{N}$ з достатньою точністю повинні задовольняти умови

$$\int_{-n\Delta_x}^{n\Delta_x} \delta_{\Delta_x}(x) dx = 1, \quad \lim_{\Delta_t \rightarrow 0} \delta_L(x, t) = \delta(x - x_L), \quad (2.103)$$

$$H_{\Delta_t}(t) = \begin{cases} 1, & t \geq n\Delta_t \\ 0, & t \leq -n\Delta_t \end{cases}, \quad \lim_{\Delta_t \rightarrow 0} H_L(x, t) = H(x - x_L).$$

Класична термодинаміка не надає інструментів для розрахунку функції $H_{\Delta_t}(\dots)$. Так само, немає можливості розрахувати в рамках одновимірної моделі газової динаміки зону Δ_x збурення потоку в околі витоку. Функції $\delta_{\Delta_x}(\dots)$ та $H_{\Delta_t}(\dots)$ можна задати феноменологічно, наприклад, у вигляді

$$\delta_{\Delta_x}(x) = \frac{4 \exp\left(-2 \frac{x}{\Delta_x}\right)}{\Delta_x \left(1 + \exp\left(-2 \frac{x}{\Delta_x}\right)\right)^2}, \quad H_{\Delta_t}(t) = \frac{1}{1 + \exp\left(-2 \frac{t}{\Delta_t}\right)}. \quad (2.104)$$

Співвідношення (2.94) у безрозмірних змінних матиме вигляд

$$\hat{l}_M(\xi, \tau) = \rho_L K_L \delta_{\Delta_\xi}(\xi - \xi_L) H_{\Delta_\tau}(\tau - \tau_L). \quad (2.105)$$

Тут $j_L(\tau) \equiv J_L(t, \tau)/J_t$ – безрозмірне значення густини потоку через отвір,

$\rho_L = D_L/D_t = \rho(\xi_L, t)$ – безрозмірне значення густини газу в трубі в околі витоку,

$$K_L = \frac{\sigma_L}{Ma} \sqrt{2 \frac{\kappa_L}{\kappa_L - 1} Z_L \left(\psi^{2/\kappa_L} - \psi^{(\kappa_L+1)/\kappa_L} \right)}. \quad (2.106)$$

Функції (2.104) у безрозмірних мають вигляд

$$\delta_{\Delta_\xi}(\xi) = \frac{4 \exp\left(-2 \frac{\xi}{\Delta_\xi}\right)}{\Delta_\xi \cdot \left(1 + \exp\left(-2 \frac{\xi}{\Delta_\xi}\right)\right)^2}, \quad H_{\Delta_\tau}(\tau) = \frac{1}{1 + \exp\left(-2 \frac{\tau}{\Delta_\tau}\right)} \quad (2.107)$$

де $\Delta_\xi = \Delta_x / L_t$, $\Delta_\tau = \Delta_t / t_t$.

Довжина зони збурення потоку в околі витoku складає декілька діаметрів труби, тож $\Delta_x \ll L_t$ і $\Delta_\xi \ll 1$ а $\Delta_t \ll t_t$, а час релаксації витoku Δ_t є набагато менший характерного часу зміни параметрів потоку у довгому трубопроводі, тож $\Delta_t \ll t_t$ і $\Delta_\tau \ll 1$. За таких умов модель витoku за раптової точкової розгерметизації:

$$\hat{l}_M(\xi, \tau) = \rho_L K_L \delta(\xi - \xi_L) H(\tau - \tau_L) \quad (2.108)$$

забезпечує цілком адекватний опис в рамках одновимірної моделі динаміки газу. Проте вибір функції $j_L(x, t)$ у формі (2.108), розривної за координатою і часовою змінною, може мати негативний вплив на стійкість чисельного розв'язування задач. Тому використання моделі витoku у формі (2.107) може мати важливе практичне значення з точки зору забезпечення стійкості алгоритмів розв'язування задач.

Отримані наближені формули (2.105), (2.108) визначають безрозмірну швидкість втрати маси газу в одиниці об'єму трубопроводу в околі малого отвору в стінці труби, як функцію безрозмірної координати ξ і часу τ . Безрозмірний коефіцієнт K_L , як впливає із формули (2.106), залежить від площі отвору, параметрів стану газу в трубі в околі отвору і в зовнішньому середовищі. За достатньо малої площі отвору і високого тиску газу у трубопроводі, коли безрозмірний параметр ψ досягає критичного свого значення ψ^* , коефіцієнт K_L не залежить від тиску P' газу в зовнішньому середовищі. Формули (2.105) – (2.108) визначають математичну модель $M_{leak}^{\mathcal{L}\xi}$ локального витoku із лінійного елемента.

2.5. Моделі динаміки газу в магістральних газопроводах

Розглянемо математичні моделі транспортування газу в магістральних газопроводах, які визначають прямі задачі динаміки газу в довгих трубопроводах.

2.5.1. Модель структури магістрального газопроводу

Як уже зазначалося, магістральний газопровід це – сукупність двох складових – компресорних станцій CS_λ ($\lambda = 1, 2, \dots, N$) і секцій лінійної частини $\mathcal{L}P_\lambda$ [1] (див. рис. 2.9).

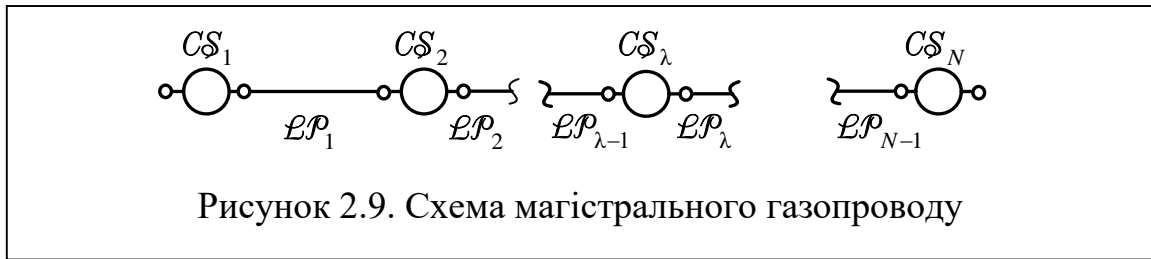


Рисунок 2.9. Схема магістрального газопроводу

Запишемо це у вигляді

$$\mathcal{GM} = \left(\bigcup_{\lambda=1}^N CS_{\lambda} \right) \cup \left(\bigcup_{\lambda=1}^{N-1} LP_{\lambda} \right). \quad (2.109)$$

Тут \mathcal{GM} – магістральний газопровід (англ. gas main), CS_{λ} , $\lambda = 1, 2, \dots, N$ – компресорні станції, LP_{λ} , $\lambda = 1, 2, \dots, N-1$ – секції лінійної частини.

Лінійна частина МГ являє собою нитку, зварену з окремих труб і покладену підземним чи надземним способом. КС поділяють нитку МГ на окремі ділянки (секції) довжиною 120-150км. До лінійної частини входять також кранові вузли, лупінги і відводи від основної магістралі, переходи через природні та штучні перешкоди тощо, які поділяють цю секцію на лінійні елементи (див. рис. 2.10). Тож будь-яка секція лінійної частини LP_{λ} , $\lambda = 1, 2, \dots, N-1$ являє собою сукупність усіх її вузлових $\mathcal{NE}_{\lambda,\mu}$, $\mu = 1, 2, \dots, N_{\lambda}$ та лінійних $LE_{\lambda,\mu}$, $\mu = 1, 2, \dots, N_{\lambda} - 1$ елементів:

$$LP_{\lambda} = \left(\bigcup_{\mu=1}^{N_{\lambda}} \mathcal{NE}_{\lambda,\mu} \right) \cup \left(\bigcup_{\mu=1}^{N_{\lambda}-1} LE_{\lambda,\mu} \right). \quad (2.110)$$

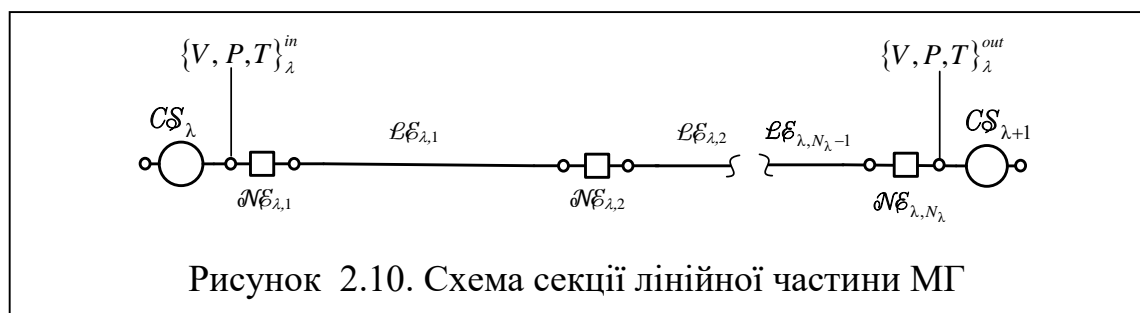


Рисунок 2.10. Схема секції лінійної частини МГ

2.5.2. Модель вхідних даних для математичної моделі течії газу в магістральному газопроводі

Розглянемо вхідні дані, які необхідні для моделювання процесів транспортування газу магістральним газопроводом. Наразі обмежимося випадком відсутності витоків.

Виходитимемо із того, що на основі даних моніторингу параметрів потоків у вузлах з'єднання секцій із компресорними станціями (це – кранові вузли), можна визначити значення тиску $P(t)$, температури $T(t)$ і швидкості руху $V(t)$ (або масового потоку $\dot{M}(t)$) газу як функції часу на входах і виходах усіх КС. Для вимірювання швидкості можна застосувати накладні чи стаціонарні ультразвукові вимірювачі [67].

Множину цих емпіричних функцій позначимо як $\mathcal{BD}^{\mathcal{LP}}$. Вона містить у собі дві підмножини $\mathcal{BD}^{\mathcal{LP}} = \{\mathcal{BD}^{\mathcal{LP}^{in}}, \mathcal{BD}^{\mathcal{LP}^{out}}\}$, де $\mathcal{BD}^{\mathcal{LP}^{in}}$ та $\mathcal{BD}^{\mathcal{LP}^{out}}$ – множини емпіричних функцій, визначених на вході та виході:

$$\begin{aligned}\mathcal{BD}^{\mathcal{LP}^{in}} &= \{\mathcal{BD}_P^{\mathcal{LP}^{in}}, \mathcal{BD}_T^{\mathcal{LP}^{in}}, \mathcal{BD}_V^{\mathcal{LP}^{in}}, \mathcal{BD}_M^{\mathcal{LP}^{in}}\}, \\ \mathcal{BD}^{\mathcal{LP}^{out}} &= \{\mathcal{BD}_P^{\mathcal{LP}^{out}}, \mathcal{BD}_T^{\mathcal{LP}^{out}}, \mathcal{BD}_V^{\mathcal{LP}^{out}}, \mathcal{BD}_M^{\mathcal{LP}^{out}}\}\end{aligned}$$

Крім того вважатимемо, що, використовуючи дані, накопичені у базі $\mathcal{P}_{Str} \subset \mathcal{M}_{Str}$ властивостей технологічних об'єктів, яка входить до моделі структури ГТС \mathcal{M}_{Str} , можна встановити: $L^{\mathcal{LE}_\mu}$ та $S^{\mathcal{LE}_\mu}$ довжину та площу поперечного перерізу усіх лінійних елементів \mathcal{LE}_μ , $H^{\mathcal{LE}_\mu}(x)$ – профілі висот усіх лінійних елементів \mathcal{LE}_μ , $\lambda^{\mathcal{LE}_\mu}(x)$ – розподіли значень коефіцієнта гідравлічного опору в \mathcal{LE}_μ , $T_{env}^{\mathcal{LE}_\mu}(x)$ – розподіли температури середовища вздовж усіх \mathcal{LE}_μ , $L_1^{\mathcal{NE}_\mu}$ та $L_2^{\mathcal{NE}_\mu}$ – довжину верхньої та нижньої частин усіх \mathcal{NE}_μ , $S^{\mathcal{NE}_\mu^{in}}$ та $S^{\mathcal{NE}_\mu^{out}}$ – площі вхідного та вихідного отворів усіх \mathcal{NE}_μ , $k^{\mathcal{NE}_\mu}$ – коефіцієнти гідравлічного опору усіх вузлових елементів \mathcal{NE}_μ .

Множину емпіричних параметрів математичних моделей динаміки газу в секції позначимо як $\mathcal{P}_\ell^{\mathcal{LP}}$. Вона містить у собі дві підмножини $\mathcal{P}_\ell^{\mathcal{LE}_\mu} = \{\mathcal{P}_\ell^{\mathcal{LE}_\mu}, \forall \mu \in \{1, 2, \dots, N_\lambda - 1\}\}$ та $\mathcal{P}_\ell^{\mathcal{NE}_\mu} = \{\mathcal{P}_\ell^{\mathcal{NE}_\mu}, \forall \mu \in \{1, 2, \dots, N_\lambda\}\}$, де $\mathcal{P}_\ell^{\mathcal{LE}_\mu}$ та $\mathcal{P}_\ell^{\mathcal{NE}_\mu}$ – множини емпіричних параметрів для лінійних та вузлових елементів:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_e^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} &= \left\{ L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}, S^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}, H^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(x), \lambda^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(x), T_{\text{env}}^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(x) \right\}, \\ \mathcal{P}_e^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} &= \left\{ L_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}, L_2^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}, S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{\text{in}}}, S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{\text{out}}}, k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}, T_{\text{env}}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \right\}. \end{aligned}$$

За такого підходу моделювання процесів транспортування газу в магістральному газопроводі зводиться до розгляду цих процесів у кожній секції зокрема. Тому тут і далі, розглядаючи довільну секцію $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$, для спрощення запису ми не вказуємо індекс λ у позначеннях вузлових і лінійних елементів, що належать до цієї секції (позначаємо їх як $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu, \mu \in [1, 2, \dots, N_\lambda]$ і $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu, \mu \in [1, 2, \dots, N_\lambda - 1]$ відповідно).

Оскільки вхід секції $\mathcal{L}\mathcal{P}$ з'єднано із виходом компресорної станції $\mathcal{C}\mathcal{S}_\lambda$, а вихід цієї секції – зі входом $\mathcal{C}\mathcal{S}_{\lambda+1}$, то завдяки цьому стають відомі значення параметрів потоку на вході $\{V, P, T\}^{\text{in}}$ і виході $\{V, P, T\}^{\text{out}}$ кожної секції. За відомими парами функцій $P^{\text{in}}(t), T^{\text{in}}(t)$ та $P^{\text{out}}(t), T^{\text{out}}(t)$, використовуючи рівняння стану (2.21), знаходимо

$$\begin{aligned} D^{\text{in}}(t) &= \frac{P^{\text{in}}(t)}{Z(P^{\text{in}}(t), T^{\text{in}}(t)) R_g T^{\text{in}}(t)}, \\ D^{\text{out}}(t) &= \frac{P^{\text{out}}(t)}{Z(P^{\text{out}}(t), T^{\text{out}}(t)) R_g T^{\text{out}}(t)}. \end{aligned} \quad (2.111)$$

Відтак можемо обчислити густину масового потоку на вході і виході:

$$J^{\text{in}}(t) = D^{\text{in}}(t) V^{\text{in}}(t), \quad J^{\text{out}}(t) = D^{\text{out}}(t) V^{\text{out}}(t) \quad (2.112)$$

Характерні значення густини D_t , температури T_t , тиску P_t , швидкості руху газу V_t та швидкості звуку без обмеження загальності можна прийняти однаковими для усіх вузлових і лінійних елементів. Однак характерні довжини, як лінійних, так вузлових елементів, на загал, різні. Тому введені для будь-яких двох лінійних елементів $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_1}$ та $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_2}$ безрозмірні координати $\xi^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_1}}$ та $\xi^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_2}}$ і часові змінні $\tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_1}}$ та $\tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_2}}$ пов'язані співвідношеннями $L_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_1}} \xi^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_1}} = L_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_2}} \xi^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_2}}$, $t_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_1}} \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_1}} = t_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_2}} \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_2}}$, де $t_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_1}} = L_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_1}} / C_t$, $t_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_2}} = L_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu_2}} / C_t$.

Відповідні безрозмірні функції (2.111), а також безрозмірні параметри, які фігурують у рівняннях динаміки газу для лінійних та вузлових елементів, визначаються як

$$\begin{aligned}
 p^{in}(\tau) &= \frac{P^{in}(t_t\tau)}{P_t}, \quad p^{out}(\tau) = \frac{P^{out}(t_t\tau)}{P_t}, \quad \theta^{in}(\tau) = \frac{T^{in}(t_t\tau)}{T_t}, \quad \theta^{out}(\tau) = \frac{T^{out}(t_t\tau)}{T_t}, \\
 v^{in}(\tau) &= \frac{V^{in}(t_t\tau)}{V_t}, \quad v^{out}(\tau) = \frac{V^{out}(t_t\tau)}{V_t}, \quad \rho^{in}(\tau) = \frac{D^{in}(t_t\tau)}{D_t}, \quad \rho^{out}(\tau) = \frac{D^{out}(t_t\tau)}{D_t}, \\
 j^{in}(\tau) &= \frac{J^{in}(t_t\tau)}{J_t}, \quad j^{out}(\tau) = \frac{J^{out}(t_t\tau)}{J_t}; \\
 \gamma^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\xi) &= \frac{g}{C_t^2} H(L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}\xi), \quad \beta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\xi) = \frac{\lambda^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}\xi) L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}}{2D_{pipe}}, \\
 \theta_{env}^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\xi) &= \frac{T_{env}^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}\xi)}{T_t}; \\
 \zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} &= \frac{L_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}{L_1^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}, \quad \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} = \frac{S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}}{S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}}, \quad \theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} = \frac{\theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}{T_t}.
 \end{aligned} \tag{2.113}$$

Використовуючи функції $\rho^{in}(\tau)$, $j^{in}(\tau)$, $\theta^{in}(\tau)$ та $\rho^{out}(\tau)$, $j^{out}(\tau)$, $\theta^{out}(\tau)$, обчислені за формулами (2.11) – (2.113) на основі емпіричних даних $P(t)$, $T(t)$, $V(t)$, $\dot{M}(t)$, виміряних на вході та виході секції, визначають крайові умови на відповідні ключові функції на вході та виході секції. Вони необхідні для формулювання задач моделювання процесів транспортування газу в секції. Позначимо множину цих функцій як $\mathcal{BF}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$. Вона складається із двох підмножин: $\mathcal{BF}^{\mathcal{L}\mathcal{P}} = \{\mathcal{BF}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}, \mathcal{BF}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}\}$ функцій на вході $\mathcal{BF}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}$ та виході $\mathcal{BF}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}$ секції:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{BF}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}} &= \left\{ \mathcal{BF}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}, \mathcal{BF}_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}, \mathcal{BF}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}, \mathcal{BF}_p^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}, \mathcal{BF}_v^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}} \right\}, \\
 \mathcal{BF}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}} &= \left\{ \mathcal{BF}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}, \mathcal{BF}_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}, \mathcal{BF}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}, \mathcal{BF}_p^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}, \mathcal{BF}_v^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}} \right\}
 \end{aligned}$$

Множина $\mathcal{P}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$ безрозмірних параметрів математичної моделі динаміки газу у секції, як і відповідна їй множина $\mathcal{P}_e^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$, складається із двох підмножин $\mathcal{P}_e^{\mathcal{L}\mathcal{E}} = \{\mathcal{P}_e^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}, \forall \mu \in \{1, 2, \dots, N_\lambda - 1\}\}$ та $\mathcal{P}_e^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \{\mathcal{P}_e^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}, \forall \mu \in \{1, 2, \dots, N_\lambda\}\}$. Перша є сукупність безрозмірних параметрів усіх лінійних елементів секції, а друга – сукупність усіх множин безрозмірних параметрів усіх вузлових елементів:

$$\mathcal{P}_e^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} = \{\beta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\xi), \gamma^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\xi), \theta_{\text{env}}^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\xi)\}, \quad \mathcal{P}_e^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} = \{\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}, \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}, \theta_{\text{env}}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}\}.$$

Використовуючи введені позначення, математичну модель вхідних даних для моделі динаміки газу в секції лінійної частини визначимо як

$$\mathcal{DM}^{\mathcal{L}\mathcal{P}} = \{\mathcal{BF}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}, \mathcal{M}_e^{\mathcal{L}\mathcal{P}}\}.$$

Тут $\mathcal{M}_e^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$ – множина методів для опрацювання вхідних даних для моделей динаміки. Ця множина містить, зокрема, методи, які: на основі даних моніторингу параметрів потоків на вході і виході секції формують емпіричні функції $\mathcal{BD}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$, відбирають необхідні дані із баз даних $\mathcal{P}_{\text{Str}} \subset \mathcal{M}_{\text{Str}}$ і на їх основі формують множину $\mathcal{P}_e^{\mathcal{L}\mathcal{P}}: \mathcal{P}_{\text{Str}} \rightarrow \mathcal{P}_e^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$, на основі $\mathcal{P}_e^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$ формують, згідно формул (2.113), множину безрозмірних параметрів $\mathcal{P}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}: \mathcal{P}_e^{\mathcal{L}\mathcal{P}} \rightarrow \mathcal{P}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$, на основі емпіричних функцій з $\mathcal{BD}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$ обчислюють за формулами (2.113) функції множини $\mathcal{BF}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$.

Модель даних для математичної моделі динаміки газу в магістральному газопроводі визначимо як сукупність моделей даних $\mathcal{DM}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$ для усіх його секцій:

$$\mathcal{DM}^{\mathcal{G}\mathcal{M}} = \{\mathcal{DM}^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}, \forall \lambda \in \{1, 2, \dots, N\}\}.$$

2.5.3. Математичні моделі стаціонарних режимів роботи магістральних газопроводів

У цьому пункті подаємо математичне формулювання крайових задач для системи звичайних диференціальних рівнянь, які моделюють стаціонарні режими роботи магістрального газопроводу.

2.5.3.1. Ключова система рівнянь

У стаціонарному режимі множина $\mathcal{BF}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$ моделі даних $\mathcal{DM}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$ містить незмінні в часі параметри потоку газу на $\rho_\lambda^{\text{in}}, j_\lambda^{\text{in}}, \theta_\lambda^{\text{in}}$ вході та на виході $\rho_\lambda^{\text{out}}, j_\lambda^{\text{out}}, \theta_\lambda^{\text{out}}$ секції $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$, визначені на основі даних моніторингу з використанням відповідних методів $\mathcal{M}_e^{\mathcal{L}\mathcal{P}} \subset \mathcal{DM}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$. В межах кожного лінійного елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$, $\mu = 1, 2, \dots, N_\lambda - 1$ виконується система звичайних диференціальних рівнянь (2.46), (2.47) моделі $\mathcal{MGD}_{\text{Stationar}}^{\mathcal{L}\mathcal{E}}$. Запишемо це у вигляді

$$\left. \begin{aligned} \left(Ma^2 \frac{j^2}{\rho^2} + Z_t \theta \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right) \right) \frac{d\rho}{d\xi} + Z_t \rho \left(z + \theta \frac{\partial z}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{d\xi} = \\ = -Ma^2 \left(\rho \frac{d\gamma}{d\xi} + \beta \frac{j^2}{\rho} \right), \quad \forall \mathcal{L}\mathcal{E}_\mu : \\ \frac{d}{d\xi} \left(\lambda_T \frac{d\theta}{d\xi} \right) - \rho c_v \frac{d\theta}{d\xi} + Ma \cdot \theta \frac{j}{\rho} \left(\frac{Z_t}{Ma^2} \alpha z - b \frac{\theta}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \right) \frac{d\rho}{d\xi} = \\ = -Ma \cdot \alpha \left(\beta \frac{j^2}{\rho^2} + \frac{d\gamma}{d\xi} \right) j - \bar{h} (\theta_{env} - \theta). \end{aligned} \right\} \mu = \overline{1, N_\lambda - 1} \quad (2.114)$$

Тут $j = j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ – сталий параметр (незмінний на усій довжині $L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ лінійного елемента), який можна визначити із значень параметрів, виміряних на вході і виході секції. Оскільки безрозмірна координата ξ для будь-якого лінійного елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$ визначена як $\xi = x/L_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$, то ключові функції $\rho(\xi)$, $\theta(\xi)$ визначені для усіх лінійних елементів на одному відрізку: $\xi \in [0, 1] \quad \forall \mu \in 1, 2, \dots, N_\lambda - 1$.

2.5.3.2. Модель потоків

За відсутності витоків та відбору газу із секції масовий потік \dot{M}_λ є однаковий в усі вузлових і лінійних елементах. Звідси випливають співвідношення

$$\begin{aligned} S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}} j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}} = S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}} j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}} = \dot{M}_\lambda / J_t, \quad \forall \mu = 1, 2, \dots, N_\lambda, \\ S^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} = \dot{M}_\lambda / J_t, \quad \forall \mu = 1, 2, \dots, N_\lambda - 1 \end{aligned} \quad (2.115)$$

де $j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}$ та $j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}$ – значення безрозмірної густини масового потоку на вході та виході вузлового елемента $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$, $j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ – значення безрозмірної густини масового потоку в лінійному елементі $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$.

При цьому значення безрозмірної густини масового потоку на вході та виході секції та в кожному $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$ виражаються через \dot{M}_λ як

$$j_\lambda^{in} = \dot{M}_\lambda / (S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1^{in}} J_t), \quad j_\lambda^{out} = \dot{M}_\lambda / (S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}^{out}} J_t), \quad j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} = \dot{M}_\lambda / (S^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} J_t), \quad (2.116)$$

де $S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1^{in}}$ та $S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}^{out}}$ – площі вхідного та вихідного отворів першого та останнього вузлових елементів, $S^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ – площа поперечного перерізу лінійного елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$.

Кожен лінійний елемент $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$ є довгим трубопроводом сталого діаметра, який дорівнює діаметру вихідного отвору вузлового елемента $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$ та вхідного отвору елемента $\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu+1}$. З урахуванням цього отримуємо наступні співвідношення які пов'язують значення безрозмірної густини потоку на входах (виходах) вузлових елементів із її значеннями у відповідних лінійних елементах, що з ними з'єднані:

$$\begin{aligned} j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}} &= \frac{\dot{M}_\lambda / S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}}{J_t}, \quad j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}} = j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}, \quad \mu = 1, \\ j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}} &= j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}, \quad j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}} = j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}, \quad \mu \in [2, \dots, N_\lambda - 1], \\ j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}} &= j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}, \quad j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}} = \frac{\dot{M}_\lambda / S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}}{J_t}, \quad \mu = N_\lambda. \end{aligned} \quad (2.117)$$

які впливають із закону збереження маси.

Із цього закону випливає також, що за відсутності витоку із вузлового елемента, значення потоку на його вході та виході пов'язані співвідношенням

$$\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}} = j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}, \quad (2.118)$$

де $\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} = S^{NE_{\lambda,\mu}^{in}} / S^{NE_{\lambda,\mu}^{out}}$ – відношення площ вхідного та вихідного отворів вузлового елемента, введений раніше у підрозділі 2.3.

2.5.3.3. Умови спряження для безрозмірних потоків та густин

З урахуванням цього із (2.117) отримуємо співвідношення, які пов'язують значення безрозмірної густини потоку у сусідніх лінійних елементах (що з'єднані з одним вузловим елементом):

$$j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} = \zeta^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}, \quad \mu = 2, 3, \dots, N_\lambda. \quad (2.119)$$

Як випливає із цього співвідношення, між сусідніми лінійними елементами виникають стрибки безрозмірної густини

$$\mathcal{I}C_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu/\mu-1}} : \quad j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} - j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}} = \left(\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} - 1 \right) j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}, \quad \mu = 2, 3, \dots, N_\lambda, \quad (2.120)$$

які зумовлені відмінністю діаметрів вхідного і вихідного отворів вузлового елемента, з яким вони з'єднані. Якщо вхідний і вихідних отвори вузлового елемента $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$

однакові, то $\zeta_S^{\mathcal{NE}_\mu} = 1$ і стрибки потоку відсутні.

Співвідношення (2.120), що визначають стрибки $[j]^{\mathcal{LE}_{\mu/\mu-1}} \equiv j^{\mathcal{LE}_\mu} - j^{\mathcal{LE}_{\mu-1}}$ безрозмірного потоку між сусідніми лінійними елементами, позначаємо як $\mathcal{IC}_j^{\mathcal{LE}_{\mu/\mu-1}}$.

З рівняння балансу імпульсу (2.65) випливає, що у стаціонарному стані за відсутності витоків для кожного вузлового елемента \mathcal{NE}_μ виконується співвідношення

$$\bar{\rho}^{\mathcal{NE}_\mu} \left(\zeta_S^{\mathcal{NE}_\mu} p^{\mathcal{NE}_\mu^{in}} - p^{\mathcal{NE}_\mu^{out}} \right) = Ma^2 \cdot k^{\mathcal{NE}_\mu} \cdot \left(\bar{j}^{\mathcal{NE}_\mu} \right)^2 / Z_t. \quad (2.121)$$

Виходячи із співвідношень (2.115), подамо середнє значення безрозмірного масового потоку $\bar{j}^{\mathcal{NE}_\mu}$ в елементі \mathcal{NE}_μ як

$$\bar{j}^{\mathcal{NE}_\mu} = (\dot{M}_\lambda / S^{\mathcal{NE}_\mu^{in}} \cdot L_1^{\mathcal{NE}_\mu} + \dot{M}_\lambda / S^{\mathcal{NE}_\mu^{out}} \cdot L_2^{\mathcal{NE}_\mu}) / J_t (L_1^{\mathcal{NE}_\mu} + L_2^{\mathcal{NE}_\mu}).$$

В результаті отримуємо

$$\bar{j}^{\mathcal{NE}_\mu} = j^{\mathcal{NE}_\mu^{in}} \frac{\zeta_L^{\mathcal{NE}_\mu} + \zeta_S^{\mathcal{NE}_\mu}}{\zeta_L^{\mathcal{NE}_\mu} + 1}, \quad (2.122)$$

де $j^{\mathcal{NE}_\mu^{out}}$ – безрозмірна густина масового потоку на виході елемента \mathcal{NE}_μ :

$$j^{\mathcal{NE}_\mu^{in}} = \dot{M}_\lambda / (J_t S^{\mathcal{NE}_\mu^{in}}). \quad (1.123)$$

Середню безрозмірну густину $\bar{\rho}^{\mathcal{NE}_\mu}$ в елементі \mathcal{NE}_μ визначимо як

$$\bar{\rho}^{\mathcal{NE}_\mu} = 1/2 (\rho^{\mathcal{NE}_\mu^{in}} + \rho^{\mathcal{NE}_\mu^{out}}). \quad (2.124)$$

Використовуючи термічне рівняння стану (2.32), виразимо $\rho^{\mathcal{NE}_\mu^{in}}$ та $\rho^{\mathcal{NE}_\mu^{out}}$ у співвідношенні (2.121) через $\rho^{\mathcal{NE}_\mu^{in}}$ та $\rho^{\mathcal{NE}_\mu^{out}}$ відповідно:

$$\rho^{\mathcal{NE}_\mu^{in}} = z^{\mathcal{NE}_\mu} \theta^{\mathcal{NE}_\mu} \rho^{\mathcal{NE}_\mu^{in}}, \quad \rho^{\mathcal{NE}_\mu^{out}} = \bar{z}^{\mathcal{NE}_\mu} \bar{\theta}^{\mathcal{NE}_\mu} \rho^{\mathcal{NE}_\mu^{out}}, \quad (2.125)$$

і зведемо його до вигляду

$$\left(\rho^{\mathcal{NE}_\mu^{in}} + \rho^{\mathcal{NE}_\mu^{out}} \right) \left(\zeta_S^{\mathcal{NE}_\mu} \rho^{\mathcal{NE}_\mu^{in}} - \rho^{\mathcal{NE}_\mu^{out}} \right) = \frac{2Ma^2}{Z^{\mathcal{NE}_\mu} \theta^{\mathcal{NE}_\mu}} k^{\mathcal{NE}_\mu} \left(\bar{j}^{\mathcal{NE}_\mu} \right)^2. \quad (2.126)$$

Тут $\theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}$ та $z^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}$ – температура та зведений фактор стисливості газу в об'ємі елемента $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$, $Z^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} = Z_t z^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}$.

Рівняння (2.126) встановлює зв'язок між значеннями безрозмірної густини на вході та виході елемента $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$. Відмінність між $\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}$ та $\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}$ виникає внаслідок перепаду тиску, спричиненого локальним гідравлічним опором. Розв'язуючи це рівняння стосовно $\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}$, отримуємо

$$\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}} = \rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}} \sqrt{1 - 8Ma^2 \frac{k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \left(j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}\right)^2}{Z^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \left(\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}\right)^2 \left(1 + \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}\right)^2}}. \quad (2.127)$$

Звідси, беручи до уваги, що $Ma \ll 1$, зводимо (2.127) до вигляду

$$\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}} = \rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}} - \frac{4Ma^2 \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \left(j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}\right)^2 \left(\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} + \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}\right)^2}{Z^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}} \left(\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} + 1\right)^2 \left(\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} + 1\right)^2}, \mu = \overline{1, N_\lambda - 1}. \quad (2.128)$$

Параметр $j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}$ у цій формулі виражається формулою (2.123) через масовий потік \dot{M}_λ , однаковий для усіх вузлових і лінійних елементів секції.

Оскільки масовий потік і швидкість руху газу зберігають неперервність при переході через перерізи, що розділяють вузлові і лінійні елементи, то справедливі співвідношення

$j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}^{out}} = j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}$, $j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{in}} = j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}$ $\mu = 2, 3, \dots, N_\lambda$, де $j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{in}}$ та $j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{out}}$ – значення безрозмірного масового потоку на вході та виході лінійного елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$

З урахуванням цього із (2.128) отримуємо співвідношення

$$\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{in}} = \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}^{out}} - \frac{4Ma^2 \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \left(j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}\right)^2 \left(\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} + \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}\right)^2}{Z^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}^{out}} \left(\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} + 1\right)^2 \left(\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} + 1\right)^2}, \mu = \overline{2, N_\lambda - 1}, \quad (2.129)$$

яке визначає безрозмірну густину $\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{in}}$ на вході лінійного елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$ із

значенням $\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}^{out}}$ цього параметра на виході елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}$, який з'єднаний із ним через вузловий елемент $\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu}$.

Беручи до уваги, що $\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu}^{in}} = \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu}} \Big|_{\xi=0}$, а $\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}^{out}} = \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}} \Big|_{\xi=1}$ із (2.129) отримуємо формулу, яка визначає стрибки густини $[\rho]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu/\mu-1}} \equiv \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu}} \Big|_{\xi=0} - \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}} \Big|_{\xi=1}$ між сусідніми лінійними елементами

$$\mathcal{I}C_{\rho}^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu/\mu-1}} : [\rho]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu/\mu-1}} = - \frac{4Ma^2 \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu}} \left(j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu}^{in}} \right)^2 \left(\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu}} + \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu}} \right)^2}{Z^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu}} \theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu}} \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}^{out}} \left(\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu}} + 1 \right)^2 \left(\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu}} + 1 \right)^2}, \mu = \overline{2, N_{\lambda}}, \quad (2.130)$$

які зумовлені відмінність діаметрів вхідного та вихідного отвору елемента $\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu}$, з яким вони з'єднані, та перепадом тиску на ньому.

Співвідношення (2.130), які визначають стрибки безрозмірної густини між сусідніми лінійними елементами позначаємо як $\mathcal{I}C_{\rho}^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu/\mu-1}}$.

2.5.3.4. Крайові умови для потоків і густин

Із (2.118) випливає, що безрозмірний масовий потік на вході першого $j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1^{in}}$ та виході останнього $j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_{\lambda}-1}^{in}}$ лінійних елементів виражаються через безрозмірні значення вхідного j_{λ}^{in} та вихідного j_{λ}^{out} масового потоку секції $\mathcal{L}\mathcal{P}_{\lambda}$:

$$\mathcal{B}C_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}} : j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1^{in}} = j_{\lambda}^{in} \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}, j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_{\lambda}}^{in}} = j_{\lambda}^{out} / \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_{\lambda}}}, \quad (2.131)$$

які, у свою чергу виражаються через \dot{M}_{λ} співвідношеннями (2.115).

Співвідношення (2.131) позначаємо, як $\mathcal{B}C_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$, вони об'єднують $\mathcal{B}C_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}$ та $\mathcal{B}C_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}$ (перше та друге співвідношення (2.131) відповідно).

Значення густини газу на вході першого $\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1^{in}}$ лінійного елемента знаходимо із

формули (2.128), покладаючи в ній $\mu = 1$, $\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1^{in}} = \rho_\lambda^{in}$, $j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1^{in}} = j_\lambda^{in}$:

$$\mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}} : \quad \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1^{in}} = \rho_\lambda^{in} - \frac{4Ma^2 \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \left(j_\lambda^{in}\right)^2 \left(\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} + \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}\right)^2}{Z^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \rho_\lambda^{in} \left(\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} + 1\right)^2 \left(\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} + 1\right)^2}. \quad (2.132)$$

Щоб виразити значення $\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}^{in}}$ безрозмірної густини потоку на виході останнього лінійного елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}$ через значення ρ_λ^{out} цієї змінної на виході секції, розв'яжемо рівняння (2.126) стосовно $\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}$:

$$\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}} = \frac{\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}}{\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}} \sqrt{1 + 8Ma^2 \frac{k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \left(j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}\right)^2}{Z^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \left(1 + \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}\right)^2 \left(\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}\right)^2}} \quad (2.133)$$

Беручи до уваги, що $Ma \ll 1$ та використовуючи формули (2.122) та (2.118), зводимо (2.133) до вигляду

$$\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}} = \rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}} + \frac{4Ma^2 \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \left(j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}\right)^2 \left(\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} + \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}\right)^2}{Z^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}} \left(\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}\right)^2 \left(\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} + 1\right)^2 \left(1 + \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}\right)^2}. \quad (2.134)$$

Покладаючи у цій формулі $\mu = N_\lambda$, $\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}^{out}} = \rho_\lambda^{out}$, $j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}^{out}} = j_\lambda^{out}$, отримуємо

$$\mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}} : \quad \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}^{out}} = \frac{\rho_\lambda^{out}}{\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}} + \frac{4Ma^2 \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \left(j_\lambda^{out}\right)^2 \left(\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} + \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}\right)^2}{Z^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \theta^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \rho_\lambda^{out} \left(\zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}\right)^3 \left(\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} + 1\right)^2 \left(1 + \zeta_S^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}\right)^2} \quad (2.135)$$

Співвідношення (2.132) та (2.135) виражають значення безрозмірної густини ρ на вході першого та виході останнього лінійних елементів секції. Позначаємо їх як $\mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}$ та $\mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}$, а їх сукупність – $\mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$.

2.5.3.5. Умови спряження для температурного поля

Як зазначалося, стрибки температури на вузлових елементах неістотні, тому умови спряження для температурного поля у сусідніх лінійних елементах мають вигляд

$$\mathcal{IC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} : \quad \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}^{out}} = \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{in}}, \quad L_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}} \left. \frac{d\theta}{d\xi} \right|_{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}^{out}} = L_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} \left. \frac{d\theta}{d\xi} \right|_{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{in}}, \quad \mu = 1, 2, \dots, N_\lambda - 1. \quad (2.136)$$

Тут $\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{in}}$, $\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{out}}$ – значення безрозмірної температури на вході та виході лінійного елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$. $L_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ – характерна довжина $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$, яку використовували для зведення рівнянь динаміки газу у цьому елементі до безрозмірної форми.

2.5.3.6. Крайові умови для температурного поля

Крайові умови на вході першого та виході останнього лінійних елементів матимуть вигляд

$$\mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}} : \quad \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1^{in}} = \theta_\lambda^{in}, \quad \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}^{out}} = \theta_\lambda^{out}, \quad (2.137)$$

де θ_λ^{in} та θ_λ^{out} – значення безрозмірної температури на вході та виході секції.

Ці співвідношення позначаємо як $\mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$, вони об'єднують $\mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}$ та $\mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}$ (перше та друге співвідношення (2.137) відповідно).

2.5.3.7. Математична модель динаміки газу в магістральному газопроводі за стаціонарних умов

За стаціонарних умов звичайні диференціальні рівняння $\mathcal{OD}\mathcal{E}_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}$ та $\mathcal{OD}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}$ динаміки газу у вузлових елементах перетворюються на скінченні співвідношення, які встановлюють стрибки $\mathcal{IC}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{-1/\mu}}$ та $\mathcal{IC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{-1/\mu}}$ ключових функцій j та ρ , які виникають між сусідніми лінійними елементами. Співвідношення

$$\mathcal{BC}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}} = \left\{ \mathcal{BC}_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}, \mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}, \mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}} \right\}, \quad \mathcal{BC}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}} = \left\{ \mathcal{BC}_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}, \mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}, \mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}} \right\}$$

виражають значення ключових функцій j , ρ та θ на вході першого та виході останнього лінійного елемента через відповідні значення цих параметрів, задані на вході і виході секції. Це дозволяє розглядати стаціонарну модель динаміки газу в секції як сукупність

$$\mathcal{MGD}_{Stationar}^{\mathcal{L}\mathcal{P}} = \left\{ \mathcal{OD}\mathcal{E}^{\mathcal{L}\mathcal{E}}, \mathcal{IC}^{\mathcal{L}\mathcal{E}}, \mathcal{BC}^{\mathcal{L}\mathcal{P}} \right\}. \quad (2.138)$$

Тут

$$\begin{aligned}
\mathcal{OD}\mathcal{E}^{\mathcal{L}\mathcal{E}} &= \left\{ \mathcal{OD}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}, \mathcal{OD}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}, \mu \in \{1, 2, \dots, N_\lambda - 1\} \right\}, \\
\mathcal{IC}^{\mathcal{L}\mathcal{E}} &= \left\{ \mathcal{IC}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}, \mathcal{IC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}, \mathcal{IC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}, \mu \in \{1, 2, \dots, N_\lambda - 1\} \right\} \\
\mathcal{BC}^{\mathcal{L}\mathcal{P}} &= \left\{ \mathcal{BC}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}, \mathcal{BC}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}} \right\}, \\
\mathcal{BC}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}} &= \left\{ \mathcal{BC}_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}, \mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}, \mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}} \right\}, \mathcal{BC}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}} = \left\{ \mathcal{BC}_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}, \mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}, \mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}} \right\}
\end{aligned}$$

Позначимо ліві частини першого і другого рівнянь (2.116) для $\mu = 1, 2, \dots, N_\lambda - 1$ як $\mathcal{L}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, \theta; j)$ і $\mathcal{L}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\theta, \rho; j)$ а праві їхні частини як $f_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho; j)$ і $f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, \theta; j)$ відповідно. Тоді рівняння $\mathcal{OD}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ і $\mathcal{OD}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ на ключові функції (θ, ρ) запишуться коротко як:

$$\begin{aligned}
\mathcal{OD}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} : \mathcal{L}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, \theta; j) &= f_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho; j), \\
\mathcal{OD}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} : \mathcal{L}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, \theta; j) &= f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, \theta; j).
\end{aligned} \tag{2.139}$$

У прийнятих позначеннях аргументи ρ, θ операторів $\mathcal{L}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}, \mathcal{L}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ та функцій $f_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}, f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ це – ключові функції $\rho(\xi)$ і $\theta(\xi)$, область визначення яких – відрізок $[0, 1]$. Вони визначають розподіли густини та масового потоку в лінійних елементах $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$, тобто $\rho(\xi) = \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\xi)$, $\theta(\xi) = \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\xi)$. Крапка з комою, яка відділяє аргумент j від інших двох аргументів у позначеннях, використаних у формулі (2.138), вказує на параметричну залежність від нього: $j = j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ – незмінний в межах $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$ параметр.

Праві частини співвідношень (2.120) та (2.130) позначимо як $l_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}(j)$ та $l_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j)$ відповідно. Тоді умови спряження ключових функцій $\mathcal{IC}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}, \mathcal{IC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}$ та $\mathcal{IC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}$, визначені формулами (2.120), (2.130) та (2.136), коротко запишуться як

$$\begin{aligned}
\mathcal{IC}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} : [j]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} &= l_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}(j), \\
\mathcal{IC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} : [\rho]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} &= l_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}(\rho, \theta, j), \quad \mu = 1, 2, \dots, N_\lambda - 1. \\
\mathcal{IC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} : [\theta]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} &= 0, [L_t \partial\theta/\partial\xi]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} = 0.
\end{aligned} \tag{2.140}$$

Тут $[\dots]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}$ позначає стрибок, якого набуває значення параметра, вказаного у

квадратних дужках, при переході між лінійними елементами $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}$ та $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu}$.

Позначимо праві частини співвідношень (2.131) як $b_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}(j_\lambda^{in})$ та $b_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N\lambda}}(j_\lambda^{out})$ відповідно, праву частину співвідношення (2.132) – як $b_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}(\rho_\lambda^{in}, j_\lambda^{in})$, а праву частину співвідношення (2.135) – як $b_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N\lambda}}(\rho_\lambda^{out}, j_\lambda^{out})$. Тоді умови (2.131), (2.132), (2.135) матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \mathcal{BC}_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}} : \quad & j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} = b_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}(j_\lambda^{in}), \\ \mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}} : \quad & \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} \Big|_{\xi=0} = b_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(\rho_\lambda^{in}, \theta_\lambda^{in}, j_\lambda^{in}), \\ \mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}} : \quad & \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} \Big|_{\xi=0} = \theta_\lambda^{in}. \end{aligned} \quad (2.141)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{BC}_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}} : \quad & j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N\lambda-1}} = j_\lambda^{out}, \\ \mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}} : \quad & \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N\lambda-1}} \Big|_{\xi=1} = b_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N\lambda}}(\rho_\lambda^{out}, \theta_\lambda^{out}, j_\lambda^{out}) \\ \mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}} : \quad & \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N\lambda-1}} \Big|_{\xi=1} = \theta_\lambda^{out}. \end{aligned} \quad (2.142)$$

Визначення розподілу безрозмірних густини $\rho(\xi)$ та температури $\theta(\xi)$

$$\rho_\lambda(\xi) = \begin{cases} \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(\xi) \\ \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_2}(\xi) \\ \vdots \\ \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\xi) \\ \vdots \\ \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N\lambda-1}}(\xi) \end{cases}, \quad \theta_\lambda(\xi) = \begin{cases} \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(\xi) \\ \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_2}(\xi) \\ \vdots \\ \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\xi) \\ \vdots \\ \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N\lambda-1}}(\xi) \end{cases}, \quad \xi \in (0,1) \quad (2.143)$$

в лінійних елементах секції зводиться до розв'язування стаціонарної крайової задачі (2.144) (див. рис. 2.11).

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned}
& j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} = b_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \left(j^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{in}} \right), \\
& \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} \Big|_{\xi=0} = b_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} \left(\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{in}}, \theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{in}}, j^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{in}} \right), \\
& \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1^{in}} \Big|_{\xi=0} = \theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{in}}, \\
& \mathcal{L}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} (\rho, \theta; j) = f_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} (\rho; j), \\
& \mathcal{L}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} (\theta, \rho; j) = f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} (\rho, \theta; j), \\
& \quad \vdots \\
& \mathcal{L}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}} (\rho, \theta; j) = f_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}} (\rho; j), \\
& \mathcal{L}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}} (\theta, \rho; j) = f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}} (\rho, \theta; j), \\
& [j]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} = l_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} (j), \\
& [\rho]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} = l_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} (\rho, \theta, j), \\
& [\theta]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} = 0, \left[L_t \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right]_{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu/\mu+1}} = 0, \\
& \mathcal{L}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} (\rho, \theta; j) = f_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} (\rho; j), \\
& \mathcal{L}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} (\theta, \rho; j) = f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} (\rho, \theta; j), \\
& \quad \vdots \\
& \mathcal{L}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}} (\rho, \theta; j) = f_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}} (\rho; j), \\
& \mathcal{L}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}} (\theta, \rho; j) = f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}} (\rho, \theta; j), \\
& j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}} = b_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \left(j^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{out}} \right), \\
& \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}} \Big|_{\xi=1} = b_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}} \left(\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{out}}, \theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{out}}, j^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{out}} \right), \\
& \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}} \Big|_{\xi=1} = \theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{out}}.
\end{aligned} \right\} \text{MGD}^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}_{stationar} :
\end{aligned} \tag{2.144}$$

Рисунок 2.11. Математичне формулювання задачі для стаціонарного режиму

Оператори $\mathcal{L}_\rho^{\mathcal{E}_\mu}$ $\mu = 1, 2, \dots, N_\lambda - 1$ у (2.144) містять похідні першого порядку від функції $\rho(\xi)$, а $\mathcal{L}_\theta^{\mathcal{E}_\mu}$ – другого порядку від $\theta(\xi)$. Тому для змінної $\theta(\xi)$ в задачі (2.144) необхідні обидві крайові умови – $\mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{E}_1^{in}}$ і $\mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{E}_{N_\lambda-1}^{out}}$, а для $\rho(\xi)$ достатньо лише однієї – зліва $\mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{E}_1^{in}}$, чи справа $\mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{E}_{N_\lambda-1}^{out}}$. Відповідно до цього, можна розглядати дві стаціонарні крайові задачі: $\mathcal{BVP}_{Stationar1}^{\mathcal{LP}}$, в якій крайова умова на $\rho(\xi)$ задана в точці $\xi = 0$ (друга стрічка у формулі (2.144) – без змін, а в останній вилучено перше співвідношення), та $\mathcal{BVP}_{Stationar2}^{\mathcal{LP}}$, в якій крайова умова на $\rho(\xi)$ задана в точці $\xi = 1$. На рисунку 2.12 ці дві стаціонарні крайові задачі схематично показані з використанням введених позначень (2.138) – (2.142). Задачі $\mathcal{BVP}_{Stationar1}^{\mathcal{LP}}$ відповідає схема *a*), а \mathcal{BVP}_2^{st} – схема *б*). Розв’язки цих задач встановлюють кусково-неперервні ключові функції (2.143).

Математична модель динаміки газу в магістральному газопроводі \mathcal{GM} являє собою сукупність відповідних математичних моделей секцій, з яких він складається

$$\mathcal{MGD}_{Stationar}^{\mathcal{GM}} = \{ \mathcal{MGD}_{Stationar}^{\mathcal{LP}_\lambda}, \forall \lambda \in \{1, 2, \dots, N-1\} \}.$$

2.5.3.8. Математичні моделі для визначення неперервних розподілів густини і температури в секції лінійної частини

У магістральних газопроводах кожна секція \mathcal{LP}_λ лінійної частини зазвичай складається із труб однакового діаметра:

$$S^{\mathcal{E}_\mu} = S^{\mathcal{E}_\nu} = S_\lambda = const, \quad \forall \mu, \nu = 1, 2, \dots, N_\lambda - 1, \quad (2.145)$$

де S_λ – площа поперечного перерізу трубопроводів у секції. При цьому ділянки лінійної частини з’єднані між собою вузловими елементами, що мають однакові площі вхідного і вихідного отворів:

$$S^{\mathcal{N}_\mu^{in}} = S^{\mathcal{N}_\mu^{out}} = S_\lambda, \quad \forall \mu = 1, 2, \dots, N_\lambda \quad (2.146)$$

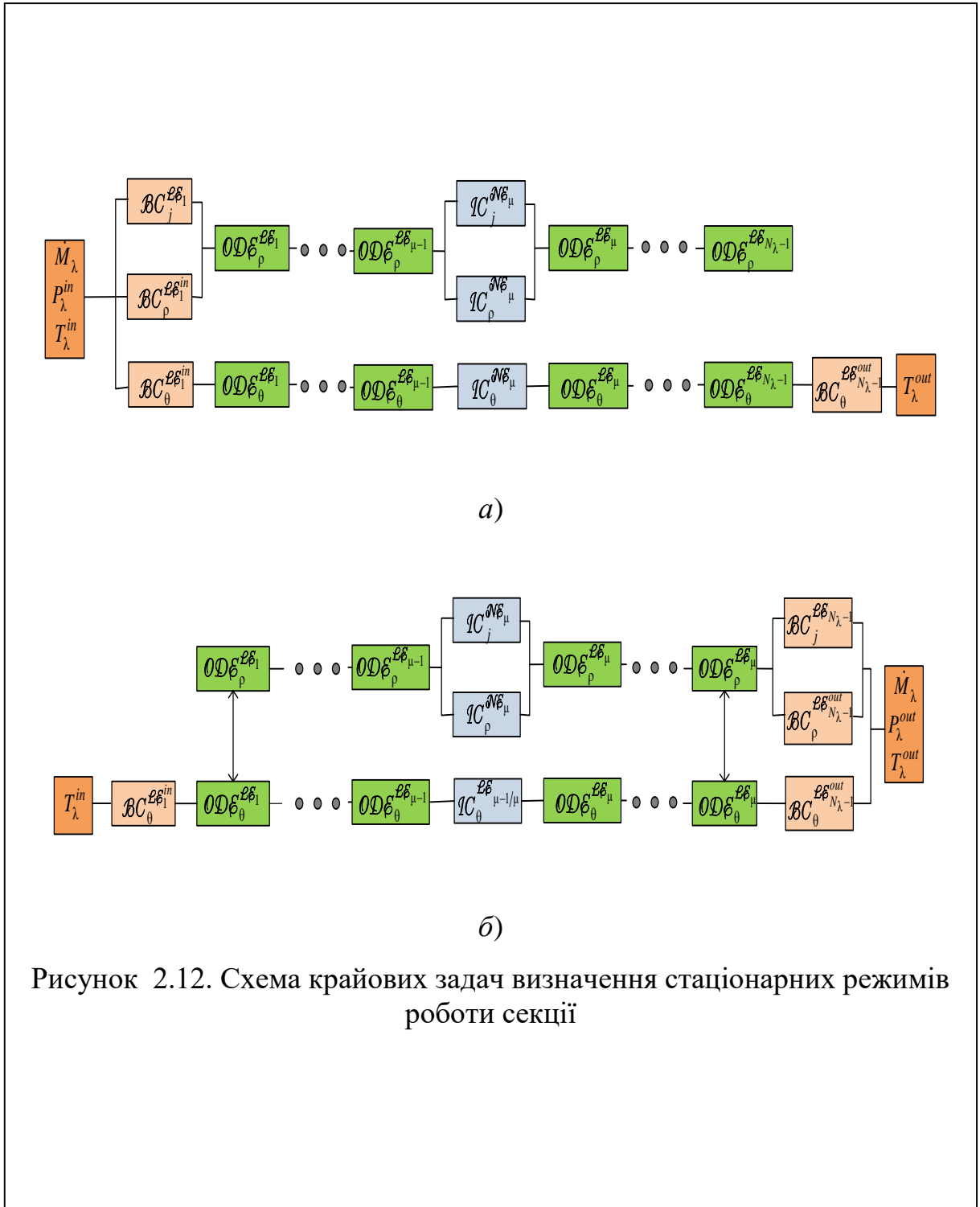


Рисунок 2.12. Схема крайових задач визначення стаціонарних режимів роботи секції

При цьому безрозмірна густина потоку є однакою у всіх лінійних елементах:

$$j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} = j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\nu} = j_\lambda^{in} = j_\lambda^{out} = j_\lambda \equiv \frac{\dot{M}_\lambda}{S_\lambda J_t}. \quad (2.147)$$

Такі елементи, як правило, створюють малий локальний гідравлічний опір, який еквівалентний опору, що його створює відрізок труби, довжина якого дорівнює 10-ти – 15-ти її діаметрів. Тож, якщо довжина лінійних елементів має порядок декілька десятків кілометрів, то локальним гідравлічним опором вузлового елемента, що їх сполучає, можна знехтувати. Тоді умови спряження (2.139)₂ сусідніх лінійних елементів, з'єднаних через вузловий елемент $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$ набувають вигляду

$$\mathcal{I}C_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} : [\rho]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} = 0, \quad \mu = 2, \dots, N_\lambda - 1, \quad (2.148)$$

тобто обидві ключові функції $\rho(\xi)$ і $\theta(\xi)$ (див. формулу (2.143)) є неперервними.

Це дозволяє розглядати замість ланцюгової системи рівнянь для кусково-неперервної функції $\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\xi)$, яка (система) містить $N_\lambda - 1$ звичайних диференціальних рівнянь $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$, $\mu = 1, 2, \dots, N_\lambda - 1$ і $N_\lambda - 2$ умов спряження $\mathcal{I}C_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu/\mu+1}}$, $\mu = 1, 2, \dots, N_\lambda - 1$, одне диференціальне рівняння $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}$. Це рівняння визначає функцію $\rho(x/L_\lambda)$, неперервну в усій секції $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$, довжина L_λ якої вибрана за характерну довжину L_t для $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho, \theta)$:

$$L_t = L_\lambda = \sum_{\mu=1}^{N_\lambda-1} L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} + \sum_{\mu=1}^{N_\lambda} L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \quad (2.149)$$

Аналогічно, замість ланцюгової системи, яка визначає функції $\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\xi)$, можна розглядати звичайне диференціальне рівняння $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\theta, \rho)$ для неперервної функції $\theta_\lambda(x/L_\lambda)$.

Введені так рівняння матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda} : \mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho, \theta; j) &= f_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho; j), \\ \mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda} : \mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho, \theta; j) &= f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho, \theta; j). \end{aligned} \quad (2.150)$$

Ліві частини $L_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho, \theta; j_\lambda)$ та $L_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\theta, \rho; j_\lambda)$, як і функції $f_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho; j_\lambda)$ та $f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho, \theta; j_\lambda)$

мають такий самий вигляд, що в рівняннях $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}^\mu}(\rho, \theta; j)$ та $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}^\mu}(\rho, \theta; j)$, які визначає формула (2.138). Єдина відмінність полягає у тому, що перехід до безрозмірних змінних у них здійснено для характерної довжини $L_t = L_\lambda$, а не для $L_t = L^{\mathcal{L}\mathcal{E}^\mu}$, як у рівняннях (2.138).

Крайові умови для системи двох цих рівнянь $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho, \theta)$ і $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\theta, \rho)$ впливають безпосередньо із умов (2.141), (2.142) і мають у такому випадку (за нехтування локальними гідравлічними опорами вузлових елементів) вигляд

$$\mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{in}} : \rho_\lambda|_{\xi=0} = \rho_\lambda^{in}, \quad \mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{in}} : \theta_\lambda|_{\xi=0} = \theta_\lambda^{in}. \quad (2.151)$$

$$\mathcal{BC}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{out}} : \rho_\lambda|_{\xi=1} = \rho_\lambda^{out}, \quad \mathcal{BC}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{out}} : \theta_\lambda|_{\xi=1} = \theta_\lambda^{out}. \quad (2.152)$$

Тоді визначення розподілів густини $\rho(\xi)$ та температури $\theta(\xi)$ в секції $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$ зводиться до розв'язування крайової задачі для системи (2.150) двох звичайних диференціальних рівнянь за крайових умов (2.151), (2.152). Тут можна розглядати дві крайові задачі – коли крайова умова для $\rho_\lambda(\xi)$ задана зліва – при $\xi = 0$:

$$\mathcal{BVP}_{Stationar1}^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda} : \begin{cases} \rho_\lambda|_{\xi=0} = \rho_\lambda^{in}, \quad \theta_\lambda|_{\xi=0} = \theta_\lambda^{in} \\ L_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho, \theta; j) = f_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho; j), \\ L_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\theta, \rho; j) = f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho, \theta; j) \\ \theta_\lambda|_{\xi=1} = \theta_\lambda^{out} \end{cases} \quad (2.153)$$

або, коли крайова умова для $\rho_\lambda(\xi)$ задана справа – при $\xi = 1$:

$$\mathcal{BVP}_{Stationar2}^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda} :: \begin{cases} \theta_\lambda|_{\xi=1} = \theta_\lambda^{in} \\ L_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho, \theta) = f_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho, j), \\ L_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\theta, \rho) = f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda}(\rho, \theta; j) \\ \rho_\lambda|_{\xi=1} = \rho_\lambda^{out}, \quad \theta_\lambda|_{\xi=1} = \theta_\lambda^{out} \end{cases} \quad (2.154)$$

На рис.2.13 схематично показана структура крайових задач (2.153) (а) та (2.154) (б).

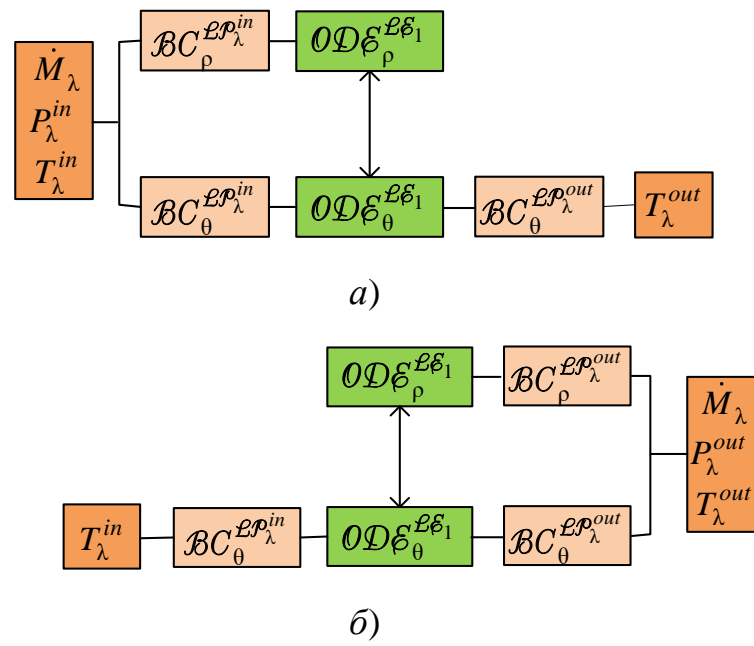


Рисунок 2.13. Схеми стаціонарних крайових задач визначення неперервних функцій в секції

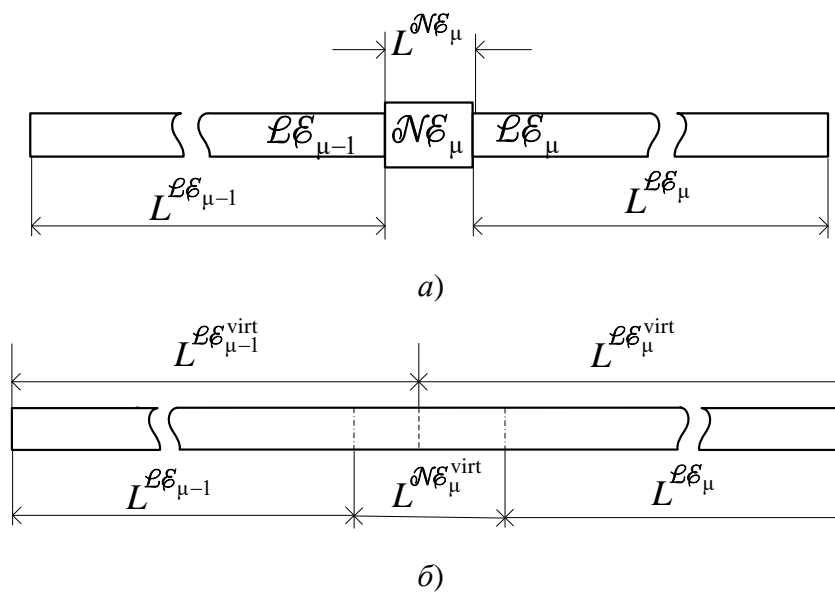


Рисунок 2.14. Схеми фрагмента секції лінійної частини (а) та відповідного йому фрагмента віртуального лінійного елемента б) секції $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$ (б)

2.5.3.9. Модель віртуальної секції

У випадку, коли труби всіх лінійних елементів $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$ секції мають однаковий діаметр, локальні опори можна врахувати в рамках математичних моделей неперервних в секції $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$ функцій $\rho_\lambda(\xi)$, $\theta_\lambda(\xi)$. З цією метою розглянемо модель ефективної (віртуальної) довжини вузлового і лінійного елементів.

В моделі $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$ секції замінимо вузлові елементи $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$ відрізками труб $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{\text{virt}}$ такого ж діаметра, як і труби лінійних елементів. Довжину $L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{\text{virt}}}$ відрізка $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{\text{virt}}$ виберемо так, щоб його гідравлічний опір $k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{\text{virt}}}$ дорівнював опору $k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}$ відповідного йому вузлового елемента. Відрізок $L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{\text{virt}}}$ поділимо на дві частини пропорційно до значення параметра $\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}$ вузлового елемента і додамо їх до верхнього $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}$ та нижнього $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$ (за потоком) лінійних елементів, що під'єднані до вузлового елемента $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$ (див. рис.2.14). В такий спосіб утворимо віртуальні лінійні елементи $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}^{\text{virt}}$ та $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{\text{virt}}$ довжиною $L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}^{\text{virt}}}$ та $L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{\text{virt}}}$ відповідно:

$$L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}^{\text{virt}}} = L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}} + \frac{\zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}{1 + \zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}} L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{\text{virt}}}, \quad L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu^{\text{virt}}} = L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} + \frac{1}{1 + \zeta_L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}} L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{\text{virt}}}. \quad (2.155)$$

Це дозволяє виключити із розгляду вузлові елементи і розглядати модель секції $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$ як об'єкт, що складається лише із одного лінійного елемента $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda = \mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}$ довжиною L_λ^{virt} :

$$L_\lambda^{\text{virt}} = \sum_{\mu=1}^{N_\lambda-1} L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} + \sum_{\mu=1}^{N_\lambda} L^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{\text{virt}}}. \quad (2.156)$$

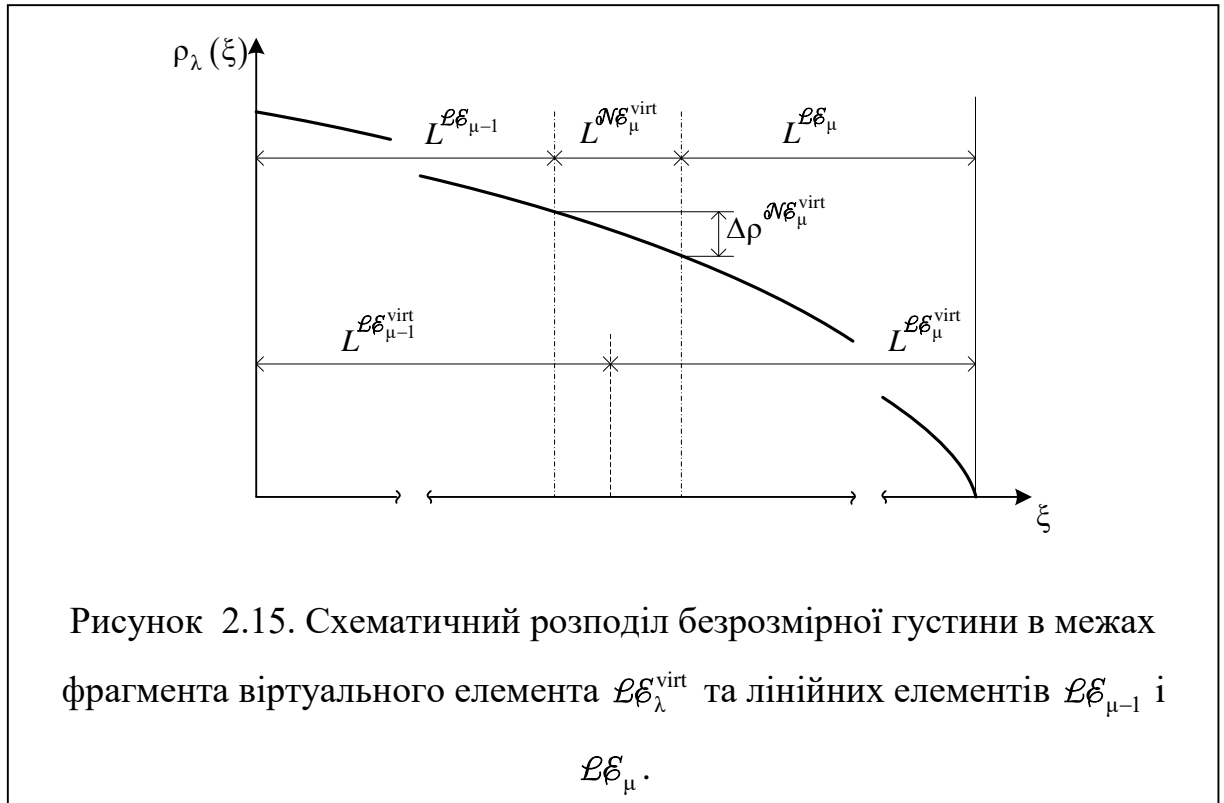
На рис. 2.13-а показана схема фрагменту секції лінійної частини $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$, який складається із вузлового елемента $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$ та двох лінійних елементів $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}$ та $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$ з'єднаних вузловим елементом $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$. На рис.2.13-б показана схема відповідного фрагмента віртуального лінійного елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_\lambda$

Вибираючи L_λ^{virt} за характерну довжину: $L_t = L_\lambda^{\text{virt}}$, отримаємо систему звичайних диференціальних рівнянь виду (2.150). В ній $\xi = x/L_\lambda^{\text{virt}}$, а значення безрозмірних коефіцієнтів, введених у п. 2.2.3, таких як $\beta = \lambda L_t / 2D_{\text{pipe}}$ та $\lambda_T = \Lambda / \Lambda_t$, дещо відрізняться від їхніх відповідників, які фігурують у (2.150), оскільки для їх обчислення використовується $L_t = L_\lambda^{\text{virt}}$, тоді як у (2.138) ці параметри обчислені для $L_t = L_\lambda$. Розв'язок $\rho(\xi)$, $\theta(\xi)$ цієї системи – неперервні функції на відрізку $\xi \in [0, 1]$. Для цієї системи розглядатимемо дві крайові задачі виду (2.153) та (2.154).

Значення безрозмірної координати $\xi = 0$ відповідає входові першого вузлового елемента \mathcal{NE}_1 , значення $\xi = L_\lambda^{\mathcal{NE}_1^{\text{virt}}} / L_\lambda^{\text{virt}}$ відповідає виходові цього вузлового елемента і входові з'єднаного з ним лінійного елемента \mathcal{LE}_1 , а значення $\xi = (L_\lambda^{\mathcal{NE}_1^{\text{virt}}} + L^{\mathcal{LE}_1}) / L_\lambda^{\text{virt}}$ – виходові цього лінійного елемента і входові \mathcal{NE}_2 і т.д.

Як бачимо, за знайденим в рамках моделі віртуальної секції розв'язком $\rho(\xi)$, $\theta(\xi)$ можна встановити розподіли безрозмірної густини і температури у всіх реальних вузлових і лінійних елементах, з яких ця секція складається.

На рис.2.15 схематично показаний розподіл безрозмірної густини $\rho_\lambda(\xi)$ в межах фрагменту віртуального лінійного елемента $\mathcal{LE}_\lambda^{\text{virt}}$, зображеного на рис. 2.14-б. Розподілам безрозмірної густини в межах реальних лінійних елементів $\mathcal{LE}_{\mu-1}$ та \mathcal{LE}_μ відповідають частини графіка, які потрапляють в межі відрізків $L^{\mathcal{LE}_{\mu-1}}$ та $L^{\mathcal{LE}_\mu}$ відповідно. Як бачимо, між виходом $\mathcal{LE}_{\mu-1}$ та входом \mathcal{LE}_μ виникає перепад безрозмірної густини $\Delta\rho^{\mathcal{NE}_\mu} = \Delta\rho^{\mathcal{NE}_\mu^{\text{virt}}}$, зумовлений локальним опором вузлового елемента \mathcal{NE}_μ .



2.5.4. Математичні моделі перехідних режимів магістрального газопроводу

У цьому пункті здійснимо математичну поставу крайових задач для системи, що містить диференціальні рівняння з частинними похідними та звичайні диференціальні рівняння, які моделюють процеси транспортування газу у магістральних газопроводах за перехідних режимів їх експлуатації.

2.5.4.1. Ключові рівняння для лінійних елементів

За нестационарних умов ключові функції $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$ та $\theta(\xi, \tau)$, які визначають рух газу в порожнинах лінійних елементів $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$, $\mu = 1, 2, \dots, N_\lambda - 1$ будь-якої секції $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$, задовольняють диференціальні рівняння з частинними похідними (2.39) – (2.41). Тут обмежимося розглядом так званих перехідних режимів, за яких відбувається перехід системи від одного стаціонарного режиму до іншого.

За такого обмеження напрям руху газу в магістралі залишається незмінним – від її входу до виходу, тож безрозмірна густина потоку в такому випадку – невід’ємна величина: $j \geq 0$. Тому множник $|j|$, що фігурує в доданках рівнянь (2.39) – (2.41), які враховують силу в’язкого тертя, без обмежень можна замінити на j .

Початкові умови для задач моделювання перехідного режиму роботи секції визначає розв’язок задачі (2.144) для стаціонарного режиму, з якого розпочинається перехідний режим. Оскільки його параметри завжди відомі, тому вважатимемо, що початкові умови для будь-якого перехідного режиму є задані.

Введемо позначення (157), (158) для диференціальних операторів $L_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(j)$, $L_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta)$, $L_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta)$ та функцій $f_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j)$, $f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta)$ від ключових функцій:

$$\begin{aligned}
L_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} (j) &\equiv -Ma \cdot \frac{\partial j}{\partial \xi}, \\
L_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} (\rho, j, \theta) &\equiv -2Ma \cdot \frac{j}{\rho} \frac{\partial j}{\partial \xi} - \left(Ma \cdot \frac{j^2}{\rho^2} + \frac{Z_t \theta}{Ma} \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right) \right) \frac{\partial \rho}{\partial \xi} - \\
&\quad - \frac{Z_t \rho}{Ma} \left(z + \theta \frac{\partial z}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \xi}, \\
L_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} (\rho, j, \theta) &\equiv \\
&\frac{1}{\rho c_v} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\lambda_T \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) - \rho c_v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - Ma \cdot \left(\frac{Z_t \theta}{Ma^2} \alpha z - b \frac{\theta^2}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \right) \frac{\partial j}{\partial \xi} + \right. \\
&\quad \left. + Ma \cdot \theta \frac{j}{\rho} \left(\frac{Z_t}{Ma^2} \alpha z - b \frac{\theta}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \right) \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \right) \quad (2.157)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} (\rho, j) &\equiv -Ma \cdot \frac{d\gamma}{d\xi} \rho - Ma \cdot \beta \frac{j^2}{\rho}, \\
f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} (\rho, j, \theta) &\equiv Ma \cdot \alpha \left(\beta \frac{j^3}{\rho^2} + \frac{d\gamma}{d\xi} j \right) - \bar{h} (\theta - \theta_{env}) \quad (2.158)
\end{aligned}$$

Нагадаємо, що безрозмірний час τ означено як відношення часу t до характерного часу t_t . Параметр t_t , у свою чергу, означили як $t_t = L_t / C_t$, де L_t – характерна довжина, наприклад, довжина труби, а C_t – характерна швидкість, за яку вибирали швидкість звуку в газі за типових значень тиску P_t і температури T_t . Оскільки довжини лінійних елементів у секції на загал різні, то значення характерного часу $t_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ для елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$ буде іншим ніж значення $t_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\kappa}$ цього ж параметра для елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_\kappa$, де $\mu, \kappa = 1, 2, \dots, N_\lambda - 1$, $\mu \neq \kappa$. Щоб звести рівняння динаміки (2.39) – (2.41) до одного безрозмірного часу введемо однаковий для всіх елементів характерний час $t_t^a = L_t^a / C_t$, де L_t^a – характерна довжина, однакова для всіх елементів. Це можна зробити, наприклад, вибираючи за L_t^a довжину $L_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ одного із елементів, їхню середню довжину тощо. Тоді безрозмірний час буде однаковий для всіх елементів. Щоб привести рівняння (2.39) – (2.41) для усіх елементів $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$ до одного безрозмірного часу $\tau = t / t_t^a$ слід замінити оператор $\partial / \partial t$ в цих рівняннях на оператор $\tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} \partial / \partial \tau$. Тут $\tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ – безрозмірний параметр: $\tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} = t_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} / t_t^a = L_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} / L_t^a$.

З урахуванням цього та позначень (2.157), (2.158), рівняння (2.39) – (2.41) для

лінійних елементів $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$, $\mu = 1, 2, \dots, N_\lambda - 1$ секції $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$ можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j): \quad \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} &= \mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j), \\ \mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta): \quad \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} \frac{\partial j}{\partial \tau} &= \mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta) + f_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j), \\ \mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta): \quad \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta) + f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta) \end{aligned} \quad (2.159)$$

Зазвичай довжини $L_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ лінійних елементів $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$ відрізняються не дуже сильно, тому $\tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ є безрозмірні величини порядку одиниці.

2.5.4.2. Ключові рівняння для вузлових елементів

Процеси течії газу через вузлові елементи визначають звичайні диференціальні рівняння, залежні від часової змінної, які отримані у підрозділі 2.3. Оскільки швидкості зміни тиску і його перепад між входом виходом елемента є малі, то зміни внутрішньої енергії газу, зосередженого у вузлових елементах, також малі. Тому ми нехтуємо перепад температури між входом і виходом вузлового елемента. У такому наближенні перехідний процес у вузловому елементі описує система двох звичайних диференціальних рівнянь, які визначають зміну маси та кількості руху газу, зосередженого у цьому елементі.

Для рівнопрохідних горизонтальних вузлових елементів це – рівняння (2.69) та (2.70) відповідно. Щоб привести рівняння (2.69), (2.70) для усіх елементів $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$ до одного безрозмірного часу $\tau = t/t_t^a$ замінимо оператор $\partial/\partial t$ в цих рівняннях на оператор $\tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \partial/\partial \tau$. Тут $\tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}$ – безрозмірні параметри $\tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} = t_t^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} / t_t^a = L_t^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} / L_t^a$, $t_t^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}$ та $L_t^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}$ – характерні час та довжина елемента $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$. Оскільки тут розглядаємо модель секції, що складається із труб однакового діаметра, то на межі між будь-якими сусідніми вузловим і лінійним елементом виконуються умови неперервності тиску, густини, швидкості і масового потоку газу. З урахуванням цього можна виразити для кожного $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$ параметри $j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}$, $j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}$ та $p^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}$, $p^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}$, що у правих частинах рівнянь (2.69) та (2.70) через значення відповідних ключових функцій на

виході і вході лінійних елементів, що з'єднані з цим вузловим елементом:

$$\begin{aligned} j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}(\tau) &= j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau), \quad j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}(\tau) = j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(0, \tau), \\ p^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{in}}(\tau) &= z^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau)\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau)\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau), \\ p^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu^{out}}(\tau) &= z^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(0, \tau)\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(0, \tau)\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(0, \tau). \end{aligned} \quad (2.160)$$

Тут $\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau)$, $j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau)$ та $\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau)$ – значення ключових функцій ρ , j та θ на виході лінійного елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}$, $\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(0, \tau)$, $j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(0, \tau)$ та $\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(0, \tau)$ – значення цих ключових функцій на вході лінійного елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$, $z^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau)$ та $z^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(0, \tau)$ нормованого фактора стисливості газу на виході $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}$ та вході $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$ відповідно.

З урахуванням цього система (2.69), (2.70) для внутрішніх вузлових елементів $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$, $\mu = 2, \dots, N_\lambda - 1$ за відсутності у них витоків запишеться у вигляді

$$\begin{aligned} \mathcal{O}\mathcal{D}_{\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}} : \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \frac{d\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}{d\tau} &= Ma \cdot [j]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}, \\ \mathcal{O}\mathcal{D}_{\mathcal{E}_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}} : \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \frac{d\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}{d\tau} + Ma \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \frac{(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu})^2}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}} &= \frac{Z_t}{Ma} [z\theta\rho]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}. \end{aligned} \quad (2.161)$$

Тут використано позначення $[...]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}$ для стрибка значення відповідного параметра, що в дужках, між виходом елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}$ та входом елемента $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$, які з'єднані між собою через вузловий елемент $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$:

$$\begin{aligned} [j]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} &= j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau) - j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(0, \tau), \\ [z\theta\rho]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} &= z^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau)\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau)\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau) - \\ &\quad - z^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(0, \tau)\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(0, \tau)\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(0, \tau). \end{aligned} \quad (2.162)$$

За прийнятих обмежень щодо змін внутрішньої енергії маси газу, зосередженого у вузловому елементі $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$, умови неперервності температурного поля (2.140) виконуються і в нестационарному випадку.

Для першого та останнього вузлових елементів система (2.161), матиме відповідно вигляд (2.163) та (2.164):

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} &: \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \frac{d\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}}{d\tau} = Ma \cdot (j_\lambda^{in} - j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau)), \\
\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} &: \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \frac{d\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}}{d\tau} + Ma \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \frac{(j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1})^2}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}} = \\
&= \frac{Z_t}{Ma} (z_\lambda^{in} \theta_\lambda^{in} \rho_\lambda^{in} - z^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau) \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau) \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau)).
\end{aligned} \tag{2.163}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} &: \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \frac{d\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}}{d\tau} = Ma \cdot (j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) - j_\lambda^{out}), \\
\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} &: \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \frac{d\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}}{d\tau} + Ma \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \frac{(j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}})^2}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}} = \\
&= \frac{Z_t}{Ma} (z^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) - z_\lambda^{out} \theta_\lambda^{out} \rho_\lambda^{out}).
\end{aligned} \tag{2.164}$$

Тут $j_\lambda^{in} = j_\lambda^{in}(\tau)$, $\rho_\lambda^{in} = \rho_\lambda^{in}(\tau)$, $\theta_\lambda^{in} = \theta_\lambda^{in}(\tau)$ і $z_\lambda^{in} = z_\lambda^{in}(\tau)$ – значення ключових функцій і нормованого фактора стисливості на вході в секцію $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$, а $j_\lambda^{out} = j_\lambda^{out}(\tau)$, $\rho_\lambda^{out} = \rho_\lambda^{out}(\tau)$, $\theta_\lambda^{out} = \theta_\lambda^{out}(\tau)$ і $z_\lambda^{out} = z_\lambda^{out}(\tau)$ на її виході.

2.5.4.3. Модель динаміки газу за перехідних режимів

Означимо модель динаміки газу в секції лінійної частини за перехідних процесів як

$$\mathcal{M}\mathcal{E}\mathcal{D}^{\mathcal{L}\mathcal{P}} = \{ \mathcal{M}\mathcal{E}\mathcal{D}^{\mathcal{N}\mathcal{E}}, \mathcal{M}\mathcal{E}\mathcal{D}^{\mathcal{L}\mathcal{E}}, \mathcal{B}\mathcal{C}^{\mathcal{L}\mathcal{P}} \} \tag{2.165}$$

Тут $\mathcal{M}\mathcal{E}\mathcal{D}^{\mathcal{N}\mathcal{E}} = \{ \mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}, \mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}, \mu \in \{1, 2, \dots, N_\lambda\}, \mathcal{I}\mathcal{C}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}, \mu \in \{2, \dots, N_\lambda-1\} \}$,

$$\mathcal{M}\mathcal{E}\mathcal{D}^{\mathcal{L}\mathcal{E}} = \{ \mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}, \mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}, \mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}, \mu \in \{1, \dots, N_\lambda-1\} \}$$

$$\mathcal{B}\mathcal{C}^{\mathcal{L}\mathcal{P}} = \{ \mathcal{B}\mathcal{C}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}, \mathcal{B}\mathcal{C}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}} \}.$$

Входом секції є вхід її першого вузлового елемента, а виходом – вихід останнього. Тому $\mathcal{B}\mathcal{C}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{in}}$ містять співвідношення, які виражають вхідні параметри $\mathcal{N}\mathcal{E}_1$ через відповідні вхідні параметри секції, а $\mathcal{B}\mathcal{C}^{\mathcal{L}\mathcal{P}^{out}}$ – співвідношення які виражають параметри на виході $\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}$ через відповідні вихідні параметри секції.

На рис. 2.15 подано графічне представлення моделі $\mathcal{M}\mathcal{E}\mathcal{D}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$ згідно формули (2.165).

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned}
 & \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \frac{d\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}}{d\tau} = Ma \cdot \left(j_\lambda^{in} - j^{\mathcal{E}_1}(0, \tau) \right), \\
 & \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \frac{d\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}}{d\tau} + Ma \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \frac{\left(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \right)^2}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}} = \\
 & \quad = \frac{Z_t}{Ma} \left(z_\lambda^{in} \theta_\lambda^{in} \rho_\lambda^{in} - z^{\mathcal{E}_1}(0, \tau) \theta^{\mathcal{E}_1}(0, \tau) \rho^{\mathcal{E}_1}(0, \tau) \right), \\
 & \theta^{\mathcal{E}_1}(0, \tau) = \theta_\lambda^{in}(\tau), \\
 & \tau^{\mathcal{E}_1} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\rho^{\mathcal{E}_1}(\rho, j), \\
 & \tau^{\mathcal{E}_1} \frac{\partial j}{\partial \tau} = \mathcal{L}_j^{\mathcal{E}_1}(\rho, j, \theta) + f_j^{\mathcal{E}_1}(\rho, j), \\
 & \tau^{\mathcal{E}_1} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\theta^{\mathcal{E}_1}(\rho, j, \theta) + f_\theta^{\mathcal{E}_1}(\rho, j, \theta), \\
 & \quad \vdots \\
 & \tau^{\mathcal{E}_{\mu-1}} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\rho^{\mathcal{E}_{\mu-1}}(\rho, j), \\
 & \tau^{\mathcal{E}_{\mu-1}} \frac{\partial j}{\partial \tau} = \mathcal{L}_j^{\mathcal{E}_{\mu-1}}(\rho, j, \theta) + f_j^{\mathcal{E}_{\mu-1}}(\rho, j), \\
 & \tau^{\mathcal{E}_{\mu-1}} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\theta^{\mathcal{E}_{\mu-1}}(\rho, j, \theta) + f_\theta^{\mathcal{E}_{\mu-1}}(\rho, j, \theta), \\
 & \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \frac{d\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}{d\tau} = Ma \cdot [j]^{\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}, \\
 & \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \frac{d\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}{d\tau} + Ma \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \frac{\left(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \right)^2}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}} = \frac{Z_t}{Ma} [z\theta\rho]^{\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}, \\
 & \theta^{\mathcal{E}_{\mu-1}}(1, \tau) - \theta^{\mathcal{E}_\mu}(0, \tau), \frac{\partial \theta^{\mathcal{E}_{\mu-1}}}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} - L_t^{\mu-1/\mu} \frac{\partial \theta^{\mathcal{E}_\mu}}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \\
 & \tau^{\mathcal{E}_\mu} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\rho^{\mathcal{E}_\mu}(\rho, j), \\
 & \tau^{\mathcal{E}_\mu} \frac{\partial j}{\partial \tau} = \mathcal{L}_j^{\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta) + f_j^{\mathcal{E}_\mu}(\rho, j), \\
 & \tau^{\mathcal{E}_\mu} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\theta^{\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta) + f_\theta^{\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta), \\
 & \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \frac{d\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}{d\tau} = Ma \cdot [j]^{\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}, \\
 & \quad \vdots \\
 & \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \frac{d\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}}{d\tau} = Ma \cdot \left(j^{\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) - j_\lambda^{out} \right), \\
 & \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \frac{d\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}}{d\tau} + Ma \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \frac{\left(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \right)^2}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}} = \\
 & \quad = \frac{Z_t}{Ma} \left(z^{\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) \theta^{\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) \rho^{\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) - z_\lambda^{out} \theta_\lambda^{out} \rho_\lambda^{out} \right), \\
 & \theta^{\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) = \theta_\lambda^{out}(\tau).
 \end{aligned} \right. \quad (2.166)
 \end{aligned}$$

Рисунок 2.16. Математична модель динаміки газу в магістральному газопроводі

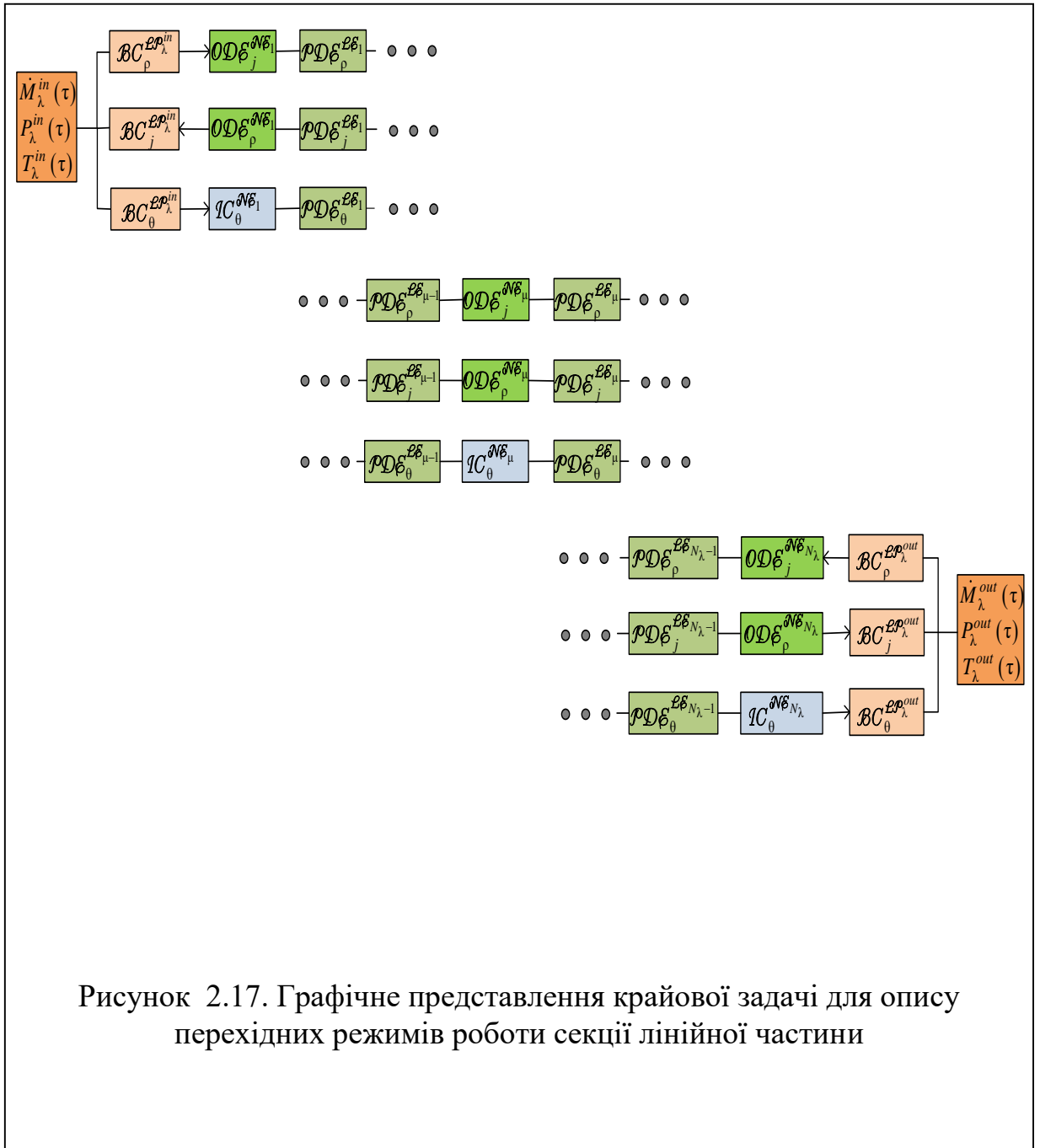


Рисунок 2.17. Графічне представлення крайової задачі для опису перехідних режимів роботи секції лінійної частини

Диференціальні рівняння (2.61) $\mathcal{O}\mathcal{D}\xi_j^\mu$ та $\mathcal{O}\mathcal{D}\xi_\rho^\mu$ пов'язують значення ключових функцій $\rho(\xi, \tau)$ та $j(\xi, \tau)$ на суміжних кінцях лінійних елементів $\mathcal{L}\xi_{\mu-1}$ та $\mathcal{L}\xi_\mu$, з'єднаних через вузловий $\mathcal{N}\xi_\mu$, а умови спряження температурного поля (2.140) $\mathcal{I}C_\theta^{\mathcal{L}\xi_{\mu-1/\mu}}$ – значення температурного поля на цих кінцях. В результаті для секції $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$ маємо систему (2.166) (див. рис. 2.16), яка містить для кожного лінійного елемента три диференціальні рівняння з частинними похідними, а для внутрішнього вузла систему двох звичайних диференціальних рівнянь, яка пов'язує значення ключових функцій на суміжних кінцях лінійних елементів, з'єднаних через цей вузловий елемент. На рис. 2.17 подано графічне представлення моделі $\mathcal{M}\mathcal{E}\mathcal{D}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$ згідно формули (2.166).

2.5.4.4. Крайові задачі перехідних режимів роботи секції

Крайові умови на вході $\mathcal{B}C_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{in}}$, $\mathcal{B}C_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{in}}$ та $\mathcal{B}C_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{in}}$ і $\mathcal{B}C_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{out}}$, $\mathcal{B}C_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{out}}$ та $\mathcal{B}C_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{out}}$ секції $\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda$ можна обчислити на основі даних моніторингу параметрів потоку $\dot{M}_\lambda^{in}(\tau)$, $P_\lambda^{in}(\tau)$ та $T_\lambda^{in}(\tau)$ на її вході і $\dot{M}_\lambda^{out}(\tau)$, $P_\lambda^{out}(\tau)$ та $T_\lambda^{out}(\tau)$ і виході. В рівняннях $\mathcal{P}\mathcal{D}\xi_\rho^{\mathcal{L}\xi_\mu}$ і $\mathcal{P}\mathcal{D}\xi_j^{\mathcal{L}\xi_\mu}$ присутні похідні за просторовою координатою лише першого порядку, тому на краях секції для цих двох рівнянь достатньо задати лише по одній умові (першого роду: для ρ на обох краях, або мішані: для ρ на одному із країв і для j на іншому). Відповідно до цього розглядатимемо декілька типів крайових і відповідно крайових задач моделювання перехідних процесів у секції.

Задача 1. На вході та виході секції задані густина $\rho_\lambda^{in}(\tau)$ та $\rho_\lambda^{out}(\tau)$ і температура $\theta_\lambda^{in}(\tau)$ та $\theta_\lambda^{out}(\tau)$ як функції часу:

$$\begin{aligned} \rho^{\mathcal{N}\xi_1^{in}} &= \rho_\lambda^{in}(\tau), \rho^{\mathcal{N}\xi_{N\lambda}^{out}} = \rho_\lambda^{out}(\tau), \\ \theta^{\mathcal{N}\xi_1^{in}} &= T_\lambda^{in}(\tau), \theta^{\mathcal{N}\xi_{N\lambda}^{out}} = \theta_\lambda^{out}(\tau), \end{aligned} \quad (2.167)$$

Задача 2. На вході секції задані безрозмірні густина $\rho_\lambda^{in}(\tau)$ і температура $\theta_\lambda^{in}(\tau)$, а на виході – безрозмірний потік маси $j_\lambda^{out}(\tau)$ і температура $\theta_\lambda^{out}(\tau)$:

$$\begin{aligned}\rho^{\mathcal{NE}_1^{in}} &= \rho_\lambda^{in}(\tau), j^{\mathcal{NE}_{N\lambda}^{out}} = j_\lambda^{out}(\tau), \\ \theta^{\mathcal{NE}_1^{in}} &= \theta_\lambda^{in}(\tau), \theta^{\mathcal{NE}_{N\lambda}^{out}} = \theta_\lambda^{out}(\tau),\end{aligned}\quad (2.168)$$

Задача 3. На вході секції задані безрозмірний потік маси $j_\lambda^{in}(\tau)$ і температура $\theta_\lambda^{in}(\tau)$, а на виході – густина $\rho_\lambda^{out}(\tau)$ і температура $\theta_\lambda^{out}(\tau)$:

$$\begin{aligned}j^{\mathcal{NE}_1^{in}} &= j_\lambda^{in}(\tau), \rho^{\mathcal{NE}_{N\lambda}^{out}} = \rho_\lambda^{out}(\tau), \\ \theta^{\mathcal{NE}_1^{in}} &= \theta_\lambda^{in}(\tau), \theta^{\mathcal{NE}_{N\lambda}^{out}} = \theta_\lambda^{out}(\tau),\end{aligned}\quad (2.169)$$

Задача 4. На вході секції задані безрозмірний потік механічної потужності $w_\lambda^{in}(\tau) = p_\lambda^{in}(\tau) v_\lambda^{in}(\tau)$, яку компресорна станція CS_λ передає потокові, і температура $\theta_\lambda^{in}(\tau)$, а на виході густина $\rho_\lambda^{out}(\tau)$ і температура $\theta_\lambda^{out}(\tau)$

$$\begin{aligned}w^{\mathcal{NE}_1^{in}} &= w_\lambda^{in}(\tau), \rho^{\mathcal{NE}_{N\lambda}^{out}} = \rho_\lambda^{out}(\tau), \\ \theta^{\mathcal{NE}_1^{in}} &= \theta_\lambda^{in}(\tau), \theta^{\mathcal{NE}_{N\lambda}^{out}} = \theta_\lambda^{out}(\tau).\end{aligned}\quad (2.170)$$

Задача 5. На вході секції задані безрозмірні густина $\rho_\lambda^{in}(\tau)$ і температура $\theta_\lambda^{in}(\tau)$, а на виході потік механічної потужності $w_\lambda^{out}(\tau)$ $j_\lambda^{out}(\tau)$ і температура $\theta_\lambda^{out}(\tau)$:

$$\begin{aligned}\rho^{\mathcal{NE}_1^{in}} &= \rho_\lambda^{in}(\tau), w^{\mathcal{NE}_{N\lambda}^{out}} = w_\lambda^{out}(\tau), \\ \theta^{\mathcal{NE}_1^{in}} &= \theta_\lambda^{in}(\tau), \theta^{\mathcal{NE}_{N\lambda}^{out}} = \theta_\lambda^{out}(\tau).\end{aligned}\quad (2.171)$$

Крайові умови визначають значення відповідних параметрів на вході першого вузлового елемента секції та на виході останнього.

2.5.4.5. Спрощена модель перехідного режиму

Безрозмірні параметри $\tau_t^{\mathcal{NE}_\mu}$, які фігурують у рівняннях (2.161), (2.163), (2.154) для вузлових елементів, визначені як відношення ефективної довжини $L^{\mathcal{NE}_\mu}$ вузлового елемента \mathcal{NE}_μ до характерної довжини L_t^a . Довжину L_t^a , як зазначалося,

доцільно вибрати сумірною із довжинами $L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ лінійних елементів. Тоді безрозмірні параметри $\tau_t^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$, які фігурують у рівняннях (2.159) будуть порядку одиниці. Оскільки ефективна довжина вузлових елементів пересічно не перевищує декілька десятків діаметрів труби, а довжина лінійних елементів $L^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}$ вимірюється десятками кілометрів, то параметри $\tau_t^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}$ є порядку 10^{-3} , тобто $\tau_t^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \ll 1$. Тому, за достатньо повільних змін параметрів потоку можна знехтувати доданки у лівих частинах рівнянь (2.161), (2.163), (2.164), що містять похідні за часом. В результаті, замість диференціальних рівнянь (2.161), отримуємо звичайні співвідношення, які пов'язують значення ключових функцій у суміжних кінцях лінійних елементів $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}$ та $\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu$, з'єднаних між собою вузловим елементом $\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu$:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}C_\rho^\mu : [j]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} &= 0, \\ \mathcal{I}C_j^\mu : [z\theta\rho]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} &= \frac{Ma^2 \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}{Z_t} \frac{\left(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}\right)^2}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}. \end{aligned} \quad (2.172)$$

Рівняння (2.163) та (2.164) набувають при цьому вигляду

$$\begin{aligned} \mathcal{B}C_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} : j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau) &= j_\lambda^{in}(\tau), \\ \mathcal{B}C_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} : z^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau)\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau)\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau) &= z_\lambda^{in}(\tau)\theta_\lambda^{in}(\rho)\rho_\lambda^{in}(\tau) - \\ &\quad - \frac{Ma^2 \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}}{Z_t} \frac{\left(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}\right)^2}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}}. \end{aligned} \quad (2.173)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{B}C_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}} : j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) &= j_\lambda^{out}(\tau), \\ \mathcal{B}C_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}} : z^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau)\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau)\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) &= \\ &= z_\lambda^{out}(\tau)\theta_\lambda^{out}(\tau)\rho_\lambda^{out}(\tau) + \frac{Ma^2 \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}}{Z_t} \frac{\left(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}\right)^2}{\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}}. \end{aligned} \quad (2.174)$$

За такого наближення система (2.166) набуває вигляду (2.175) (див. рс.2.18). Схематичне зображення цієї системи показано на рис. 2.19.

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned}
& j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau) = j_\lambda^{in}(\tau), \\
& z^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau) \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau) \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau) = z_\lambda^{in}(\tau) \theta_\lambda^{in}(\tau) \rho_\lambda^{in}(\tau) - \\
& \quad - \frac{Ma^2 \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \left(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1} \right)^2}{Z_t \bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_1}}, \\
& \theta_\lambda^{in} - \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(0, \tau), \\
& \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(\rho, j), \\
& \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} \frac{\partial j}{\partial \tau} = \mathcal{L}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(\rho, j, \theta) + f_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(\rho, j), \\
& \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(\rho, j, \theta) + f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_1}(\rho, j, \theta), \\
& \quad \vdots \\
& \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(\rho, j), \\
& \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}} \frac{\partial j}{\partial \tau} = \mathcal{L}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(\rho, j, \theta) + f_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(\rho, j), \\
& \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(\rho, j, \theta) + f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}(\rho, j, \theta), \\
& [j]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} = 0, \\
& [z\theta\rho]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} = \frac{Ma^2 \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \left(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \right)^2}{Z_t \bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}, \\
& [\theta]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}} = 0, \left. \frac{\partial \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}}}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} - L_t^{\mu-1/\mu} \left. \frac{\partial \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0, \\
& \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j), \\
& \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} \frac{\partial j}{\partial \tau} = \mathcal{L}_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta) + f_j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j), \\
& \tau^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta) + f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_\mu}(\rho, j, \theta), \\
& \tau^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu} \frac{d\bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_\mu}}{d\tau} = Ma \cdot [j]^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1/\mu}}, \\
& \quad \vdots \\
& j^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) = j_\lambda^{out}(\tau), \\
& z^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) \rho^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) = z_\lambda^{out}(\tau) \theta_\lambda^{out}(\tau) \rho_\lambda^{out}(\tau) + \\
& \quad + \frac{Ma^2 \cdot k^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \left(\bar{j}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}} \right)^2}{Z_t \bar{\rho}^{\mathcal{N}\mathcal{E}_{N_\lambda}}}, \\
& \theta^{\mathcal{L}\mathcal{E}_{N_\lambda-1}}(1, \tau) = \theta_\lambda^{out}(\tau).
\end{aligned} \right\} \quad (2.175)
\end{aligned}$$

Рисунок 2.18. Система співвідношень спрощеної системи рівнянь моделі перехідних процесів, у якій не враховано інерційність мас газу, накопичених у порожнинах вузлових елементів.

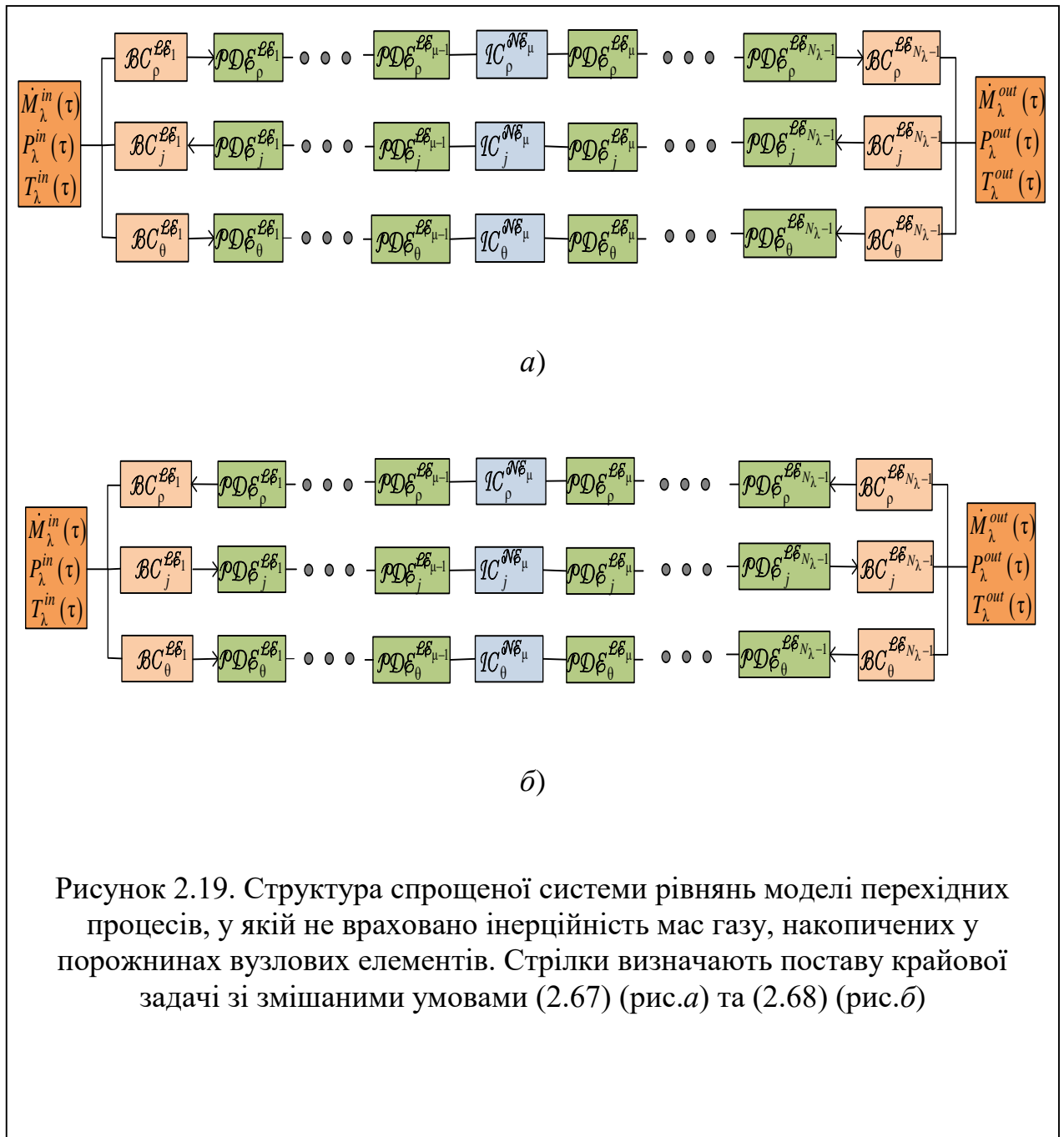


Рисунок 2.19. Структура спрощеної системи рівнянь моделі перехідних процесів, у якій не враховано інерційність мас газу, накопичених у порожнинах вузлових елементів. Стрілки визначають поставу крайової задачі зі змішаними умовами (2.67) (рис.а) та (2.68) (рис.б)

У системі (2.175) знехтували інерційність мас газу, накопичених у порожнинах вузлових елементів. Це дозволило вилучити з системи звичайні диференціальні рівняння, які визначають залежності від часу τ маси і кількості руху газу, накопиченого у вузлових елементах. Їх замінили скінченні співвідношення, які пов'язують значення ключових функцій (густини ρ і потоку j) на суміжних кінцях лінійних елементів, що з'єднані одним вузловим елементом. Також встановлені співвідношення (2.172) і (2.173), які виражають крайові умови на ключові функції (густину ρ і потік j) на вході першого і виході останнього лінійних елементів секції, через відповідні значення параметрів на вході та виході секції.

2.5.4.6. Модель віртуальної секції

У цьому пункті ми розглядаємо модель перехідних процесів у секції лінійної частини, яка споруджена із труб однакового діаметра. У цьому випадку застосована модель віртуальних вузлових елементів, яка була використана для стаціонарних режимів (див. п. 2.5.3.8). За цією моделлю вузлові елементи в моделі структури секції заміняємо відрізками труб, такого ж діаметра, як і лінійні елементи секції. Щоб вплив цих відрізків на потік газу в секції був еквівалентний впливові вузлових елементів, довжину кожного із них вибираємо так, щоб його об'єм дорівнював об'ємові відповідного вузлового елемента, а коефіцієнт гідравлічного опору кожного відрізка труби вибираємо так, щоб повний гідравлічний опір відрізка дорівнював гідравлічному опору цього ж вузлового елемента. Кожен відрізок розглядаємо як сукупність верхньої та нижньої (за потоком) частин, які об'єднуємо відповідно із верхнім $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}$ та нижнім $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu}$ лінійними елементами, які з'єднані із вузловим елементом $\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu}$. В такий спосіб, замість вузлового елемента $\mathcal{N}\mathcal{E}_{\mu}$ та двох з'єднаних із ним лінійних елементів $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}$ та $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu}$ отримуємо два віртуальні лінійні елементи $\mathcal{L}\mathcal{E}_{\mu-1}^{\text{virt}}$. Сформовані так віртуальні лінійні елементи утворюють у сукупності віртуальну секцію $\mathcal{L}\mathcal{P}_{\lambda}^{\text{virt}}$, довжина якої (2.156) може дещо відрізнитися від довжини реальної секції.

За моделлю $\mathcal{L}\mathcal{P}_{\lambda}^{\text{virt}}$ секція являє собою довгий трубопровід, внутрішній об'єм

якого і розподіл гідравлічного опору вздовж осі якого такі ж, як і у реальної секції. Вибираючи довжину L_λ^{virt} віртуальної секції за характерну довжину L_t , введемо безрозмірні координату ξ і час τ , єдині для усіх віртуальних елементів (лінійних і вузлових), зведемо математичну модель перехідних процесів у секції до системи трьох диференціальних рівнянь із частинними похідними, які визначають процеси перенесення маси, імпульсу та енергії у цій секції:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(\rho, j): \quad \frac{\partial \rho}{\partial \tau} &= \mathcal{E}_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(\rho, j), \\ \mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(\rho, j, \theta): \quad \frac{\partial j}{\partial \tau} &= \mathcal{E}_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(\rho, j, \theta) + f_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(\rho, j), \\ \mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(\rho, j, \theta): \quad \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \mathcal{E}_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(\rho, j, \theta) + f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(\rho, j, \theta) \end{aligned} \quad (2.176)$$

Тут

$$\begin{aligned} L_\rho^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(j) &\equiv -Ma \cdot \frac{\partial j}{\partial \xi}, \quad L_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(\rho, j, \theta) \equiv -2Ma \cdot \frac{j}{\rho} \frac{\partial j}{\partial \xi} - \\ &- \left(Ma \cdot \frac{j^2}{\rho^2} + \frac{Z_t \theta}{Ma} \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right) \right) \frac{\partial \rho}{\partial \xi} - \frac{Z_t \rho}{Ma} \left(z + \theta \frac{\partial z}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \xi}, \\ L_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(\rho, j, \theta) &\equiv \frac{1}{\rho c_v} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\lambda_T \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) - \rho c_v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - Ma \cdot \left(\frac{Z_t \theta}{Ma^2} \alpha z - b \frac{\theta^2}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \right) \frac{\partial j}{\partial \xi} + \right. \\ &\quad \left. + Ma \cdot \theta \frac{j}{\rho} \left(\frac{Z_t}{Ma^2} \alpha z - b \frac{\theta}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \right) \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \right), \\ f_j^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(\rho, j) &\equiv -Ma \cdot \frac{d\gamma}{d\xi} \rho - Ma \cdot \beta \frac{j^2}{\rho}, \\ f_\theta^{\mathcal{L}\mathcal{P}_\lambda^{\text{virt}}}(\rho, j, \theta) &\equiv Ma \cdot \alpha \left(\beta \frac{j^3}{\rho^2} + \frac{d\gamma}{d\xi} j \right) - \bar{h} (\theta - \theta_{env}). \end{aligned}$$

В цій моделі крайові умови $\mathcal{BC}^{\mathcal{L}\mathcal{P}}$ визначають значення ключових функцій $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$ та $\theta(\xi, \tau)$, $\xi \in [0, 1]$, $\tau \geq 0$ віртуальної секції безпосередньо на її вході та виході.

Задача 1:

$$\begin{aligned} \rho(0, \tau) &= \rho_\lambda^{\text{in}}(\tau), \quad \rho(1, \tau) = \rho_\lambda^{\text{out}}(\tau), \\ \theta(0, \tau) &= \theta_\lambda^{\text{in}}(\tau), \quad \theta(1, \tau) = \theta_\lambda^{\text{out}}(\tau). \end{aligned} \quad (2.177)$$

Задача 2:

$$\begin{aligned} \rho(0, \tau) &= \rho_{\lambda}^{in}(\tau), \quad j(1, \tau) = j_{\lambda}^{out}(\tau), \\ \theta(0, \tau) &= \theta_{\lambda}^{in}(\tau), \quad \theta(1, \tau) = \theta_{\lambda}^{out}(\tau). \end{aligned} \quad (2.178)$$

Задача 3:

$$\begin{aligned} j(0, \tau) &= j_{\lambda}^{in}(\tau), \quad \rho(1, \tau) = \rho_{\lambda}^{out}(\tau), \\ \theta(0, \tau) &= \theta_{\lambda}^{in}(\tau), \quad \theta(1, \tau) = \theta_{\lambda}^{out}(\tau). \end{aligned} \quad (2.179)$$

Задача 4:

$$\begin{aligned} w(0, \tau) &= w_{\lambda}^{in}(\tau), \quad \rho(1, \tau) = \rho_{\lambda}^{out}(\tau), \\ \theta(0, \tau) &= \theta_{\lambda}^{in}(\tau), \quad \theta(1, \tau) = \theta_{\lambda}^{out}(\tau). \end{aligned} \quad (2.180)$$

Задача 5:

$$\begin{aligned} w(0, \tau) &= w_{\lambda}^{in}(\tau), \quad j(1, \tau) = j_{\lambda}^{out}(\tau), \\ \theta(0, \tau) &= \theta_{\lambda}^{in}(\tau), \quad \theta(1, \tau) = \theta_{\lambda}^{out}(\tau). \end{aligned} \quad (2.181)$$

На рис. 2.20 показана структура математичної моделі для опису перехідних процесів у секції лінійної частини, що базується на концепції віртуальних вузлових елементів і віртуальної секції, а також приклади постави різних крайових задач в рамках цієї моделі. Тут стрілками показано, які крайові умови використовуються у крайовій задачі, а які можна обчислити на основі отриманого розв'язку цієї задачі: схема *а*) відповідає крайовим умовам (2.177), схема *б*) – умовам (2.178), а схема *в*) – (2.179).

Модель віртуальної секції істотно спрощує математичну модель перехідних процесів у газопроводі. При цьому вона враховує як розподілені, так і локальні гідравлічні опори, а також інерційність мас газу, зосереджених у порожнинах вузлових елементів. Використовуючи результати розв'язування крайових задач сформульованих в рамках цієї моделі можна з високою точністю визначити реальні розподіли тиску, густини, температури, швидкості потоку газу, масової та об'ємної витрат вздовж кожної із ділянок газопроводу, яким відповідають лінійні елементи.

Із розв'язку задачі можна встановити перепади тиску, які виникають між входом і виходом усіх вузлових елементів, а також масу газу, зосередженого у кожному вузловому елементі, кількість руху та енергію цієї маси. Ці дані необхідні, зокрема, для обчислення балансу газу в газопроводі.

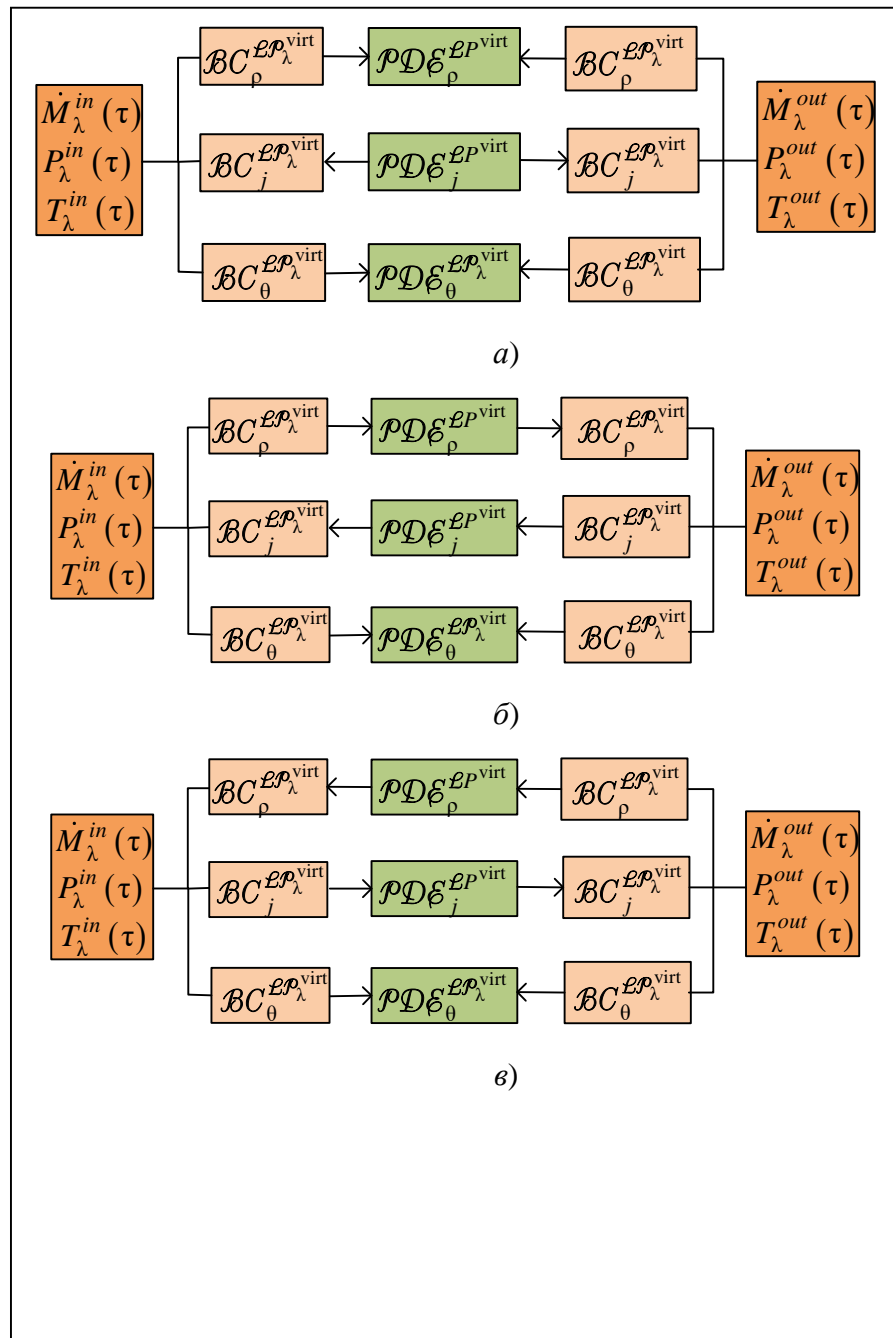


Рисунок 2.20. структура математичної моделі для опису перехідних процесів у секції лінійної частини, що базується на концепції віртуальних вузлових елементів і віртуальної секції

2.6. ВИСНОВКИ

Запропонований підхід до опису структури газотранспортної системи, згідно із яким розглядаються моделі структури M_{Str} та конфігурації M_C . Модель M_{Str} містить у своєму складі граф структури G_{Str} , який визначає топологію ГТС як мережі взаємопов'язаних технологічних об'єктів, базу даних властивостей усіх технологічних об'єктів P_{Str} відповідно до їхніх категорій і типів, а також множину методів $M_{\theta Str}$. Модель M_{Str} – квазістатичний об'єкт, він змінюється на великих часових проміжках. Натомість, модель M_C – об'єкт, змінний в часі. Його обчислюють, із моделі M_{Str} , використовуючи її методи $M_{\theta Str}$, для конкретних задач, які розглядають. Підхід дозволяє враховувати структуру ГТС з детальністю, необхідною для розв'язування кожної конкретної задачі, що виникає в процесі управління.

Виходячи із законів збереження маси, імпульсу та енергії сформульовані математичні моделі динаміки газу в лінійних та вузлових елементах ГТС. Модель для ЛЕ містить систему рівнянь з частинними похідними, залежними від безрозмірних координати ξ та часу τ . Ключовими функціями цієї моделі є безрозмірні густина газу $\rho(\xi, \tau)$, густина масового потоку $j(\xi, \tau)$ та температура $\theta(\xi, \tau)$. Модель для ВЕ містить систему звичайних диференціальних рівнянь, залежних від часу τ . Її ключовими функціями є середні значення безрозмірних густини $\bar{\rho}(\tau)$, потоку $\bar{j}(\tau)$ та температури $\bar{\theta}(\tau)$. Встановлені також умови спряження ключових функції ЛЕ і ВЕ на межах їхнього контакту.

Розроблена математична модель локального витоку визначає інтенсивність витоку через негерметичність стінки труби чи нещільність з'єднання, площа якого мала порівняно із перетином трубопроводу, залежно від тиску (густини) та температури газу в трубі в околі місця розгерметизації.

Для моделювання нестационарної течії газу в МГ розглядали його як лінійну структуру секцій ЛЧ, поєднаних КС, а кожену секцію як систему ЛЕ, послідовно з'єднаних між собою ВЕ. Вважали, що на вході та виході кожної КС здійснюється

моніторинг тиску, температури та витрати (чи швидкості руху) газу. На основі цих даних можна розрахувати відповідні емпіричні функції, які визначають крайові умови для задач моделювання нестационарної течії газу в кожній секції. Це дозволило звести опис течії газу в МГ опису течії в усіх його секціях.

Побудована узагальнена математична модель для опису течії газу в секції МГ за перехідних режимів його експлуатації. Вона містить системи рівнянь динаміки для усіх ЛЕ і ВЕ, умови спряження ключових функцій, початкові та крайові умови, визначені з використанням емпіричних функцій. Розглянуто також спрощений варіант моделі, в якому не врахована інерційність мас газу, накопичених у внутрішніх порожнинах ВЕ. Це дозволило вилучити із моделі структури секції ВЕ, а з математичної моделі течії – звичайні диференціальні рівняння, замінивши їх скінченними співвідношеннями, які враховують гідравлічний опір ВЕ.

Для секцій, лінійні елементи яких є відрізками труб одного діаметра, запропонований підхід, який істотно спрощує математичну модель для опису течії газу в секції. Підхід базується на моделі віртуального вузлового елемента. За цим підходом ВЕ в моделі структури секції замінюємо відрізками труб, такого ж діаметра, як і ЛЕ секції. Довжину і коефіцієнт гідравлічного опору віртуального ВЕ вибрано так, щоб його об'єм і гідравлічний опір дорівнювали відповідним значенням цих параметрів реального ВЕ. Це дозволило звести математичну модель течії в секції до сукупності трьох рівнянь із частинними похідними, які описують перенесення маси, імпульсу та тепла у віртуальній секції, та крайових умов, визначених з використанням емпіричних функцій.

Розроблені у розділі математичні моделі формують теоретичну основу і математичний апарат для технологічних задач керування потоками газу в МГ, таких як ідентифікація параметрів математичних моделей ЛЕ і ВЕ, чисельне моделювання, планування та оптимізація стаціонарних і перехідних режимів роботи МГ, балансування маси газу, виявлення витоків та контроль цілісності ЛЧ МГ, оптимізація структури ГТС тощо.

Основні результати цього розділу висвітлені у публікаціях [68 – 73].

РОЗДІЛ 3. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСПОРТУВАННЯ ГАЗУ МАГІСТРАЛЬНИМИ ГАЗОПРОВОДАМИ

У цьому розділі розроблені ітераційні методи розв'язування задач моделювання процесів перенесення маси, імпульсу та енергії у МГ.

3.1. МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕНЕСЕННЯ МАСИ, ІМПУЛЬСУ ТА ЕНЕРГІЇ В МАГІСТРАЛЬНОМУ ГАЗОПРОВОДІ

У цьому підрозділі ми зупинимося на прямих задачах, які моделюють течію газу в довгому газопроводі, спорудженому із труб однакового діаметра. Ці моделі описують течію газу у лінійних елементах у всій секції та в МГ за застосування моделі віртуальної секції, розглянутої у попередньому розділі.

3.1.1. ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧ

Розглянемо довгий газопровід – циліндричну трубу сталого діаметра довжиною L , профіль осі якої у вертикальній площині визначає задана функція $H(x)$, залежна від координати x вздовж траси газопроводу. Також задана функція $\lambda(x)$, яка визначає залежність коефіцієнта гідравлічного опору в трубі від координати x . Вона описує залежність коефіцієнта гідравлічного опору λ від координати і враховує додаткові гідравлічні опори, які виникають на криволінійних ділянках траси. Вважатимемо також, що відома функція $T_{env}(x)$, яка визначає розподіл вздовж траси температури T_{env} середовища, в якому пролягає трубопровід, термічне рівняння стану, яке визначає залежність коефіцієнта надстисливості газу Z від його температури T та густини D , калоричне рівняння стану, яке визначає теплоємність газу $C_v(T, D)$.

3.1.1.1. Перехідні режими

У перехідних режимах течії процеси перенесення маси імпульсу та енергії газом, що протікає в трубі, за відсутності витоків визначають три диференціальні рівняння з частинними похідними, які впливають із (2.39) – (2.41). Використовуючи

позначення (2.157) запишемо ці рівняння у вигляді:

$$\begin{aligned} \mathcal{PD}\mathcal{E}_\rho(\rho, j): \quad \frac{\partial \rho}{\partial \tau} &= \mathcal{L}_\rho(j), \\ \mathcal{PD}\mathcal{E}_j(\rho, j, \theta): \quad \frac{\partial j}{\partial \tau} &= \mathcal{L}_j(\rho, j, \theta) + f_j(\rho, j), \\ \mathcal{PD}\mathcal{E}_\theta(\rho, j, \theta): \quad \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \mathcal{L}_\theta(\rho, j, \theta) + f_\theta(\rho, j, \theta) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Тут $\rho = \rho(\xi, \tau)$, $j = j(\xi, \tau)$ та $\theta = \theta(\xi, \tau)$ – ключові функції, за які вибрані безрозмірні густина ρ , густина масового потоку j та температура газу θ ; ξ та τ – безрозмірні координата $\xi \in (0, 1)$ та час $\tau \geq 0$; $\mathcal{L}_\rho(j)$ – лінійний диференціальний оператор, залежний від $\partial j / \partial \xi$; $\mathcal{L}_j(\rho, j, \theta)$, – нелінійний диференціальний оператор, залежний від перших похідних ключових функцій ρ, j, θ за змінною x та від самих цих функцій; $\mathcal{L}_\theta(\rho, j, \theta)$ – нелінійний диференціальний оператор, залежний від перших похідних за просторовою координатою від ρ, j та θ , другої похідної від функції θ , а також від самих ключових функцій ρ, j, θ ; $f_j(\rho, j)$ та $f_\theta(\rho, j, \theta)$ – нелінійні функції.

Ключові функції $\rho = \rho(\xi, \tau)$, $j = j(\xi, \tau)$ та $\theta = \theta(\xi, \tau)$, які задовольняють систему (3.1) у відкритому відрізку $\xi \in (0, 1)$, на кінцях цього відрізка слід підпорядкувати $\xi = 0$ та $\xi = 1$ певним крайовим умовам. У розділі 2 введено п'ять різних крайових умов для системи (3.1) – їх визначають формули (2.167) – (2.171). Перші три із них лінійні стосовно ключових функцій – вони задають залежності від часу τ значень ключових функцій ρ, j, θ на краях відрізка $[0, 1]$. Розглянемо спочатку їх.

$$\text{Нехай } \mathcal{BC}^{in/out}(\rho, \theta) = \{ \mathcal{BC}_\rho^{in/out}, \mathcal{BC}_\theta^{in/out} \} \quad \mathcal{BC}^{in/out}(j, \theta) = \{ \mathcal{BC}_j^{in/out}, \mathcal{BC}_\theta^{in/out} \},$$

де

$$\begin{aligned} \mathcal{BC}^{in/out}(\rho, \theta): \quad & \left\{ \rho|_{\xi=0/1} = \rho^{in/out}(\tau), \theta|_{\xi=0/1} = \theta^{in/out}(\tau) \right\}, \\ \mathcal{BC}^{in/out}(j, \theta): \quad & \left\{ j|_{\xi=0/1} = j^{in/out}(\tau), \theta|_{\xi=0/1} = \theta^{in/out}(\tau) \right\}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

$\rho^{in/out}(\tau)$ та $j^{in/out}(\tau)$ – задані функції, які обчислені на основі емпіричних даних, отриманих шляхом вимірювань на вході і виході трубопроводу.

Тоді в прийнятих позначеннях лінійні крайові умови (2.167) – (2.169) можна записати як

$$\begin{aligned} \mathcal{BC}_I &= \{\mathcal{BC}^{in}(\rho, \theta), \mathcal{BC}^{out}(\rho, \theta)\}, \\ \mathcal{BC}_{II} &= \{\mathcal{BC}^{in}(\rho, \theta), \mathcal{BC}^{out}(j, \theta)\}, \\ \mathcal{BC}_{III} &= \{\mathcal{BC}^{in}(j, \theta), \mathcal{BC}^{out}(\rho, \theta)\}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Розглянемо тепер нелінійні крайові умови (2.170), (2.171). В них фігурує параметр – безрозмірний потік механічної потужності $w = pV$, де p та V – безрозмірні тиск та швидкість руху газу. Задаючи значення $w^{in}(\tau)$ на кінці $\xi = 0$ визначаємо потік механічної потужності на цьому краю відрізка. Його можна обчислити на основі даних вимірювань параметрів тиску $P(t)$ швидкості $V(t)$ руху газу на вході у трубопровід.

Виразимо w через ключові функції ρ , j та θ :

$$w = pV = Z(\rho, \theta)\theta\rho \cdot j/\rho = Z(\rho, \theta)\theta j,$$

де $Z(\rho, \theta)$ – нормований фактор стисливості газу.

Як бачимо, параметр w залежить від усіх ключових параметрів ρ , j та θ . Тоді перше та друге співвідношення у формулах (2.170) та (2.171) відповідно можна привести до вигляду

$$\mathcal{BC}_w^{in/out} : \quad j|_{\xi=0/1} - \frac{w^{in/out}(\tau)}{Z(\rho|_{\xi=0/1}, \theta|_{\xi=0/1})\theta|_{\xi=0/1}} = 0. \quad (3.4)$$

Вводячи позначення $\mathcal{BC}^{in/out}(w, \theta) = \{\mathcal{BC}_w^{in/out}(w), \mathcal{BC}_\theta^{in/out}\}$, запишемо крайові умови (2.170) та (2.171) у вигляді

$$\begin{aligned} \mathcal{BC}_{IV} &= \{\mathcal{BC}^{in}(w, \theta), \mathcal{BC}^{out}(\rho, \theta)\}, \\ \mathcal{BC}_V &= \{\mathcal{BC}^{in}(\rho, \theta), \mathcal{BC}^{out}(w, \theta)\}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Доповнюючи систему (3.1) одним комплектом крайових умов з набору $\{\mathcal{BC}_I, \dots, \mathcal{BC}_V\}$, отримаємо відповідні крайові задачі $\mathcal{BVP}_I, \dots, \mathcal{BVP}_V$:

$$\begin{aligned} \mathcal{BVP}_I &= \{\mathcal{PD}\mathcal{E}_\rho, \mathcal{PD}\mathcal{E}_j, \mathcal{PD}\mathcal{E}_\theta, \mathcal{BC}_I\}, \\ &\quad \vdots \\ \mathcal{BVP}_V &= \{\mathcal{PD}\mathcal{E}_\rho, \mathcal{PD}\mathcal{E}_j, \mathcal{PD}\mathcal{E}_\theta, \mathcal{BC}_V\}. \end{aligned}$$

3.1.1.2. Стаціонарні режими

За стаціонарних режимів система (3.1) істотно спрощується. Усі три ключові функції ρ , j та θ стають незалежними від часу τ , а з першого рівняння $\mathcal{PD}\mathcal{E}_\rho$ додатково впливає умова незмінності густини масового потоку ще й від координати: $j = \text{const}$. Друге та третє рівняння системи (3.1) перетворюються у звичайні диференціальні рівняння: із рівняння $\mathcal{PD}\mathcal{E}_j$ з урахуванням $j = \text{const}$ отримуємо нелінійне рівняння першого порядку (2.46) для визначення функції $\rho(\xi)$, а з рівняння $\mathcal{PD}\mathcal{E}_j$ – рівняння другого порядку стосовно функції $\theta(\xi)$ (2.47).

Ці два рівняння взаємозв'язані й утворюють замкнену систему. Перетворимо їх до вигляду, зручного для застосування алгоритмів чисельного розв'язування. З цією метою розв'яжемо рівняння (2.46) стосовно похідної $d\rho/d\xi$, а рівняння (2.47) замінимо еквівалентною системою двох диференціальних рівнянь першого порядку. Для цього введемо нову функцію $\eta(\xi) \equiv d\theta/d\xi$. В результаті отримаємо:

$$\mathcal{OD}\mathcal{E}_\rho : \frac{d\rho}{d\xi} = \varphi_\rho(\rho, \theta, \eta), \quad \mathcal{OD}\mathcal{E}_\theta : \frac{d\theta}{d\xi} = \varphi_\theta(\eta), \quad \mathcal{OD}\mathcal{E}_\eta : \frac{d\eta}{d\xi} = \varphi_\eta(\rho, \theta, \eta). \quad (3.6)$$

Тут використані позначення:

$$\begin{aligned} \varphi_\rho(\rho, \theta, \eta) &= -\frac{Ma^2 \left(\rho \frac{d\gamma}{d\xi} + \beta \frac{j^2}{\rho} \right) + Z_t \rho \left(z + \theta \frac{\partial z}{\partial \theta} \right) \eta}{\left(Ma^2 \frac{j^2}{\rho^2} + Z_t \theta \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right) \right)}, \quad \varphi_\theta(\eta) = \eta, \\ \varphi_\eta(\rho, \theta, \eta) &= -\left(\frac{\partial \lambda_T}{\partial \theta} \eta + \left(\frac{\partial \lambda_T}{\partial \rho} \varphi_\rho(\rho, \theta, \eta) - c_v \rho \right) \right) \frac{\eta}{\lambda_T} - \\ &\quad - Ma \cdot \theta \frac{j}{\lambda_T \rho} \left(\frac{Z_t}{Ma^2} \alpha z - b \frac{\theta}{\rho} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\rho \right) \varphi_\rho(\rho, \theta, \eta) - \\ &\quad - Ma \cdot \frac{\alpha}{\lambda_T} \left(\beta \frac{j^2}{\rho^2} + \frac{d\gamma}{d\xi} \right) j - \frac{\bar{h}}{\lambda_T} (\theta_{env} - \theta). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Розглянемо тепер крайові умови для системи (3.6).

Як зазначалося, виходячи із результатів вимірювання тиску P та температури T можна обчислити значення безрозмірних густини $\rho^{in/out}$ та температури $\theta^{in/out}$ на (in) вході та виході (out):

$$\mathcal{BC}_\rho^{in/out} : \rho|_{\xi=0/1} = \rho^{in/out}, \mathcal{BC}_\theta^{in/out} : \theta|_{\xi=0/1} = \theta^{in/out}. \quad (3.8)$$

Якщо також наявні дані вимірювання швидкості руху газу чи витрати на вході (виході) трубопроводу, то можна обчислити безрозмірну густину j масового потоку, яка входить як параметр у праві частини рівнянь (3.6). У такому разі для стаціонарного випадку розглядатимемо два комплекти крайових умов – перший, коли густина ρ задана на вході, а другий – на виході:

$$\begin{aligned} \mathcal{BC}_I(\rho, \theta) &= \{ \mathcal{BC}_\rho^{in}, \mathcal{BC}_\theta^{in}, \mathcal{BC}_\theta^{out} \}, \\ \mathcal{BC}_{II}(\rho, \theta) &= \{ \mathcal{BC}_\rho^{out}, \mathcal{BC}_\theta^{in}, \mathcal{BC}_\theta^{out} \}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Якщо параметр j невідомий, то розглядатимемо третій комплект крайових умов, коли на вході і виході задані значення обох ключових функцій $\rho(\xi)$ та $\theta(\xi)$:

$$\mathcal{BC}_{III}(\rho, \theta) = \{ \mathcal{BC}^{in}(\rho, \theta), \mathcal{BC}^{out}(\rho, \theta) \}. \quad (3.10)$$

Тут $\mathcal{BC}^{in/out}(\rho, \theta) = \{ \mathcal{BC}_\rho^{in/out}, \mathcal{BC}_\theta^{in/out} \}$.

Умови $\mathcal{BC}_{III}(\rho, \theta)$ переозначені, оскільки \mathcal{ODE}_ρ – рівняння першого порядку. Якщо густина j невідома, то умови (3.10), можна використати для формулювання відповідної оберненої задачі.

Отже, у стаціонарному випадку маємо три крайові задачі для системи (3.6):

$$\begin{aligned} \mathcal{BVP}_I &= \{ \mathcal{ODE}_\rho, \mathcal{ODE}_\theta, \mathcal{ODE}_\eta, \mathcal{BC}_I \}, \mathcal{BVP}_{II} = \{ \mathcal{ODE}_\rho, \mathcal{ODE}_\theta, \mathcal{ODE}_\eta, \mathcal{BC}_{II} \}, \\ \mathcal{BVP}_{III} &= \{ \mathcal{ODE}_\rho, \mathcal{ODE}_\theta, \mathcal{ODE}_\eta, \mathcal{BC}_{III} \}. \end{aligned}$$

Розв'язки цих перших двох задач визначають функції $\rho(\xi)$ та $\theta(\xi)$, $\xi \in [0, 1]$. Розв'язок третьої задачі, крім функцій $\rho(\xi)$ та $\theta(\xi)$, визначає також значення безрозмірної густини масового потоку j . За знайденими так розв'язками можна обчислити розподіли густини $D(x)$ тиску $P(x)$, температури $T(x)$, масовий потік J в трубопроводі, а також швидкість руху газу $V(x) = J/D(x)$.

3.1.2. Ітераційний метод розщеплення системи рівнянь

3.1.2.1. Перехідні режими

Як, зазначалося раніше, температура T газу в трубі помітно відрізняється від температури середовища лише на ділянках трубопроводу (лінійних елементах), що безпосередньо з'єднані із виходами компресорних станцій. На інших ділянках вплив варіацій температури газу на нестационарні розподіли тиску і масового потоку газу в трубопроводі є малий. Тому шукатимемо наближені розв'язки задач, використовуючи такий ітераційний процес, який утворимо на основі системи (3.1)

$$\begin{aligned} \mathcal{PD}\mathcal{E}_\rho(\rho^{(k)}, j^{(k)}): \quad & \frac{\partial \rho^{(k)}}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\rho(j^{(k)}), \\ \mathcal{PD}\mathcal{E}_j(\rho^{(k)}, j^{(k)}): \quad & \frac{\partial j}{\partial \tau} = \mathcal{L}_j(\rho^{(k)}, j^{(k)}, \theta^{(k-1)}) + f_j(\rho^{(k)}, j^{(k)}), \\ \mathcal{PD}\mathcal{E}_\theta(\theta^{(k)}): \quad & \frac{\partial \theta^{(k)}}{\partial \tau} = \mathcal{L}_\theta(\rho^{(k)}, j^{(k)}, \theta^{(k)}) + f_\theta(\rho^{(k)}, j^{(k)}, \theta^{(k)}) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Тут верхній індекс в дужках визначає номер ітерації.

Як бачимо, на кожній ітерації взаємозв'язана система (3.1) розпадається на дві – систему двох диференціальних рівнянь

$$\mathcal{PD}\mathcal{E}(\rho^{(k)}, j^{(k)}) = \{ \mathcal{PD}\mathcal{E}_\rho(\rho^{(k)}, j^{(k)}), \mathcal{PD}\mathcal{E}_j(\rho^{(k)}, j^{(k)}) \},$$

яка визначає функції $\rho^{(k)}(\tau, \xi)$ та $j^{(k)}(\tau, \xi)$ за відомої функції $\theta^{(k-1)}(\tau, \xi)$, та одне рівняння $\mathcal{PD}\mathcal{E}_\theta(\theta^{(k)})$, що визначає функцію $\theta^{(k)}(\tau, \xi)$ за відомих функцій $\rho^{(k)}(\tau, \xi)$ та $j^{(k)}(\tau, \xi)$.

Крайові умови $\mathcal{BC}_I(\rho^{(k)}, j^{(k)}), \dots, \mathcal{BC}_V(\rho^{(k)}, j^{(k)})$ для системи $\mathcal{PD}\mathcal{E}(\rho^{(k)}, j^{(k)})$, які визначають формули (3.3), (3.5), матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \mathcal{BC}_I(\rho^{(k)}, j^{(k)}) &= \left\{ \rho^{(k)}|_{\xi=0} = \rho^{in}(\tau), \rho^{(k)}|_{\xi=1} = \rho^{out}(\tau) \right\}, \\ \mathcal{BC}_{II}(\rho^{(k)}, j^{(k)}) &= \left\{ \rho^{(k)}|_{\xi=0} = \rho^{in}(\tau), j^{(k)}|_{\xi=1} = j^{out}(\tau) \right\}, \\ \mathcal{BC}_{III}(\rho^{(k)}, j^{(k)}) &= \left\{ j^{(k)}|_{\xi=0} = j^{in}(\tau), \rho^{(k)}|_{\xi=1} = \rho^{out}(\tau) \right\}, \\ \mathcal{BC}_{IV}(\rho^{(k)}, j^{(k)}) &= \left\{ j^{(k)}|_{\xi=0} = \frac{w^{in}(\tau)}{z(\rho|_{\xi=0}, \theta|_{\xi=0})}, \rho^{(k)}|_{\xi=1} = \rho^{out}(\tau) \right\}, \\ \mathcal{BC}_V(\rho^{(k)}, j^{(k)}) &= \left\{ \rho^{(k)}|_{\xi=0} = \rho^{in}(\tau), j^{(k)}|_{\xi=1} = \frac{w^{out}(\tau)}{z(\rho|_{\xi=1}, \theta|_{\xi=1})} \right\}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Для рівняння $\mathcal{PD}\mathcal{E}_\theta(\theta^{(k)})$ маємо лише один комплект крайових умов:

$$\mathcal{BC}(\theta^{(k)}) = \{\theta|_{\xi=0} = \theta^{in}(\tau), \theta|_{\xi=1} = \theta^{out}(\tau)\}. \quad (3.13)$$

Отримали п'ять крайових задач $\mathcal{BVP}_I(\rho^{(k)}, j^{(k)}), \dots, \mathcal{BVP}_V(\rho^{(k)}, j^{(k)})$ для системи $\mathcal{PD}\mathcal{E}(\rho^{(k)}, j^{(k)})$ і одну крайову задачу $\mathcal{BVP}(\theta^{(k)})$ для рівняння $\mathcal{PD}\mathcal{E}_\theta(\theta^{(k)})$.

Ітераційні процеси (3.11) – (3.13) розпочинаємо з ізотермічного наближення. Для цього у системі $\mathcal{PD}\mathcal{E}(\rho^{(k)}, j^{(k)})$ для $k=0$ покладаємо $\theta=1$ і розв'язуємо відповідну задачу $\mathcal{BVP}_I(\rho^{(0)}, j^{(0)}), \dots, \mathcal{BVP}_V(\rho^{(0)}, j^{(0)})$. Далі розв'язуємо задачу $\mathcal{BVP}(\theta^{(0)})$ і переходимо до наступної ітерації. Ітераційний процес припиняємо, коли відхилення розв'язку на двох сусідніх ітераціях, обчислене за певною функціональною нормою не перевищує заданої додатної величини ε . Наприклад,

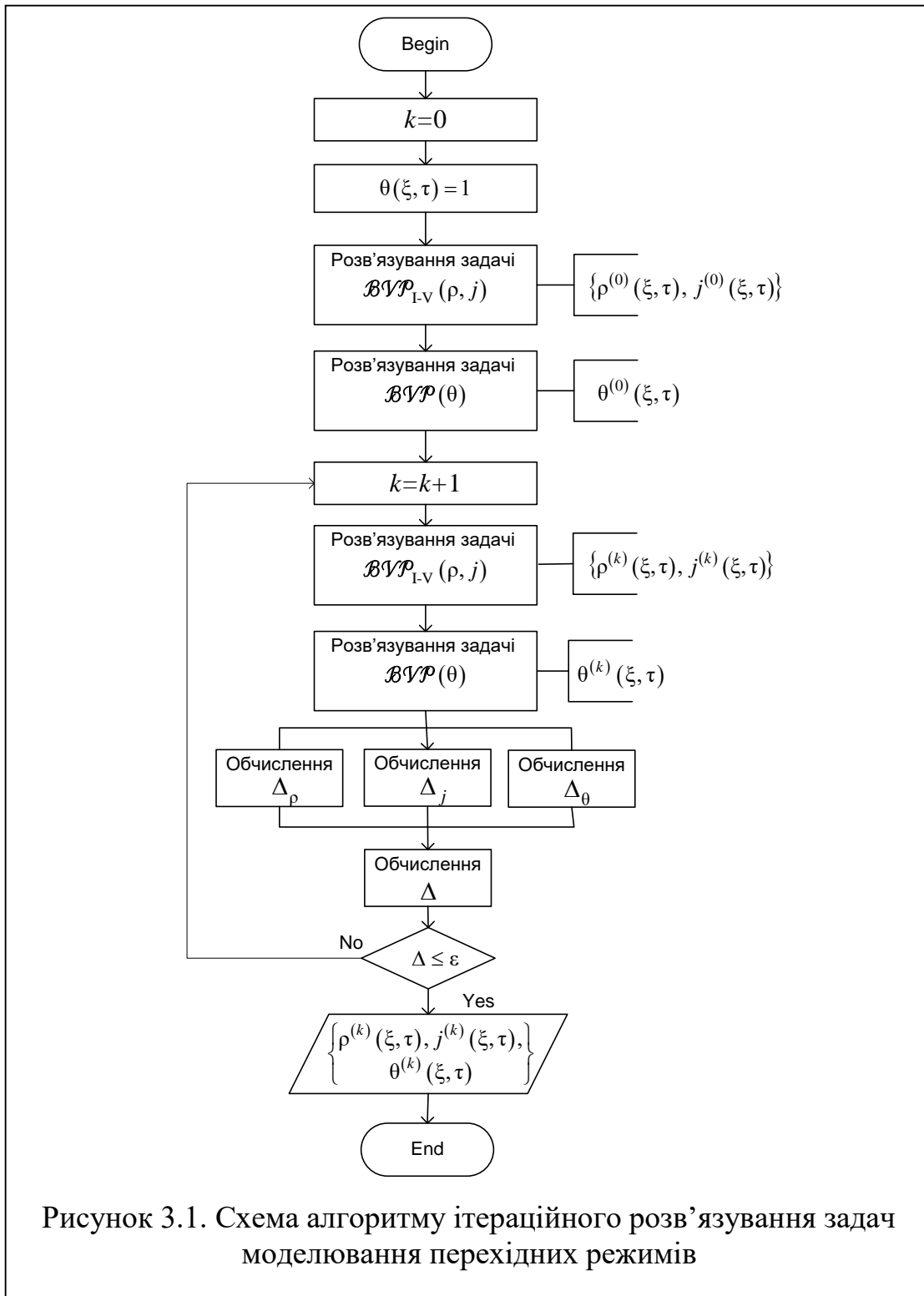
$$\Delta = \max(\Delta_\rho, \Delta_j, \Delta_\theta) \leq \varepsilon \quad (3.14)$$

де

$$\Delta_\rho = \frac{\|\rho^{(k+1)}(\tau, \xi) - \rho^{(k)}(\tau, \xi)\|}{\|\rho^{(k)}(\tau, \xi)\|}, \quad \Delta_j = \frac{\|j^{(k+1)}(\tau, \xi) - j^{(k)}(\tau, \xi)\|}{\|j^{(k)}(\tau, \xi)\|}, \quad (3.15).$$

$$\Delta_\theta = \frac{\|\theta^{(k+1)}(\tau, \xi) - \theta^{(k)}(\tau, \xi)\|}{\|\theta^{(k)}(\tau, \xi)\|}.$$

Схема описаного алгоритму ітераційного розв'язування нестационарних задач показана на рисунку 3.1.



3.1.2.2. Стаціонарні режими

Для стаціонарного режиму, виходячи із системи (3.6), утворимо ітераційний процес

$$\begin{aligned} \mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho &: \frac{d\rho^{(k)}}{d\xi} = \varphi_\rho(\rho^{(k)}, \theta^{(k-1)}, \eta^{(k-1)}), \\ \mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\theta &: \frac{d\theta^{(k)}}{d\xi} = \varphi_\theta(\eta^{(k)}), \\ \mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\eta &: \frac{d\eta^{(k)}}{d\xi} = \varphi_\eta(\rho^{(k)}, \theta^{(k)}, \eta^{(k)}). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Тепер на кожній ітерації маємо одне звичайне диференціальне рівняння першого порядку для знаходження функції $\rho^{(k)}(\xi)$ за відомих функцій $\theta^{(k-1)}(\xi)$ і $\eta^{(k-1)}(\xi)$ та систему двох звичайних диференціальних рівнянь першого порядку для знаходження двох функцій $\theta^{(k)}(\xi)$ і $\eta^{(k)}(\xi)$ за відомої функції $\rho^{(k)}(\xi)$.

Якщо потік j відомий, то для рівняння $\mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho$ розглядатимемо дві умови – $\mathcal{BC}_I(\rho)$ або $\mathcal{BC}_{II}(\rho)$, які визначають значення ρ лише на вході чи виході :

$$\mathcal{BC}_I(\rho): \rho^{(k)}|_{\xi=0} = \rho^{in}, \quad \mathcal{BC}_{II}(\rho): \rho^{(k)}|_{\xi=1} = \rho^{out}. \quad (3.17)$$

Тут ρ^{in} та ρ^{out} – задані сталі, які визначають значення безрозмірної густини на вході та виході трубопроводу за стаціонарного режиму.

Для системи рівнянь першого порядку маємо крайові умови (3.13)

$$\mathcal{BC}(\theta, \eta) = \left\{ \theta^{(k)}|_{\xi=0} = \theta^{in}, \theta^{(k)}|_{\xi=1} = \theta^{out} \right\}, \quad (3.18)$$

де θ^{in} та θ^{out} – задані сталі, які визначають значення безрозмірної температури на вході та виході трубопроводу.

Якщо масова витрата газу у трубопроводі невідома, то, замість умов $\mathcal{BC}_I(\rho)$, $\mathcal{BC}_{II}(\rho)$, розглядатимемо третій комплект умов

$$\mathcal{BC}_{III}(\rho): \left\{ \rho^{(k)}|_{\xi=0} = \rho^{in}, \rho^{(k)}|_{\xi=1} = \rho^{out} \right\}. \quad (3.19)$$

Таким чином маємо три задачі ітераційного визначення стаціонарного

розподілу безрозмірної густини: дві задачі Коші $\mathcal{IVP}_I(\rho) = \{OD\xi_\rho, BC_I(\rho)\}$ та $\mathcal{IVP}_{II}(\rho) = \{OD\xi_\rho, BC_{II}(\rho)\}$, а також $\mathcal{BVP}_{III}(\rho) = \{OD\xi_\rho, BC_{III}(\rho)\}$. $\mathcal{IVP}_I(\rho)$ та $\mathcal{IVP}_{II}(\rho)$ – прямі задачі, а $\mathcal{BVP}_{III}(\rho)$ відноситимемо до обернених. Стаціонарний розподіл температури в ітераційних процесах визначає одна крайова задача $\mathcal{BVP}(\theta, \eta) = \{OD\xi_\theta, OD\xi_\eta, BC(\theta, \eta)\}$.

Схема алгоритму ітераційного процесу показана на рис. 3.2.

Ітераційний процес розпочинаємо із ізотермічного наближення, покладаючи для $k = 0$: $\theta = 1$, $\eta = 0$. Розв'язуючи задачу $\mathcal{BVP}_I(\rho)$ чи $\mathcal{BVP}_{II}(\rho)$, знаходимо $\rho^{(0)}(\xi)$. Відтак розв'язуємо задачу $\mathcal{BVP}(\theta, \eta)$ і, знайшовши $\theta^{(0)}(\xi)$ та $\eta^{(0)}(\xi)$, переходимо до наступної ітерації. Ітераційний процес припиняємо, коли відхилення розв'язку на двох сусідніх ітераціях, обчислене за певною функціональною нормою не перевищує заданої додатної величини ε . Наприклад

$$\Delta = \max(\Delta_\rho, \Delta_\theta) \leq \varepsilon \quad (3.20)$$

де

$$\Delta_\rho = \frac{\|\rho^{(k+1)}(\xi) - \rho^{(k)}(\xi)\|}{\|\rho^{(k)}(\xi)\|}, \quad \Delta_\theta = \frac{\|\theta^{(k+1)}(\xi) - \theta^{(k)}(\xi)\|}{\|\theta^{(k)}(\xi)\|}. \quad (3.21).$$

Застосування алгоритмів розщеплення системи рівнянь дозволяє знизити вимоги до необхідних обчислювальних ресурсів. Крім того, у багатьох випадках задачу розрахунку температурного поля можна істотно спростити, застосовуючи відомі інженерні наближення. Зокрема, у стаціонарних режимах можна використати відому формулу [6], яка визначає розподіл температури газу в трубопроводі за заданими температурою середовища, масовою витратою, перепадами тиску та висот між його входом та виходом.

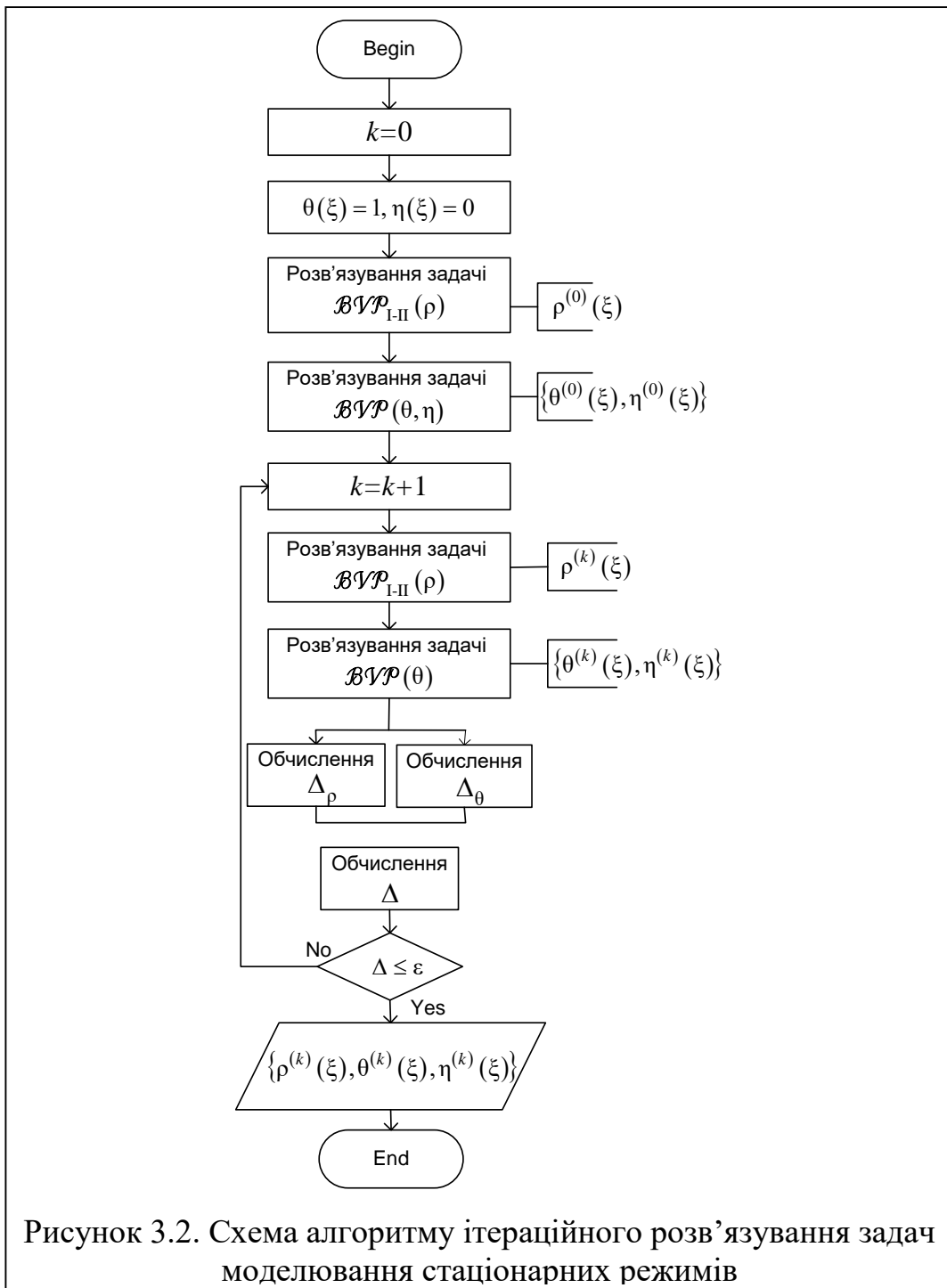


Рисунок 3.2. Схема алгоритму ітераційного розв'язування задач моделювання стаціонарних режимів

3.1.2. АЛГОРИТМИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МОДЕЛЮВАННЯ ПОТОКІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДІВ РУНГЕ-КУТТИ

3.1.2.1. Стаціонарні режими

Задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь виду (3.6) можна ефективно розв'язувати, застосовуючи методи Рунге-Кутти [74 – 77]. Зокрема, широко відомий алгоритм RK45 [78]. Він забезпечує високий порядок точності та реалізований у математичних бібліотеках багатьох сучасних систем програмування, таких як C++, Fortran90, Matlab, GNU Octave, Python, SciLab та інших. Наприклад, у Matlab [79] та GNU Octave [80] реалізована функція `ode45`, яку можна безпосередньо застосувати для розв'язування задач Коші $\mathcal{IVP}_I(\rho)$ або $\mathcal{IVP}_{II}(\rho)$ на кожній ітерації. Для цього необхідно оголосити функцію `odefun`, яка визначає праву частину $\varphi_\rho(\rho^{(k)}, \theta^{(k-1)}, \eta^{(k-1)})$ рівняння \mathcal{ODE}_ρ і передати її як перший аргумент у функцію `ode45`. Як другий аргумент слід передати послідовність `segment` значень координати $\xi_i \in [0, 1]$, для яких функція `ode45` поверне значення розв'язку $\rho_i = \rho(\xi_i)$. Останнім аргументом, який слід передати функції `ode45`, є початкова умова. Для $\mathcal{IVP}_I(\rho)$ це, згідно із (3.17), – стала ρ^{in} . Виклик цієї функції в GNU Octave матиме вигляд

$$[X, R] = \text{ode45}(\text{odefun}, \text{segment}, \rho^{in}).$$

Тут $X = [\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n]^T$ та $R = [\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_n]^T$ – вектори значень координати ξ_i та відповідних їм значень ρ_i отриманого розв'язку.

Щоб отримати чисельний розв'язок задачі $\mathcal{IVP}_{II}(\rho)$, послідовність значень ξ_i в другому аргументі `segment` функції `ode45` слід подати у спадному порядку і передати функції `ode45` значення ρ^{out} як третій аргумент.

У складі математичних бібліотек Fortran90 і GNU Octave є й інші функції розв'язування початкових задач для систем нелінійних звичайних диференціальних рівнянь, які не представлені в Matlab. Це, зокрема, LSODE [81]. Тож їх, як і функцію `ode45` можна ефективно застосувати до задач Коші $\mathcal{IVP}_I(\rho)$ та $\mathcal{IVP}_{II}(\rho)$ під час

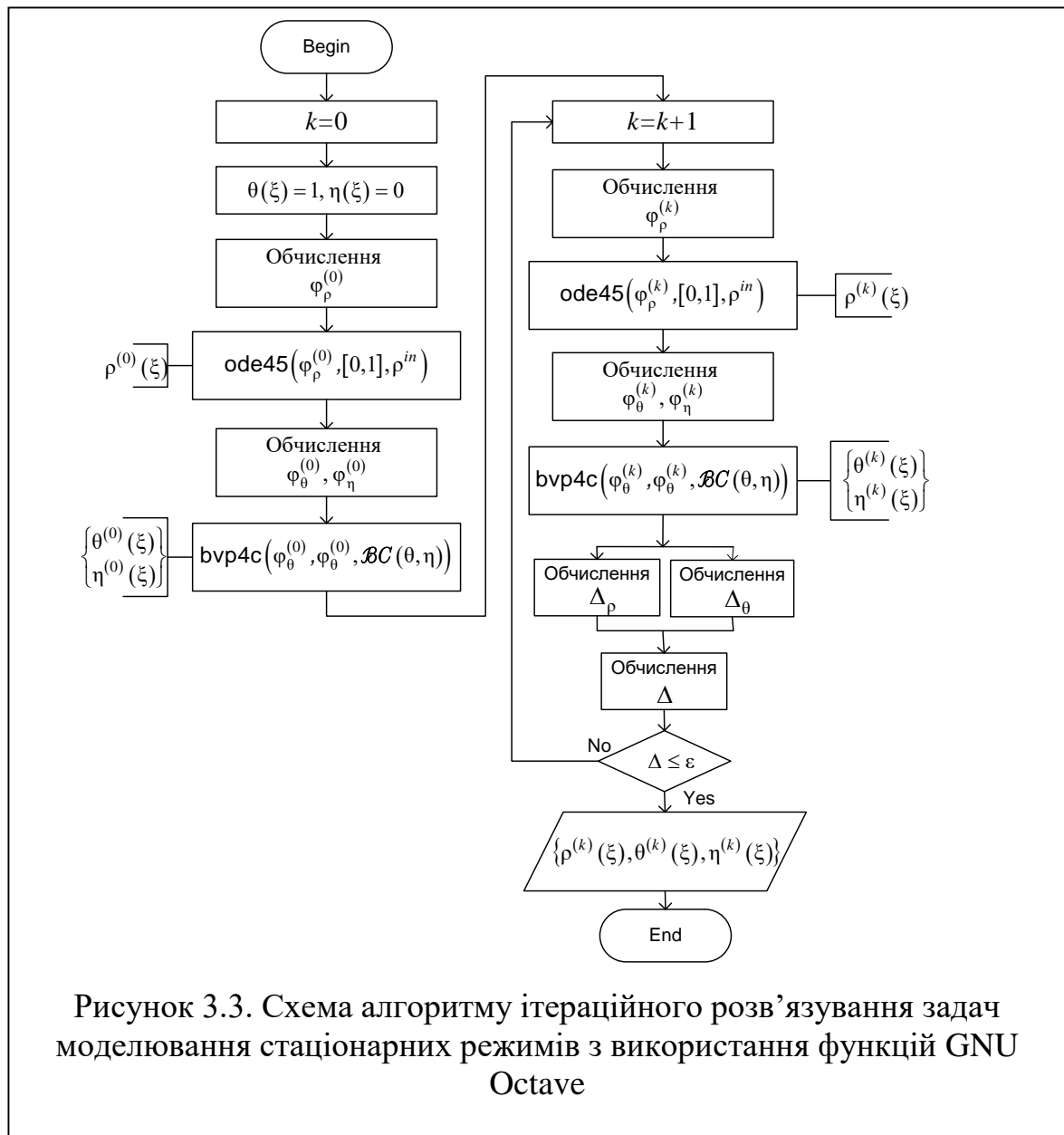
реалізації ітераційного процесу, схема якого показана на рис. 3.2.

Алгоритми розв'язування задач Коші для систем нелінійних звичайних диференціальних рівнянь, таких як `ode45` чи інших, які є у математичних бібліотеках систем програмування Matlab, GNU Octave, Python можна застосувати також для розв'язування двох точкових крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь виду $\mathcal{BVP}(\theta, \eta)$ з використанням із методом стрільби [75, 82]. У системі Matlab це функції `bvp4c` та `bvp5c` відповідно четвертого та п'ятого порядків, а в Python – функція `solve_bvp`.

Функціям `bvp4c` та `bvp5c` слід передати як перший аргумент функції правої частини системи рівнянь `odefun`, функції крайових умов `bcfun` – як другий і початкове наближення для розв'язку `solinit` передається як третій аргумент у вигляді структури. Для формування цієї структури призначена спеціальна функція `solinit`.

Функції `bvp4c` та `bvp5c`, як і `solve_bvp`, можна застосувати до крайових задач $\mathcal{BVP}(\theta, \eta)$ для реалізації ітераційного процесу, схема якого показана на рис.3.2. Схема алгоритму реалізації цього ітераційного процесу з використанням функцій Matlab і GNU Octave показана на рис. 3.3.

На початку ітераційного процесу приймається, що температура газу у трубі однорідна $T = T_t$, тобто $\theta = 1, \eta = 0$. Це дозволяє обчислити нульове наближення для функції правої частини $\varphi_\rho^{(0)} = \varphi_\rho(\rho^{(0)}, 1, 0)$. Результат передається функції `ode45`, яка розв'язує задачу Коші. Щоб отримати розв'язок першої задачі $\mathcal{IVP}_I^{(0)}(\rho)$, цій функції передається відрізок інтегрування $[0, 1]$ і значення ρ^{in} безрозмірної густини ρ на його початку. Щоб отримати розв'язок задачі $\mathcal{IVP}_{II}^{(0)}(\rho)$, функції `ode45` слід передати відрізок $[1, 0]$ і значення ρ^{out} шуканої функції $\rho^{(0)}(\xi)$ в точці $\xi = 1$.



Отриманий так розв'язок $\rho^{(0)}(\xi)$ задачі \mathcal{IVP}_ρ використовується для обчислення функцій $\varphi_\theta^{(0)} = \varphi_\theta(\eta^{(0)})$ та $\varphi_\eta^0 = \varphi_\eta(\rho^{(0)}, \theta^{(0)}, \eta^{(0)})$ нелінійної системи рівнянь $\{\mathcal{OD}\mathcal{E}_\theta, \mathcal{OD}\mathcal{E}_\eta\}$, яка у нульовому наближенні має вигляд:

$$\begin{aligned}\mathcal{OD}\mathcal{E}_\theta^0 &: \frac{d\theta^{(0)}}{d\xi} = \varphi_\theta(\eta^{(0)}), \\ \mathcal{OD}\mathcal{E}_\eta^0 &: \frac{d\eta^{(0)}}{d\xi} = \varphi_\eta(\rho^{(0)}, \theta^{(0)}, \eta^{(0)}),\end{aligned}$$

де $\rho^{(0)}(\xi)$ знайдений розв'язок задачі $\mathcal{IVP}_1(\rho)$ чи $\mathcal{IVP}_1(\rho)$. Для цього $\varphi_\theta^{(0)}$ та $\varphi_\eta^{(0)}$ передаються програмній функції `bvr4c` (чи `bvr5c`), яка розв'язує крайову задачу $\mathcal{BVP}^{(0)}(\theta, \eta)$ і повертає розв'язок $\{\theta^{(0)}(\xi), \eta^{(0)}(\xi)\}$.

Далі, на кожній ітерації спочатку обчислюється функція $\varphi_\rho^{(k)} = \varphi_\rho(\rho^{(k)}, \theta^{(k-1)}, \eta^{(k-1)})$. Відтак застосовують функцію `ode45`, яка повертає функцію $\rho^{(k)}(\xi)$. На цій основі обчислюють функції $\varphi_\theta^{(k)} = \varphi_\theta(\eta^{(k)})$ та $\varphi_\eta^{(k)} = \varphi_\eta(\rho^{(k)}, \theta^{(k)}, \eta^{(k)})$, які передають програмній функції `bvr4c` (чи `bvr5c`), яка розв'язує крайову задачу $\mathcal{BVP}^{(k)}(\theta, \eta)$ для системи

$$\begin{aligned}\mathcal{OD}\mathcal{E}_\theta^{(k)} &: \frac{d\theta^{(k)}}{d\xi} = \varphi_\theta(\eta^{(k)}), \\ \mathcal{OD}\mathcal{E}_\eta^{(k)} &: \frac{d\eta^{(k)}}{d\xi} = \varphi_\eta(\rho^{(k)}, \theta^{(k)}, \eta^{(k)})\end{aligned}$$

і повертає розв'язок $\{\theta^{(k)}(\xi), \eta^{(k)}(\xi)\}$.

На кожній ітерації перевіряється умова (3.20): процес завершується одразу після задоволення цієї умови.

3.1.2.2. Перехідні режими

Процеси транспортування газу магістральним газопроводом в рамках наближення віртуальної секції у перехідних режимах моделюють крайові задачі $\mathcal{BVP}_1, \dots, \mathcal{BVP}_V$ для системи диференціальних рівнянь з частинними похідними

(3.1). Зведемо цю систему до системи звичайних диференціальних рівнянь. Для цього покриємо відрізок $X = (0,1)$ сіткою з N_X розподілених вузлів і застосуємо до правих частин рівнянь (3.1) метод скінченних різниць. В результаті отримаємо для внутрішніх вузлів $\xi_i, i = \overline{2, N_X - 1}$ звичайні диференціальні рівняння стосовно вузлових значень ключових функцій $\rho_i \equiv \rho_i(\tau) = \rho(\tau, \xi_i)$, $j_i \equiv j_i(\tau) = j(\tau, \xi_i)$ та $\theta_i \equiv \theta_i(\tau) = \theta(\tau, \xi_i)$

$$\begin{aligned} \mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\rho(\rho, j): \quad & \frac{\partial \rho_i}{\partial \tau} = L_i^\rho(j), \\ \mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_j(\rho, j, \theta): \quad & \frac{\partial j_i}{\partial \tau} = L_i^j(\rho, j, \theta), \\ \mathcal{O}\mathcal{D}\mathcal{E}_\theta(\rho, j, \theta): \quad & \frac{\partial \theta_i}{\partial \tau} = L_i^\theta(\rho, j, \theta). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Тут $L_i^\rho(j)$, $L_i^j(\rho, j, \theta)$ та $L_i^\theta(\rho, j, \theta)$ – різницеві аналоги правих частин рівнянь (3.11), залежні від вузлових значень ключових функцій, що вказані в дужках:

$$\begin{aligned} L_i^\rho(j) &= L^\rho(j_{i-1}, j_{i+1}), \\ L_i^j(\rho, j, \theta) &= L^j(\rho_{i-1}, \rho_i, \rho_{i+1}, j_{i-1}, j_i, j_{i+1}, \theta_{i-1}, \theta_i, \theta_{i+1}), \\ L_i^\theta(\rho, j, \theta) &= L^\theta(\rho_{i-1}, \rho_i, \rho_{i+1}, j_{i-1}, j_i, j_{i+1}, \theta_{i-1}, \theta_i, \theta_{i+1}). \end{aligned} \quad (3.23)$$

Крайові умови $\mathcal{BC}_\rho^{in/out}$, $\mathcal{BC}_j^{in/out}$, $\mathcal{BC}_w^{in/out}$ та $\mathcal{BC}_\theta^{in/out}$ визначають значення відповідних ключових функцій у вузлах ξ_1 та ξ_{N_X+1} :

$$\begin{aligned} \mathcal{BC}_\rho^{in} : \rho_1 &= \rho^{in}(\tau); \quad \mathcal{BC}_\rho^{out} : \rho_{N_X+1} = \rho^{out}(\tau); \\ \mathcal{BC}_j^{in} : j_1 &= j^{in}(\tau); \quad \mathcal{BC}_j^{out} : j_{N_X+1} = j^{out}(\tau); \\ \mathcal{BC}_w^{in} : j_1 &= \frac{w^{in}(\tau)}{z(\rho_1, \theta_1)}; \quad \mathcal{BC}_w^{out} : j_{N_X+1} = \frac{w^{out}(\tau)}{z(\rho_{N_X+1}, \theta_{N_X+1})}; \\ \mathcal{BC}_\theta^{in} : \theta_1 &= \theta^{in}(\tau); \quad \mathcal{BC}_\theta^{out} : \theta_{N_X+1} = \theta^{out}(\tau); \end{aligned} \quad (3.24)$$

Звідси отримуємо п'ять різних комплектів крайових умов, що можна використати, і які визначають значення відповідних ключових функцій рівнянь (3.22) у першому й останньому вузлах сітки:

$$\begin{aligned}
\mathcal{BC}_I &: \left[\rho_1 = \rho^{in}(\tau), \rho_{N_X+1} = \rho^{out}(\tau), \theta_1 = \theta^{in}(\tau), \theta_{N_X+1} = \theta^{out}(\tau) \right], \\
\mathcal{BC}_{II} &: \left[\rho_1 = \rho^{in}(\tau), j_{N_X+1} = j^{out}(\tau), \theta_1 = \theta^{in}(\tau), \theta_{N_X+1} = \theta^{out}(\tau) \right], \\
\mathcal{BC}_{III} &: \left[j_1 = j^{in}(\tau), \rho_{N_X+1} = \rho^{out}(\tau), \theta_1 = \theta^{in}(\tau), \theta_{N_X+1} = \theta^{out}(\tau) \right], \\
\mathcal{BC}_{IV} &: \left[j_1 = \frac{w^{in}(\tau)}{z_1}, \rho_{N_X+1} = \rho^{out}(\tau), \theta_1 = \theta^{in}(\tau), \theta_{N_X+1} = \theta^{out}(\tau) \right], \\
\mathcal{BC}_V &: \left[\rho_1 = \rho^{in}(\tau), j_{N_X+1} = \frac{w^{in}(\tau)}{z_{N_X+1}}, \theta_1 = \theta^{in}(\tau), \theta_{N_X+1} = \theta^{out}(\tau) \right].
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Тут $z_1 \equiv z(\rho_1, \theta_1)$, $z_{N_X+1} \equiv z(\rho_{N_X+1}, \theta_{N_X+1})$.

Тож, долучаючи до рівнянь (3.22) комплект \mathcal{BC}_K , $K \in \{I, II, \dots, V\}$ крайових умов (3.24) отримаємо замкнену систему $3N_X - 4$ звичайних диференціальних рівнянь $\mathcal{OD}\mathcal{E}_K^{sys}(\rho, j, \theta)$ стосовно функцій ключових $\rho_i = \rho_i(\tau)$, $j_i = j_i(\tau)$ та $\theta_i = \theta_i(\tau)$, множина яких $\{\rho_i(\tau), j_i(\tau), \theta_i(\tau)\}$ залежатиме від K . Подаючи множини ключових функцій для різних K у вигляді $(3N_X - 4) \times 1$ -матриць

$$\begin{aligned}
Y^I &= \left[\rho_2, \rho_3, \dots, \rho_{N_X-1}, j_1, j_2, \dots, j_{N_X}, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_{N_X-1} \right]^T, \\
Y^{II} &= \left[\rho_2, \rho_3, \dots, \rho_{N_X}, j_1, j_2, \dots, j_{N_X-1}, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_{N_X-1} \right]^T, \\
Y^{III} &= \left[\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{N_X-1}, j_2, j_3, \dots, j_{N_X}, \theta_2, \theta_2, \dots, \theta_{N_X-1} \right]^T, \\
Y^{IV} &= \left[\rho_2, \rho_3, \dots, \rho_{N_X}, j_1, j_2, \dots, j_{N_X-1}, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_{N_X-1} \right]^T, \\
Y^V &= \left[\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{N_X-1}, j_2, j_3, \dots, j_{N_X}, \theta_2, \theta_2, \dots, \theta_{N_X-1} \right]^T,
\end{aligned} \tag{3.26}$$

запишемо системи рівнянь $\mathcal{OD}\mathcal{E}_K^{sys}(\rho, j, \theta)$ у вигляді

$$\mathcal{OD}\mathcal{E}_K^{sys}(Y): \frac{dY^K}{d\tau} = L^K(Y^K, \tau), \quad K = I, II, \dots, V. \tag{3.27}$$

Тут $L^K(Y^K, \tau)$ – матриця $(3N_X - 4) \times 1$, яка містить функції правих частин системи (3.22), які перетворені з використання співвідношень крайових умов \mathcal{BC}_K .

Як бачимо із (3.26), $Y^{IV} = Y^{II}$, а $Y^V = Y^{III}$. Проте система $\mathcal{OD}\mathcal{E}_{IV}^{sys}(Y)$

нееквівалентна системі $OD\mathcal{E}_{II}^{sys}(Y)$, а $OD\mathcal{E}_{V}^{sys}(Y)$ нееквівалентна $OD\mathcal{E}_{III}^{sys}(Y)$, оскільки $L^{IV} \neq L^{II}$, а $L^V \neq L^{III}$.

Визначимо тепер початкові умови для рівнянь (3.27).

Як зазначалося, для крайових задач перехідних режимів, які моделюють газодинамічні процеси у трубопроводі під час переходу з одного стаціонарного режиму до іншого, за початкові умови слід вибирати розв'язок $\{\rho = \rho_{st}(\xi), j_{st} = \text{const}, \theta = \theta_{st}(\xi)\}$ відповідної стаціонарної задачі, яка визначає стан системи на момент початку перехідного режиму. Виходячи із цього визначимо початкові умови для усіх звичайних диференціальних рівнянь (3.22), які запишемо у матричному вигляді як:

$$\begin{aligned} IniC_{\rho} &: \left[\rho_1|_{\tau=0} = \rho_{st}(\xi_1), \rho_2|_{\tau=0} = \rho_{st}(\xi_2), \dots, \rho_{N_X+1}|_{\tau=0} = \rho_{st}(\xi_{N_X+1}) \right]^T, \\ IniC_j &: \left[j_1|_{\tau=0} = j_{st}, j_2|_{\tau=0} = j_{st}, \dots, j_{N_X+1}|_{\tau=0} = j_{st} \right]^T, \\ IniC_{\theta} &: \left[\theta_1|_{\tau=0} = \theta_{st}(\xi_1), \theta_2|_{\tau=0} = \theta_{st}(\xi_2), \dots, \theta_{N_X+1}|_{\tau=0} = \theta_{st}(\xi_{N_X+1}) \right]^T. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Використовуючи (3.28), сформуємо початкові умови для векторів ключових функцій $Y^K(\tau)$. Для цього відбираємо з векторів $IniC_{\rho}$, $IniC_j$ лише ті компоненти, які представлені у векторі Y^K . Наприклад для $Y^I(\tau)$ матимемо:

$$IniC_I(Y) : \left[\begin{array}{l} Y_1^I|_{\tau=0} = \rho_{st}(\xi_2), \dots, Y_{N_X-2}^I|_{\tau=0} = \rho_{st}(\xi_{N_X-1}), \\ Y_{N_X-1}^I|_{\tau=0} = j_{st}(\xi_1), \dots, Y_{2N_X-2}^I|_{\tau=0} = j_{st}(\xi_{N_X}), \\ Y_{2N_X-1}^I|_{\tau=0} = \theta_{st}(\xi_2), \dots, Y_{3N_X-4}^I|_{\tau=0} = \theta_{st}(\xi_{N_X-1}) \end{array} \right]^T.$$

Аналогічно формуємо початкові умови $IniC_{II}, \dots, IniC_V$ для векторів Y^{II}, \dots, Y^V

Об'єднуючи систему рівнянь $OD\mathcal{E}_K^{sys}$ з відповідними початковими умовами $IniC_K$, отримуємо відповідну задачу Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь:

$$IVP_K(Y) = \{OD\mathcal{E}_K^{sys}(Y), IniC_K(Y)\}, \quad K = I, II, \dots, V \quad (3.29)$$

Таким чином, використовуючи метод скінченних різниць, поставимо у

відповідність кожній крайовій задачі $\mathcal{BVP}_1, \dots, \mathcal{BVP}_V$ для нелінійної системи трьох диференціальних рівнянь з частинними похідними (3.1) задачу з початковими умовами $\mathcal{IVP}_1, \dots, \mathcal{IVP}_V$ для нелінійної системи $3N_X - 4$ звичайних диференціальних рівнянь першого порядку $\mathcal{ODE}_1^{sys}, \dots, \mathcal{ODE}_V^{sys}$, де N_X – кількість вузлів сітки, яка рівномірно покриває відрізок $[0,1]$. Задачі $\mathcal{IVP}_1, \dots, \mathcal{IVP}_V$ можна розв'язувати за допомогою методів Рунге-Кутти, застосовуючи програмні функції математичних бібліотек систем Matlab, GNU Octave, Python, SciLab та Fortran 90. Отримані так розв'язки цих задач визначають значення розв'язків відповідних їм крайових задач у вузлах сітки дискретизації.

На рис.3.4 показна схема алгоритму розв'язування задачі \mathcal{IVP}_K в середовищах Matlab та GNU Octave.

Алгоритм можна умовно поділити на декілька частин. Початкова частина алгоритму забезпечує введення даних, необхідних для постави і розв'язування задачі. Вона розпочинається із введення параметрів математичних моделей стаціонарного та перехідного режимів. Це – функції, які визначають термічне та калоричне рівняння стану газу, профіль траси трубопроводу у вертикальній площині $H(x)$, а також розподіли вздовж труби значень коефіцієнта гідравлічного опору $\lambda(x)$ та температури середовища. Далі вводяться параметри, які визначають переший та другий стаціонарний режими – значення потоків J_1^{St} та J_2^{St} , густини на вході D_1^{in}, D_2^{in} чи на виході D_1^{out}, D_2^{out} , а також значень температури на вході T_1^{in}, T_2^{in} та на виході T_1^{out}, T_2^{out} для обох цих режимів. І, нарешті, вводяться вхідні дані, необхідні для встановлення крайових умов $\mathcal{BC}_1, \dots, \mathcal{BC}_V$.

У наступній частині здійснюється поставка нестационарної задачі. Тут формуються параметри та функції, які входять у праві частини рівнянь $\mathcal{PDE}_\rho, \mathcal{PDE}_j$ та \mathcal{PDE}_θ і крайових умов для них \mathcal{BC}_K .



Відтак, із застосуванням ітераційного алгоритму, зображеного на рис.3.3, розв'язується перша стаціонарна задача, на основі розв'язку якої формуються початкові умови для нестационарної задачі $IniC^K(Y)$. Далі у другій частині формується вектор $L^K(Y, \tau)$ функцій правої частини задачі $IVP_K(Y)$.

Наступна частина алгоритму – розв'язування задач $IVP_K(Y)$ з використанням функцій, які реалізують методи Рунге-Кутти. Для цього можна застосовувати, наприклад, функцію `ode45`, яка є у складі математичних бібліотек систем Matlab та GNU Octava, чи іншу аналогічну функцію із математичних бібліотек систем Python, SciLab тощо.

Слід зазначити, що алгоритми розв'язування задач Коші з використанням методів Рунге-Кутти зараз інтенсивно розвиваються. Як приклад наведемо роботу [84], в якій розглядаються алгоритми розв'язування таких задач на багатоядерних комп'ютерах із використанням графічних прискорювачів. застосування подібних алгоритмів дозволяє істотно підвищити швидкість розв'язування таких задач, а отже – забезпечити чисельне моделювання перехідних процесів у магістральних газопроводах у реальному часі.

3.2. МОДЕЛІ ФУНКЦІЙ КЕРУВАННЯ ПЕРЕХІДНИМИ РЕЖИМАМИ РОБОТИ МАГІСТРАЛЬНИХ ГАЗОПРОВІДІВ

3.2.1. Функції крайових умов як параметри керування перехідними режимами

Керування режимами роботи МГ відбувається шляхом зміни режимів роботи КС. Так, збільшення швидкості обертання нагнітачів спричиняє збільшення механічної потужності, яку КС передає потоку газу. Внаслідок цього зростає значення масового потоку на вході секції, з'єднаної із виходом КС, та на виході секції, яка з'єднана з її входом. Частина енергії, яку споживає КС із зовнішніх джерел перетворюються в тепло, яке нагріває транспортований газ і частково розсіюється в довкіллі.

Таким чином, існує взаємозв'язок між режимами роботи компресорної станції з одного боку і параметрами газового потоку (масовий потік, тиск, температура) газу

на вході і виході компресорної станції. У цій роботі ми вважаємо, що відомі залежні від часу значення тиску, температури і швидкості потоку (масової витрати) на входах і виходах усіх компресорних станцій, які отримані шляхом вимірювань. Як показано у попередніх двох розділах, на основі таких емпіричних даних можна обчислити безрозмірні функції $\rho^{in/out}(\tau)$, $j^{in/out}(\tau)$, $\theta^{in/out}(\tau)$ та $w^{in/out}(\tau)$. Вони визначають крайові умови у відповідних рівняннях перенесення маси імпульсу та енергії, тобто є зовнішніми функціями – або функціями (чи параметрами) керування – в математичних моделях для опису процесів транспортування газу в МГ.

Коли математичні моделі використовують задля розрахунку реальних процесів транспортування газу в МГ, функції керування відомі – їх обчислюють на основі емпіричних даних. Проте, в управлінні ГТС часто виникає необхідність моделювання процесів у МГ, які виникають за застосування різних умов керування. З цією метою можна використовувати певні модельні функції, які описують зміни в часі безрозмірних густини $\rho^{in/out}(\tau)$, масового потоку $j^{in/out}(\tau)$, температури $\theta^{in/out}(\tau)$ та потоку механічної потужності $w^{in/out}(\tau)$ на вході та виході секції. Така необхідність виникає також під час оцінювання ефективності різних режимів керування роботою МГ, а також у задачах оптимального керування, які полягають у визначенні функцій керування, за яких процеси у трубопроводі задовольняють певні наперед визначені умови.

3.2.2. Загальні властивості функцій керування

Нестационарні режими роботи МГ за штатних умов його функціонування здебільшого використовують в управлінні ГТС для забезпечення переведення газопроводу із одного стаціонарного режиму роботи до іншого. Тому ми обмежуємося розглядом перехідних процесів – спеціального класу нестационарних процесів, для яких відомі значення параметрів керування для стаціонарних процесів, з якого розпочинається і яким завершується кожен перехідний процес.

Отже, розглядаємо три процеси – перший стаціонарний $Stationar_1$, перехідний $Transient_{1-2}$ та другий стаціонарний $Stationar_2$. Стаціонарні режими 1 та 2 визначають

параметри керування – $j_{1/2}, \rho_{1/2}^{in}$ чи $\rho_{1/2}^{out}$, а також $\theta_{1/2}^{in/out}$ це – задані зовнішні параметри, які фігурують у крайових умовах $\mathcal{BC}_{I/II}(\rho, \theta)$ (див. (3.9)) стаціонарних крайових задач $\mathcal{BVP}_{I/II}(\rho, \theta)$. Розв’язки задач $\mathcal{BVP}_{I/II}(\rho, \theta)$ дають також розподіли безрозмірних густини $\rho_{1/2}(\xi)$ та температури $\theta_{1/2}(\xi)$ як для $\mathcal{Stationar}_1$, так і для $\mathcal{Stationar}_2$. Тому, якщо стаціонарний процес $\mathcal{Stationar}_{1/2}$ моделювали задачею $\mathcal{BVP}_I(\rho, \theta)$, в якій крайова умова на $\rho_{1/2}$ задана на вході, можна встановити значення безрозмірної густини також і на виході: $\rho_{1/2}^{out} = \rho_{1/2}(\xi)|_{\xi=1}$. Якщо ж використовувалася задача $\mathcal{BVP}_{II}(\rho, \theta)$ (в якій задана умова $\rho_{1/2}(\xi)|_{\xi=0} = \rho_{1/2}^{out}$), то можна також встановити значення густини і на вході: $\rho_{1/2}^{in} = \rho_{1/2}(\xi)|_{\xi=0}$.

Функція керування параметром на вході/виході секції $\psi^{in/out} \in \{\rho^{in/out}, j^{in/out}, \theta^{in/out}, w^{in/out}\}$ це – неперервна функція $\psi^{in/out}(\tau)$, визначена на скінченному інтервалі.

Перша умова це – неперервність функцій керування перехідними процесами, яка вже врахована в означенні цих функцій. Вона впливає із того, що внаслідок високої інерційності системи, параметри газу на вході і виході секції за штатних умов експлуатації газопроводу не зможуть змінюватися стрибкоподібно

Друга група умов впливає із вимоги сумісності функцій керування процесу $\mathcal{Transient}_{1-2}$ з відповідними параметрами першого та другого стаціонарів.

Якщо моделювати перехідний процес $\mathcal{Transient}_{1-2}$ задачею $\mathcal{BVP}_I(\rho, j, \theta)$, то чотири функції керування цим процесом ($\rho^{in/out}(\tau)$, $\theta^{in/out}(\tau)$) повинні задовольняти умови (див. рис.3.5):

$$\begin{aligned}
\rho^{in} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\rho^{in}}} &= \rho_1^{in}, & \rho^{out} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\rho^{out}}} &= \rho_1^{out}, \\
\theta^{in} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\theta^{in}}} &= \theta_1^{in}, & \theta^{out} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\theta^{out}}} &= \theta_1^{out}, \\
\rho^{in} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\rho^{in}}} &= \rho_2^{in}, & \rho^{out} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\rho^{out}}} &= \rho_2^{out}, \\
\theta^{in} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\theta^{in}}} &= \theta_2^{in}, & \theta^{out} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\theta^{out}}} &= \theta_2^{out},
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Тут (як показано на рис. 3.5) $\tau_{start}^{\psi^{in/out}}$ та $\tau_{end}^{\psi^{in/out}}$ моменти часу, які визначають відкритий інтервал $\tau_{var}^{\psi^{in/out}} \equiv (\tau_{start}^{\psi^{in/out}}, \tau_{end}^{\psi^{in/out}})$, у якому функція $\psi^{in/out}(\tau)$ змінюється (інтервал зміни функції), а поза його межами залишається незмінною, що можна записати у вигляді

$$\begin{aligned}
&\psi^{in/out}(\tau)/d\tau \neq 0 \quad \forall \tau \in \tau_{var}^{\psi^{in/out}}, \\
&\psi^{in/out}(\tau) = \psi_1^{in/out} = \text{const} \quad \forall \tau \in [0, \tau_{start}^{\psi^{in/out}}], \\
&\psi^{in/out}(\tau) = \psi_2^{in/out} = \text{const} \quad \forall \tau \in [\tau_{end}^{\psi^{in/out}}, \tau_{\mathcal{F}r}].
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Для моделей $\mathcal{BVP}_{\Pi}(\rho, j, \theta), \dots, \mathcal{BVP}_{\nu}(\rho, j, \theta)$ умови (3.30) матимуть відповідно вигляд (3.32)–(3.35)

$$\begin{aligned}
\rho^{in} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\rho^{in}}} &= \rho_1^{in}, & j^{out} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{j^{out}}} &= j_1, \\
\theta^{in} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\theta^{in}}} &= \theta_1^{in}, & \theta^{out} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\theta^{out}}} &= \theta_1^{out}, \\
\rho^{in} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\rho^{in}}} &= \rho_2^{in}, & j^{out} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{j^{out}}} &= j_2, \\
\theta^{in} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\theta^{in}}} &= \theta_2^{in}, & \theta^{out} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\theta^{out}}} &= \theta_2^{out},
\end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
j^{in} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{j^{in}}} &= j_1, & \rho^{out} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\rho^{out}}} &= \rho_1^{out}, \\
\theta^{in} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\theta^{in}}} &= \theta_1^{in}, & \theta^{out} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\theta^{out}}} &= \theta_1^{out}, \\
j^{in} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{j^{in}}} &= j_2, & \rho^{out} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\rho^{out}}} &= \rho_2^{out}, \\
\theta^{in} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\theta^{in}}} &= \theta_2^{in}, & \theta^{out} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\theta^{out}}} &= \theta_2^{out},
\end{aligned} \tag{3.33}$$

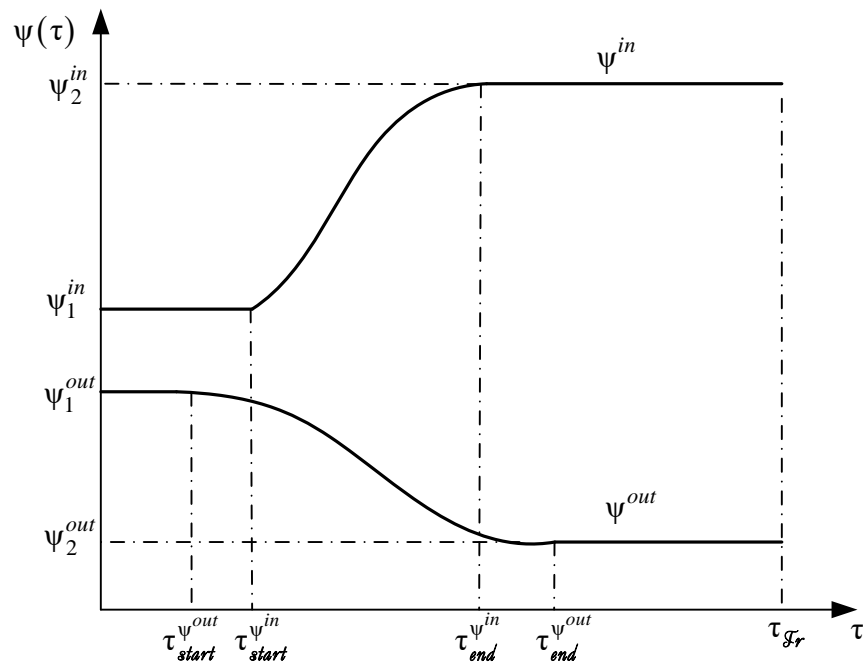


Рисунок 3.5. Приклад моделей функцій керування перехідними режимами

$$\begin{aligned}
w^{in} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{w^{in}}} &= z_1^{in} \theta_1^{in} j_1, & \rho^{out} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\rho^{out}}} &= \rho_1^{out}, \\
\theta^{in} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\theta^{in}}} &= \theta_1^{in}, & \theta^{out} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\theta^{out}}} &= \theta_1^{out}, \\
w^{in} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{w^{in}}} &= z_2^{in} \theta_2^{in} j_2, & \rho^{out} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\rho^{out}}} &= \rho_2^{out}, \\
\theta^{in} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\theta^{in}}} &= \theta_2^{in}, & \theta^{out} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\theta^{out}}} &= \theta_2^{out},
\end{aligned} \tag{3.34}$$

$$\begin{aligned}
\rho^{in} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\rho^{in}}} &= \rho_1^{in}, & w^{out} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{w^{out}}} &= z_1^{out} \theta_1^{out} j_1, \\
\theta^{in} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\theta^{in}}} &= \theta_1^{in}, & \theta^{out} \Big|_{\tau=\tau_{start}^{\theta^{out}}} &= \theta_1^{out}, \\
\rho^{in} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\rho^{in}}} &= \rho_2^{in}, & w^{out} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{w^{out}}} &= z_2^{out} \theta_2^{out} j_2, \\
\theta^{in} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\theta^{in}}} &= \theta_2^{in}, & \theta^{out} \Big|_{\tau=\tau_{end}^{\theta^{out}}} &= \theta_2^{out},
\end{aligned} \tag{3.35}$$

У співвідношеннях (3.34), (3.35) використано позначення для нормованого фактора стисливості обчисленого на вході/виході для першого/другого стаціонарів:

$$z_{1/2}^{in/out} \equiv z(\rho_{1/2}^{in/out}, \theta_{1/2}^{in/out}).$$

Третя група умов, які повинні задовольняти моделі функцій керування, впливає з обмежень на допустимі параметри газу: мінімальні та максимальні допустимі значення тиску (P_{min}, P_{max}) , витрати (Q_{max}, Q_{min}) та температури (T_{min}, T_{max}) у магістралі. Звідси впливають відповідні обмеження на ключові функції, які використовуємо у математичних моделях, на безрозмірні густину (ρ_{min}, ρ_{max}) , густину масового потоку (j_{min}, j_{max}) , температуру $(\theta_{min}, \theta_{max})$ та густину потоку механічної енергії (w_{min}, w_{max}) . Запишемо ці умови у вигляді

$$\psi_{min} \leq \psi^{in/out}(\tau) \leq \psi_{max}, \quad \forall \tau \in [0, \tau_{gr}] \tag{3.36}$$

До цієї ж групи віднесемо також умови, які виникають внаслідок обмеження на швидкість зростання потужності, яку привід компресора передає на його вал. З цього впливають обмеження на швидкості зміни функцій керування. Запишемо їх у вигляді

$$\sup_{0 \leq \tau \leq \tau_{gr}} \left| \frac{d\psi^{in/out}(\tau)}{d\tau} \right| \leq \psi'_{max}, \quad \forall \psi \in \{\rho, j, \theta, w\}. \tag{3.37}$$

Тут ψ'_{\max} – максимально допустима швидкість зміни параметра

3.2.3. Аналітичні подання функцій керування

На рис.3.5 наведені приклади монотонних функцій керування. Можна також розглядати також і немонотонні функції, які задовольняють (3.30) – (3.35). Проте ми обмежимося тут розглядом функцій, подібних до тих, що показані на рис.3.5.

3.2.3.1. Кусково-лінійні неперервні функції

Щоб задовольнити умови (3.30) – (3.37) виберемо функції $\psi(\tau)$, $\psi \in \{\rho^{in/out}, j^{in/out}, \theta^{in/out}, w^{in/out}\}$ у вигляді

$$\psi(\tau) = \begin{cases} \psi_1, & 0 \leq \tau \leq \tau_{start}^{\psi} \\ \psi_1 + \frac{\psi_2 - \psi_1}{\tau_{end}^{\psi} - \tau_{start}^{\psi}} (\tau - \tau_{start}^{\psi}), & \psi_1, \tau_{start}^{\psi} < \tau < \tau_{end}^{\psi} \\ \psi_2, & \tau_{end}^{\psi} \leq \tau \leq \tau_{gr} \end{cases} \quad (3.38)$$

Функції (3.38) є неперервні й задовольняють умови (3.31). Оскільки за такого вибору

$$\inf_{0 \leq \tau \leq \tau_{gr}} \psi(\tau) = \psi_1, \quad \sup_{0 \leq \tau \leq \tau_{gr}} \psi(\tau) = \psi_2$$

то умови (3.36) будуть задоволені за належного вибору параметрів процесів $Stationar_1$ та $Stationar_2$:

$$\psi_{\min} \leq \psi_1, \psi_2 \leq \psi_{\max} \quad (3.39)$$

Щоб підпорядкувати функції (3.38) умові (3.37), вибираємо тривалість інтервалу τ_{var}^{ψ} згідно нерівності

$$\tau_{end}^{\psi} - \tau_{start}^{\psi} \geq \frac{|\psi_2 - \psi_1|}{\psi'_{\max}}. \quad (3.40)$$

При цьому, умова (3.38) виконується на усьому інтервалі $[0, \tau_{gr}]$, включно з точками $\tau = \tau_{start}^{\psi}, \tau_{end}^{\psi}$, в яких похідна $d\psi/d\tau$ має розриви першого роду.

Звичайно, компресорна станція не здатна миттєво збільшити швидкість наростання параметра ψ від нуля до $(\psi_2 - \psi_1) / (\tau_{end}^{\psi} - \tau_{start}^{\psi})$. Однак, за використання

моделей \mathcal{IVP}_K , в яких застосовуються дискретизація за часовою змінною, стрибки похідної $d\psi/d\tau$ нівелюються на фоні того, що під час розв'язування задач функція $\psi(\tau)$ обчислюється на дискретній множині моментів часу τ .

3.2.3.2. Неперервно-диференційовані функції

Неперервності похідної $d\psi/d\tau$ у всьому інтервалі $[0, \tau_{gr}]$ можна досягнути, апроксимуючи $\psi(\tau)$ неперервно диференційованими функціями, наприклад:

$$\psi(\tau) = \psi_1 + \frac{\psi_2 - \psi_1}{2} \left(\text{th} \left(a^\psi \left(\tau - \tau_s^\psi \right) \right) + 1 \right), \quad (3.41)$$

де a^ψ та τ_s^ψ – параметри, які підлягають визначенню.

Функція (3.41) асимптотично наближається до значень ψ_1 та ψ_2 коли $\tau \rightarrow \infty$ та $\tau \rightarrow -\infty$. Тому ми не можемо точно задовольнити умови (3.31), зокрема, вимогу, щоб $\psi(\tau_{start}^\psi) = \psi_1$, $\psi(\tau_{end}^\psi) = \psi_2$. Тому вимагатимемо виконання умов (3.31) з певною точністю, а саме, щоб

$$\left| \psi(\tau_{start}^\psi) - \psi_1 \right| \leq \varepsilon, \quad \left| \psi_2 - \psi(\tau_{end}^\psi) \right| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon \ll 1. \quad (3.42)$$

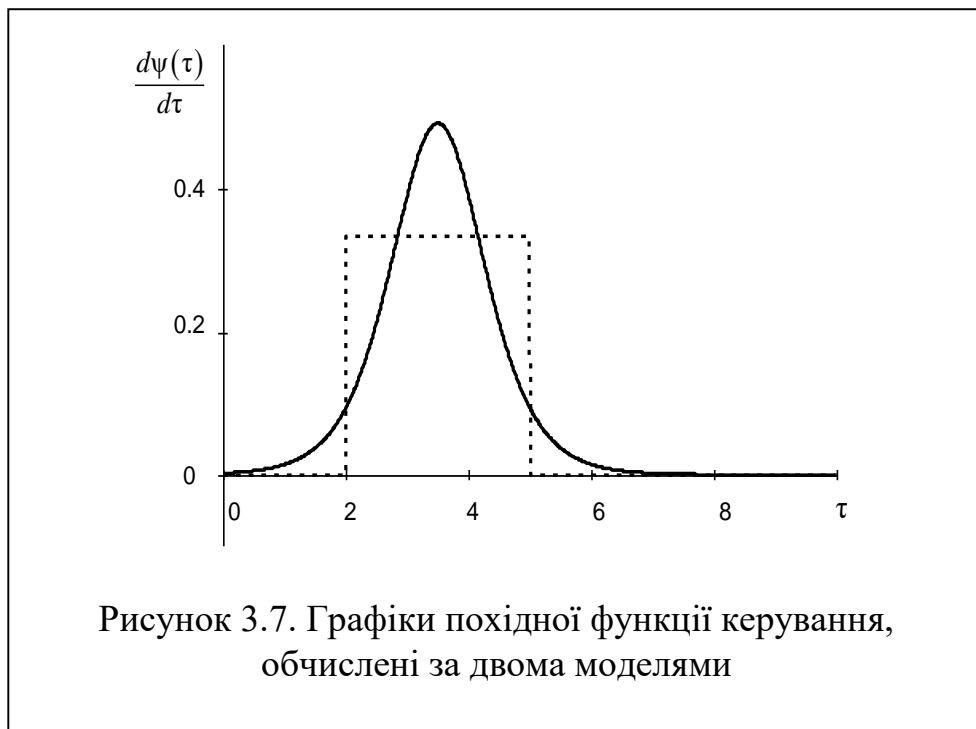
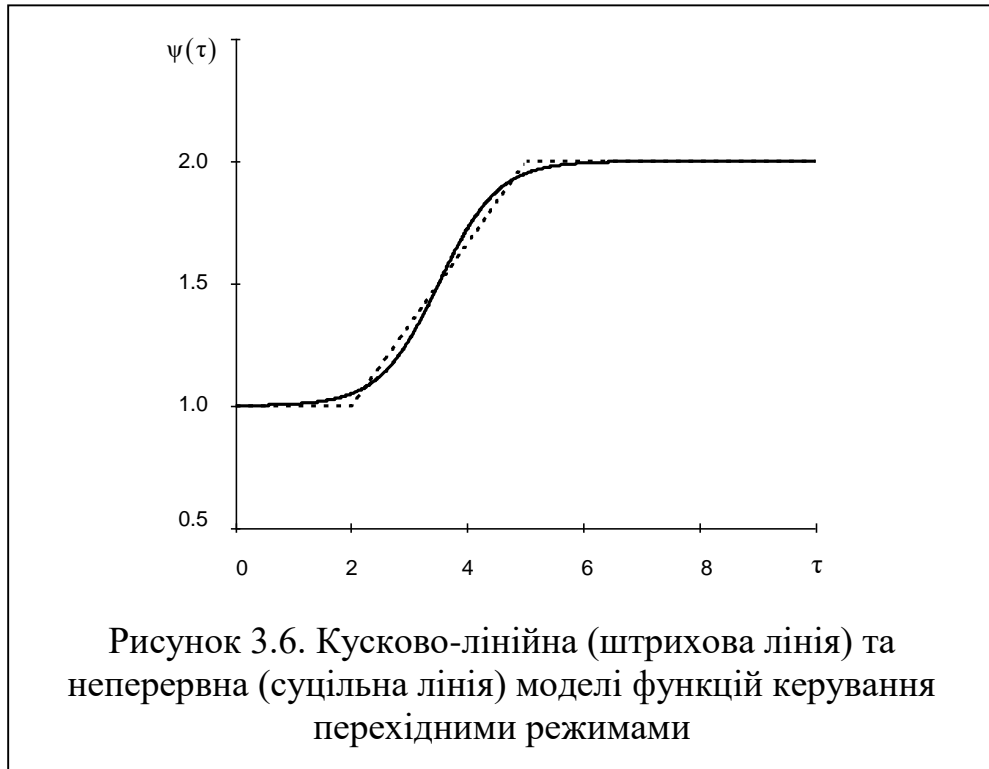
В результаті отримуємо систему рівнянь

$$\begin{aligned} \left(\text{th} \left(a^\psi \left(\tau_{start}^\psi - \tau_s^\psi \right) \right) + 1 \right) &= \frac{2\varepsilon}{|\psi_2 - \psi_1|}, \\ \left(\text{th} \left(a^\psi \left(\tau_{end}^\psi - \tau_s^\psi \right) \right) + 1 \right) &= 2 - \frac{2\varepsilon}{|\psi_2 - \psi_1|} \end{aligned} \quad (3.43)$$

стосовно параметрів a та t_s . Розв'язуючи цю систему, отримуємо

$$\tau_s^\psi = \frac{\tau_{start}^\psi + \tau_{end}^\psi}{2}, \quad a^\psi = \frac{2}{\tau_{end}^\psi - \tau_{start}^\psi} \text{arcth} \left(1 - \frac{2\varepsilon}{|\psi_2 - \psi_1|} \right). \quad (3.44)$$

На рис.3.6. показані графіки функції $\psi(\tau)$, обчислені за формулами (3.38) та (3.41) за значень $\psi_1 = 1$, $\psi_2 = 2$, $\tau_{start}^\psi = 2$, $\tau_{end}^\psi = 5$; неперервна функція, обчислена для $\varepsilon = 0.05$. На рис.3.7 показані графіки похідної функції $\psi(\tau)$, обчислені за моделями (3.37) та (3.41).



Як бачимо, в центральній частині інтервалу $[\tau_{start}^\Psi, \tau_{end}^\Psi]$ значення похідної неперервної моделі перевищує значення $(\Psi_2 - \Psi_1) / (\tau_{end}^\Psi - \tau_{start}^\Psi)$ для кусково-лінійної моделі. Проте середнє її значення на усьому інтервалі зміни є однакове для обох моделей. Для випадку, представленого на рис. 3.6, 3.7, воно дорівнює 0.333.

Встановимо тепер умову на похідну $d\Psi/d\tau$, яке випливає із обмеження (3.37) на максимальну швидкість зміни параметра керування Ψ .

Норма похідної функції (3.41), визначена як

$$\left\| \frac{d\Psi(\tau)}{d\tau} \right\| = \sup_{0 \leq \tau \leq \tau_{gr}} \left| \frac{d\Psi(\tau)}{d\tau} \right|$$

залежить не тільки від значень $\tau_{start}^\Psi, \tau_{end}^\Psi, \Psi_1, \Psi_2$, а й – від ε :

$$\left\| \frac{d\Psi(\tau)}{d\tau} \right\| = \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{\tau_{end}^\Psi - \tau_{start}^\Psi} \operatorname{arcth} \left(1 - 2 \frac{\varepsilon}{\Psi_2 - \Psi_1} \right) \quad (3.45)$$

У формулі (3.45) $\varepsilon' = \varepsilon / (\Psi_2 - \Psi_1)$ – малий параметр. Розкладаючи функцію $\operatorname{arcth}(1 - 2\varepsilon')$ в степеневий ряд в околі $\varepsilon' = 0$ отримаємо

$$\operatorname{arcth}(1 - 2\varepsilon') \approx -\frac{1}{2} \ln \varepsilon' - \frac{1}{2} \varepsilon' + O(\varepsilon'^2).$$

Оскільки $\varepsilon' \ll 1$, то $0 < -\ln \varepsilon' \ll \varepsilon'$. Тому залишаємо лише перший доданок. З урахуванням цього формула (3.45) набуде вигляду

$$\left\| \frac{d\Psi(\tau)}{d\tau} \right\| = \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{\tau_{end}^\Psi - \tau_{start}^\Psi} \left| \ln \left(\frac{\varepsilon}{\Psi_2 - \Psi_1} \right)^{1/2} \right| \quad (3.46)$$

Тож тепер, щоб забезпечити виконання обмеження (3.37), параметри $\tau_{end}^\Psi - \tau_{start}^\Psi$ та $\Psi_2 - \Psi_1$ функції (3.41) повинні задовольняти нерівність

$$\frac{\Psi_2 - \Psi_1}{\tau_{end}^\Psi - \tau_{start}^\Psi} \left| \ln \left(\frac{\varepsilon}{\Psi_2 - \Psi_1} \right)^{1/2} \right| \leq \Psi'_{\max} \quad (3.47)$$

Розглянуті тут моделі функцій крайових умов визначають зовнішні керуючі впливи на процеси перенесення маси, імпульсу та енергії у трубопроводі. За

запропонованими моделями (3.38), (3.41) кожна функція керування $\psi(\tau) \in \{\rho^{in/out}(\tau), j^{in/out}(\tau), w^{in/out}(\tau), \theta^{in/out}(\tau)\}$ визначається чотирма сталими параметрами ψ_1, ψ_2 та $\tau_{start}^\psi, \tau_{end}^\psi$. Перші чотири $\psi_{1/2} \in \{\rho_{1/2}^{in/out}, j_{1/2}, w_{1/2}^{in/out}\}$ це параметри – двох стаціонарних процесів $Stationar_1$, з яких розпочинається перехідний процес $Transient$, та $Stationar_2$, яким він завершується. За заданих $\psi_{1/2}$ перебіг перехідного процесу залежатиме моделі керування $\mathcal{BVP}_K, K = I, \dots, V$, яку застосовуємо, а також – від вибору двох інших параметрів $\tau_{start}^\psi, \tau_{end}^\psi$ для усіх чотирьох зовнішніх функцій цієї моделі.

Таким чином, запропоновані моделі (3.37), (3.41) можна застосувати, щоб досліджувати, з використанням обчислювальних експериментів, виконаних шляхом розв'язування задач \mathcal{IVP}_K , різні алгоритми керування перехідними режимами, залежно від вибраних моделей керування \mathcal{BVP}_K та параметрів $\psi_{1/2}$ та $\tau_{start}^\psi, \tau_{end}^\psi$.

Слід підкреслити, що основними функціями керування перехідними режимами слід прийняти залежності, які визначають зміни в часі значень тиску, витрати, та потоку механічної потужності на вході і виході трубопроводу. Їх визначають режими роботи компресорних станцій. У розглянутих тут математичних моделях динаміки газу цим параметрам керування відповідають безрозмірні функції $\rho^{in/out}(\tau), j^{in/out}(\tau)$ та $w^{in/out}(\tau)$.

Компресування газу завжди супроводжується підвищенням температури. Тому зміни температури газу на вході у трубопровід доцільно розглядати як фактор зовнішнього впливу на перехідний процес в контексті дослідження залежності його внутрішніх параметрів від теплового стану газу на вході/виході трубопроводу.

Відомо, що зростання температури в трубопроводі знижує ефективність його транспортування. Тож, зазвичай на виході із компресорних станцій застосовують спеціальні системи для охолодження. Це істотно зменшує варіацію температури газу на вході секції, що безпосередньо з'єднана із виходом компресорної станції під час перехідного режиму порівняно із варіаціями тиску і витрати.

3.3. ВНУТРІШНІ ФУНКЦІЇ ТА ВНУТРІШНІ ПАРАМЕТРИ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ

3.3.1. Внутрішні функції, моделі та алгоритми керування перехідними процесами

В рамках запропонованих математичних моделей перехідний процес МГ зі стаціонарного $Stationar_1$ режиму у інший стаціонарний режим $Stationar_2$ визначають три внутрішні функції $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$ та $\theta(\xi, \tau)$. Їх можна встановити, розв'язавши відповідну задачу \mathcal{BVP}_K , $K = I, \dots, V$, яку називаємо моделлю керування перехідним процесом $Transient_{1-2}$. Тут нижні індекси вказують на стаціонарні режими, між якими відбувається перехід, та напрям такого переходу. Модель керування \mathcal{BVP}_K залежить від чотирьох функцій керування. Їх множину $\Psi_K(\tau)$ утворюють функції крайових умов \mathcal{BC}_K . Згідно моделей (3.38), (3.41), кожна із функцій керування $\psi(\tau) \in \Psi_K(\tau)$ залежить, від чотирьох параметрів. Тож множина Π_K параметрів керування для моделі \mathcal{BVP}_K містить 16 параметрів.

Алгоритм керування перехідним процесом визначається вибором моделі керування \mathcal{BVP}_K та конкретних значень параметрів керування Π_K , властивих для цієї моделі, що запишемо вигляді

$$\{\rho(\xi, \tau), j(\xi, \tau), \theta(\xi, \tau)\} = Transient_{1-2}(\mathcal{BVP}_K, \Pi_K) \quad (3.48)$$

Це означає, що вибравши модель \mathcal{BVP}_K та значення параметрів із множини Π_K , можемо встановити усі три функції $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$, $\theta(\xi, \tau)$, $\xi \in 0, 1$, $\tau \in [0, \tau_{gr}]$, розв'язавши відповідну задачу \mathcal{IVP}_K .

В моделі керування \mathcal{BVP}_I , наприклад, множина $\Psi_I(\tau)$ містить чотири функції $\rho^{in/out}(\tau)$, $\theta^{in/out}(\tau)$, які, згідно моделі (3.41) визначаються як

$$\begin{aligned} \rho^{in/out}(\tau) &= \rho_1^{in/out} + \frac{\rho_2^{in/out} - \rho_1^{in/out}}{2} \left(\text{th} \left(a^{\rho^{in/out}} \left(\tau - \tau_s^{\rho^{in/out}} \right) \right) + 1 \right), \\ \theta^{in/out}(\tau) &= \theta_1^{in/out} + \frac{\theta_2^{in/out} - \theta_1^{in/out}}{2} \left(\text{th} \left(a^{\theta^{in/out}} \left(\tau - \tau_s^{\theta^{in/out}} \right) \right) + 1 \right). \end{aligned} \quad (3.49)$$

Параметри $a^{\rho^{in/out}}$, $\tau_s^{\rho^{in/out}}$, $a^{\theta^{in/out}}$, $\tau_s^{\theta^{in/out}}$ виражаються формулами (3.44) через відповідні параметри $\rho_{1/2}^{in/out}$, $\tau_{start}^{\rho^{in/out}}$, $\tau_{end}^{\rho^{in/out}}$ та $\theta_{1/2}^{in/out}$, $\tau_{start}^{\theta^{in/out}}$, $\tau_{end}^{\theta^{in/out}}$. Тож перехідний процес $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_I, \Pi_I)$, який реалізується за моделлю керування \mathcal{BVP}_I залежить від множини 16-параметрів:

$$\Pi_I = \left\{ \begin{array}{l} \rho_1^{in}, \rho_1^{out}, \rho_2^{in}, \rho_2^{out}, \tau_{start}^{\rho^{in}}, \tau_{start}^{\rho^{out}}, \tau_{end}^{\rho^{in}}, \tau_{end}^{\rho^{out}}, \\ \theta_1^{in}, \theta_1^{out}, \theta_2^{in}, \theta_2^{out}, \tau_{start}^{\theta^{in}}, \tau_{start}^{\theta^{out}}, \tau_{end}^{\theta^{in}}, \tau_{end}^{\theta^{out}} \end{array} \right\}$$

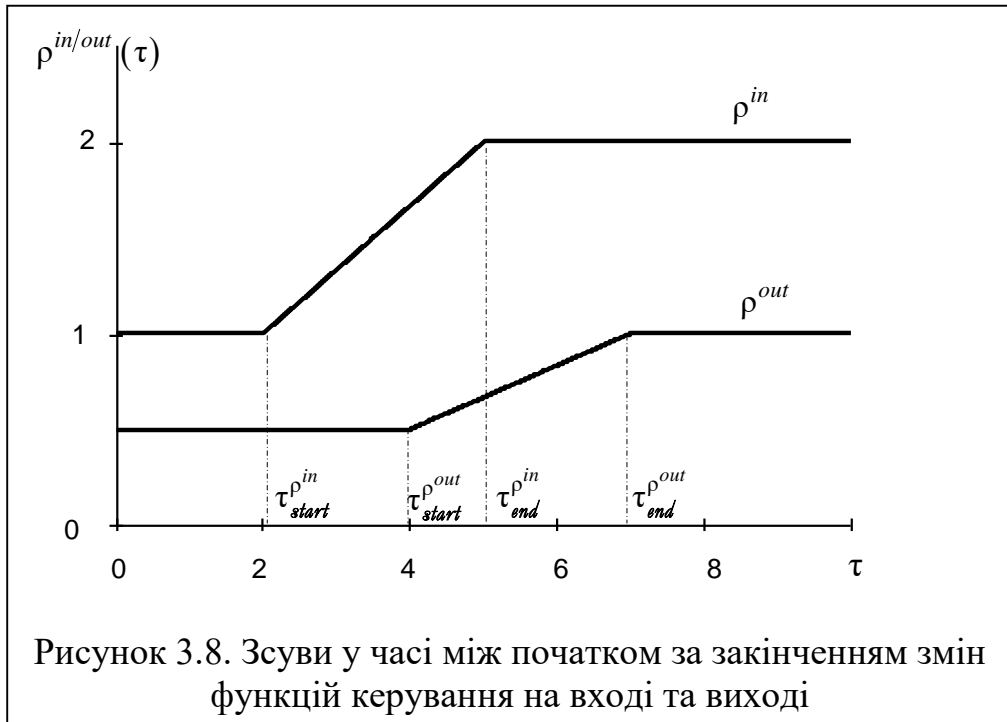
Вісім із них $\rho_{1/2}^{in/out}$, $\theta_{1/2}^{in/out}$ це – параметри двох стаціонарних процесів: $\mathcal{S}tationar_1$, з якого $\mathcal{F}ransient_I$ розпочинається, та $\mathcal{S}tationar_2$, яким цей перехідний процес завершується. Інші параметри $\tau_{start}^{\rho^{in/out}}$, $\tau_{end}^{\rho^{in/out}}$, $\tau_{start}^{\theta^{in/out}}$, $\tau_{end}^{\theta^{in/out}}$ визначають швидкості зміни керування на вході та виході, а також зсуви в часі між функціями керування.

За ізотермічного наближення множина Π_K містить лише вісім параметрів, наприклад, для моделі \mathcal{BVP}_I це – $\rho_{1/2}^{in/out}$, $\tau_{start}^{\rho^{in/out}}$, $\tau_{end}^{\rho^{in/out}}$.

На рис. 3.8 показаний приклад функцій керування $\rho^{in}(\tau)$ та $\rho^{out}(\tau)$ для моделі (3.38). Тут зміна функції $\rho^{in}(\tau)$ розпочинається швидше. Тому можна покласти $\tau_{start}^{\rho^{in}} = 0$, а інші часові параметри обох функцій замінити згідно відображень $\tau_{end}^{\rho^{in}} \rightarrow \tau_{end}^{\rho^{in}} - \tau_{start}^{\rho^{in}}$, $\tau_{start}^{\rho^{out}} \rightarrow \tau_{start}^{\rho^{out}} - \tau_{start}^{\rho^{in}}$, $\tau_{end}^{\rho^{out}} \rightarrow \tau_{end}^{\rho^{out}} - \tau_{start}^{\rho^{in}}$. Тоді замість чотирьох параметрів керування матимемо лише три.

3.3.2. Інтегральні характеристики перехідних процесів

Внутрішні функції $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$, $\theta(\xi, \tau)$, $\xi \in 0, 1$, $\tau \in [0, \tau_{gr}]$, отримані за алгоритмом керування $\mathcal{F}ransient_K(\Pi_K)$ містять повну інформацію про цей перехідний процес. Змінивши модель керування та/чи значення параметрів Π_K , очевидно, отримаємо інші внутрішні функції $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$, $\theta(\xi, \tau)$, які визначають інший перехідний процес.



Проте, інформація, яку надають внутрішні функції, занадто детальна – часто для управління ГТС необхідні інтегральні характеристики перехідних процесів.

У будь-який момент часу газопровід вміщує у своєму внутрішньому об'ємі певну масу \mathcal{M} газу, що переміщається від входу до виходу. Тобто маса \mathcal{M} має певну кількість руху (механічний імпульс), потенціальну енергію стисненого газу, а також потенціальну енергію в гравітаційному полі Землі. За нестационарних умов ці інтегральні параметри залежать від часу t . Виразивши їх через внутрішні функції перехідних процесів $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$, $\theta(\xi, \tau)$, можна кількісно досліджувати, як різні моделі керування \mathcal{BVP}_K та значення параметрів керування Π_K впливають на інтегральні характеристики.

3.3.2.1. Маса, кількість руху та енергія газу, накопиченого в трубопроводі

Маса $\mathcal{M}(t)$ газу, накопиченого в трубопроводі в момент t визначається як

$$\mathcal{M}(t) = S \int_0^L D(x, t) dx = \mathcal{M}_t \int_0^1 \rho(\xi, t/t_t) d\xi = \mathcal{M}_t \mathcal{M}(t/t_t). \quad (3.50)$$

Тут $\mathcal{M}_t = SLD_t$, $\mathcal{M}(\tau)$ – безрозмірна маса газу

$$\mathcal{M}(\tau) = \int_0^1 \rho(\xi, \tau) d\xi \quad (3.51)$$

Характерна густина D_t виражається термічним рівнянням стану через характерні тиск P_t і температуру T_t : $D_t = P_t/RZ_t T_t$, тому \mathcal{M}_t визначає масу газу, що заповнює внутрішній об'єм трубопроводу за однорідних тиску P_t і температури T_t .

Кількість руху $\mathcal{I}(t)$ маси $\mathcal{M}(t)$ газу, зосередженого в трубопроводі визначається як

$$\mathcal{I}(t) = S \int_0^L D(x, t) V(x, t) dx = SLJ_t \int_0^1 j(\xi, t/t_t) d\xi = \mathcal{I}_t \mathcal{I}(t/t_t). \quad (52)$$

Тут $\mathcal{I}_t = SLJ_t = \mathcal{M}_t V_t$ – кількість руху маси газу \mathcal{M}_t , що рухається зі швидкістю V_t , $\mathcal{I}(\tau)$ – безрозмірна кількість руху

$$I(\tau) = \int_0^1 j(\xi, \tau) d\xi. \quad (3.53)$$

Кінетична енергія $\mathcal{K}(t)$ маси $\mathcal{M}(t)$ газу, зосередженого в трубопроводі визначається як

$$\mathcal{K}(t) = \frac{1}{2} S \int_0^L \frac{J^2(x, t)}{D(x, t)} dx = \mathcal{K}_t \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{j^2(\xi, t/t_t)}{\rho(\xi, t/t_t)} d\xi = \mathcal{K}_t K(t/t_t) \quad (3.54)$$

де $\mathcal{K}_t = SLJ_t^2/D_t = \mathcal{M}_t V_t^2$, $K(\tau)$ безрозмірна кінетична енергія:

$$K(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{j^2(\xi, \tau)}{\rho(\xi, \tau)} d\xi. \quad (3.55)$$

Потенціальна енергія стисненого газу маси $\mathcal{M}(t)$

$$\mathcal{E}^{\mathcal{P}r}(t) = S \int_{1/D^{in}}^{1/D^{out}} P(x, t) D(x, t) d(1/D(x, t)) = \mathcal{E}_t^{\mathcal{P}r} E^{\mathcal{P}r}(t/t_t) \quad (3.56)$$

Тут $D^{in} = D(0, t)$ та $D^{out} = D(L, t)$ – густина газу на вході та виході трубопроводу, $\mathcal{E}_t^{\mathcal{P}r} = SLP_t = \mathcal{M}_t Z_t RT_t$, $E^{\mathcal{P}r}(\tau)$ – безрозмірна потенціальна енергія стисненого газу маси $\mathcal{M}(t)$:

$$E^{\mathcal{P}r}(\tau) = - \int_0^1 \frac{p(\xi, \tau)}{\rho(\xi, \tau)} \frac{d\rho(\xi, \tau)}{d\xi} d\xi \quad (3.57)$$

Потенціальна енергія $\mathcal{E}^{\mathcal{G}r}(t)$ в гравітаційному полі Землі маси $\mathcal{M}(t)$

$$\mathcal{E}^{\mathcal{G}r}(t) = gS \int_0^L H(x) D(x, t) dx = SLD_t V_t^2 \int_0^1 \gamma(\xi) \rho(\xi, t/t_t) d\xi = \mathcal{E}_t^{\mathcal{G}r} E^{\mathcal{G}r}(t/t_t). \quad (3.58)$$

Тут $\mathcal{E}_t^{\mathcal{G}r} = SLD_t V_t^2 = \mathcal{M}_t V_t^2 = \mathcal{K}_t$, $E^{\mathcal{G}r}(\tau)$ – безрозмірна потенціальна енергія маси $\mathcal{M}(t)$ в гравітаційному полі Землі:

$$E^{\mathcal{G}r}(\tau) = \int_0^1 \gamma(\xi) \rho(\xi, \tau) d\xi. \quad (3.59)$$

Розглянуті інтегральні характеристики можна ввести і для стаціонарних

процесів $\mathcal{S}rarionar_1$ і $\mathcal{S}rarionar_2$

$$\begin{aligned} M_{1/2} &= M_t M_{1/2}, \quad I_{1/2} = I_t I_{1/2}, \quad K_{1/2} = K_t K_{1/2}, \\ \mathcal{E}_{1/2}^{Pr} &= \mathcal{E}_t^{Pr} E_{1/2}^{Pr}, \quad \mathcal{E}_{1/2}^{Gr} = \mathcal{E}_t^{Gr} E_{1/2}^{Gr}, \end{aligned} \quad (3.60)$$

де

$$\begin{aligned} M_{1/2} &= \int_0^1 \rho_{1/2}(\xi) d\xi, \quad I_{1/2} = \int_0^1 j_{1/2}(\xi) d\xi, \quad K_{1/2} = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{j_{1/2}^2(\xi)}{\rho_{1/2}(\xi)} d\xi, \\ E_{1/2}^{Pr} &= - \int_0^1 \frac{p(\xi, \tau)}{\rho(\xi, \tau)} \frac{d\rho(\xi, \tau)}{d\xi} d\xi, \quad E_{1/2}^{Gr}(\tau) = \int_0^1 \gamma(\xi) \rho_{1/2}(\xi, \tau) d\xi \end{aligned} \quad (3.61)$$

Значення інтегральних характеристик перехідного режиму на початку та кінці інтервалу $[0, \tau_{gr}]$ збігаються зі значеннями відповідних інтегральних характеристик процесів $\mathcal{S}rarionar_1$ та $\mathcal{S}rarionar_2$. Тому інтегральні параметри задовольняють умови

$$\begin{aligned} M(0) &= M_1, \quad M(\tau_{gr}) = M_2, \quad I(0) = I_1, \quad I(\tau_{gr}) = I_2, \\ K(0) &= K_1, \quad K(\tau_{gr}) = K_2, \quad E^{Pr}(0) = E_1^{Pr}, \quad E^{Pr}(\tau_{gr}) = E_2^{Pr}, \\ E^{Gr}(0) &= E_1^{Gr}, \quad E^{Gr}(\tau_{gr}) = E_2^{Gr} \end{aligned} \quad (3.62)$$

3.3.2.2. Потужність і робота сил в'язкого тертя

Згідно формули Дарсі-Вейсбаха за перехідного процесу густина сили в'язкого тертя $f_R^* = Df_R$ пропорційна квадрату швидкості (див. (2.8)):

$$f_R^*(x, t) = D(x, t) \frac{\lambda(x) V^2(x, t)}{2D_{pipe}}. \quad (3.63)$$

Густина потужності цієї сили дорівнює $f_R^*(x, t)V(x, t)$. Звідси випливає формула для обчислення потужності $\mathcal{W}^R(t)$ сил в'язкого тертя, які діють в газі маси $\mathcal{M}(t)$, що заповнює об'єм SL трубопроводу:

$$\mathcal{W}^R(t) = S \int_0^L f_R^*(x, t) V(x, t) dx = \mathcal{W}_t^R \mathcal{W}^R(t/t_t). \quad (3.64)$$

Тут $\mathcal{W}_t^R = SD_t V_t^3 = \mathcal{M}_t V_t^3 / L$, $\mathcal{W}^R(\tau)$ – безрозмірна потужність сил в'язкого тертя в газопроводі:

$$\mathcal{W}^R(\tau) = \int_0^1 \beta(\xi) \frac{j^3(\xi, \tau)}{\rho^2(\xi, t)} d\xi. \quad (3.65)$$

Потужність $\mathcal{W}_{1/2}^R$ сил тертя стаціонарних режимів $\mathcal{S}r_{arionar_1}$ та $\mathcal{S}r_{arionar_2}$ визначиться як

$$\mathcal{W}_{1/2}^R = \mathcal{W}_t^R \mathcal{W}_{1/2}^R, \quad (3.66)$$

де

$$\mathcal{W}_{1/2}^R = \int_0^1 \beta(\xi) \frac{j_{1/2}^3(\xi)}{\rho_{1/2}^2(\xi)} d\xi. \quad (3.67)$$

Параметр $W^R(\tau)$ перехідного процесу пов'язаний із відповідними параметрами стаціонарного процесу $\mathcal{S}r_{arionar_1}$, з якого він розпочинається, та процесу $\mathcal{S}r_{arionar_2}$, яким він завершується, співвідношеннями

$$W^R(0) = W_1^R, \quad W^R(\tau_{gr}) = W_2^R \quad (3.68)$$

Визначаємо роботу $\mathcal{A}^R(t)$ сил тертя f_R^* за проміжок часу $[0, t] \subseteq [0, t_{gr}]$, де $t_{gr} = t_t \tau_{gr}$ – тривалість перехідного процесу визначиться як

$$\mathcal{A}^R(t) = \mathcal{A}_t^R A^R(t/t_t). \quad (3.69)$$

Тут $\mathcal{A}_t^R = M_t V_t^2$, $A^R(\tau)$ – безрозмірна робота сил тертя за проміжок $[0, \tau]$:

$$A^R(\tau) \equiv Ma \int_0^\tau W^R(\tau) d\tau = Ma \int_0^\tau \int_0^1 \beta(\xi) \frac{j^3(\xi, \tau)}{\rho^2(\xi, t)} d\xi d\tau. \quad (3.70)$$

3.3.2.3. Середньо-інтегральні величини

В управлінні ГТС для контролю процесів транспортування газу магістральними газопроводами часто використовують середні по довжині трубопроводу значення внутрішніх параметрів – тиску, витрати, температури.

Використовуючи внутрішні функції $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$, $\theta(\xi, \tau)$ процесу $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_K, \Pi_K)$ обчислимо середньо-інтегральні значення параметрів течії.

Середня густина визначиться як

$$\bar{D}(t) = \frac{1}{L} \int_0^L D(x, t) dx = D_t \int_0^1 \rho(\xi, t/t_t) d\xi = \frac{1}{SL} \mathcal{M}(t). \quad (3.71)$$

Середня густина масового потоку визначається аналогічно:

$$\bar{J}(t) = \frac{1}{L} \int_0^L J(x,t) dx = J_t \int_0^1 j(\xi, t/t_t) d\xi = \frac{1}{SL} \mathcal{I}(t). \quad (3.72)$$

Середня температура газу в трубці:

$$\bar{T}(t) = \frac{1}{L} \int_0^L T(x,t) dx = T_t \int_0^1 \theta(\xi, t/t_t) d\xi. \quad (3.73)$$

Середній тиск газу в трубці

$$\bar{P}(t) = \frac{1}{L} \int_0^L P(x,t) dx = P_t \int_0^1 z(\rho(\xi, t/t_t), \theta(\xi, t/t_t)) \theta(\xi, t/t_t) \rho(\xi, t/t_t) d\xi. \quad (3.74)$$

Введені тут залежні від часу t внутрішні інтегральні характеристики перехідних процесів, як і ті, що розглянуті у попередніх двох підпунктах, залежать від алгоритму керування перехідним процесом, тобто – від моделі керування \mathcal{BVP}_K та вибраних значень параметрів керування Π_K .

3.3.2.4. Локальні характеристики перехідного процесу

За застосування моделі керування \mathcal{BVP}_I функціями керування перехідним процесом є безрозмірні густина та температура, задані на вході $\rho^{in}(\tau), \theta^{in}(\tau)$ та виході $\rho^{out}(\tau), \theta^{out}(\tau)$ як функції часу. При цьому значення безрозмірної густини потоку на вході і виході

$$j|_{\xi=0} = j(0, \tau), \quad j|_{\xi=1} = j(1, \tau) \quad (3.75)$$

є внутрішніми параметрами, які можна обчислити з отриманого розв'язку.

Для моделі \mathcal{BVP}_{II-V} це – відповідно функції (3.76)–(3.79)

$$j|_{\xi=0} = j(0, \tau), \quad \rho|_{\xi=1} = \rho(1, \tau) \quad (3.76)$$

$$\rho|_{\xi=0} = \rho(0, \tau), \quad j|_{\xi=1} = j(1, \tau) \quad (3.77)$$

$$\rho|_{\xi=0} = \rho(0, \tau), \quad j|_{\xi=0} = j(0, \tau), \quad j|_{\xi=1} = j(1, \tau) \quad (3.78)$$

$$j|_{\xi=0} = j(0, \tau), \quad \rho|_{\xi=1} = \rho(1, \tau), \quad j|_{\xi=1} = j(1, \tau) \quad (3.79)$$

До внутрішніх локальних характеристик перехідних процесів віднесемо також значення ключових функцій, обчислених у декількох внутрішніх контрольних точках $x_i, i = 1, N_c$ вздовж траси трубопроводу

$$\rho|_{\xi=\xi_i} = \rho(\xi_i, \tau), j|_{\xi=\xi_i} = j(\xi_i, \tau), \theta|_{\xi=\xi_i} = \theta(\xi_i, \tau), i = \overline{1, N_c}. \quad (3.80)$$

Розглянуті функції часу, які можна обчислити на основі розв'язку відповідної задачі $\mathcal{IVP}_K(\Pi_K)$, використовуючи формули (3.75) – (3.80), є внутрішніми параметрами перехідних процесів. Їх можна використовувати для дослідження впливу алгоритмів керування на ці процеси.

3.3.2.4. Тривалість перехідного процесу

Тривалість перехідного процесу $t_{gr} = t_i \tau_{gr}$ слід визначати на основі розв'язку задачі Коші $\mathcal{IVP}_K(\Pi_K)$. Для цього слід встановити момент τ_{st} , коли внутрішні параметри перехідного процесу вже збігаються із відповідними внутрішніми функціями процесу $\mathcal{S}rаріонаr_2$, і прийняти $\tau_{gr} = \tau_{st}$. Проте, перехід від $\mathcal{S}rаріонаr_1$ до $\mathcal{S}rаріонаr_2$ – релаксаційний процес, а отримані розв'язки для обох стаціонарних процесів, як і для процесу $\mathcal{F}ransіent_{1-2}$, наближені. Тому за тривалість перехідного процесу, приймемо значення τ_{gr} , таке, що для $\tau > \tau_{gr}$ відхилення внутрішніх параметрів процесу $\mathcal{F}ransіent_{1-2}$ від відповідних їм параметрів процесу $\mathcal{S}rаріонаr_2$ не перевищують за певною нормою заданих значень. Так для функції $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$ умови на стаціонарний режим у нормі L_2 будуть такі:

$$\left(\int_0^1 (\rho(\xi, \tau) - \rho_2(\xi))^2 d\xi \right)^{1/2} \leq \varepsilon^p, \quad \left(\int_0^1 (j(\xi, \tau) - j_2(\xi))^2 d\xi \right)^{1/2} \leq \varepsilon^j, \quad \tau \geq \tau_{gr}. \quad (3.81)$$

Тут ε^p та ε^j задані малі додатні сталі.

На цій основі визначаємо відповідні тривалості перехідного процесу:

$$\tau_{gr}^p = \underset{\tau}{\text{solve}} \left(\left(\int_0^1 (\rho(\xi, \tau) - \rho_2(\xi))^2 d\xi \right)^{1/2} - \varepsilon^p = 0 \right), \quad (3.82)$$

$$\tau_{gr}^j = \underset{\tau}{\text{solve}} \left(\left(\int_0^1 (j(\xi, \tau) - j_2(\xi))^2 d\xi \right)^{1/2} - \varepsilon^j = 0 \right).$$

Швидкості виходу на стаціонарний режим функцій $\rho(\xi, \tau)$ та $j(\xi, \tau)$ є, на загал, різні, тому, якщо вибрати $\varepsilon^j = \varepsilon^p$, то значення τ_{gr}^p та τ_{gr}^j відрізнятимуться.

Якщо використати інтегральні внутрішні параметри, введені формулами (3.51), (3.53), (3.55), (3.57), (3.59), то з урахуванням співвідношень (3.62), умовами виходу перехідного процесу на стаціонарний режим будуть

$$\begin{aligned} |M_2 - M(\tau)| \leq \varepsilon^M, \quad |I_2 - I(\tau)| \leq \varepsilon^I, \quad |K_2 - K(\tau)| \leq \varepsilon^K, \\ |E_2^{\mathcal{P}r} - E^{\mathcal{P}r}(\tau)| \leq \varepsilon^{E^{\mathcal{P}r}}, \quad |E_2^{\mathcal{P}r} - E^{\mathcal{P}r}(\tau)| \leq \varepsilon^{E^{\mathcal{P}r}}, \quad \tau \geq \tau_{gr} \\ |E_2^{\mathcal{G}r} - E^{\mathcal{G}r}(\tau)| \leq \varepsilon^{E^{\mathcal{G}r}}. \end{aligned} \quad (3.83)$$

Виходячи із цих умов визначаємо тривалості перехідного процесу як

$$\begin{aligned} \tau_{gr}^M &= \text{solve}_{\tau}(|M_2 - M(\tau)| - \varepsilon^M = 0), \quad \tau_{gr}^I = \text{solve}_{\tau}(|I_2 - I(\tau)| - \varepsilon^I = 0), \\ \tau_{gr}^K &= \text{solve}_{\tau}(|K_2 - K(\tau)| - \varepsilon^K = 0), \quad \tau_{gr}^{E^{\mathcal{P}r}} = \text{solve}_{\tau}(|E_2^{\mathcal{P}r} - E^{\mathcal{P}r}(\tau)| - \varepsilon^{E^{\mathcal{P}r}} = 0), \\ \tau_{gr}^{E^{\mathcal{G}r}} &= \text{solve}_{\tau}(|E_2^{\mathcal{G}r} - E^{\mathcal{G}r}(\tau)| - \varepsilon^{E^{\mathcal{G}r}} = 0). \end{aligned} \quad (3.84)$$

Виходячи із другого співвідношення (3.68), за критерій виходу перехідного режиму на стаціонар можна прийняти також умову

$$|W_2^R - W^R(\tau)| \leq \varepsilon^{W^R}, \quad \tau \geq \tau_{gr}, \quad (3.85)$$

з якої випливає таке означення тривалості перехідного процесу

$$\tau_{gr}^{W^R} = \text{solve}_{\tau}(|W_2^R - W^R(\tau)| - \varepsilon^{W^R} = 0). \quad (3.86)$$

Використовуючи локальні внутрішні параметри (3.75) – (3.79), введемо наступні критерії перехідних процесів для моделей управління \mathcal{BVP}_{I-V} :

$$\left((j(0, \tau) - j_2)^2 + (j(1, \tau) - j_2)^2 \right)^{1/2} \leq \varepsilon^I, \quad \tau \geq \tau_{gr} \quad (3.87)$$

$$\left((j(0, \tau) - j_2)^2 + (\rho(1, \tau) - \rho_2(1))^2 \right)^{1/2} \leq \varepsilon^{II}, \quad \tau \geq \tau_{gr} \quad (3.88)$$

$$\left((\rho(0, \tau) - \rho_2(0))^2 + (j(1, \tau) - j_2)^2 \right)^{1/2} \leq \varepsilon^{III}, \quad \tau \geq \tau_{gr}$$

$$\left((\rho(0, \tau) - \rho_2(0))^2 + (j(0, \tau) - j_2)^2 + (j(1, \tau) - j_2)^2 \right)^{1/2} \leq \varepsilon^{IV}, \quad \tau \geq \tau_{gr}, \quad (3.89)$$

$$\left((j(0, \tau) - j_2)^2 + (\rho(1, \tau) - \rho_2(1))^2 + (j(1, \tau) - j_2)^2 \right)^{1/4} \leq \varepsilon^V, \tau \geq \tau_{gr}. \quad (3.90)$$

На основі цих критеріїв означимо тривалості перехідних процесів як:

$$\tau_{gr}^I = \underset{\tau}{\text{solve}} \left(\left((j(0, \tau) - j_2)^2 + (j(1, \tau) - j_2)^2 \right)^{1/2} - \varepsilon^I = 0 \right), \quad (3.91)$$

$$\tau_{gr}^{II} = \underset{\tau}{\text{solve}} \left(\left((j(0, \tau) - j_2)^2 + (\rho(1, \tau) - \rho_2(1))^2 \right)^{1/2} - \varepsilon^{II} = 0 \right), \quad (3.92)$$

$$\tau_{gr}^{III} = \underset{\tau}{\text{solve}} \left(\left((\rho(0, \tau) - \rho_2(0))^2 + (j(1, \tau) - j_2)^2 \right)^{1/2} - \varepsilon^{III} = 0 \right), \quad (3.93)$$

$$\tau_{gr}^{IV} = \underset{\tau}{\text{solve}} \left(\left(\begin{array}{c} (\rho(0, \tau) - \rho_2(0))^2 + (j(0, \tau) - j_2)^2 + \\ + \\ (j(1, \tau) - j_2)^2 \end{array} \right)^{1/2} - \varepsilon^{IV} = 0 \right), \quad (3.94)$$

$$\tau_{gr}^V = \underset{\tau}{\text{solve}} \left(\left(\begin{array}{c} (j(0, \tau) - j_2)^2 + (\rho(1, \tau) - \rho_2(1))^2 + \\ + \\ (j(1, \tau) - j_2)^2 \end{array} \right)^{1/2} - \varepsilon^V = 0 \right). \quad (3.95)$$

Якщо швидкості зміни параметрів перехідного процесу на вході й виході істотно відрізняються, то доцільно, використовувати такі означення його тривалості

$$\tau_{gr}^I = \max \left\{ \underset{\tau}{\text{solve}} (|j(0, \tau) - j_2| - \varepsilon^I = 0), \underset{\tau}{\text{solve}} (|j(1, \tau) - j_2| - \varepsilon^I = 0) \right\}, \quad (3.96)$$

$$\tau_{gr}^{II} = \max \left\{ \underset{\tau}{\text{solve}} (|j(0, \tau) - j_2| - \varepsilon^{II} = 0), \underset{\tau}{\text{solve}} (|\rho(1, \tau) - \rho_2(1)| - \varepsilon^{II} = 0) \right\}, \quad (3.97)$$

$$\tau_{gr}^{III} = \left\{ \underset{\tau}{\text{solve}} (|\rho(0, \tau) - \rho_2(0)| - \varepsilon^{III} = 0), \underset{\tau}{\text{solve}} (|j(1, \tau) - j_2| - \varepsilon^{III} = 0) \right\}, \quad (3.98)$$

$$\tau_{gr}^{IV} = \left\{ \underset{\tau}{\text{solve}} (|\rho(0, \tau) - \rho_2(0)| - \varepsilon^{IV} = 0), \underset{\tau}{\text{solve}} (|j(0, \tau) - j_2| - \varepsilon^{IV} = 0), \underset{\tau}{\text{solve}} (|j(1, \tau) - j_2| - \varepsilon^{IV} = 0) \right\}, \quad (3.99)$$

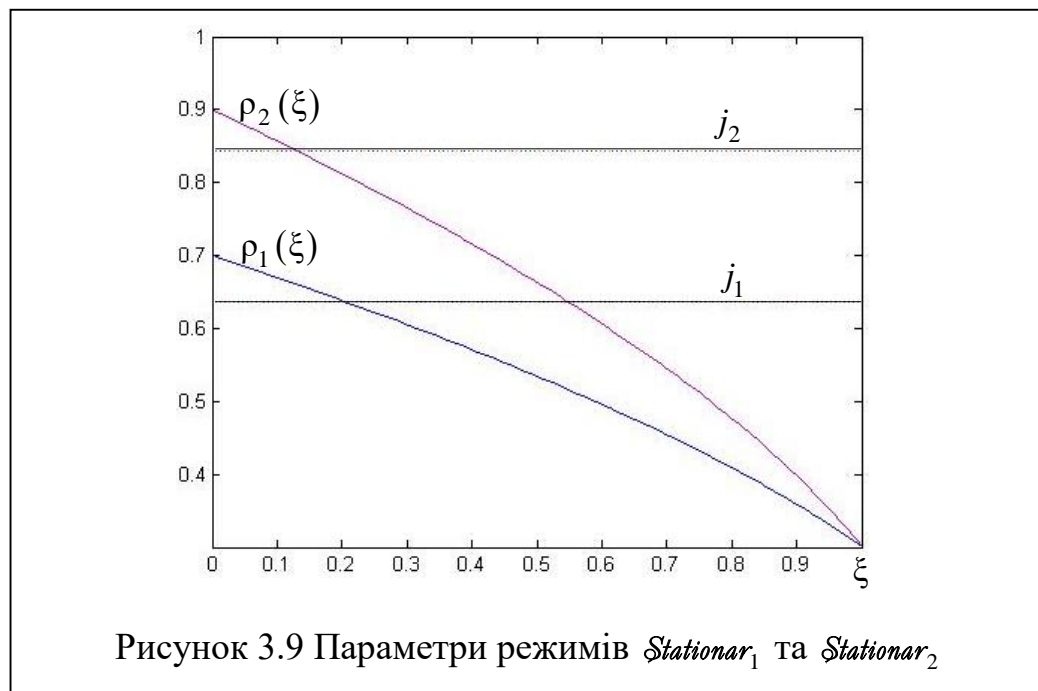
$$\tau_{gr}^V = \left\{ \underset{\tau}{\text{solve}} (|j(0, \tau) - j_2| - \varepsilon^V = 0), \underset{\tau}{\text{solve}} (|\rho(1, \tau) - \rho_2(1)| - \varepsilon^V = 0), \underset{\tau}{\text{solve}} (|j(1, \tau) - j_2| - \varepsilon^V = 0) \right\}. \quad (3.100)$$

Застосуємо запропоновані моделі керування перехідними режимами для дослідження розроблених алгоритмів чисельного моделювання таких процесів.

3.4. ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ КЕРУВАННЯ ПЕРЕХІДНИМИ РЕЖИМАМИ РОБОТИ МАГІСТРАЛЬНОГО ГАЗОПРОВОДУ

Щоб оцінити ефективність розроблених математичних моделей, методів та алгоритмів, обмежуючись ізотермічним наближенням, провели у середовищі GNU Octave чисельне дослідження внутрішніх параметрів перехідних процесів, які виникають у довгому трубопроводі за різних моделей керування. Розглядали два стаціонарні режими роботи газопроводу $Stationar_1$ та $Stationar_2$. Перший режим визначається значеннями параметрів: безрозмірна густина на вході $\rho_1^{in} = 0.7$, на виході $\rho_1^{out} = 0.3$, безрозмірна густина масового потоку $j_1 = 0.6372$. Параметри режиму $Stationar_2$ відповідно $\rho_2^{in} = 0.9$, $j_2 = 0.8443$, $\rho_2^{out} = 0.3$.

На рис. 3.9, наведені графіки розподілу безрозмірних густини $\rho_1(\xi)$, $\rho_2(\xi)$ та густини потоків j_1 , j_2 у трубопроводі за першого та другого стаціонарних режимів.



Під час процесу $Fransient_{1-2}$ (переведення газопроводу із режиму $Stationar_1$ на режим $Stationar_2$) навантаження на газопровід зростає (підвищується тиск і витрата), а зворотній процес $Fransient_{2-1}$ знижує навантаження (тиск і витрата у газопроводі зменшуються). Можливі різні способи реалізації процесів $Fransient_{1-2}$, як і зворотних

процесів $Transient_{2-1}$. Із використанням числових експериментів ми кількісно дослідили деякі перехідні процеси, використовуючи різні моделі та алгоритми керування, які розглянуті у цьому розділі. Розглядали горизонтальний трубопровід довжиною 100 км та діаметром 1.420м. Характерні значення параметрів стану газу: тиску $P_t = 6.665$ МПа, температури $T_t = 300$ К, а характерне значення густини газу, обчислене на цій основі з використанням термічного рівняння стану, становить $D_t = 48.2016$ кг/м³. За типову витрату прийняли значення $Q_t = 86 \cdot 10^6$ м³/день.

Обчислені за цим значення типова густина масового потоку в трубопроводі становить $J_t = 467.8117$ кг/(м² · с), типова швидкість руху газу – $V_t = 9.7053$ м/с, типові швидкість звуку, число Маха та характерний час становлять відповідно $C_t = 396.6253$ м/с, $Ma = 0.0245$ та $t_t = 252.1271$ с відповідно. Для розрахунку коефіцієнту гідравлічного опору еквівалентну висоту нерівностей внутрішньої стінки труби приймали рівною $3.3 \cdot 10^{-5}$.

3.4.1. Модель керування BVP_1

За цієї моделі зовнішніми функціями керування є задані залежності $\rho^{in}(\tau)$ та $\rho^{out}(\tau)$, які визначають зміну в часі безрозмірної густини на вході і виході трубопроводу. Оскільки густина газу пов'язана термічним рівнянням стану з його тиском, то така модель відповідає керуванню перехідним процесом шляхом контрольованої зміни в часі тиску на вході і виході. Множина зовнішніх параметрів керування Π_K містить значення густини на вході $\rho_{1/2}^{in}$ і виході $\rho_{1/2}^{out}$ для двох стаціонарних режимів $Stationar_1$ та $Stationar_2$, а також параметри $\tau_{start}^{\rho^{in/out}}$ та $\tau_{end}^{\rho^{in/out}}$.

3.4.1.1. Завантаження газопроводу: підвищення густини на вході

Розглянемо реалізацію перехідного процесу $Transient_{1-2}$ шляхом підвищення густини на вході за підтримання сталого її значення на виході. Процес переведення газопроводу зі стаціонарного режиму $Stationar_1$ з параметрами $\rho_1^{in} = 0.7$, $\rho_1^{out} = 0.3$ у

інший стаціонарний режим $Stationar_2$ з параметрами $\rho_2^{in} = 0.9$, $\rho_2^{out} = 0.3$. Оскільки у цьому випадку $\rho^{out}(\tau) = 0.3 = \text{const}$, то перехідний процес визначає єдина функція керування $\rho^{in}(\tau)$, яка встановлює залежність густини на вході, як функції часу τ .

Для цієї функції вибрали наступні значення часових параметрів: $\tau_{start}^{\rho^{in}} = 25$, $\tau_{end}^{\rho^{in}} = 75$

Тож, множина параметрів керування визначалася як

$$\Pi_1^1 = \{\rho_1^{in} = 0.7, \rho_1^{out} = 0.3, \rho_2^{in} = 0.9, \rho_2^{out} = 0.3, \tau_{start}^{\rho^{in}} = 25, \tau_{end}^{\rho^{in}} = 75\}. \quad (3.101)$$

На рис. 3.10, 3.11 показані графіки функції керування перехідним процесом $\rho^{in}(\tau)$, а також внутрішніх функцій – безрозмірної густини масового потоку на вході $j^{in}(\tau)$ та виході $j^{out}(\tau)$, розраховані на основі отриманого розв'язку задачі $\mathcal{W}\mathcal{P}_1$ із застосуванням неперервної та кусково-лінійної моделей функції керування.

На рис. 3.12 показані графіки залежностей $\tilde{j}^{in}(\tau) = j^{in}(\tau) - j_2$ та $\tilde{j}^{out}(\tau) = j^{out}(\tau) - j_2$, за якими можна оцінити тривалість τ_{gr} перехідного процесу. Із графіків випливає: якщо вибрати $\varepsilon = 2 \cdot 10^{-2}$, то $\tau_{st} \approx 93$, а буде $\tau_{gr} = \tau_{st} - \tau_{start}^{\rho^{in}} \approx 68$. У розмірних величинах $t_{gr} = t_t \cdot \tau_{gr}$, це – 17136 с або 4.76 год.

На рис. 3.13 – 3.16 наведені розподіли безрозмірних густини, тиску, густини масового потоку та сили тертя у трубопроводі за різних значень часу τ . Криві 1 та 7 на рисунках 3.12 – 3.15 відповідають безрозмірним значенням густини і масового потоку для стаціонарних режимів 1 та 2.

На рисунках 3.17, 3.18 показані залежності від часу внутрішніх інтегральних параметрів – маси $M(\tau)$ газу, що заповнює трубу, потужності втрат на подолання сил в'язкого тертя $W^R(\tau)$.

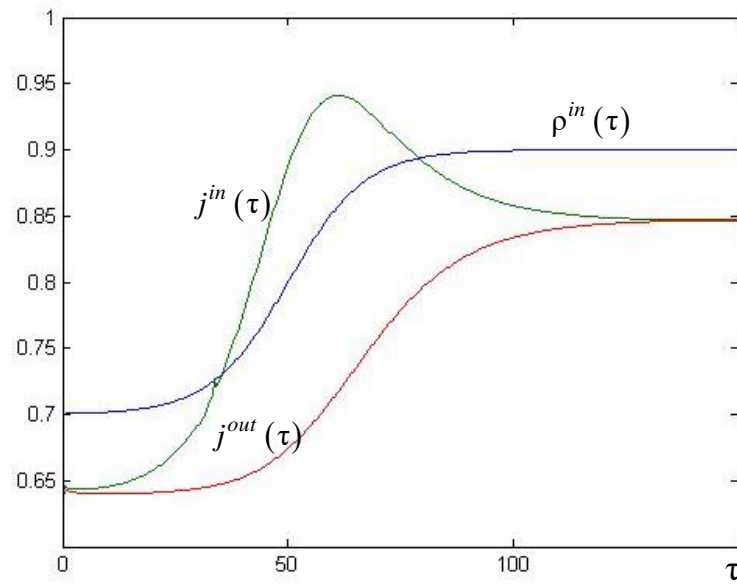


Рисунок 3.10. Функція керування та внутрішні локальні функції перехідного процесу $Transient_{1-2}(\mathcal{BVP}_1, \Pi_1^1)$ для неперервної моделі

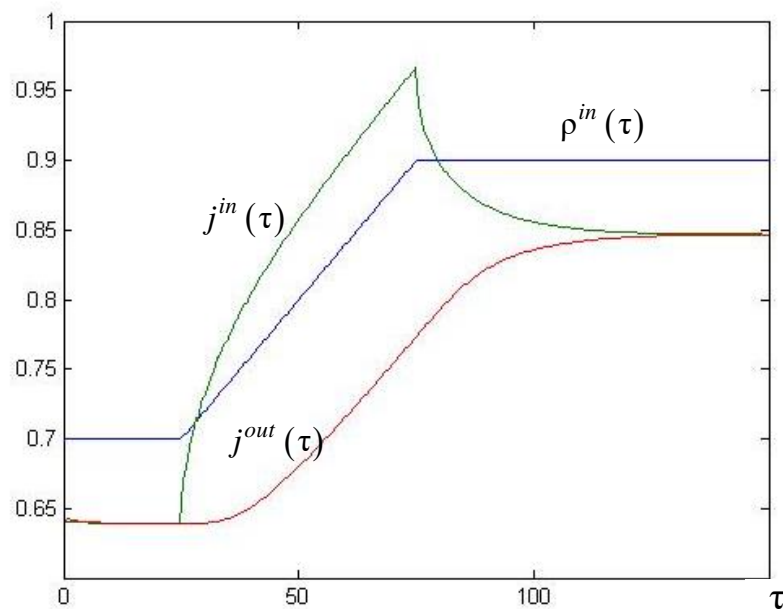


Рисунок 3.11. Функція керування та внутрішні локальні функції перехідного процесу $Transient_{1-2}(\mathcal{BVP}_1, \Pi_1^1)$ для кусково-лінійної моделі

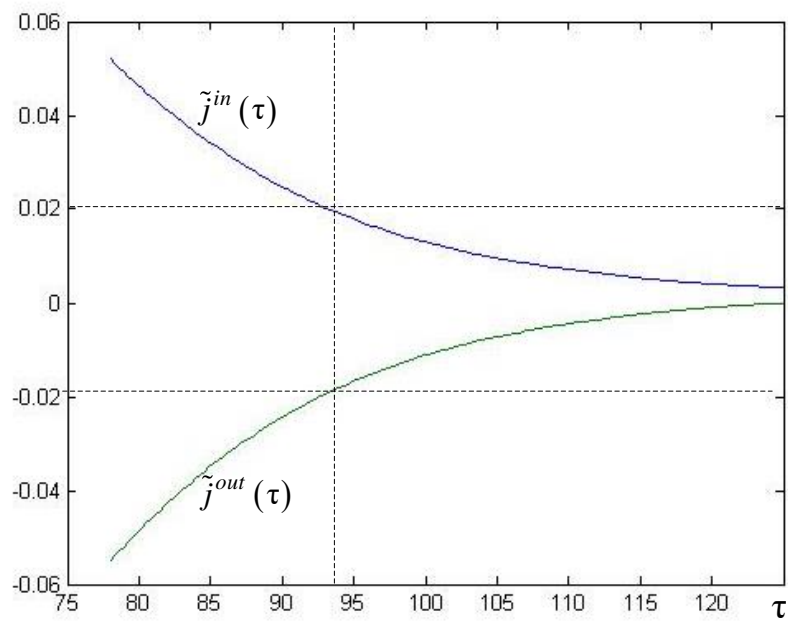
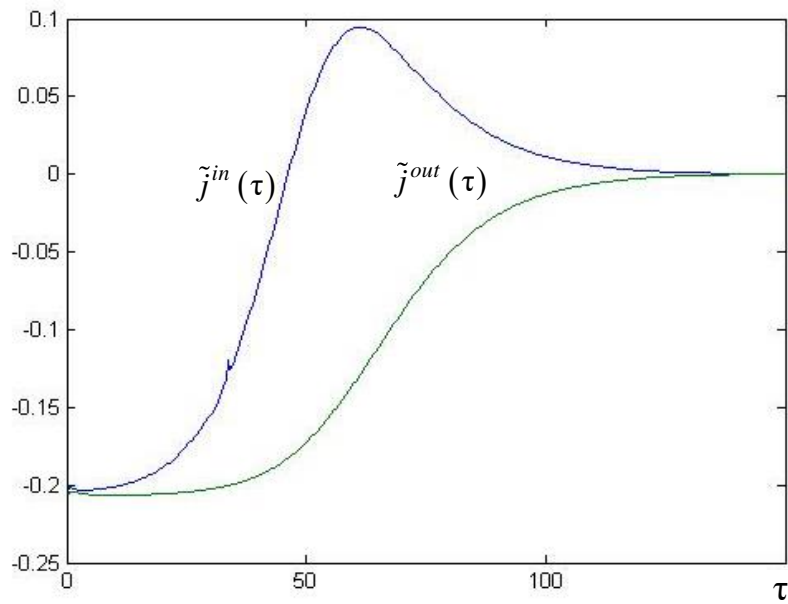


Рисунок 3.12. До визначення тривалості перехідного процесу

$$\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_1, \Pi_1^1)$$

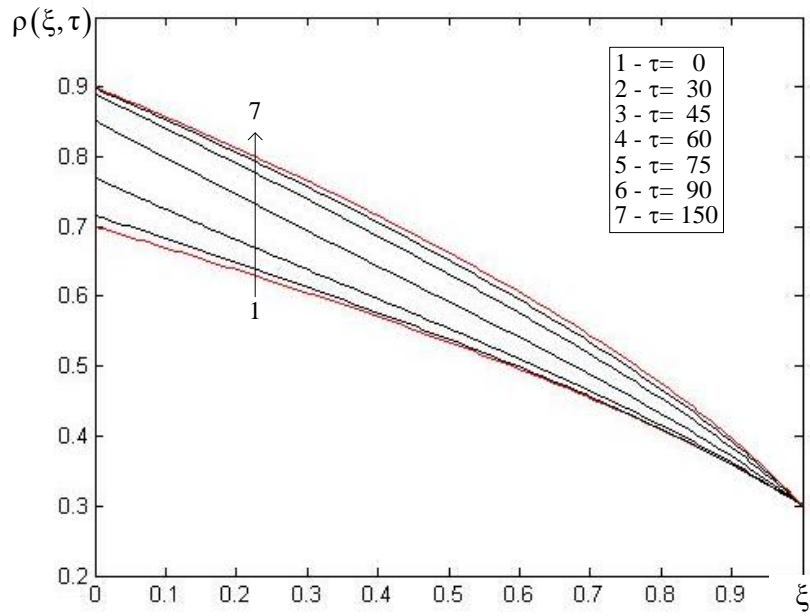


Рисунок 3.13. Розподіли безрозмірної густини в трубопроводі за перехідного процесу $Transient_{1-2}(BVP_1, \Pi_1^1)$

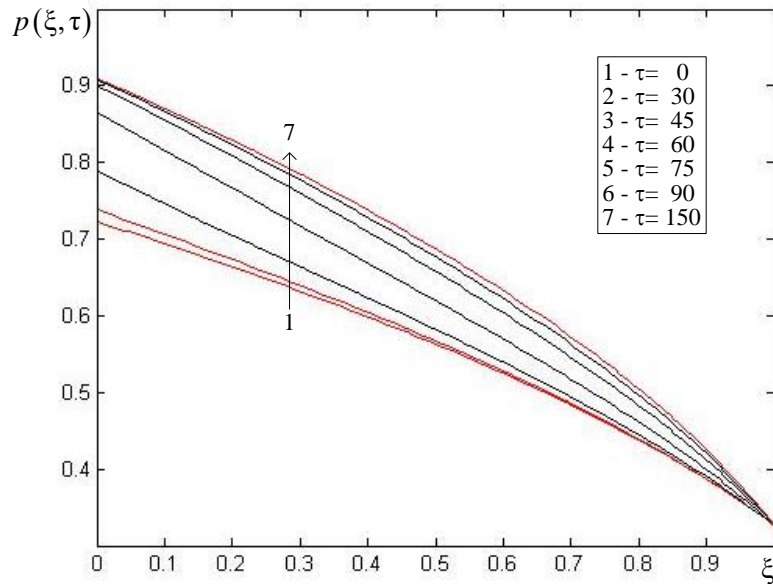
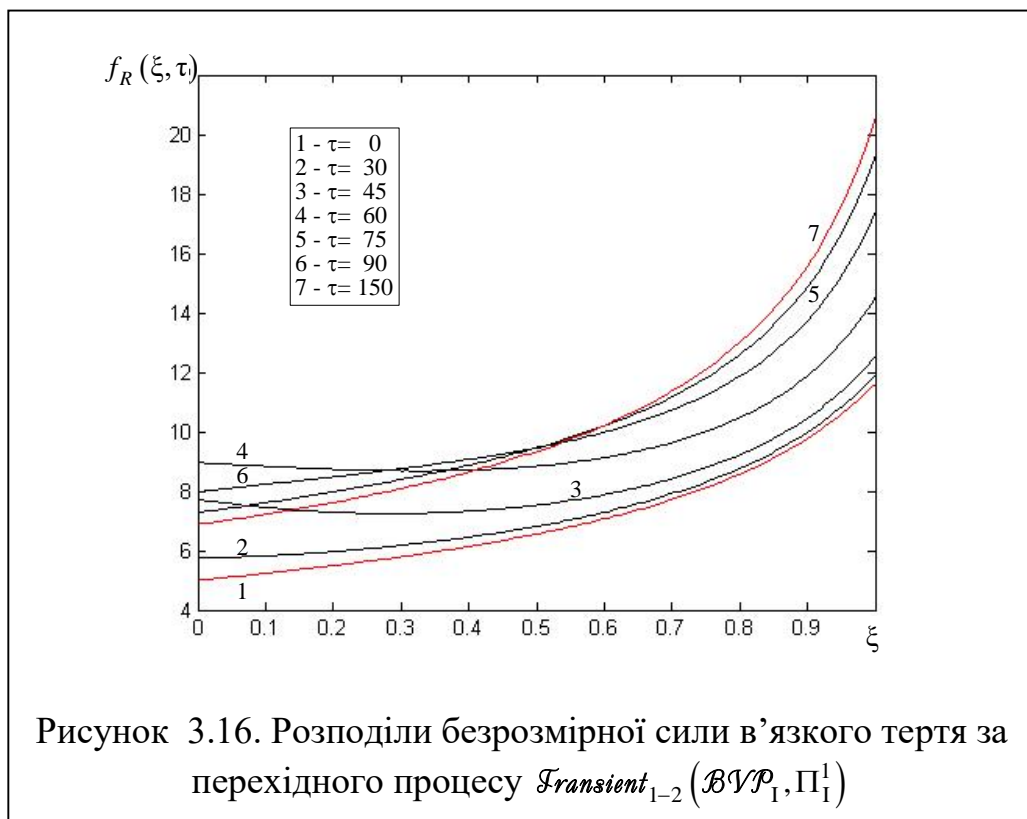
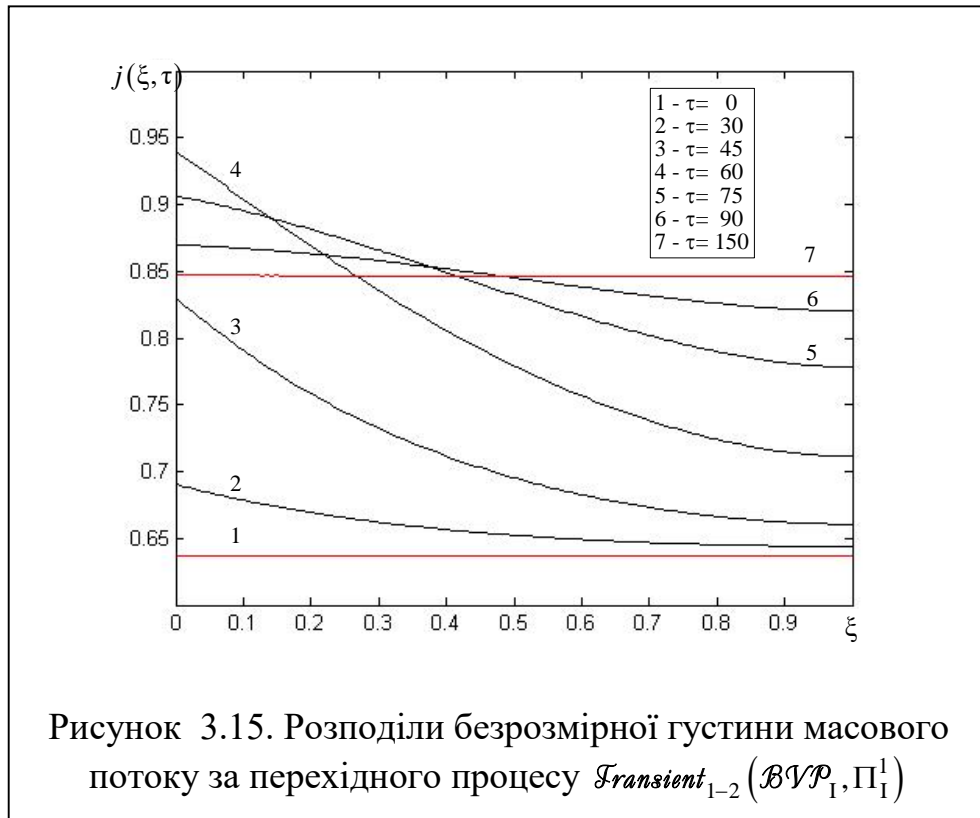


Рисунок 3.14. Розподіли безрозмірного тиску в трубопроводі за перехідного процесу $Transient_{1-2}(BVP_1, \Pi_1^1)$



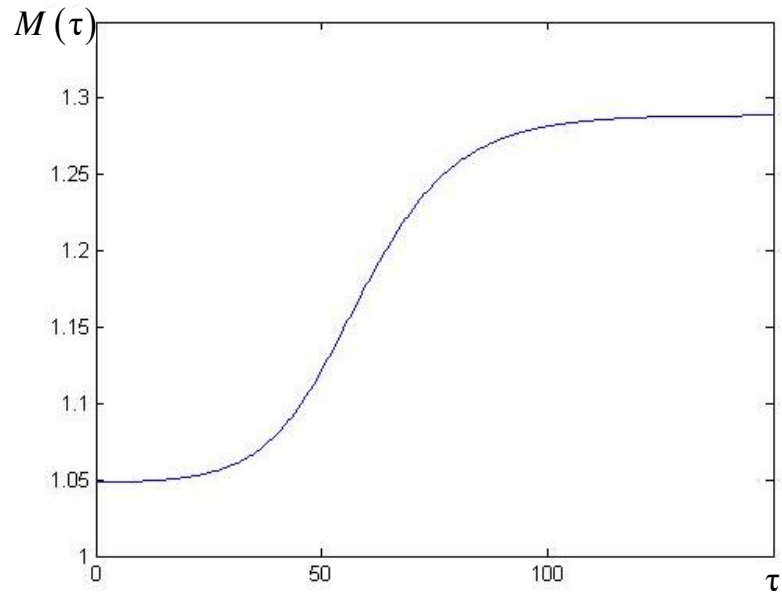


Рисунок 3.17. Зміна маси газу, що заповнює трубопровід за перехідного процесу $Transient_{1-2}(BVP_1, \Pi_1^1)$

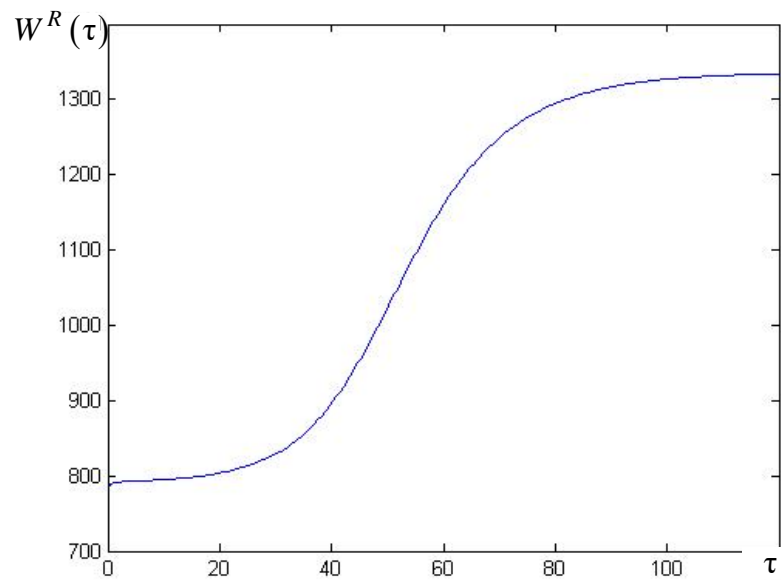


Рисунок 3.18. Зміна потужності сил в'язкого тертя за перехідного процесу $Transient_{1-2}(BVP_1, \Pi_1^1)$

Щоб оцінити вплив швидкості зростання функції керування на параметри перехідного процесу застосуємо функцію $\rho^{(in)}(t)$ з коротшим періодом зміни $\Delta\tau^{\rho^{in}} = \tau_{end}^{\rho^{in}} - \tau_{start}^{\rho^{in}}$, залишаючи незмінними параметри першого та другого стаціонарних процесів. Для цього вибираємо таку множину параметрів керування

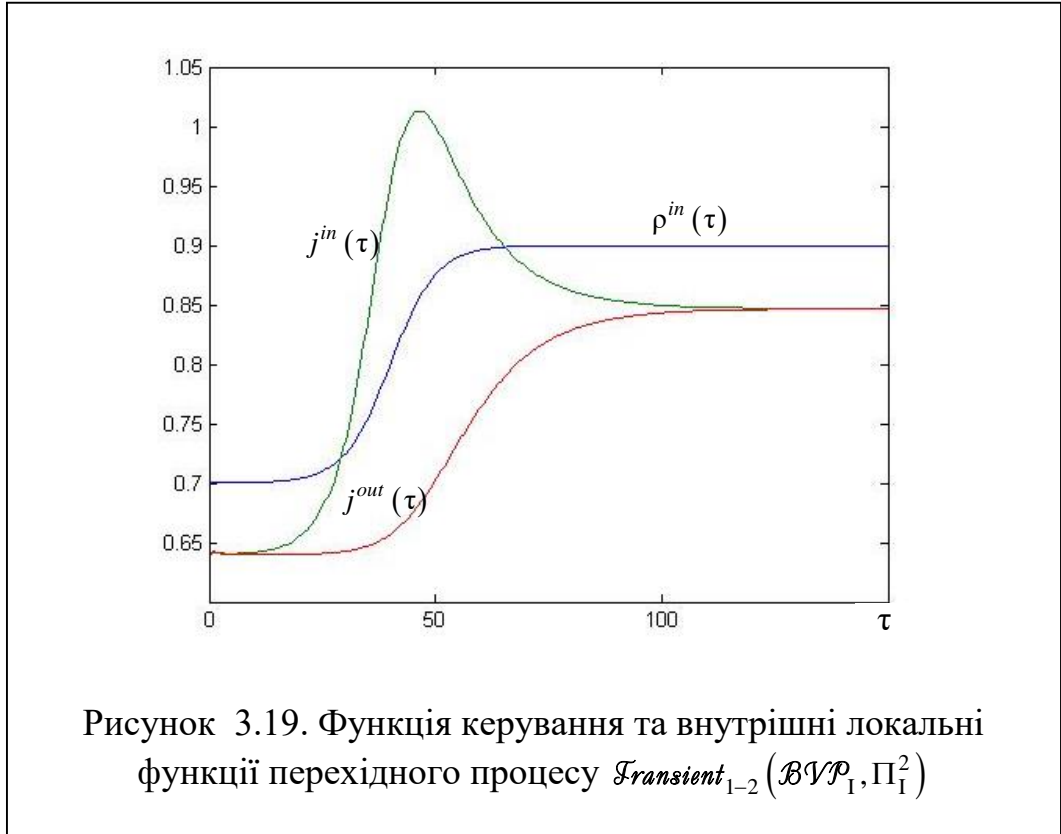
$$\Pi_1^2 = \left\{ \rho_1^{in} = 0.7, \rho_1^{out} = 0.3, \rho_2^{in} = 0.9, \rho_2^{out} = 0.3, \tau_{start}^{\rho^{in}} = 25, \tau_{end}^{\rho^{in}} = 55 \right\}, \quad (3.102)$$

зменшуючи тривалість зростання $\tau_{end}^{\rho^{in}} - \tau_{start}^{\rho^{in}}$ функції $\rho^{(in)}(t)$ зі значення $\Delta\tau^{\rho^{in}} = 50$ до $\Delta\tau^{\rho^{in}} = 30$.

На рис. 3.19–3.25 наведені результати дослідження внутрішніх параметрів перехідного процесу з параметрами керування (3.102), отримані виходячи із чисельного розв'язку задачі \mathcal{IVP}_1 .

На рис. 3.19 показані графічні залежності функції керування $\rho^{in}(\tau)$ та внутрішніх локальних функцій $j^{in}(\tau)$ та $j^{out}(\tau)$. Функції безрозмірної густини масового потоку на вході $j^{in}(\tau)$ та виході $j^{out}(\tau)$, обчислені для множини параметрів (3.102) якісно подібні до тих, що обчислені для (3.101). Проте є кількісні відмінності, – розмах функції $j^{in}(\tau)$ істотно зріс. Якщо для параметрів (3.101) максимальне значення потоку $j^{in}(\tau)$ складає 0.943, то у випадку (3.102) – 1.013.

З похибкою $\varepsilon = 0.02$ процес $\mathcal{Transient}_{1-2}(\mathcal{BVP}_1, \Pi_1^2)$ (див. рис.3.20) виходить на стаціонарний режим за $\tau_{st} \approx 79$ (значення 78.8471, знайдене числовим методом). Тож тривалість перехідного процесу у безрозмірних одиницях часу складає $\tau_{gr} = \tau_{st} - \tau_{start}^{\rho^{in}} \approx 54$ проти значення 69, яке спостерігається у випадку (3.101).



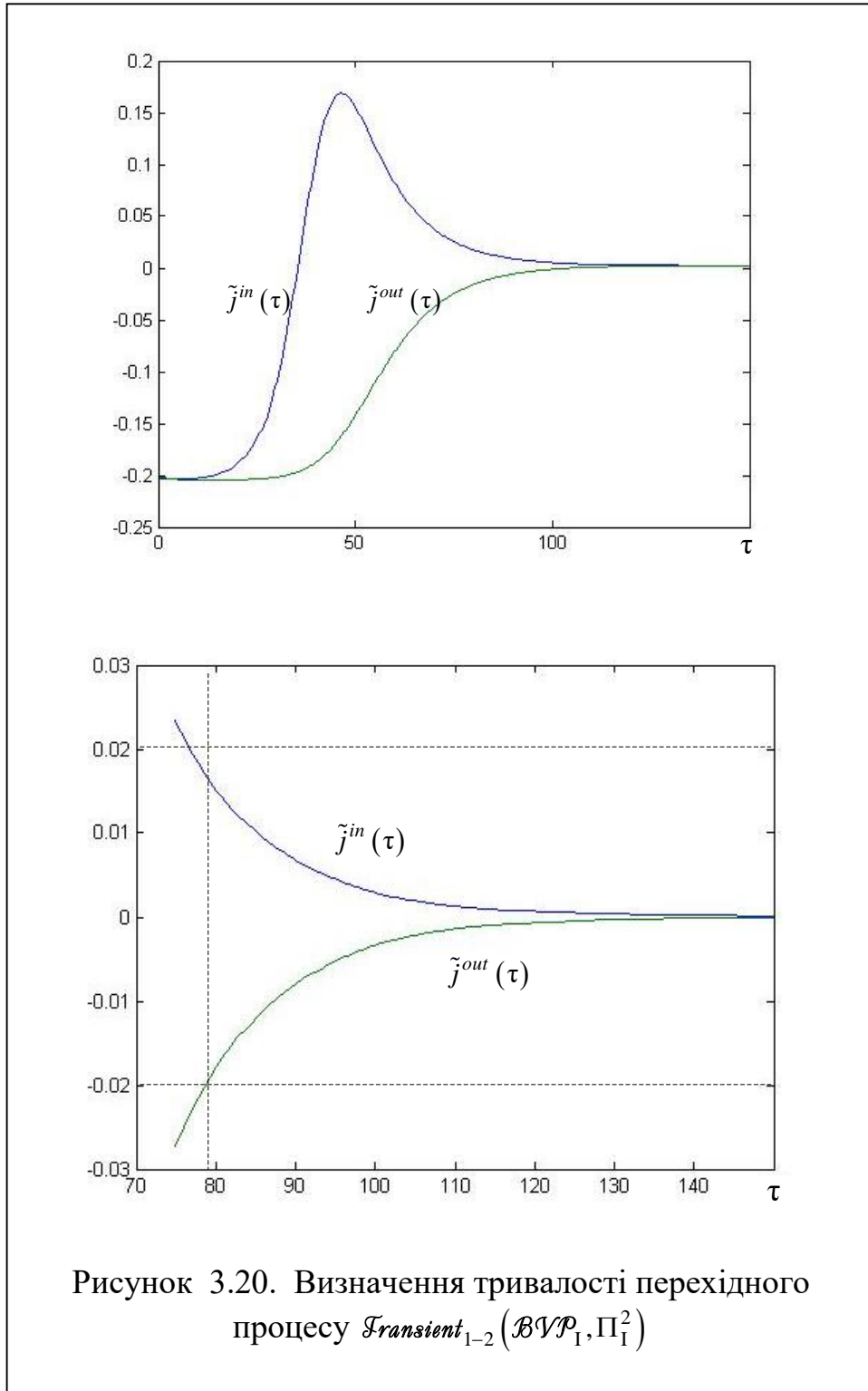
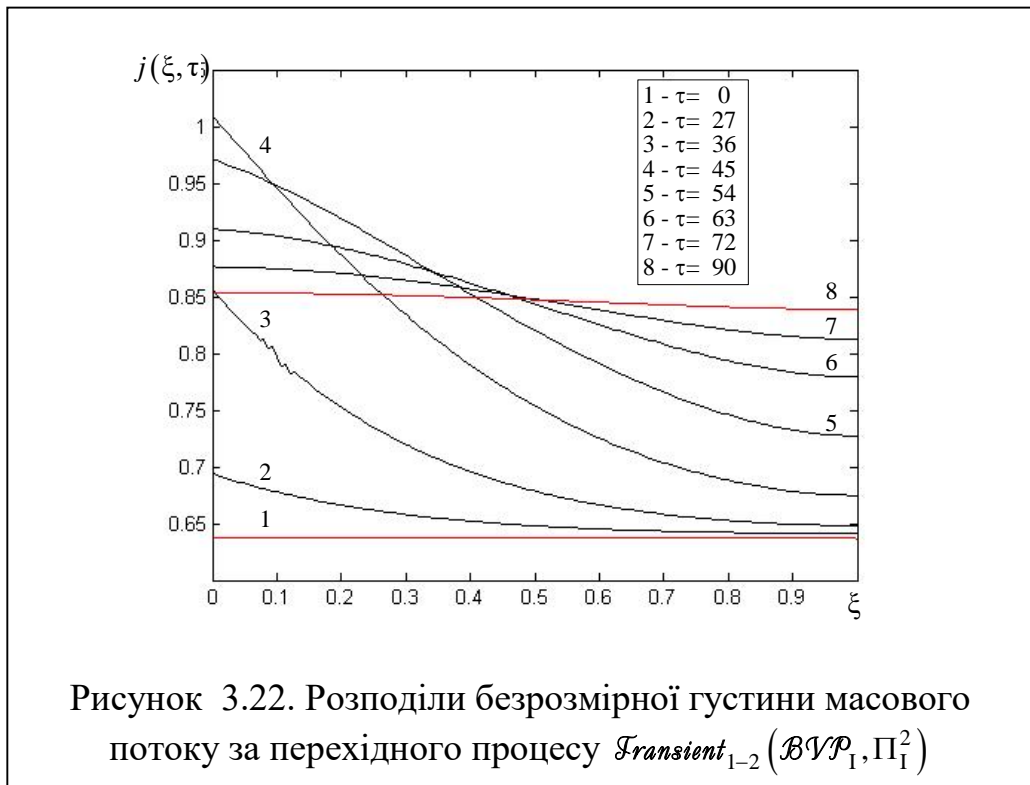
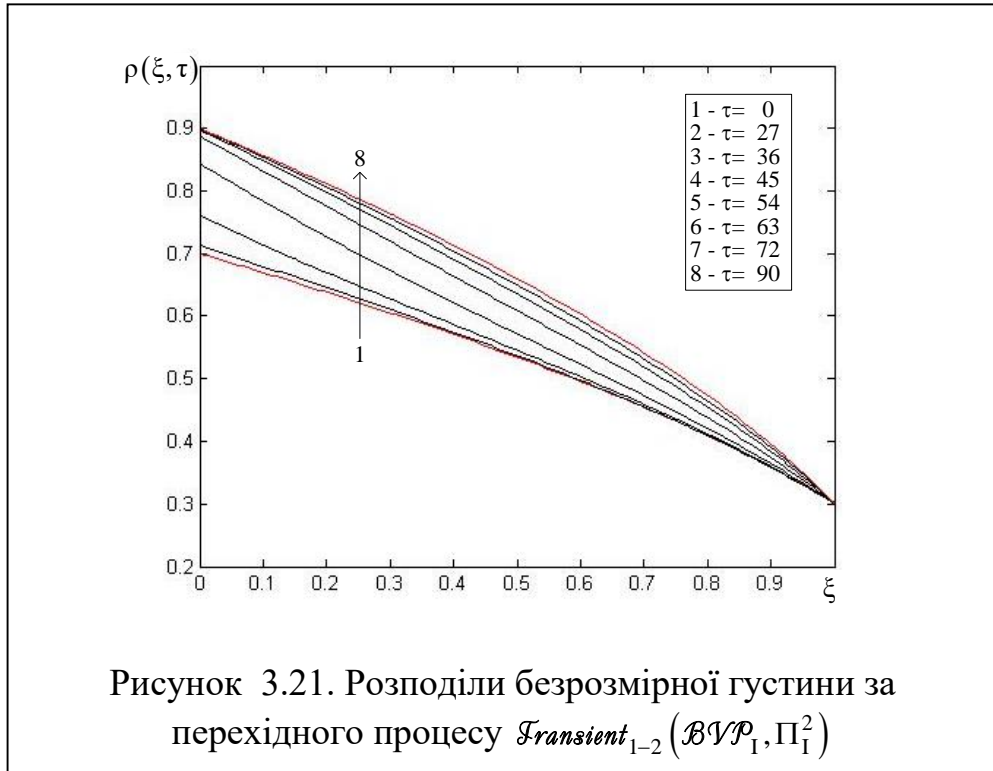
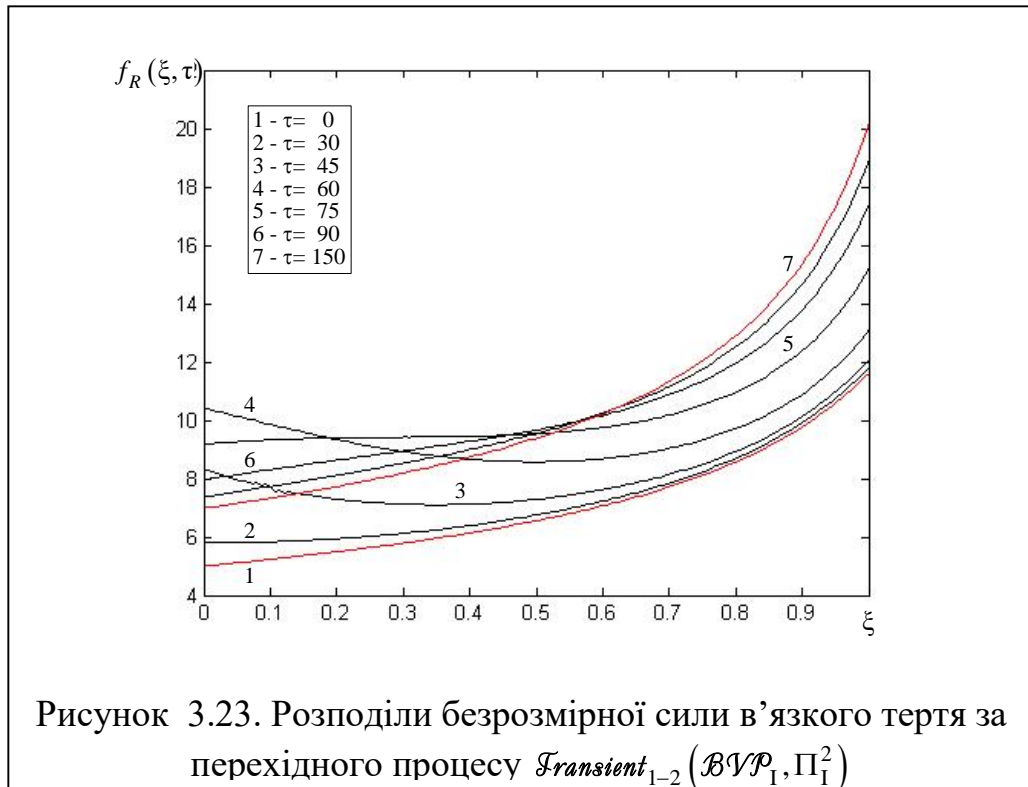


Рисунок 3.20. Визначення тривалості перехідного процесу $\mathcal{T}ransient_{1-2}(BVP_1, \Pi_1^2)$





Як впливає із рисунків 3.21 – 3.23, зі збільшенням швидкості зростання функції керування $\rho^{in}(\tau)$ характер зміни внутрішніх локальних параметрів перехідного процесу – густини $\rho(\xi, \tau)$, масового потоку $j(\xi, \tau)$ та сили в'язкого тертя $f^R(\xi, \tau)$ – якісно не змінюється. Проте, помітні кількісні відмінності внутрішніх функцій порівняно із випадком алгоритму керування $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_1, \Pi_1^1)$: на початковій стадії розвитку перехідного процесу (в межах інтервалу зміни функції керування) градієнти цих функцій в околі входу істотно зростають.

На рис. 3.24, 3.25 наведені графіки залежності від часу внутрішніх інтегральних параметрів – маси $M(\tau)$ та потужності сил тертя $W^R(\tau)$, обчислених для множини параметрів керування (3.102). Тут можемо спостерігати збільшення швидкості змін цих функцій на початковій фазі розвитку перехідного процесу, порівняно із випадком (3.101).

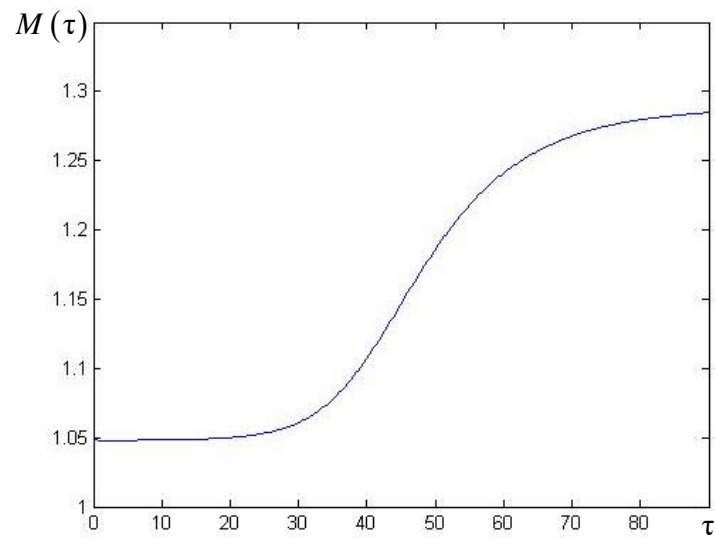


Рисунок 3.24. Зміна маси газу, що заповнює трубопровід за перехідного процесу $Transient_{1-2}(\mathcal{BVP}_I, \Pi_I^2)$

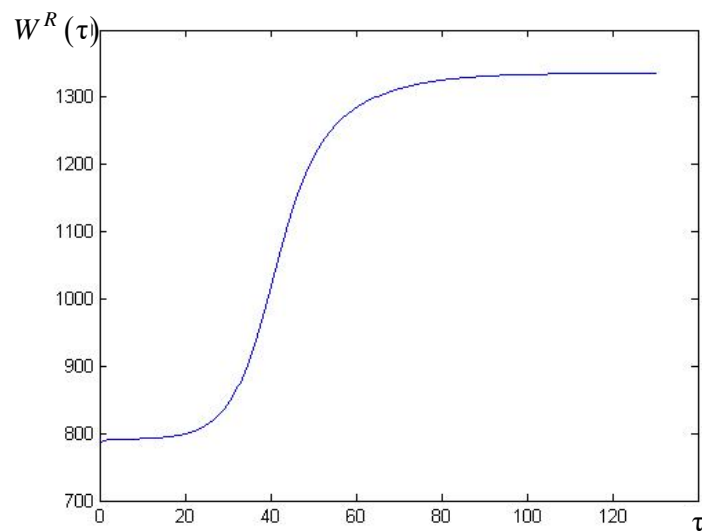


Рисунок к 3.25. Зміна потужності сил в'язкого тертя за перехідного процесу $Transient_{1-2}(\mathcal{BVP}_I, \Pi_I^2)$

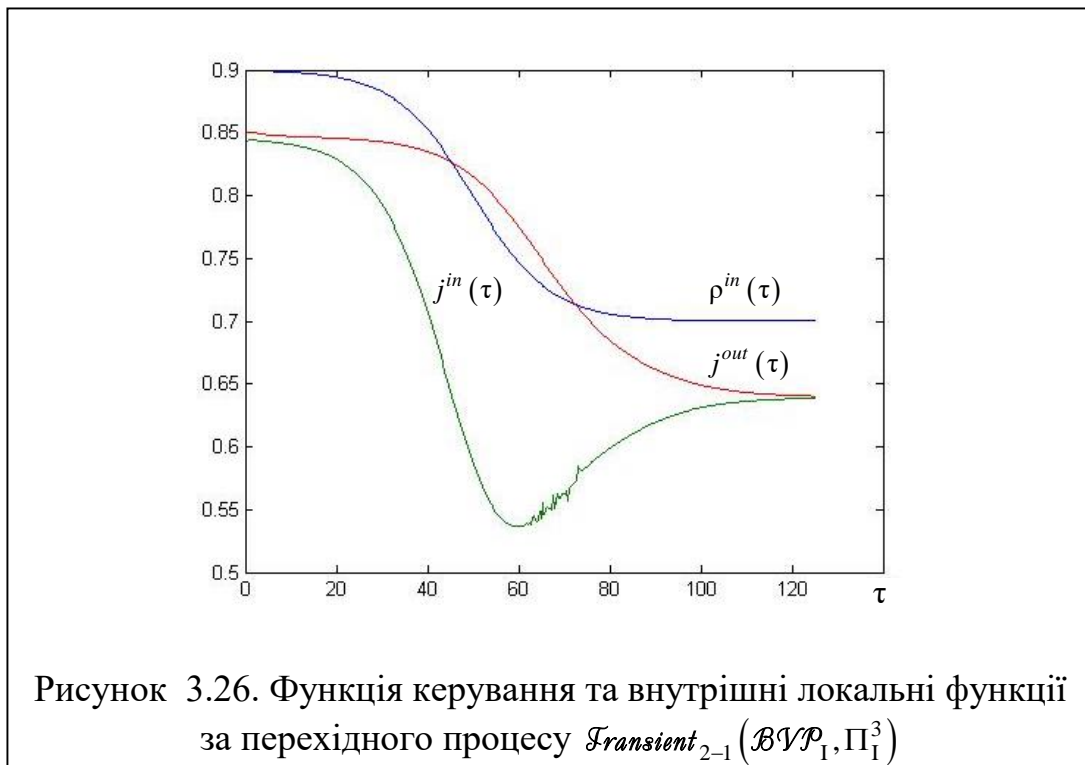
3.4.1.2. Розвантаження газопроводу: зменшення густини на вході

Дослідимо тепер перехідний процес $\mathcal{F}ransient_{2-1}$, яких виникає коли знижують тиск на вході в трубопровід, залишаючи незмінним значення тиску на виході. Цьому процесові у нашій моделі відповідає зниження густини газу на вході за сталого значення густини на виході. Виберемо наступні значення параметрів керування

$$\Pi_1^3 = \{ \rho_1^{in} = 0.9, \rho_1^{out} = 0.3, \rho_2^{in} = 0.7, \rho_1^{out} = 0.3, \tau_{start}^{p^{in}} = 25, \tau_{end}^{p^{in}} = 75 \}. \quad (3.103)$$

Тобто за таким алгоритмом керування значення безрозмірної густини газу на вході знижується з 0.9 до 0.7 за проміжок безрозмірного часу 50. Густина на виході залишається незмінною – вона дорівнює 0.30.

Графіки внутрішніх функцій перехідного процесу, який виникає за такого керування наведені на рис. 3.26- 3.32.



Із рис. 3.27 випливає, що вибираючи $\varepsilon = 0.02$, отримаємо $\tau_{St} \approx 91$ (точніше 91.2281) а тривалість перехідного процесу $\tau_{Gr} = \tau_{St} - \tau_{start}^{p^{in}} \approx 66$.

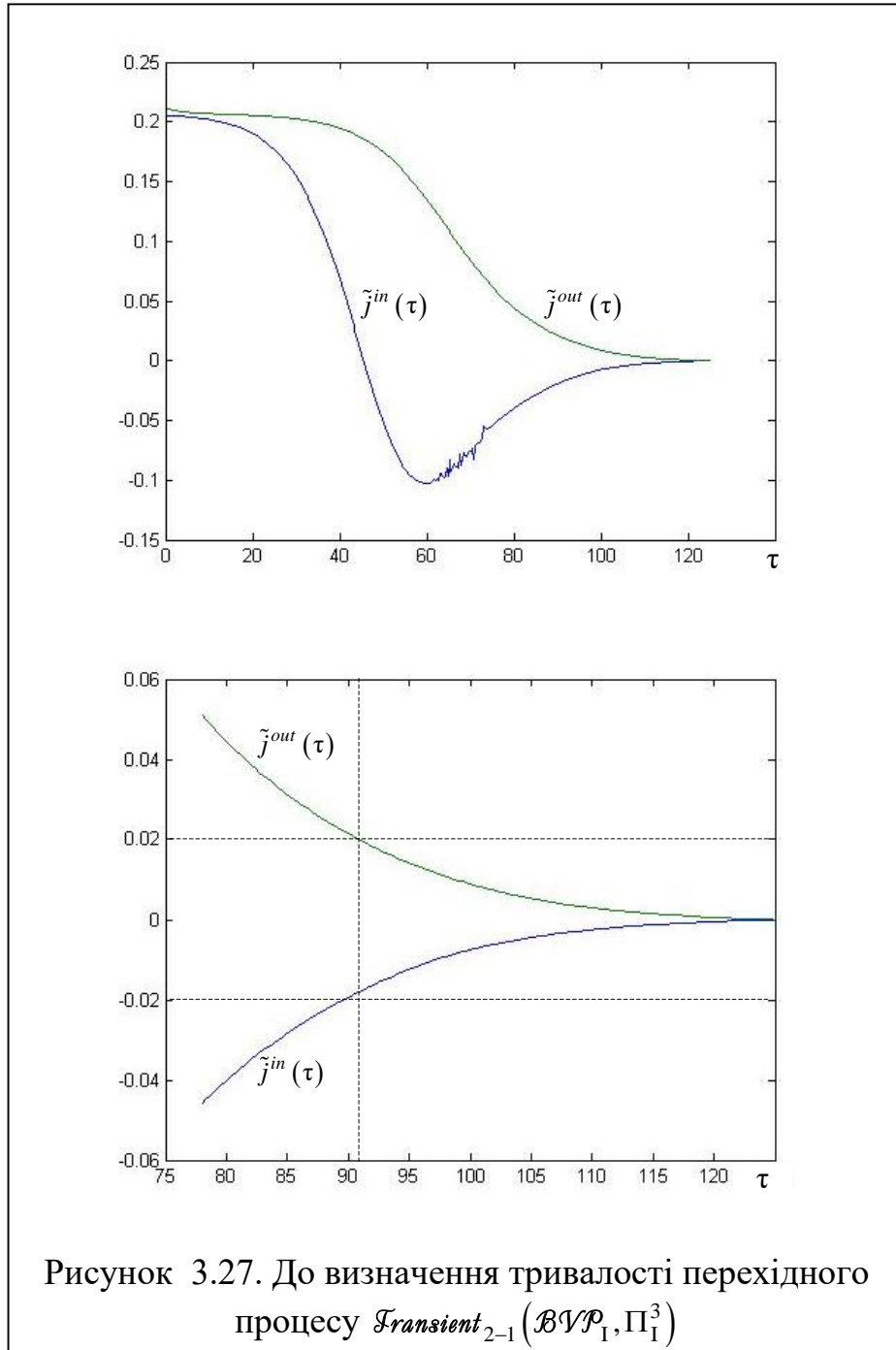


Рисунок 3.27. До визначення тривалості перехідного процесу $Transient_{2-1}(BVP_1, \Pi_1^3)$

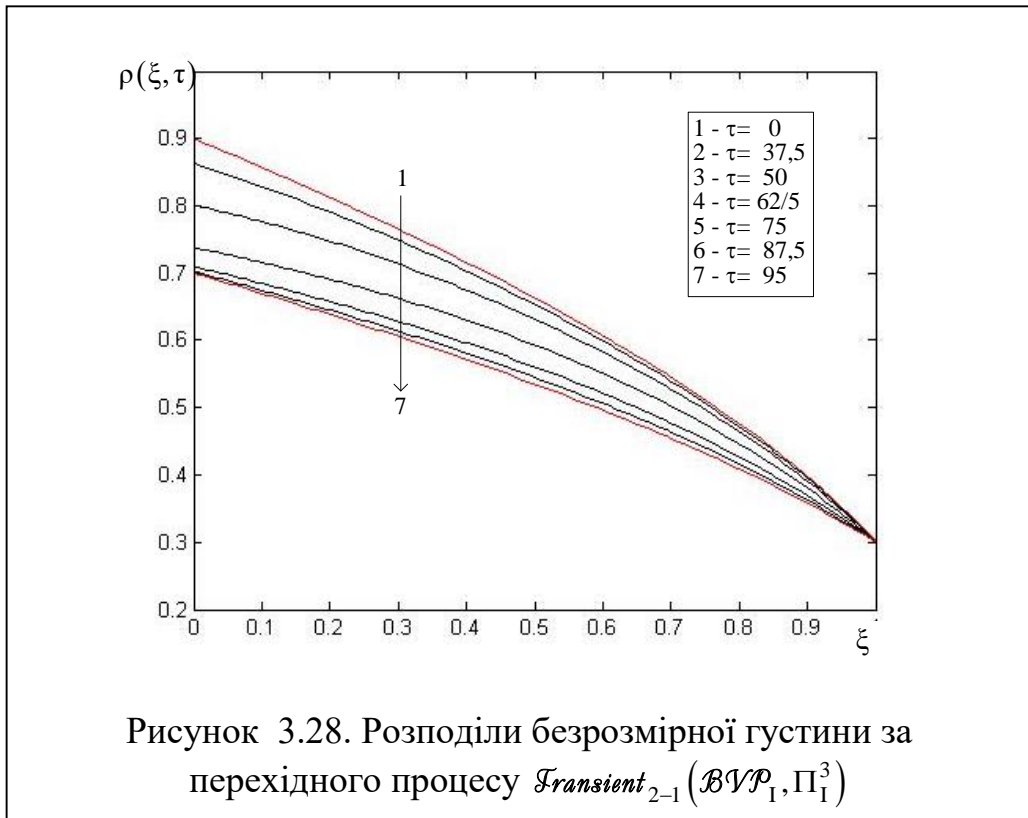


Рисунок 3.28. Розподіли безрозмірної густини за перехідного процесу $Transient_{2-1}(BVP_1, \Pi_1^3)$

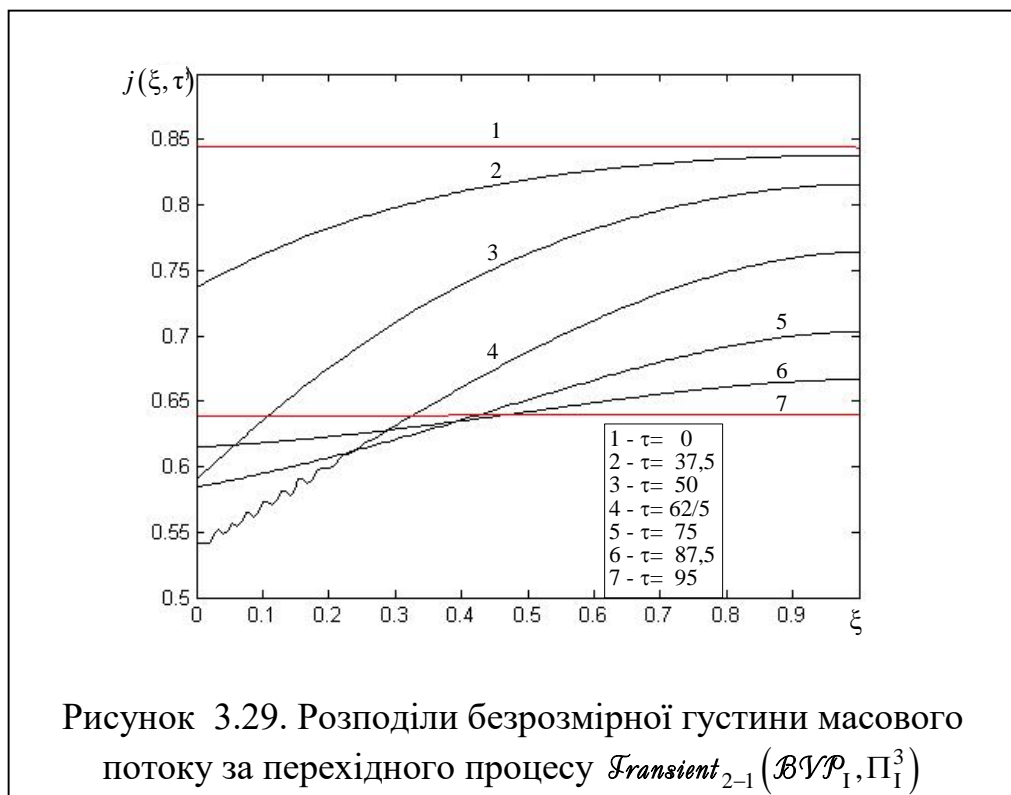
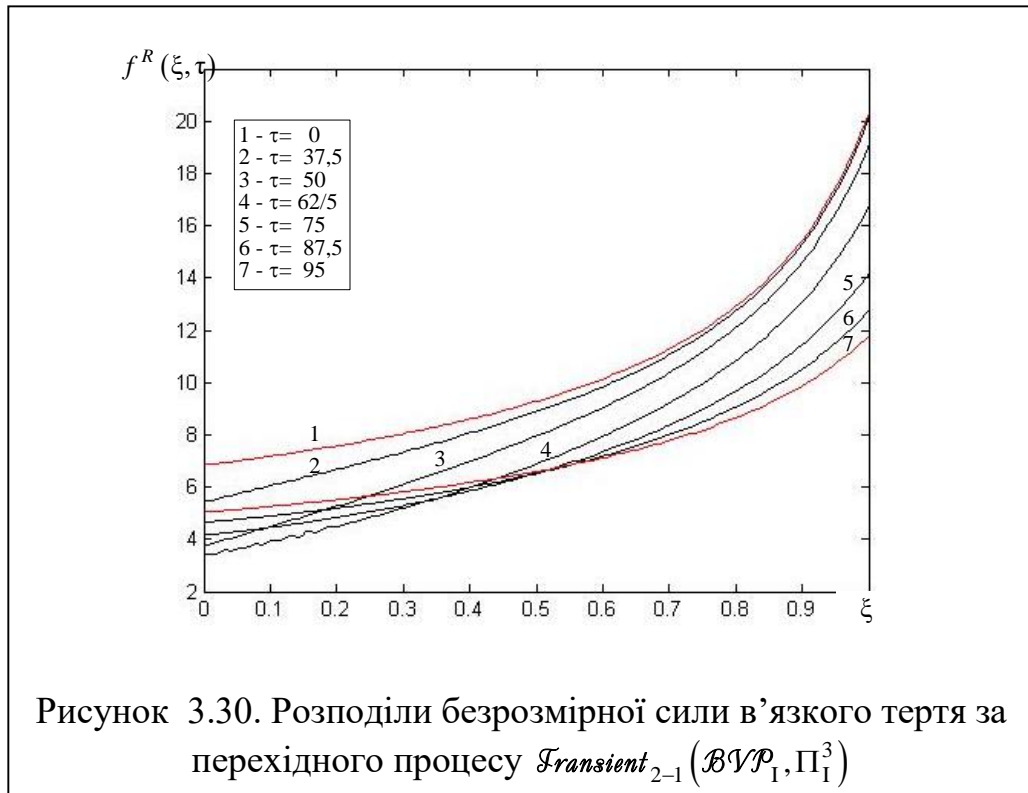


Рисунок 3.29. Розподіли безрозмірної густини масового потоку за перехідного процесу $Transient_{2-1}(BVP_1, \Pi_1^3)$



Розглянуті алгоритми керування – перший, який визначає множина параметрів Π_1^1 , та другий, визначений множиною Π_1^3 , є взаємно обернені. Перший переводить газопровід із режиму $Stationar_1$ ($\rho^{in} = 0.7$, $\rho^{out} = 0.3$, $j_1 = 0.6372$) у режим $Stationar_2$ ($\rho^{in} = 0.9$, $\rho^{out} = 0.3$, $j_2 = 0.8443$), нарощуючи густину на вході від значення $\rho^{in} = 0.7$ до $\rho^{in} = 0.9$ впродовж проміжку часу $\tau_{end}^{\rho^{in}} - \tau_{start}^{\rho^{in}} = 50$ та утримуючи незмінним значення $\rho^{out} = 0.3$. Другий алгоритм переводить газопровід із режиму $Stationar_2$ у $Stationar_1$, знижуючи значення густини на вході з 0.9 до 0.7 впродовж того ж проміжку. Зіставляючи графіки на рис. 3.9, 3.12 – 3.15 з графіками, що на рис. 3.25, 3.27 – 3.29, можемо помітити якісну відповідність між ними. Проте, кількісної відповідності немає, що є проявом нелінійності задачі BVP_1 .

Це стосується також і внутрішніх функцій – $M(\tau)$ та $W^R(\tau)$, графіки яких для параметрів керування (3.103) подані на рис. 3.31, 3.32 для параметрів (3.101) – на рис. 3.17 – 3.17.

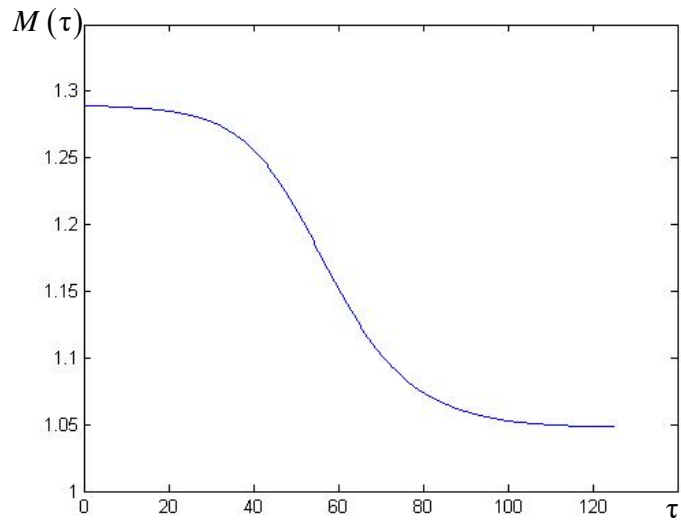


Рисунок 3.31. Зміна маси газу, що заповнює трубопровід за перехідного процесу $Transient_{2-1}(BVP_1, \Pi_1^3)$

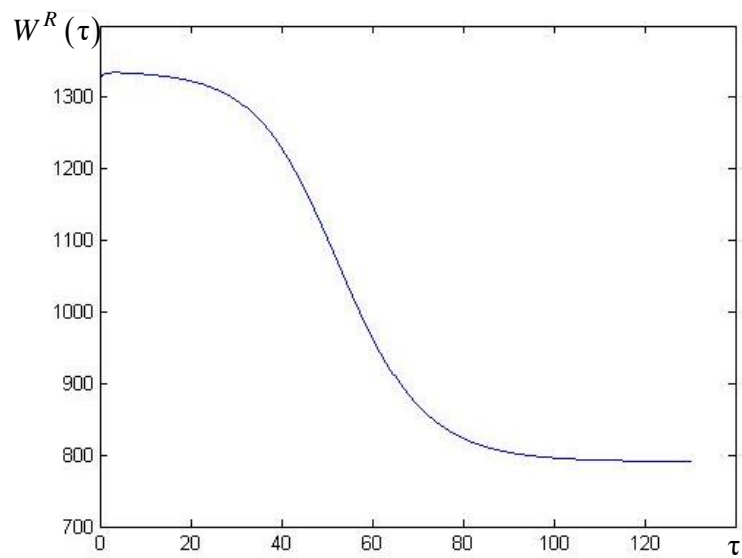
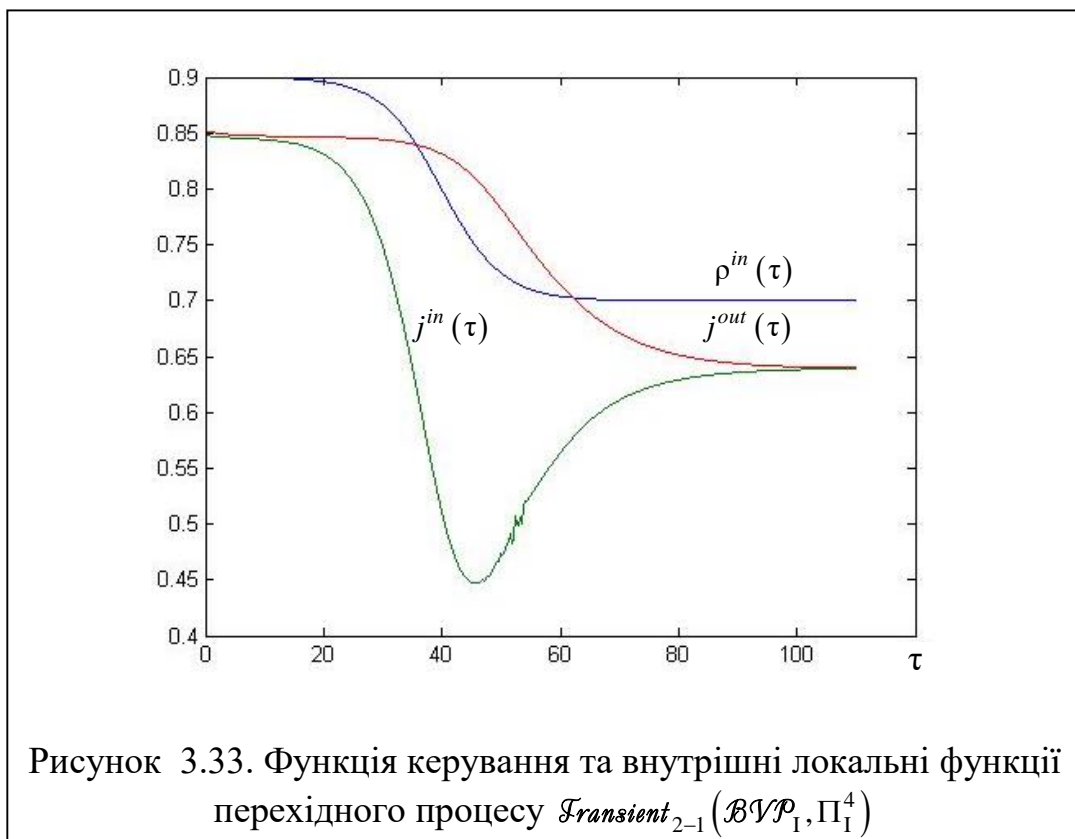


Рисунок 3.32. Зміна потужності сил в'язкого тертя за перехідного процесу $Transient_{2-1}(BVP_1, \Pi_1^3)$

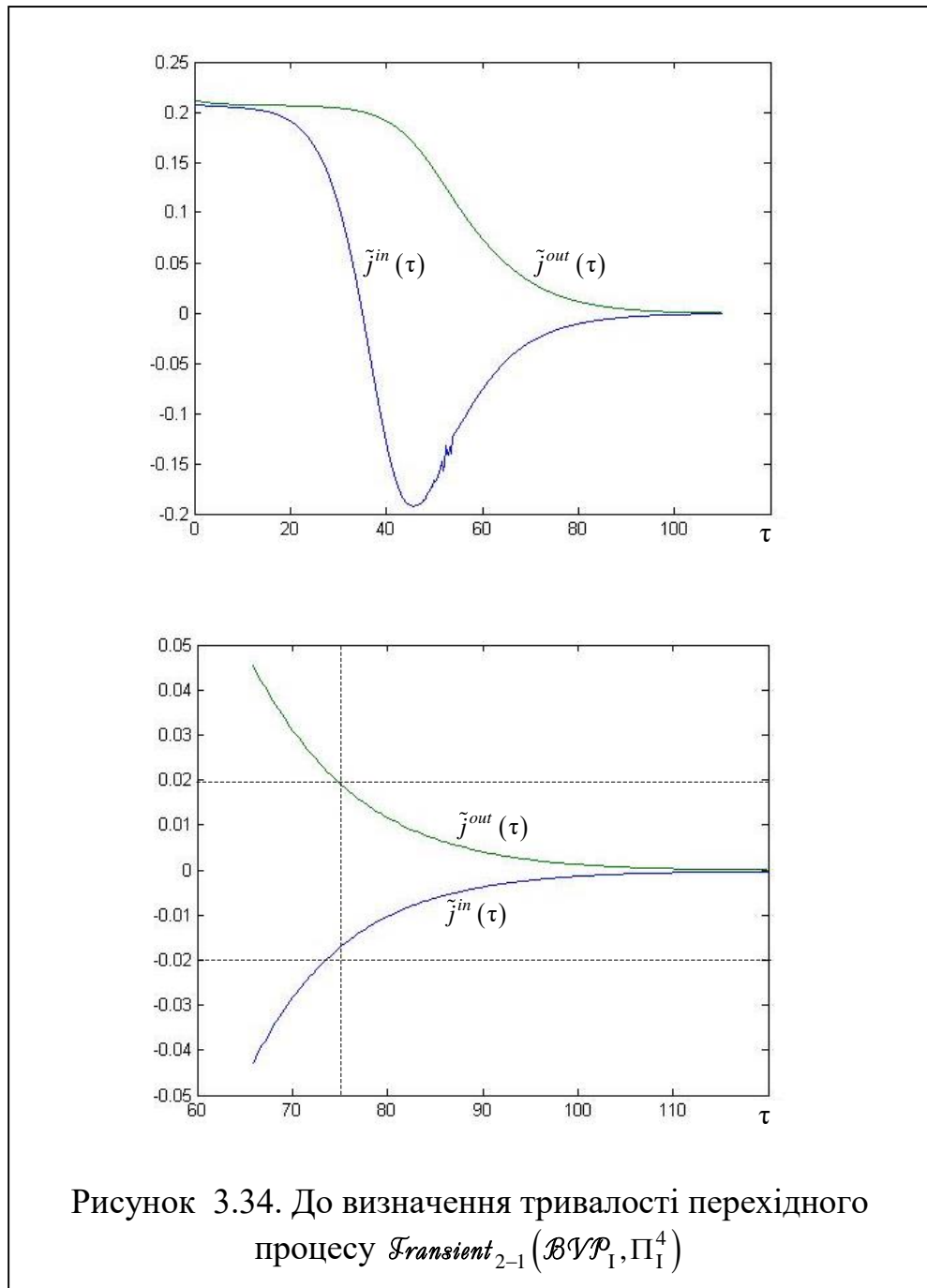
Щоб оцінити вплив швидкості зменшення тиску на вході на перехідний процес розглянемо випадок, коли інтервал зміни функції керування дорівнює не 50, як у попередньому випадку, а 30. Тобто розглянемо алгоритм керування, який визначає множина параметрів:

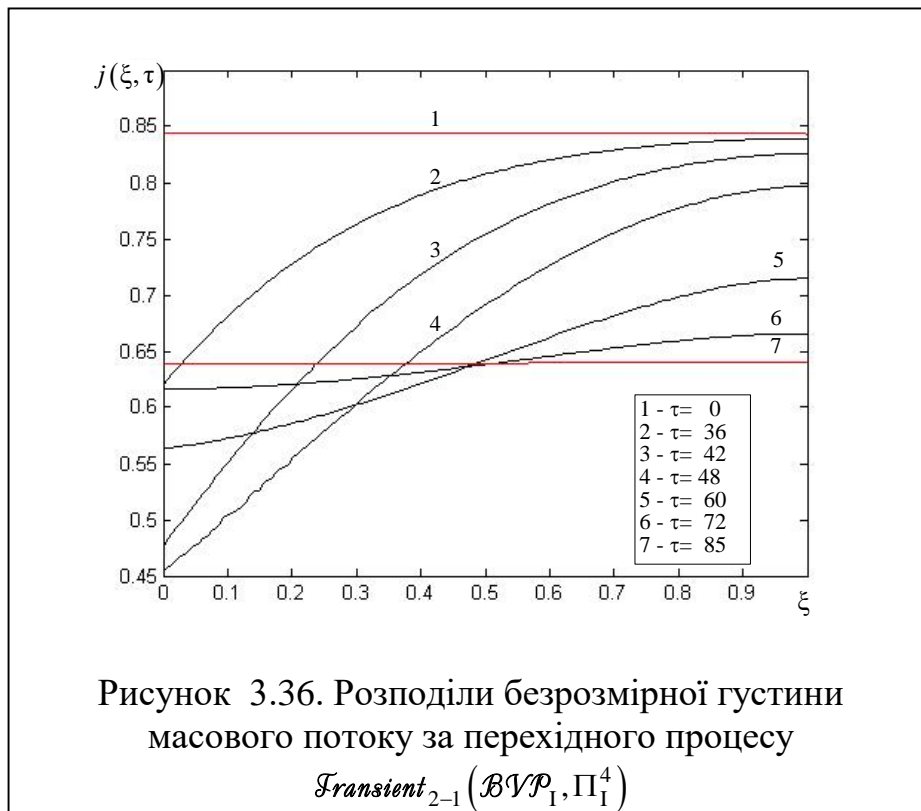
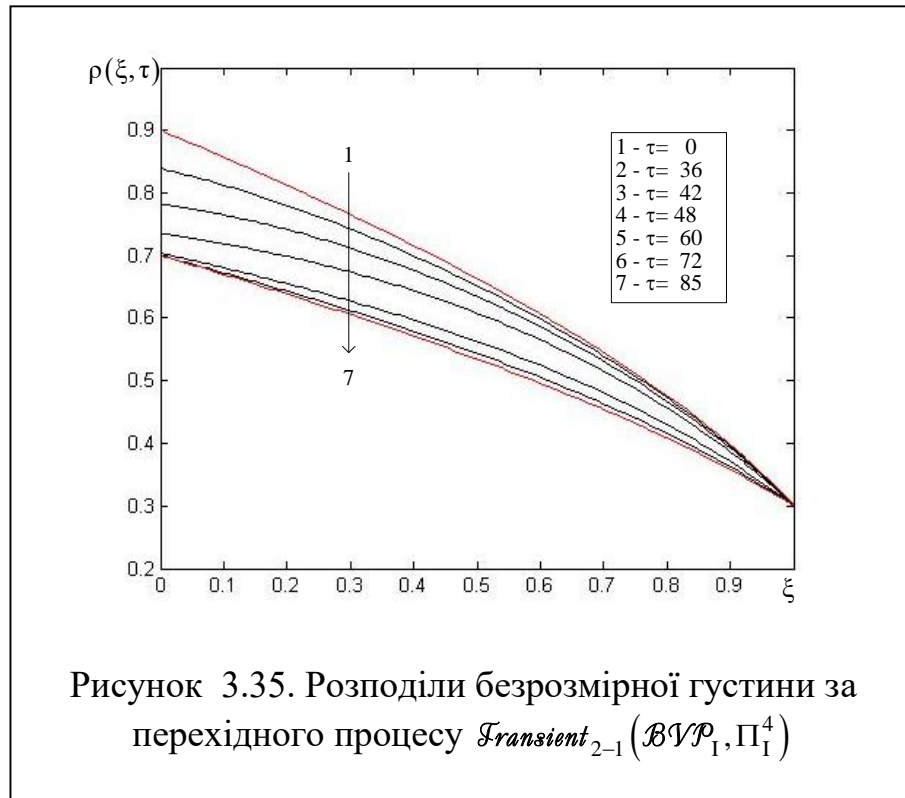
$$\Pi_1^4 = \{ \rho_1^{in} = 0.9, \rho_1^{out} = 0.3, \rho_2^{in} = 0.7, \rho_1^{out} = 0.3, \tau_{start}^{\rho^{in}} = 25, \tau_{end}^{\rho^{in}} = 55 \}. \quad (3.104)$$

Деякі результати, що ілюструють поведінку внутрішніх функцій перехідного процесу, які отримані на основі чисельного розв'язку задачі IVP_1 для параметрів (3.104), подані у вигляді графіків на рис. 3.33 – 3.38.

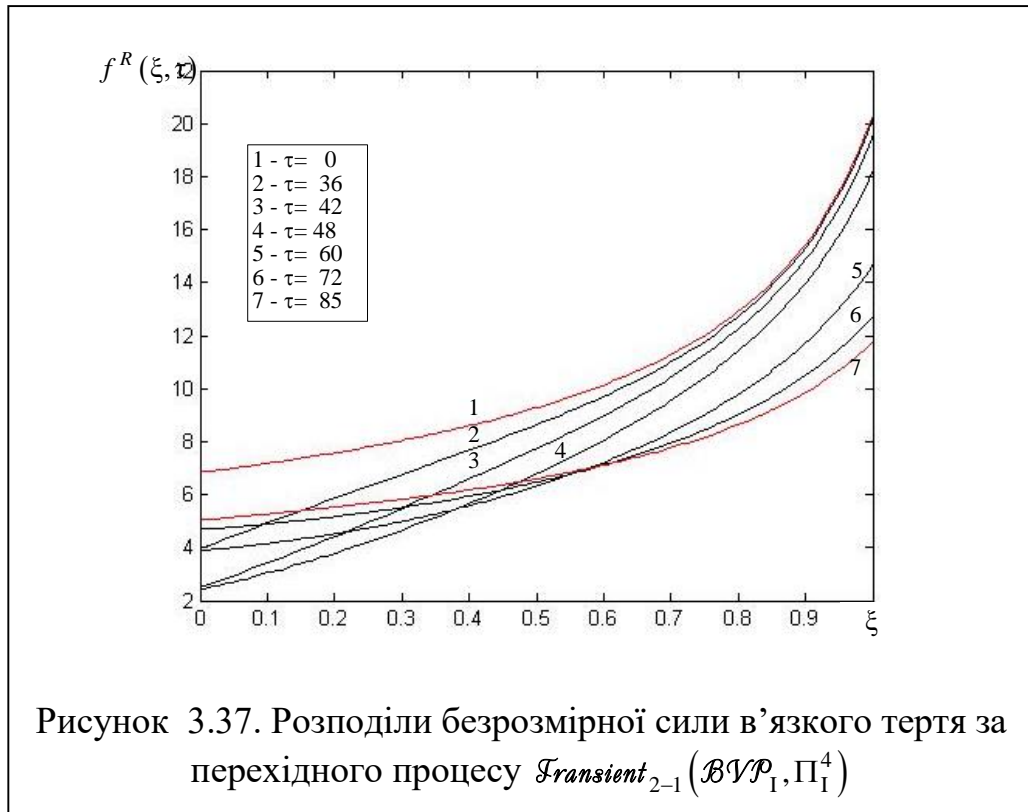


Порівнюючи залежність $j^{in}(\tau)$ на рис.3.32 з відповідною їй залежністю, зображеною на рис 3.25, яка отримана для параметрів керування (3.103), зауважуємо, що зростання швидкості зменшення густини на вході спричиняє істотне збільшення її розмаху – мінімальне значення $j^{in}(\tau)$ знижується до значення $\min j^{in}(\tau) \approx 45$ проти значення ~ 0.55 у випадку параметрів (3.103).

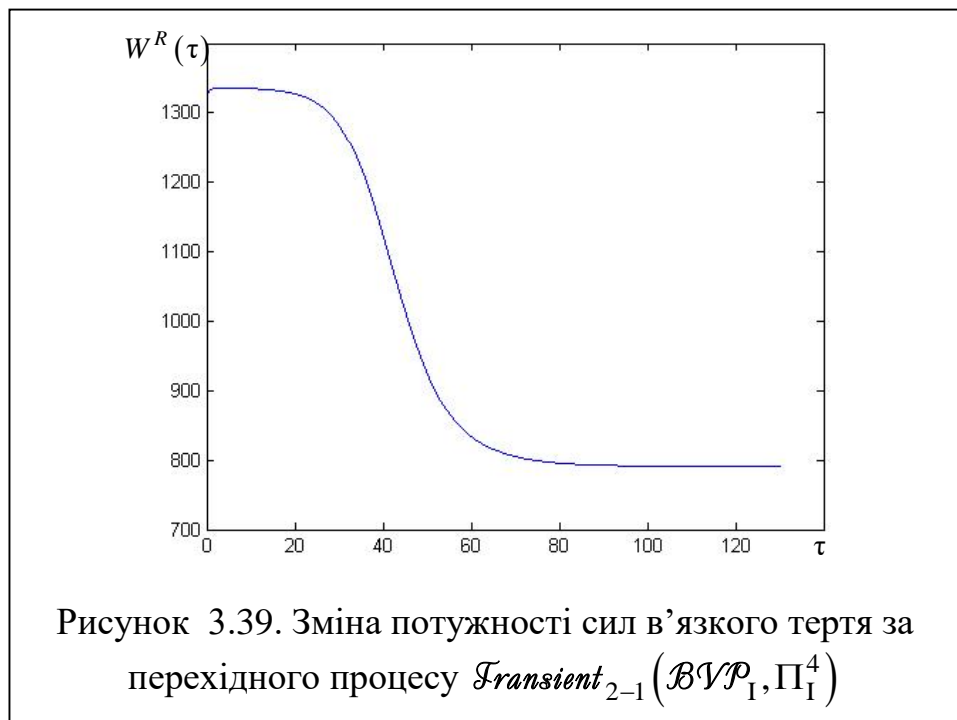
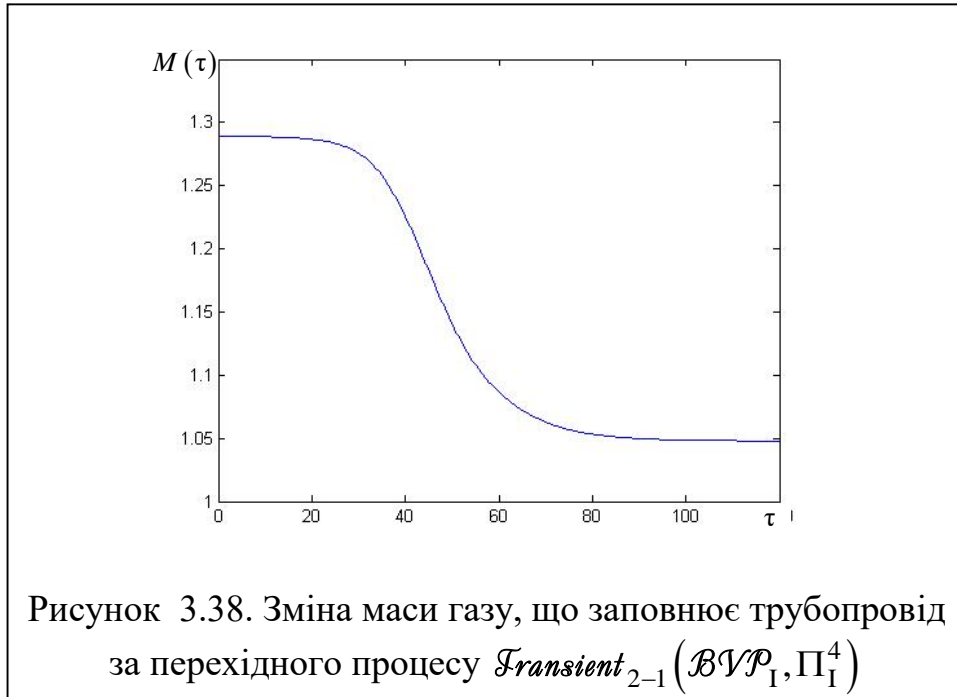




Момент переходу на стаціонарний режим, згідно рис. 3.34, дорівнює $\tau_{st} \approx 75$ (точніше 74.9373), а тривалість перехідного процесу $\tau_{gr} = \tau_{st} - \tau_{start}^{p_{in}} \approx 50$ (у випадку керування за алгоритмом (3.103) $\tau_{gr} \approx 66$).



Зіставляючи рисунки 3.35 – 3.37 з рисунками 3.28 – 3.30 відповідно можемо оцінити вплив швидкості зміни функцій керування на перебіг перехідних процесів, які виникають за застосування алгоритмів керування за з параметрами Π_1^3 та Π_1^4 . З наведених на цих рисунках графіків можемо бачити, що зі збільшенням швидкості зменшення густини на вході градієнтність внутрішніх функцій $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$ та $f^R(\xi, \tau)$ на початковій фазі розвитку перехідного процесу істотно зростає.



3.4.2. Модель керування \mathcal{BVP}_{III}

За цієї моделі зовнішніми функціями керування є задані зовнішні функції $j^{in}(\tau)$ та $\rho^{out}(\tau)$, які визначають зміну в часі безрозмірної густини масового потоку на вході та безрозмірної густини на виході трубопроводу.

Множина зовнішніх параметрів керування Π_{III} містить значення густини потоку на вході $j_{1/2}^{in}$ і густини $\rho_{1/2}^{out}$ на виході для двох стаціонарних режимів $Stationar_1$ та $Stationar_2$, а також параметри $\tau_{start}^{j^{in}}, \tau_{end}^{j^{in}}$ та $\tau_{start}^{\rho^{out}}, \tau_{end}^{\rho^{out}}$.

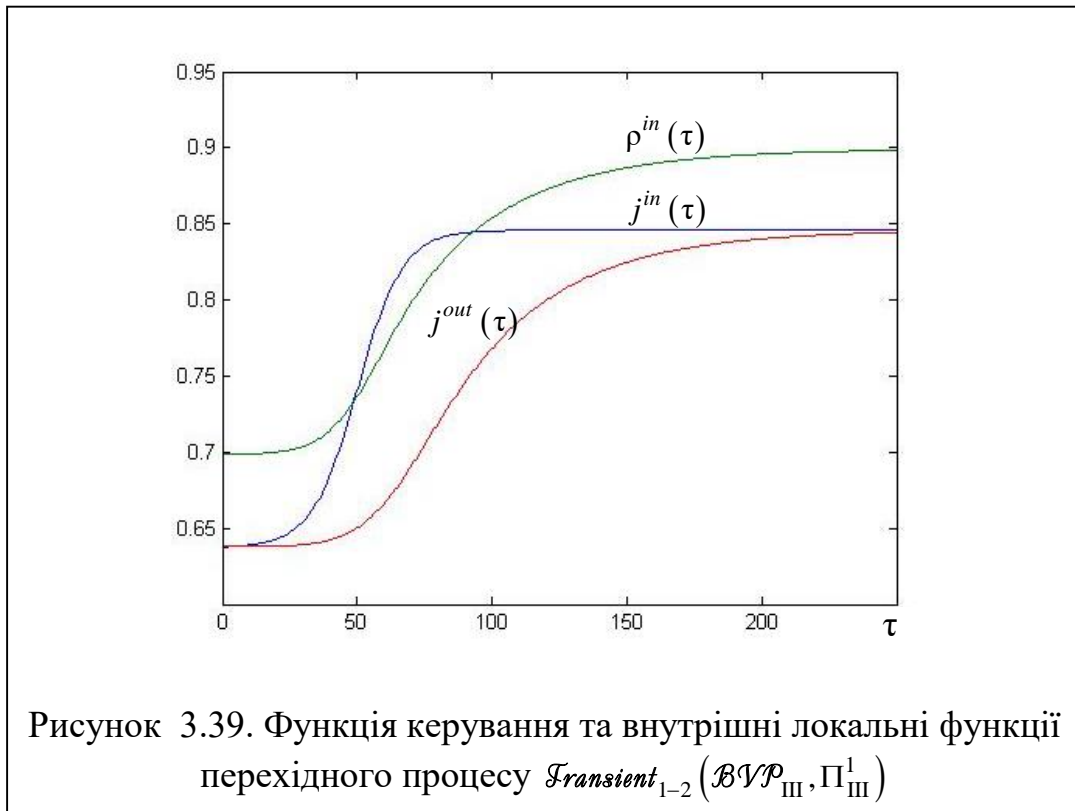
Як і в попередньому пункті, тут розглянемо процеси переходу газопроводу зі стаціонарного режиму $Stationar_1$ на режим $Stationar_2$, а також зворотні переходи – з режиму $Stationar_2$ на режим $Stationar_1$. Параметри режимів 1 та 2 вибираємо такими ж, як і в попередньому пункті, а саме $Stationar_1 \{ \rho^{in} = 0.7, \rho^{out} = 0.3, j_1 = 0.6372 \}$, $Stationar_2 \{ \rho^{in} = 0.9, \rho^{out} = 0.3, j_2 = 0.8443 \}$. які визначаються тими ж параметрами, які виникають за змін густини потоку $\rho^{in}(\tau)$, проте, на відміну від попереднього розділу, тут керування перехідним процесом відбувається шляхом контрольованої зміни густини потоку на вході за сталого значення густини на виході: $\rho^{out}(\tau) = 0.3$. Це дозволить порівняти перехідні режими, керування якими здійснюється за моделями \mathcal{BVP}_I та \mathcal{BVP}_{III} .

3.4.2.1. Завантаження газопроводу

Параметри керування, які визначають перехідний процес

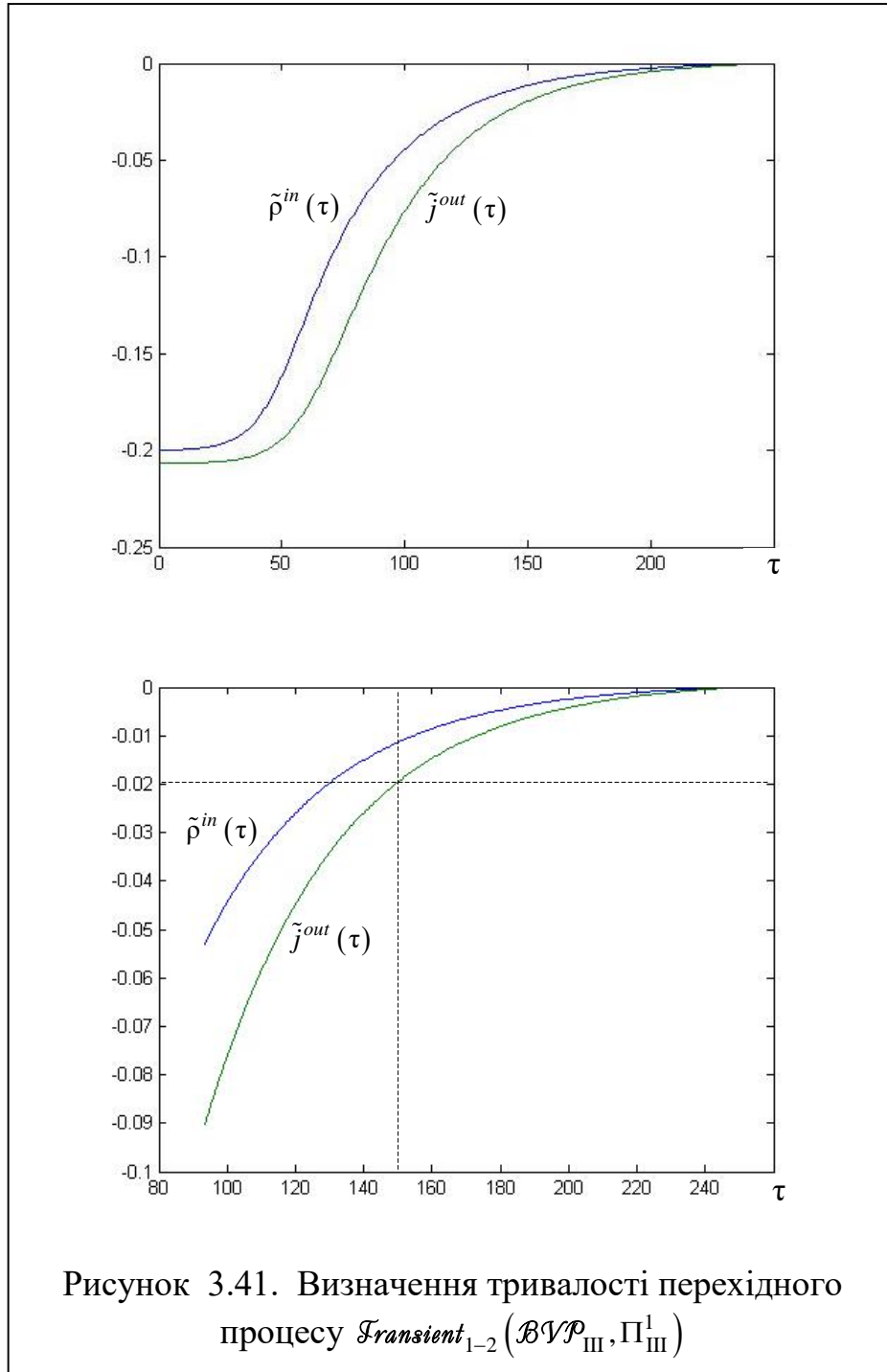
$$\Pi_{III}^1 = \left\{ \begin{array}{l} j_1^{in} = 0.6372, \rho_1^{out} = 0.3, j_2^{in} = 0.8443, \rho_2^{out} = 0.3, \\ \tau_{start}^{j^{in}} = 25, \tau_{end}^{j^{in}} = 75 \end{array} \right\}. \quad (3.105)$$

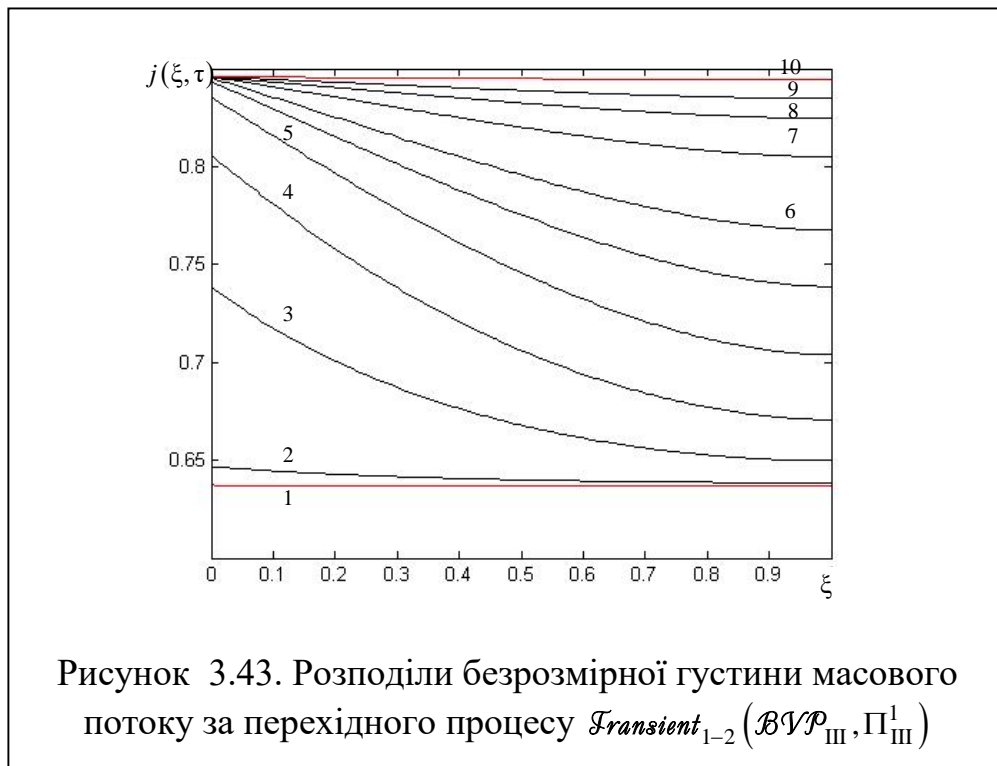
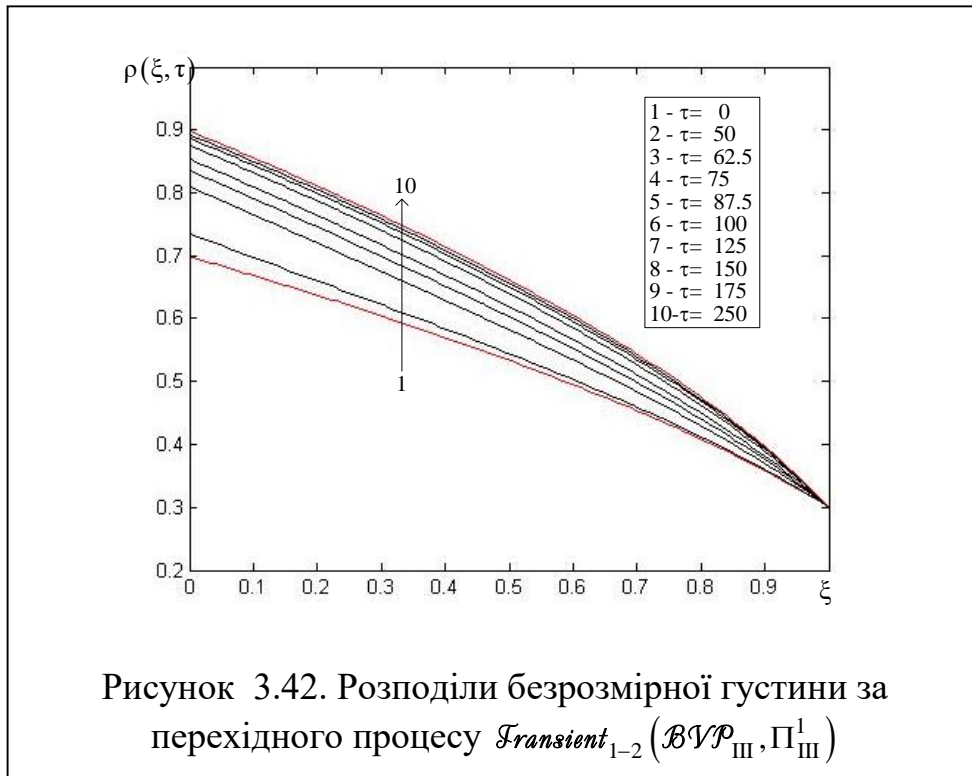
На рис.3.40 показані графіки функції керування $j^{in}(\tau)$ та локальні внутрішні функції перехідного процесу $\rho^{in}(\tau)$ та $j^{out}(\tau)$.

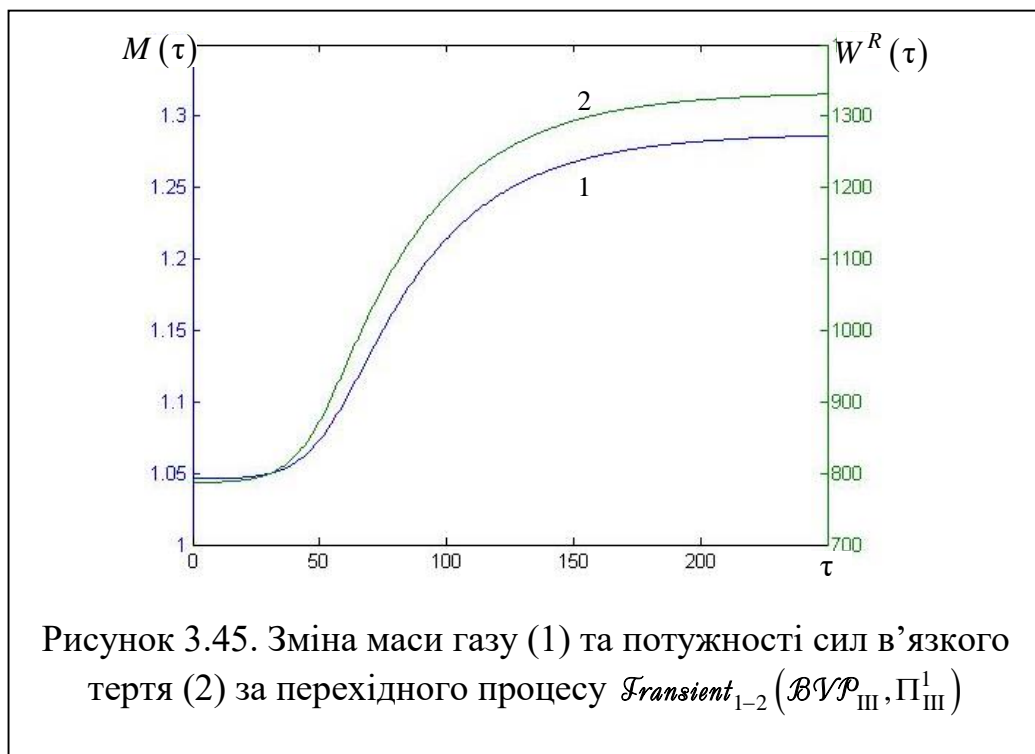
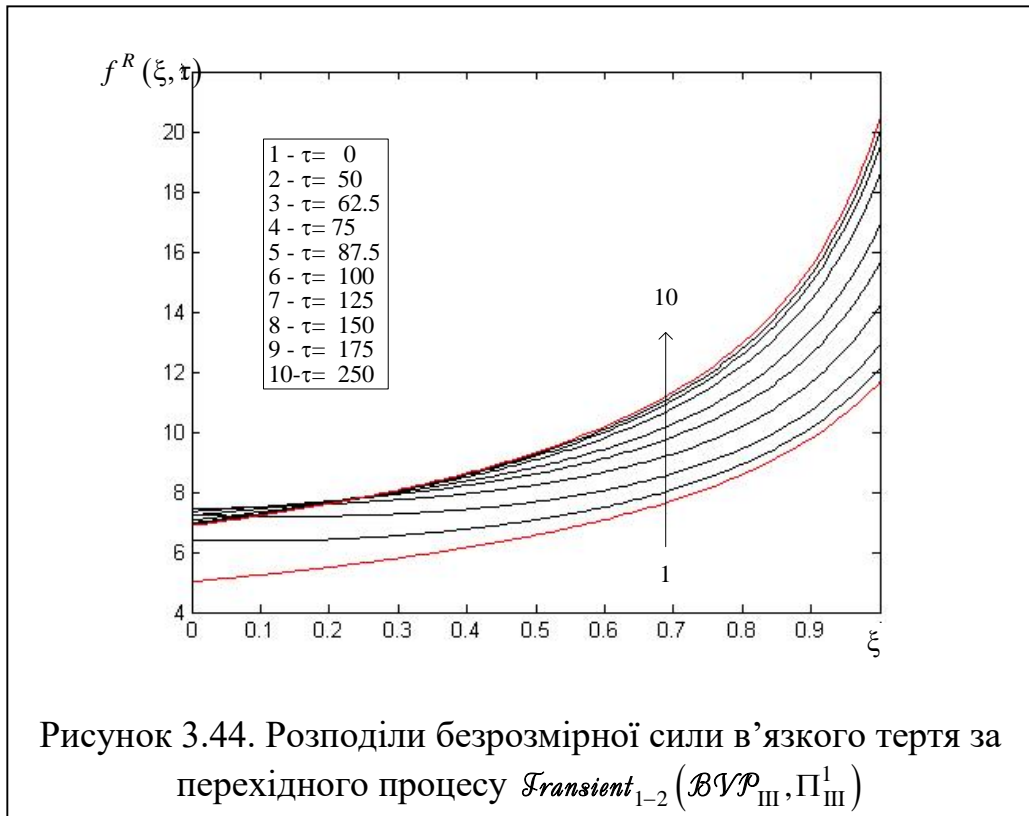


Щоб оцінити тривалість перехідного процесу, побудували графіки функцій $\tilde{\rho}^{in}(\tau) = \rho^{in}(\tau) - \rho_2^{in}$ та $\tilde{j}^{out}(\tau) = j^{out}(\tau) - j_2$, які визначають відхилення внутрішніх локальних функцій $\rho^{in}(\tau)$ та $j^{out}(\tau)$ від їхніх значень у стані $\mathcal{S}tationar_2$. Ці графіки показані на рис.3.40 (в нижній частині рисунку – у збільшеному масштабі). На цій основі графічно оцінили тривалість перехідного процесу. Якщо вибрати $\varepsilon = 0.02$, то перехідні газопроводу на режим $\mathcal{S}tationar_2$ відповідає безрозмірний час $\tau_{st} = 149$ (точніше 149.7494 а тривалість перехідного процесу тоді дорівнюватиме $\tau_{gr} = \tau_{st} - \tau_{start}^{jin} \approx 125$.

На рис.3.42 – 3.44 наведені графіки внутрішніх локальних функцій перехідного процесу $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$ та $f^R(\xi, \tau)$, які ілюструють розподіли вздовж труби густини відповідних параметрів у різні моменти часу. На рис.3.45 приведені внутрішні інтегральні функції – маса газу $M(\tau)$, який заповнює трубопровід, та потужність $W^R(\tau)$ сил в'язкого тертя.







Внутрішні функції процесу $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{III}, \Pi_{III}^1)$, графіки яких подані на рис.3.40, 3.42 – 3.44, можна порівняти із внутрішніми функціями процесу $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_I, \Pi_I^1)$, графіки яких подані на рис. 3.10, 3.13, 3.15, 3.16. Керування обома перехідними процесами здійснюється шляхом застосування функцій керування на вході, які зростають впродовж одного і того ж проміжку часу $\Delta\tau = 50$. Проте, функції керування різні: у випадку $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_I, \Pi_I^1)$ керування здійснюють, змінюючи густину $\rho^{in}(\tau)$ та утримуючи постійним значення густини на виході, а у $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{III}, \Pi_{III}^1)$ змінюють потік $j^{out}(\tau)$, зберігаючи незмінною густину на виході. Зіставляючи графіки на рис. 3.40, 3.42 – 3.44 з відповідними їм, які подані на рис. 3.10, 3.13, 3.15, 3.16, можемо зробити висновок, що внутрішні функції $\rho(\xi, \tau)$ та $j(\xi, \tau)$ перехідного процесу $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{III}, \Pi_{III}^1)$ монотонно зростають з часом, а процес переходу газопроводу з $Stationar_1$ в $Stationar_2$ відбувається плавно. Однак, його тривалість значно більша ніж у $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_I, \Pi_I^1)$.

3.4.2.2. Розвантаження газопроводу: зменшення потоку на вході

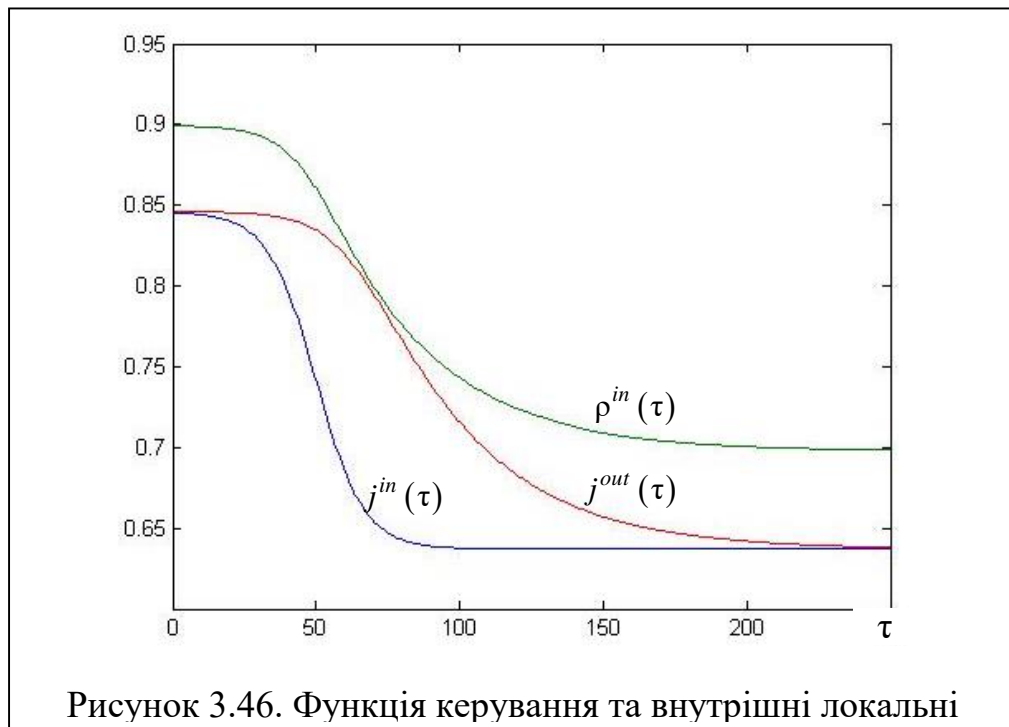
Розглянемо тепер зворотній процес $\mathcal{F}ransient_{2-1}$ – перехід з режиму $Stationar_2$ до режиму $Stationar_1$, тиск і витрата в якому нижчі, за застосування тієї ж моделі керування \mathcal{BVP}_{III} з такими параметрами керування

$$\Pi_{III}^2 = \{j_1 = 0.8443, \rho_1^{out} = 0.3, j_2 = 0.6372, \rho_2^{out} = 0.3, \tau_{start}^{j^{in}} = 25, \tau_{end}^{j^{in}} = 75\} \quad (3.106)$$

За цим алгоритмом значення масового потоку $j^{in}(\tau)$ на вході знижується впродовж $\Delta\tau^{j^{in}} = 50$. Густина газу на виході трубопроводу залишається незмінною упродовж усього процесу. Внутрішніми локальними функція процесу $\{\mathcal{BVP}_{III}, \Pi_{III}^2\}$, як і процесу $\{\mathcal{BVP}_{III}, \Pi_{III}^1\}$, є зміни густини $\rho^{in}(\tau)$ та масового потоку $j^{out}(\tau)$.

На рис. 3.46 показані графіки функції керування та внутрішніх локальних

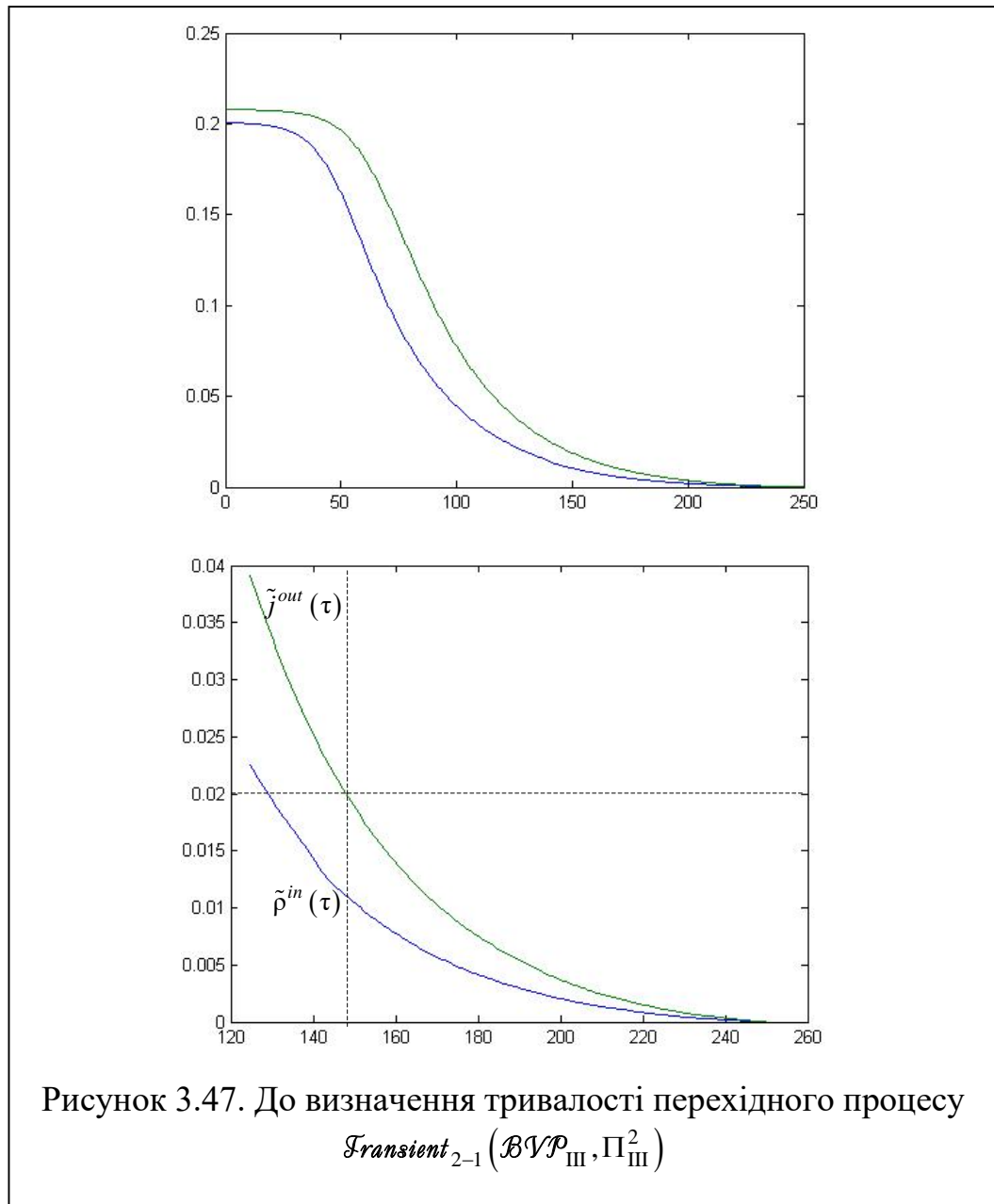
функцій цього перехідного процесу



Із рис.3.47 знаходимо, що для $\varepsilon = 0.02$ переходові газопроводу на стаціонарний режим відповідає безрозмірний час $\tau_{St} \approx 148$ (точніше 148.4962) а тривалість перехідного процесу дорівнює $\tau_{gr} = \tau_{St} - \tau_{start}^{j^{in}} \approx 123$. Тобто тривалість перехідного процесу $Transient_{2-1}$ практично така ж, як і оберненого до нього процесу $Transient_{1-2}$. Із цього робимо висновок, що, оскільки алгоритм керування $\{\mathcal{BVP}_{III}, \Pi_{III}^2\}$ (як і $\{\mathcal{BVP}_{III}, \Pi_{III}^1\}$) є досить «м'яким», то нелінійність динамічної системи істотно не проявляється на тривалості перехідного процесу при зміні його напрямку на протилежний.

На рис. 3.48 – 3.50 показані розподіли у трубопроводі внутрішніх параметрів перехідного процесу – безрозмірних густини ρ , а також густин масового потоку j та сил в'язкого тертя f^R у різні моменти часу.

На рис.3.51 наведені графіки внутрішніх інтегральних параметрів $M(\tau)$ та $W^R(\tau)$, яки визначають часові залежності маси газу, що заповнює трубопровід та потужність сил в'язкого тертя.



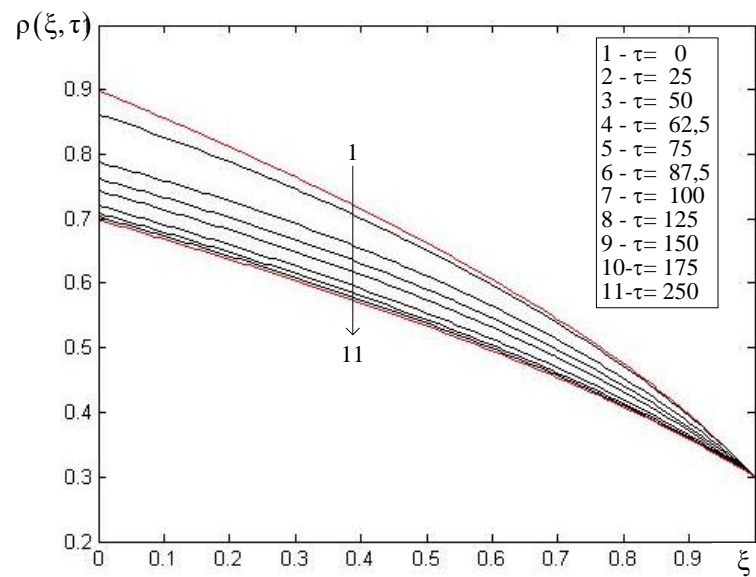


Рисунок 3.48. Розподіли безрозмірної густини за перехідного процесу $Transient_{2-1}(BVP_{III}, \Pi_{III}^2)$

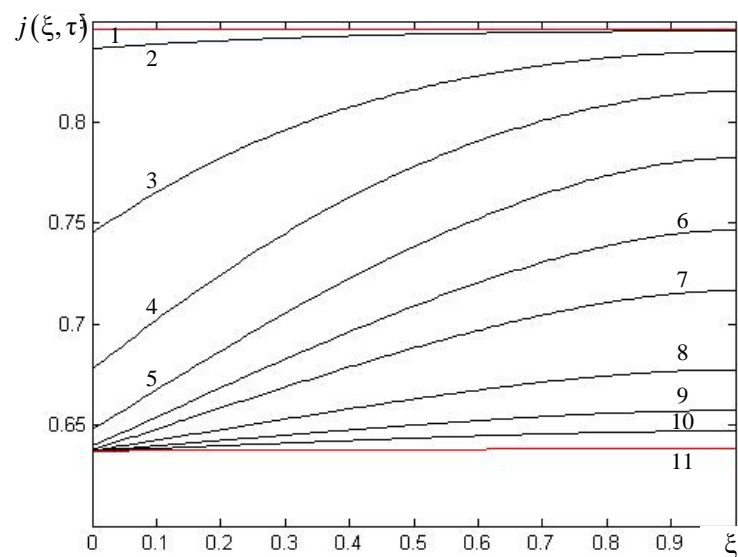
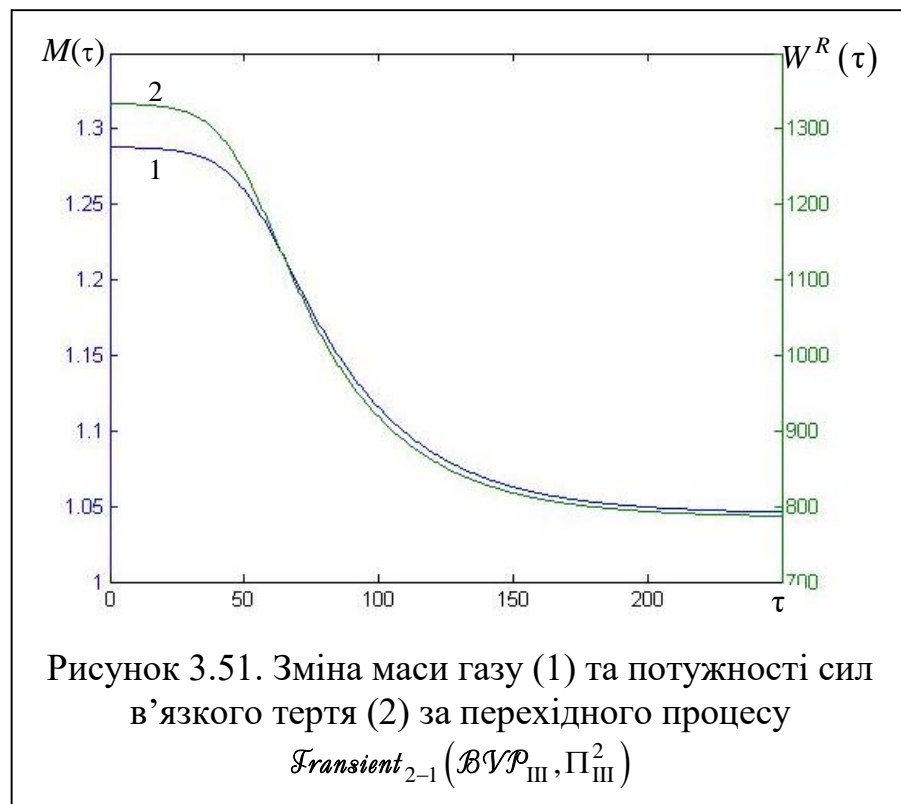
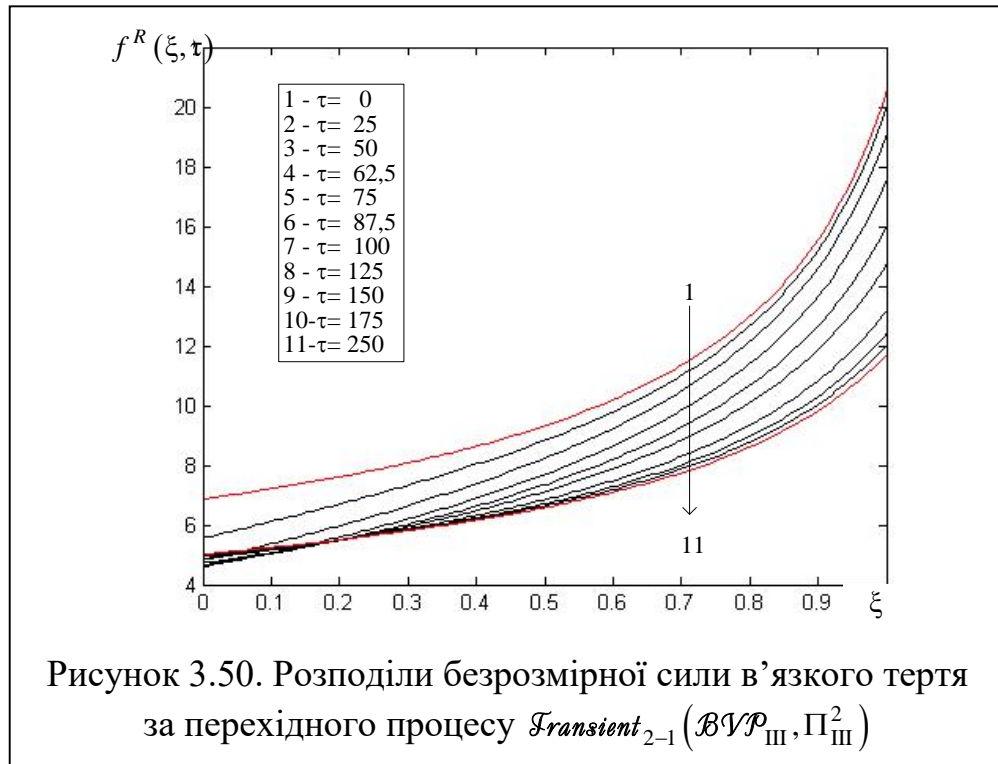


Рисунок 3.49. Розподіли безрозмірної густини масового потоку за перехідного процесу $Transient_{2-1}(BVP_{III}, \Pi_{III}^2)$



3.4.3. Модель керування \mathcal{BVP}_{Π}

За моделлю \mathcal{BVP}_{Π} керування перехідним процесом відбувається шляхом зміни густини ρ на вході та густини масового потоку j на виході газопроводу. Тобто зовнішніми функціями у цьому випадку є $\rho^{in}(\tau)$ та $j^{out}(\tau)$, а внутрішніми локальними функціями – $j^{in}(\tau)$ та $\rho^{out}(\tau)$. Застосуємо цю модель до керування процесами переходу газопроводу зі стаціонарного режиму $Stationar_1$ на інший стаціонарний режим $Stationar_2$, а також у зворотному напрямку – з режиму $Stationar_2$ на режим $Stationar_1$. Параметри обох стаціонарних режимів виберемо, такими ж, як у попередніх прикладах.

3.4.3.1. Завантаження газопроводу

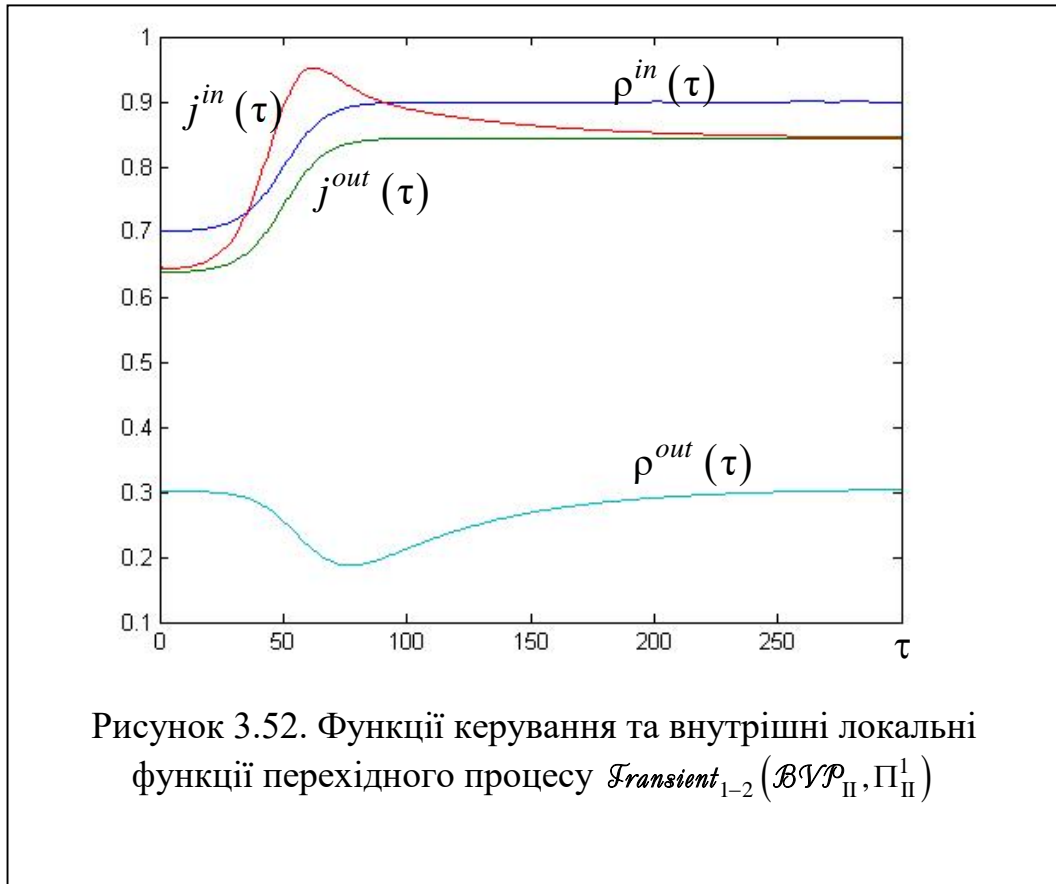
Розглянемо спочатку алгоритм керування за моделлю \mathcal{BVP}_{Π} , коли зміни густини на вході і на виході потоку розпочинаються одночасно і їхні тривалості є однакові: $\tau_{delay}^{\rho^{in}} = \tau_{delay}^{j^{out}}$, $\Delta\tau^{\rho^{in}} = \Delta\tau^{j^{out}}$. Для цього виберемо таку множину параметрів:

$$\Pi_{\Pi}^1 = \left\{ \begin{array}{l} \rho_1^{in} = 0.7, j_1 = 0.6372, \rho_2^{in} = 0.9, j_2 = 0.8443, \\ \tau_{start}^{\rho^{in}} = 25, \tau_{end}^{\rho^{in}} = 75, \tau_{start}^{j^{out}} = 25, \tau_{end}^{j^{out}} = 75 \end{array} \right\}. \quad (3.107)$$

На рис.3.52 показані графіки функцій керування $\rho^{in}(\tau)$ та $j^{out}(\tau)$, а також внутрішніх локальних функцій $j^{in}(\tau)$ і $\rho^{out}(\tau)$ для цього перехідного процесу.

Із графіків рис.3.53 встановлюємо момент виходу процесу $Transient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{\Pi}, \Pi_{\Pi}^1)$ на стаціонарний режим $\tau_{st} \approx 178$. Отже $\tau_{gr} \approx 153.70$.

На рис. 3.54 – 3.56 подані графіки розподілу в трубопроводі внутрішніх локальних параметрів перехідного процесу $Transient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{\Pi}, \Pi_{\Pi}^1)$ – безрозмірних густини ρ , густини масового потоку j та густини сил в'язкого тертя f^R у різні фіксовані моменти часу. На рис. 3.57 представлені часові залежності внутрішніх інтегральних параметрів потоку – безрозмірних маси M газу, який заповнює трубопровід, та потужності W^R сил в'язкого тертя.



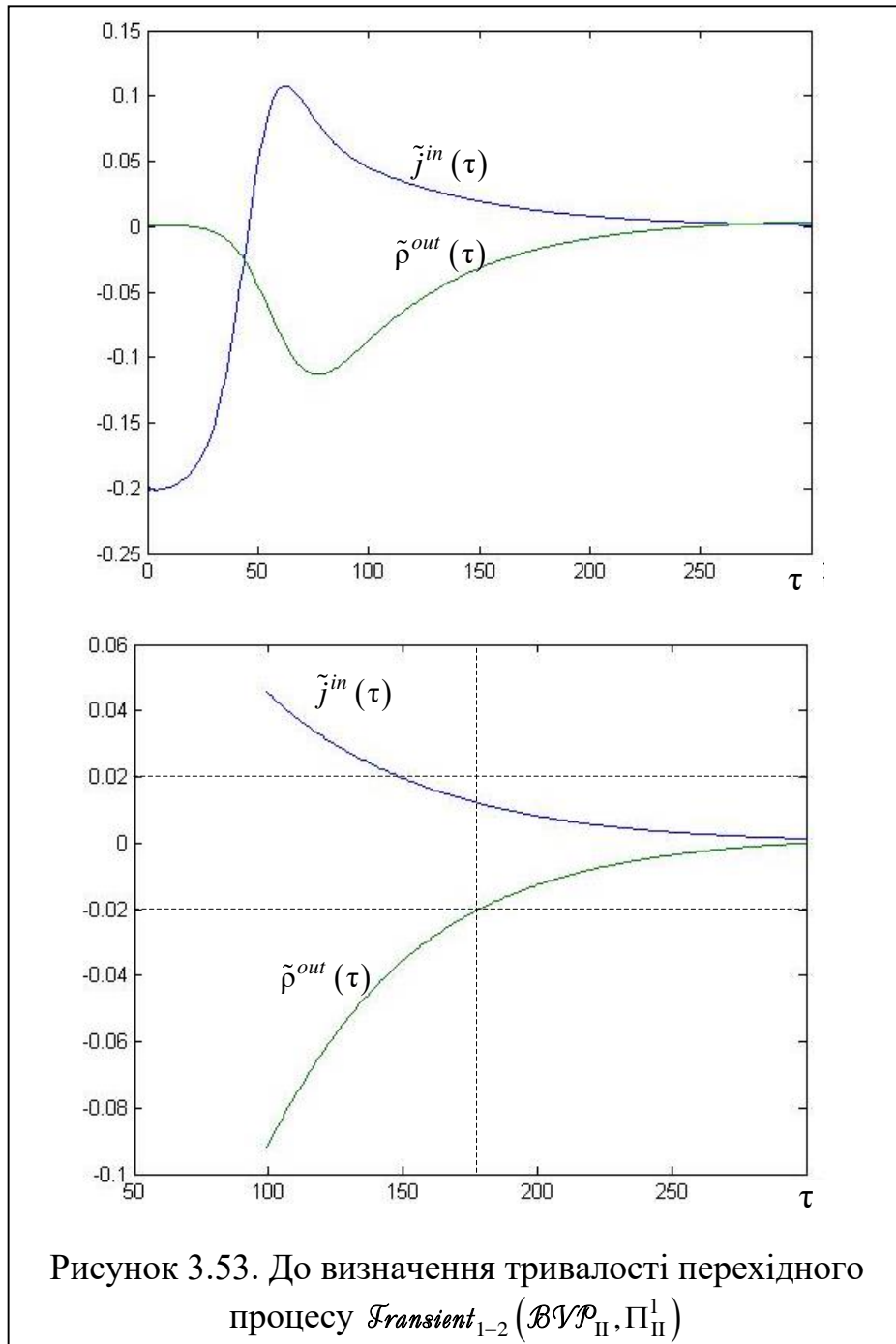
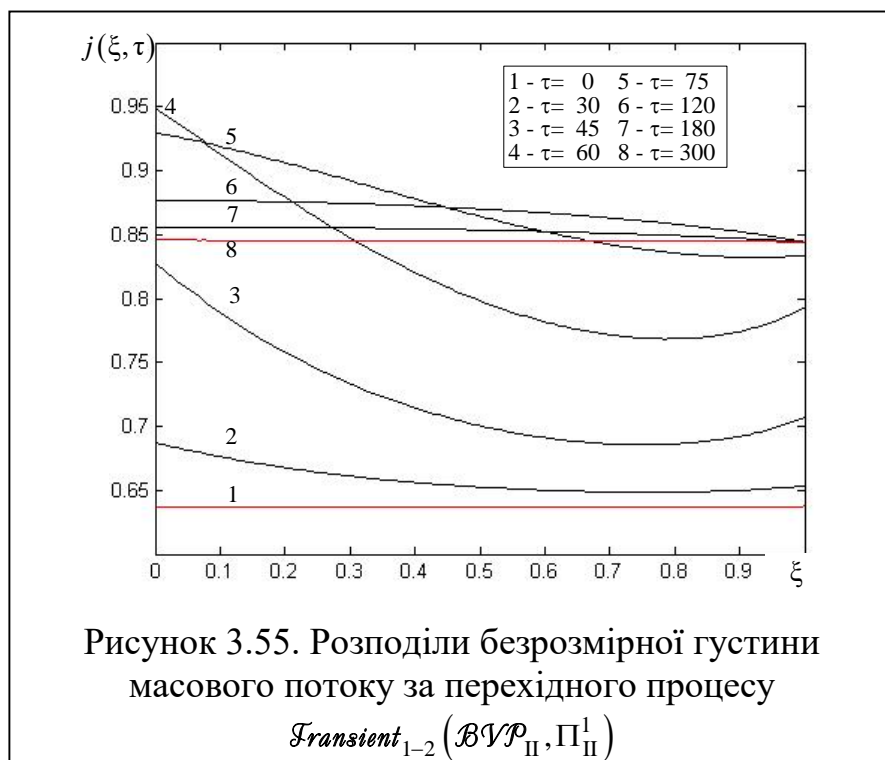
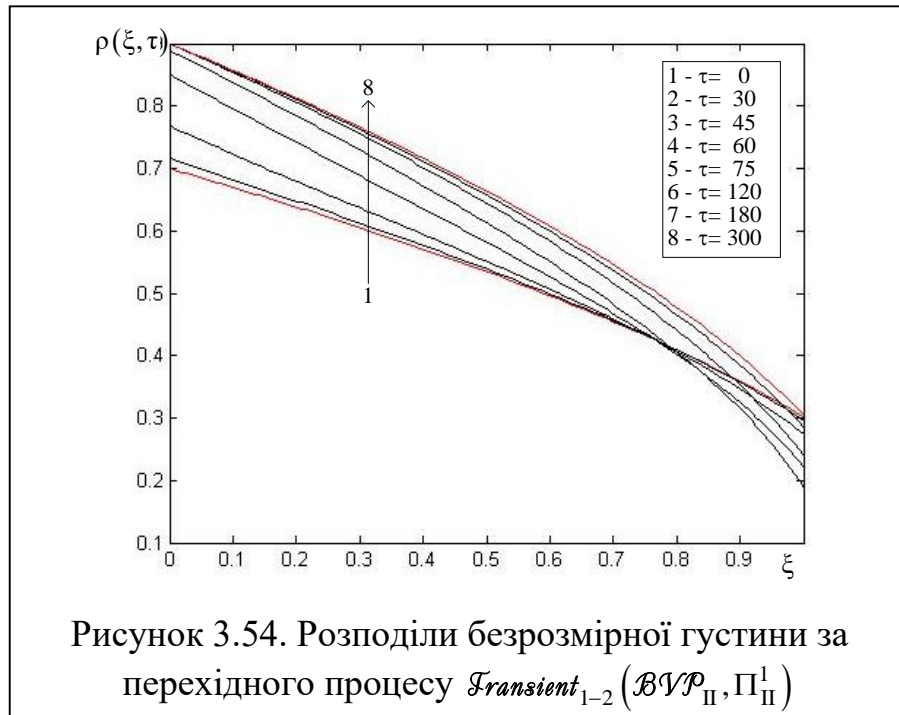
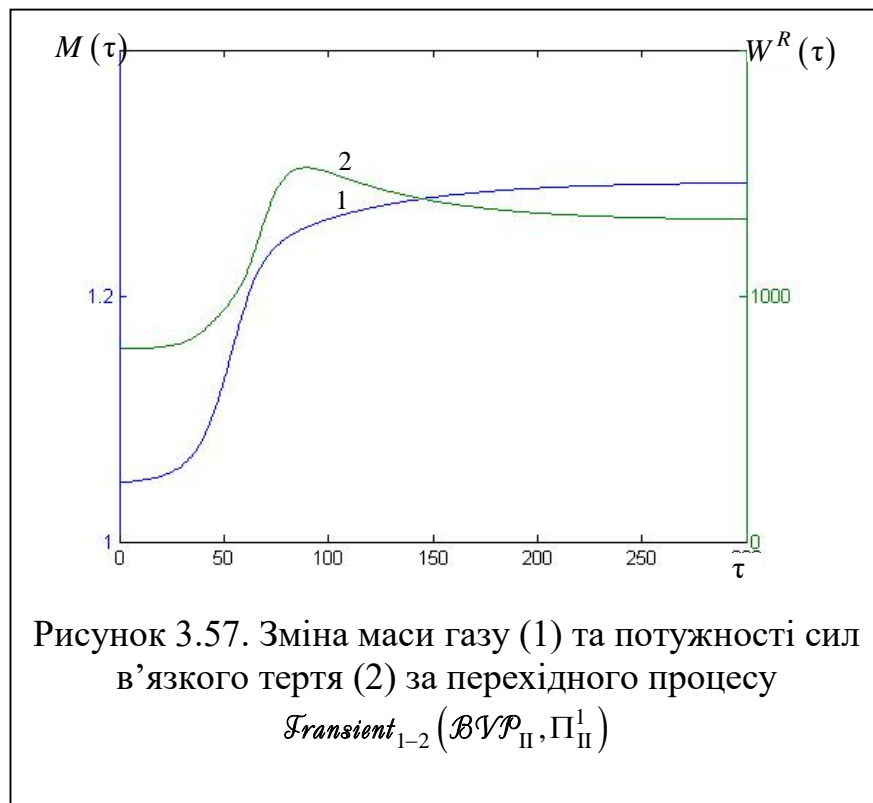
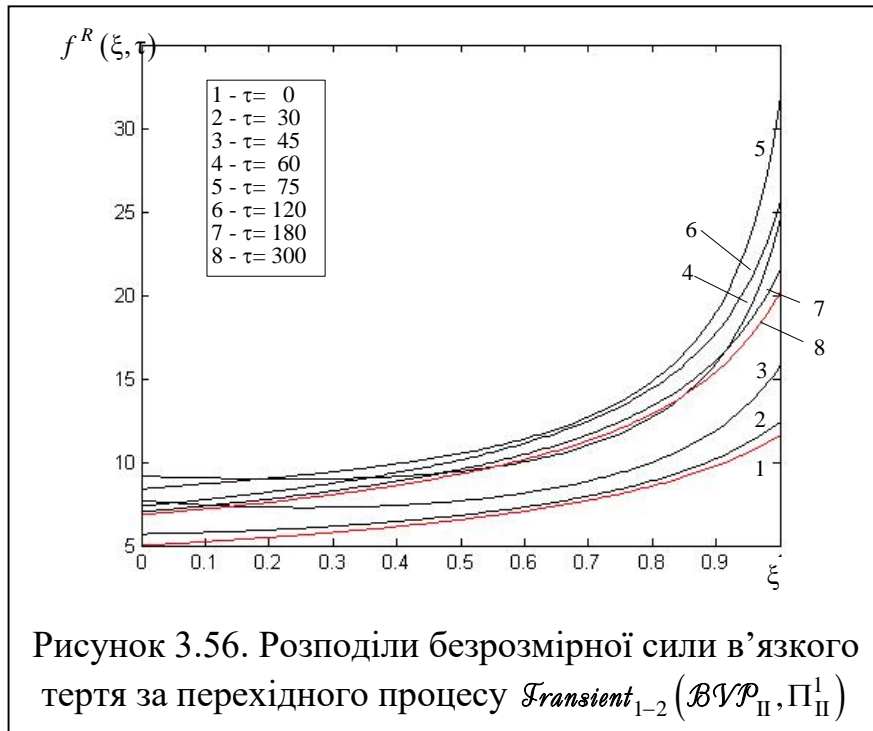


Рисунок 3.53. До визначення тривалості перехідного процесу $Transient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^1)$





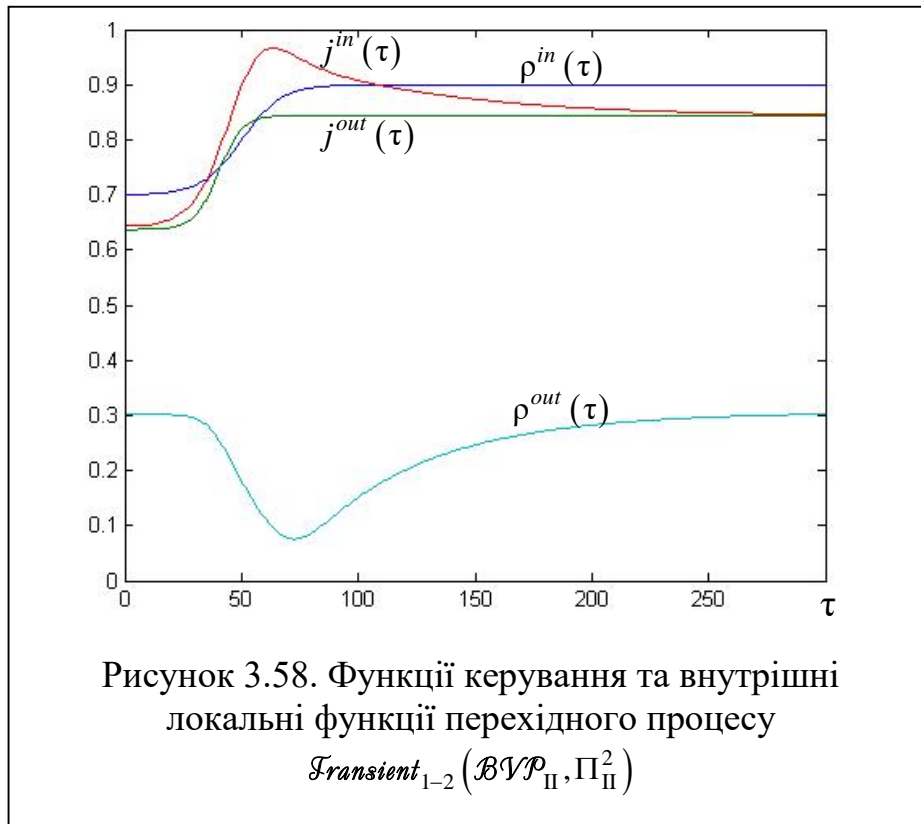
Результати, які представлені на рис. 3.51, 3.54 – 3.57, можна порівняти із відповідними залежностями для перехідного процесу $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_I, \Pi_I^1)$, поданими на рис. 3.10, 3.13 – 3.18. В обох процесах $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_I, \Pi_I^1)$ і $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^1)$ керування на вході здійснює функція $\rho^{in}(\tau)$. Проте функції керування на виході є різні: процес $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_I, \Pi_I^1)$ протікає за незмінного у часі значення густини $\rho^{out} = 0.3$, яке підтримується на виході, а керування процесом $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^1)$ відбувається шляхом зміни масового потоку на виході, визначеної функцією $j^{out}(\tau)$, яка монотонно зростає за проміжок часу $\Delta\tau^{j^{out}} = 50$ від значення $j_1 = 0.6372$, властивого для режиму $\mathcal{S}tationar_1$ до значення $j_2 = 0.8443$, властивого для режиму $\mathcal{S}tationar_1$. Як бачимо, ця відмінність у алгоритмах керування перехідним процесом істотно впливає на їхні внутрішні параметри, зокрема, – на тривалість перехідного процесу.

Спостерігаються також якісні відмінності у поведінці внутрішніх інтегральних параметрів. Зокрема, замість монотонної залежності $W^R(\tau)$, яка притаманна процесові $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_I, \Pi_I^1)$, у процесі $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^1)$ функція $W^R(\tau)$ немонотонна: вона сильно зростає на початковому етапі, а відтак повільно зменшується, прямуючи до значення, характерного для режиму $\mathcal{S}tationar_2$.

Щоб оцінити вплив швидкості зростання функції керування $j^{out}(\tau)$, що діє на виході трубопроводу, зменшимо період наростання цієї функції з 50-ти до 30-ти. Для цього виберемо таку множину значень параметрів керування

$$\Pi_{II}^2 = \left\{ \begin{array}{l} \rho_1^{in} = 0.7, j_1 = 0.6372, \rho_2^{in} = 0.9, j_2 = 0.8443, \\ \tau_{start}^{\rho^{in}} = 25, \tau_{end}^{\rho^{in}} = 75, \tau_{start}^{j^{out}} = 25, \tau_{end}^{j^{out}} = 55 \end{array} \right\}. \quad (3.108)$$

На рис. 3.58 показані графіки функцій керування та локальних внутрішніх параметрів перехідного процесу $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^2)$.



Із графіків рис.3.59 встановлюємо момент виходу процесу $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^2)$ на стаціонарний режим $\tau_{st} \approx 200$. Значення, визначене чисельно, дорівнює 200.67. Отже тривалість перехідного процесу становить $\tau_{gr} \approx 175.67$.

На рис. 3.60 – 3.61 подані графіки розподілу в трубопроводі внутрішніх локальних параметрів перехідного процесу $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^2)$ – безрозмірних густини ρ і густини масового потоку j у різні фіксовані моменти часу.

На рис. 3.62 представлені часові залежності внутрішніх інтегральних параметрів потоку – безрозмірних маси M газу, який заповнює трубопровід, та потужності W^R сил в'язкого тертя.

Аналізуючи графіки на рис. 3.58, 3.59 та рис. 3.52, 3.53, можемо зауважити істотне зниження густини ρ^{out} на виході – у фазі зростання функції керування $j^{out}(\tau)$ на кривій $\rho^{out}(\tau)$ виникає западина, яка поглиблюється зі збільшенням швидкості зростання функції $j^{out}(\tau)$. Як впливає із рис. 3.53, 3.59, процес повернення значення густини ρ^{out} на виході до свого стаціонарного значення ρ_2^{out} , властивого для режиму $\mathcal{S}tationar_2$, визначає істотне зростання тривалості перехідних процесів $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^1)$ та $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^2)$ проти процесу $\mathcal{F}ransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_I, \Pi_I^1)$. Локальна депресія густини (тиску) газу на виході є також причиною появи локальних піків на кривих $W^R(\tau)$ у фазі зростання функції керування $j^{out}(\tau)$: зі зниженням густини і одночасним зростанням масового потоку сильно збільшується швидкість руху газу в околі виходу, а це викликає істотне збільшення сил в'язкого тертя у газі.

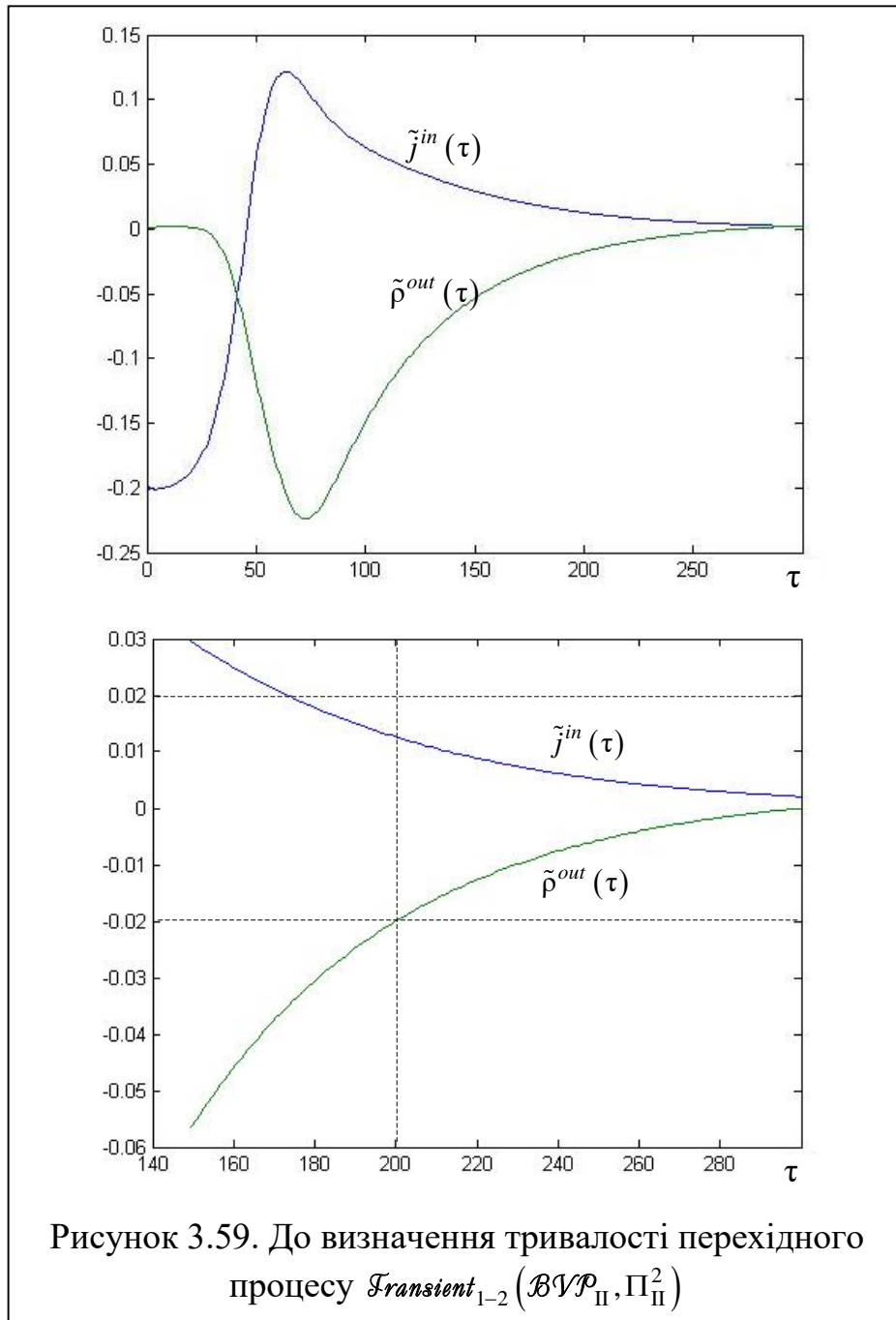


Рисунок 3.59. До визначення тривалості перехідного процесу $Transient_{1-2}(BVP_{II}, \Pi_{II}^2)$

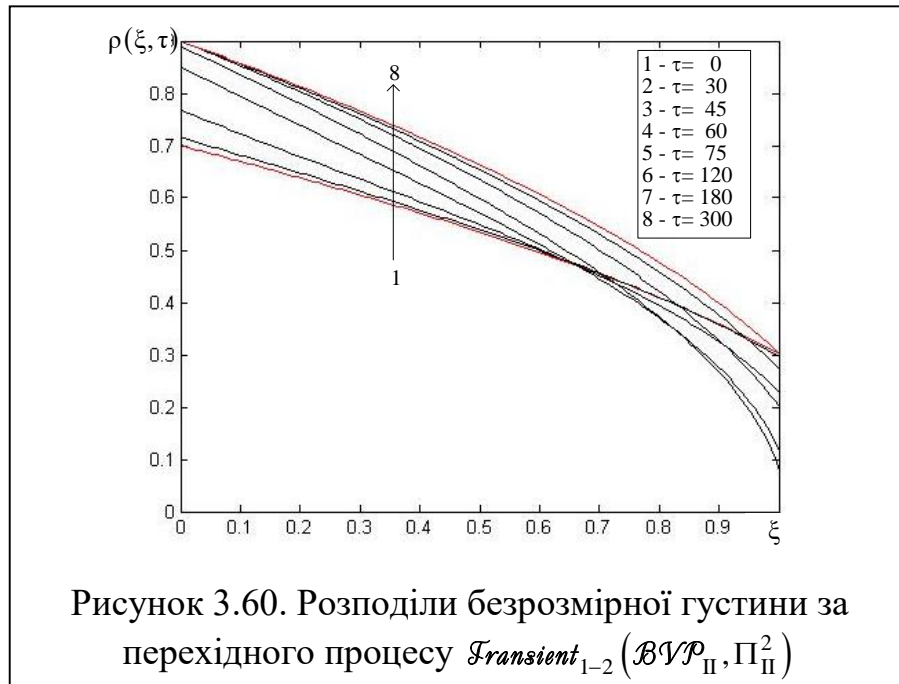


Рисунок 3.60. Розподіли безрозмірної густини за перехідного процесу $Transient_{1-2}(BVP_{II}, \Pi_{II}^2)$

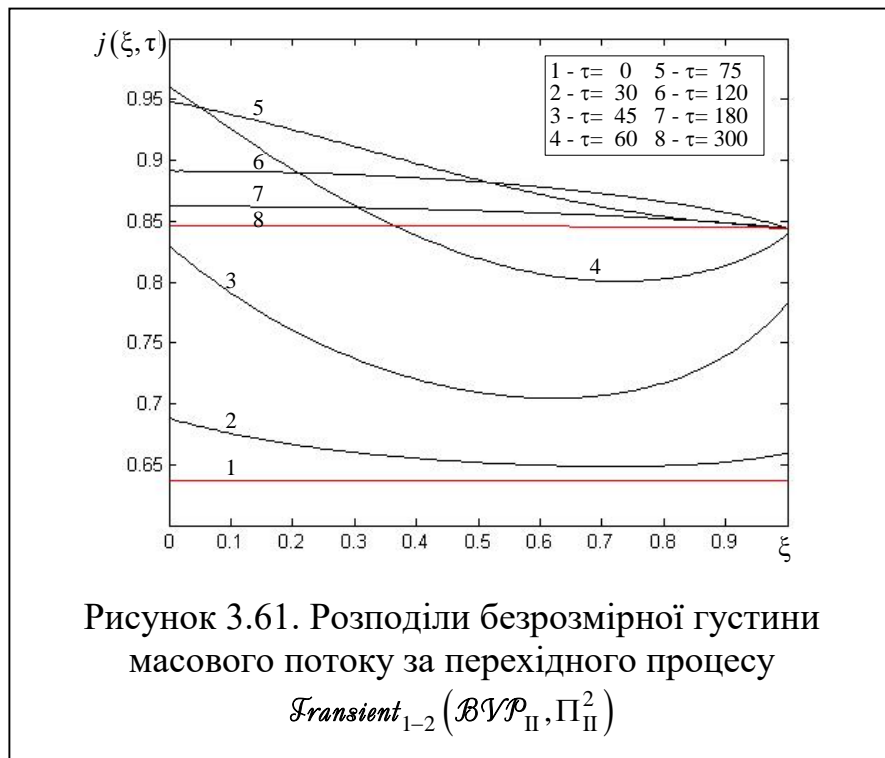
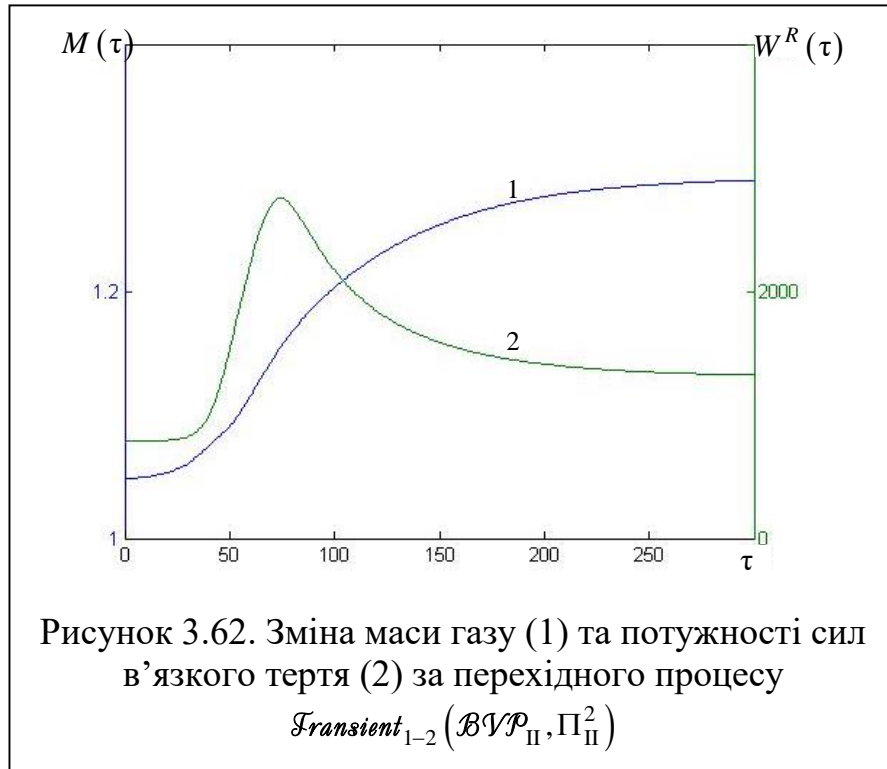


Рисунок 3.61. Розподіли безрозмірної густини масового потоку за перехідного процесу $Transient_{1-2}(BVP_{II}, \Pi_{II}^2)$



Дослідимо тепер вплив часового зсуву між функціями керування, які діють на вході $\rho^{in}(\tau)$ та виході $j^{out}(\tau)$. Для цього виберемо

$$\Pi_{II}^3 = \left\{ \begin{array}{l} \rho_1^{in} = 0.7, j_1 = 0.6372, \rho_2^{in} = 0.9, j_2 = 0.8443, \\ \tau_{start}^{\rho^{in}} = 25, \tau_{end}^{\rho^{in}} = 75, \tau_{start}^{j^{out}} = 50, \tau_{end}^{j^{out}} = 80 \end{array} \right\}. \quad (3.109)$$

Деякі результати обчислювального експерименту проведеного для множини параметрів керування (3.109) подані на рис. 3.63 – 3.368.

Із графіків рис.3.64 встановлюємо момент виходу процесу $Fransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^2)$ на стаціонарний режим $\tau_{st} \approx 117$ Отже $\tau_{gr} \approx 92$.

На рис. 3.65 – 3.67 подані графіки розподілу в трубопроводі внутрішніх параметрів перехідного процесу $Fransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^3)$ – безрозмірних густини ρ , масового потоку j та сил в'язкого тертя f^R у моменти часу τ . На рис. 3.68 подані залежності безрозмірних маси M газу, що заповнює трубопровід та потужності сил тертя W^R залежно від часу τ .

Аналізуючи отримані результати, можемо спостерігати якісні зміни у поведінці внутрішньої локальної функції $\rho^{out}(\tau)$ (див. рис.3.63) – вона спочатку зростає, а відтак спадає. Це можна пояснити тим, що за проміжок τ_{delay}^{out} хвиля, яка виникає внаслідок різкого зростання густини на вході газопроводу, досягає його виходу, що й спричиняє зростання функції $\rho^{out}(\tau)$. Відтак, з початком інтервалу зміни функції керування $j^{out}(\tau)$, різке зростання вихідного масового потоку спричиняє зниження густини на виході. Як впливає із рис. 3.64, тривалість τ_{gr} перехідного процесу $Fransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^3)$, як і процесу $Fransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^2)$, визначається процесом $\rho^{out}(\tau) \rightarrow \rho_2^{out}$ встановлення значення ρ_2^{out} густини на виході, яке відповідає режимові $Stationar_2$. Проте, у випадку $Fransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^3)$, завдяки затримці $\tau_{delay}^{out} = 25$, значення ρ_2^{out} густини на виході встановлюється швидше.

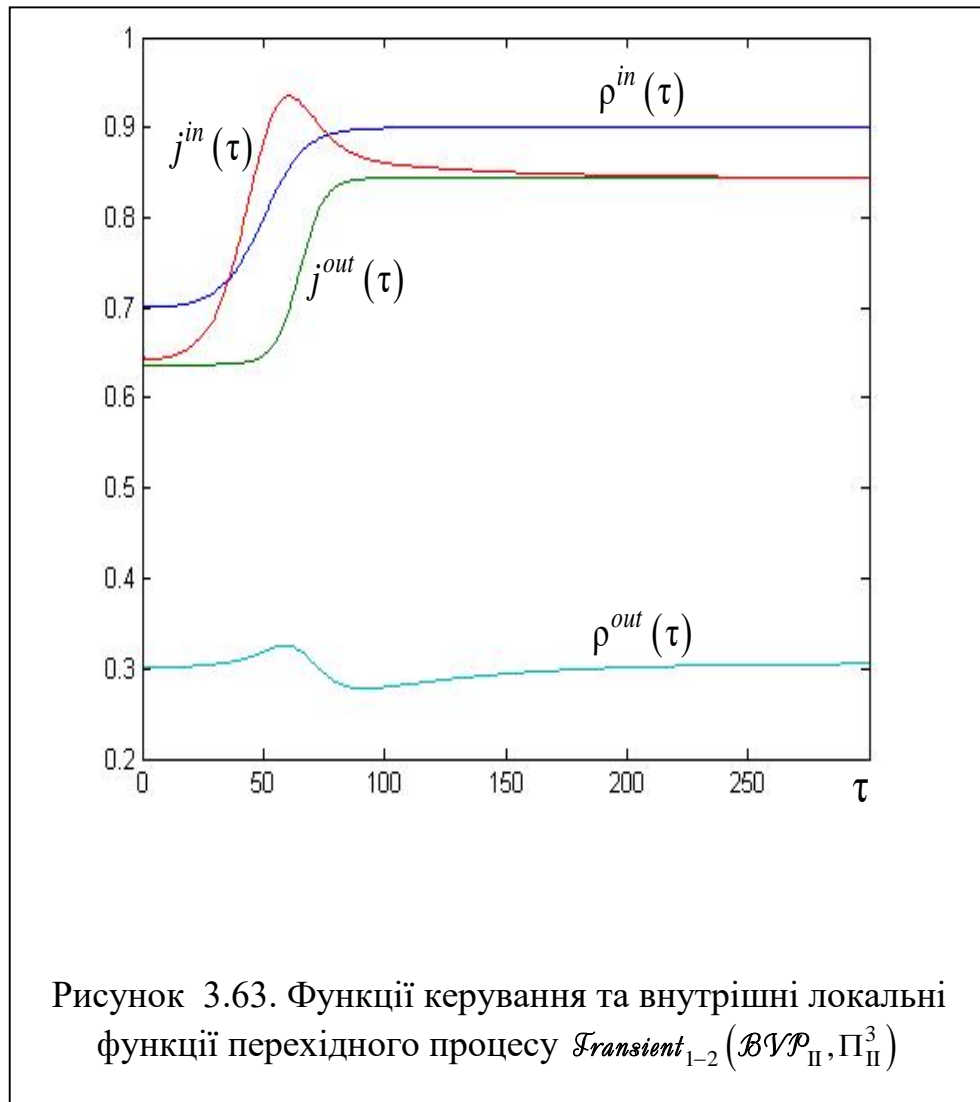
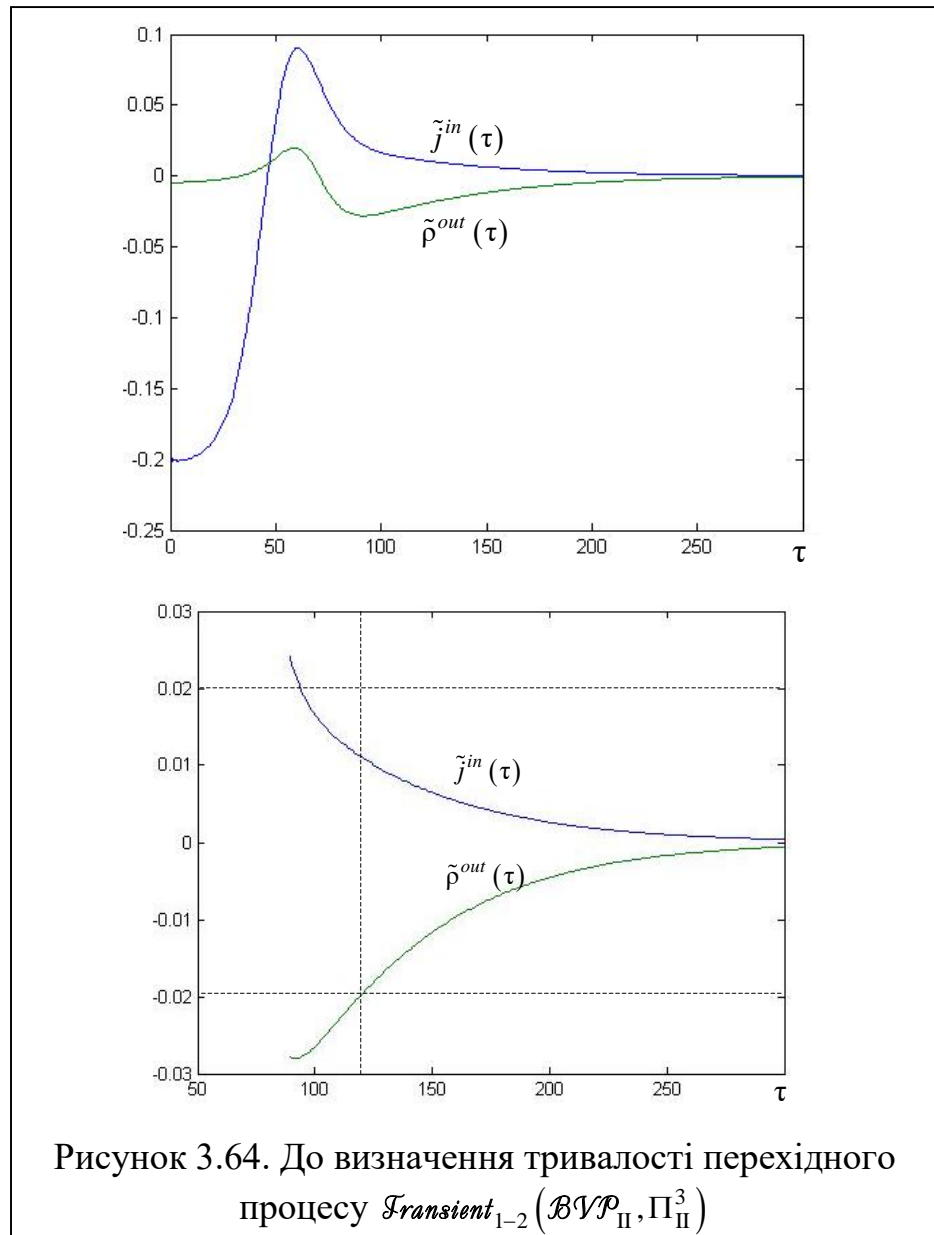
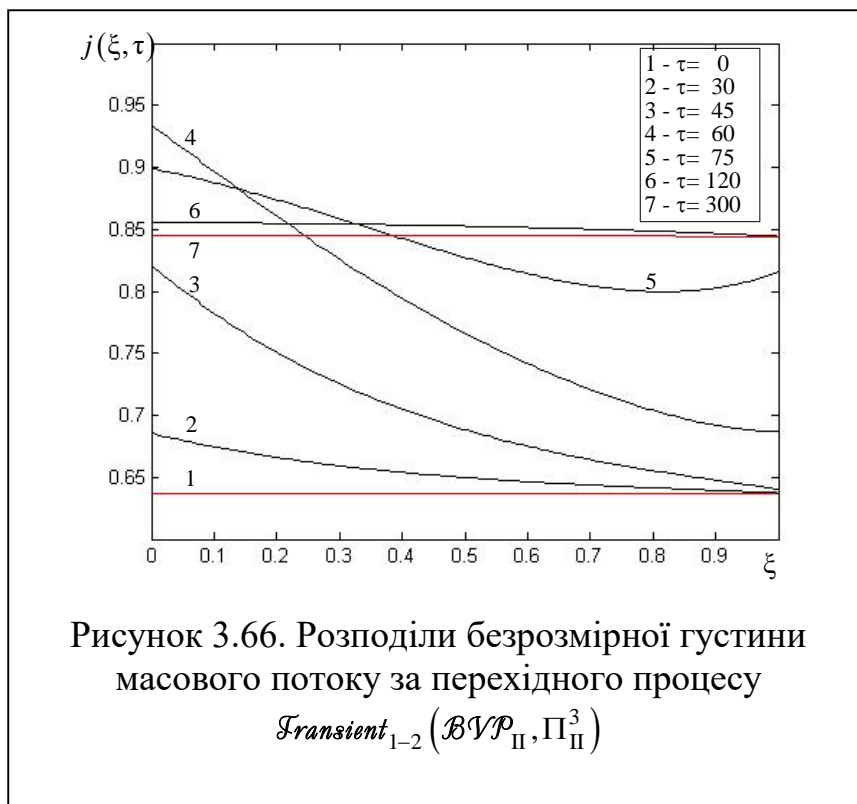
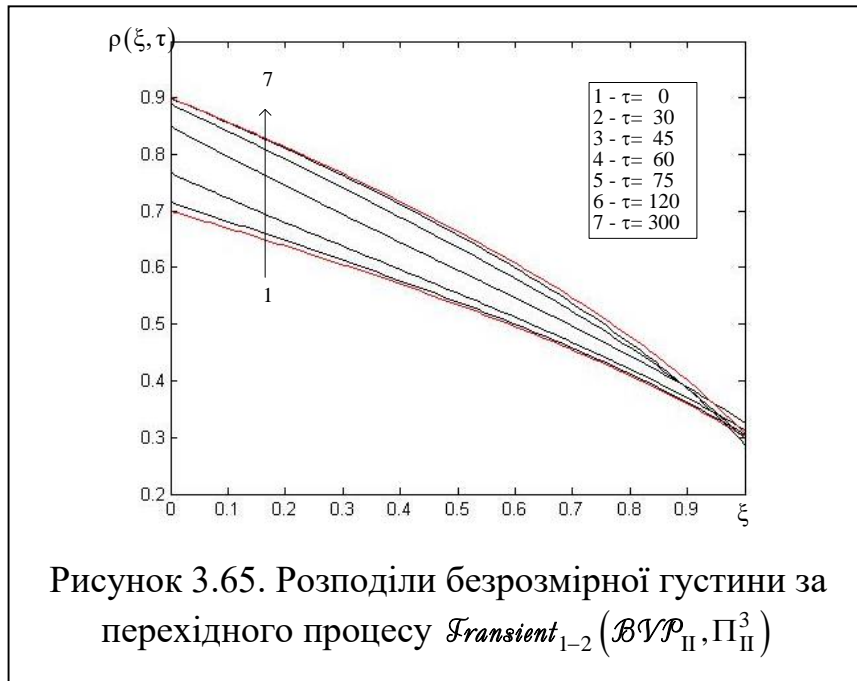
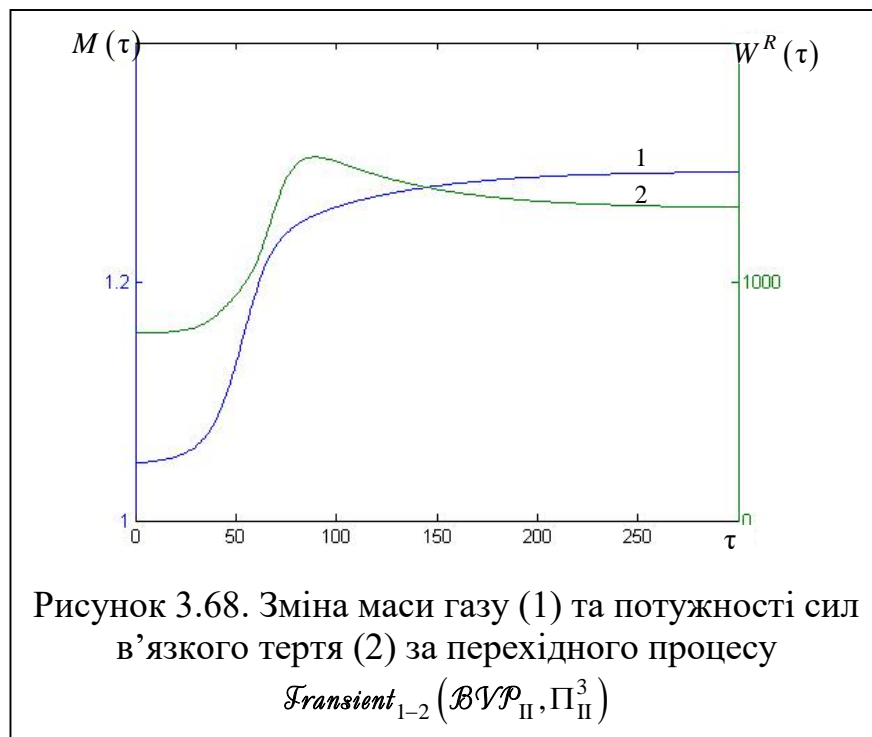
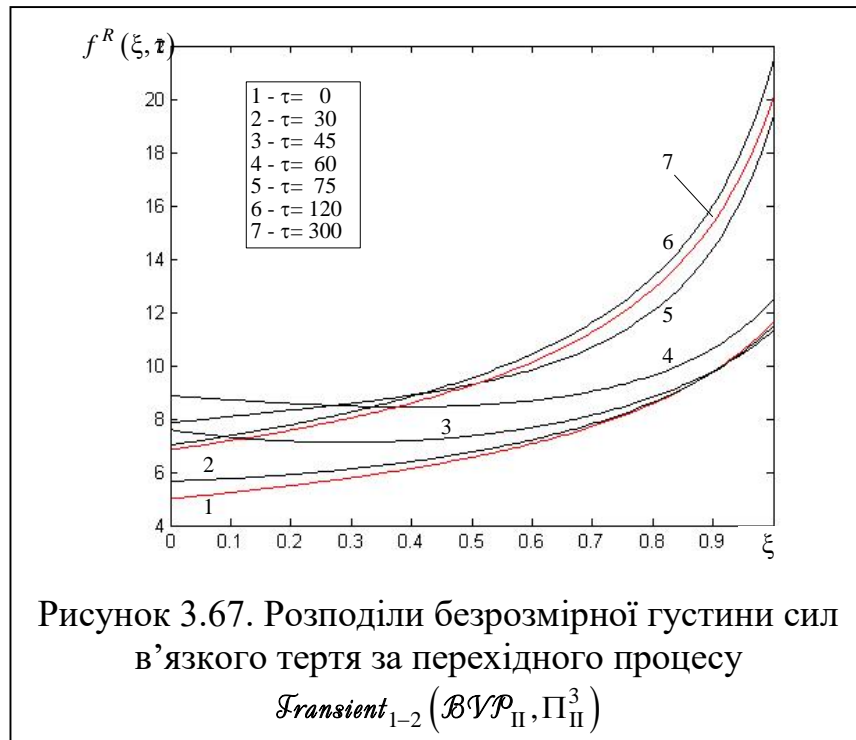


Рисунок 3.63. Функції керування та внутрішні локальні функції перехідного процесу $Transient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^3)$







3.4.3.2. Розвантаження газопроводу

Дослідимо тепер в рамках моделі \mathcal{BVP}_{Π} процеси переходу газопроводу із режиму $Stationar_2$ на режим $Stationar_1$.

Розпочнемо з обчислювального експерименту для множини параметрів

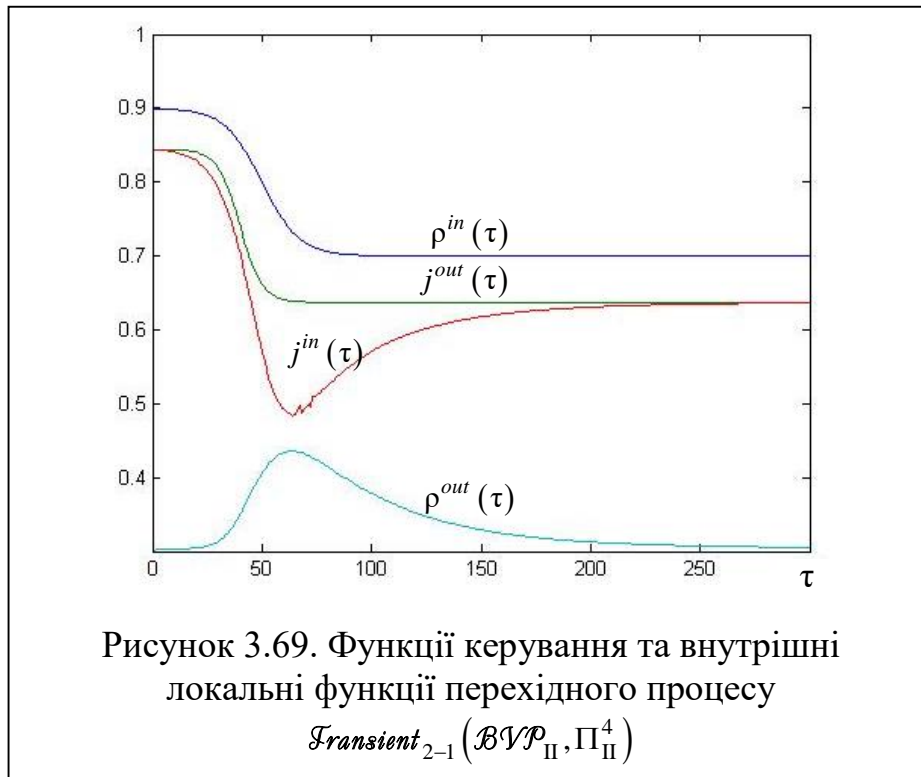
$$\Pi_{\Pi}^4 = \left\{ \begin{array}{l} \rho_1^{in} = 0.9, j_1 = 0.8443, \rho_2^{in} = 0.7, j_2 = 0.6372, \\ \tau_{start}^{\rho^{in}} = 25, \tau_{end}^{\rho^{in}} = 75, \tau_{start}^{j^{out}} = 25, \tau_{end}^{j^{out}} = 55 \end{array} \right\}. \quad (3.110)$$

Процес $Fransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{\Pi}, \Pi_{\Pi}^4)$ є зворотний до процесу $Fransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{\Pi}, \Pi_{\Pi}^2)$ – перехід від режиму $Stationar_2$ до $Stationar_1$ відбувається за тих самих часових параметрів, що і процес $Fransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_{\Pi}, \Pi_{\Pi}^2)$. Деякі результати числового експерименту подані у вигляді графіків на рис.3.69 – 3.73 Графіки функцій керування $\rho^{in}(\tau)$, $j^{out}(\tau)$ та внутрішніх функцій $j^{in}(\tau)$ $\rho^{out}(\tau)$ процесу $Fransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{\Pi}, \Pi_{\Pi}^4)$ показні на рис.3.69.

За рис. 3.70 визначаємо момент виходу процесу на стаціонарний режим $\tau_{st} \approx 157$ і тривалість перехідного процесу $\tau_{gr} \approx 135$.

Розподіли внутрішніх локальних параметрів $\rho(\xi, \tau)$ та $j(\xi, \tau)$ представлені на рис.3.71, 3.72. Графіки внутрішніх інтегральних параметрів $M(\tau)$ та $W^R(\tau)$ подані на рис. 3.73.

Як впливає із представлених графіків, перехідний процес $Fransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{\Pi}, \Pi_{\Pi}^4)$ характеризується доволі значним відхиленням від стаціонарного режиму $Stationar_2$, до якого він прямує.



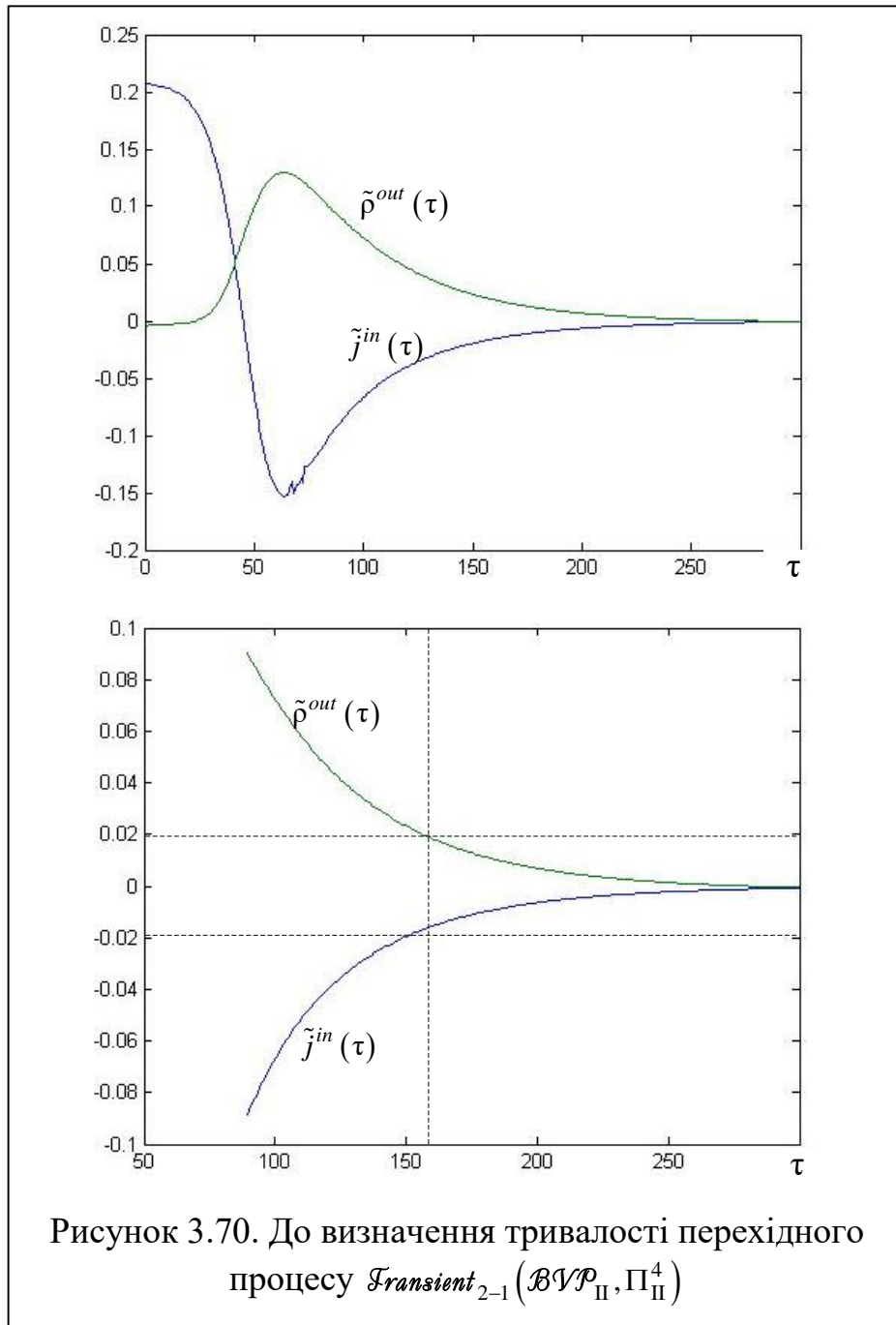


Рисунок 3.70. До визначення тривалості перехідного процесу $Transient_{2-1}(BVP_{II}, \Pi_{II}^4)$

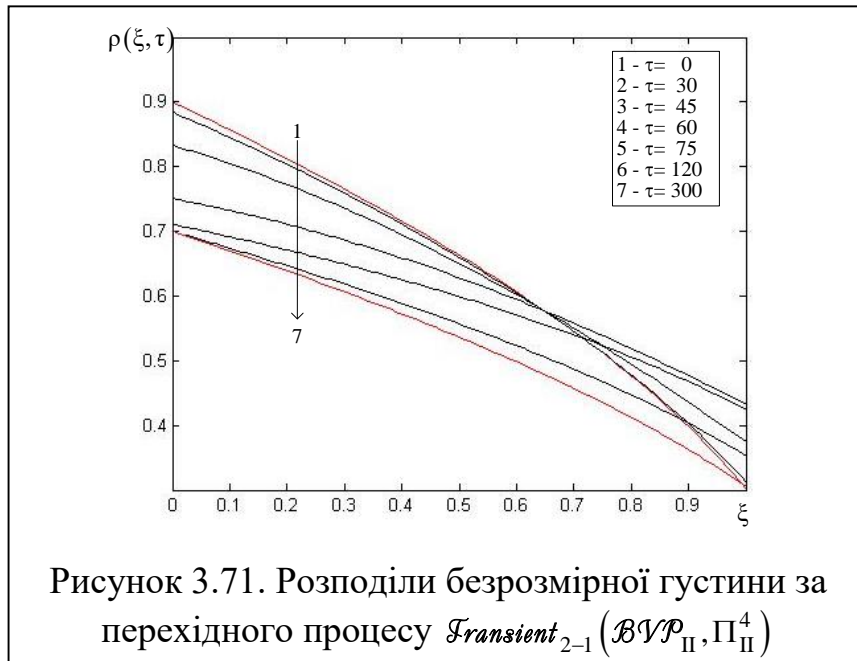


Рисунок 3.71. Розподіли безрозмірної густини за перехідного процесу $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^4)$

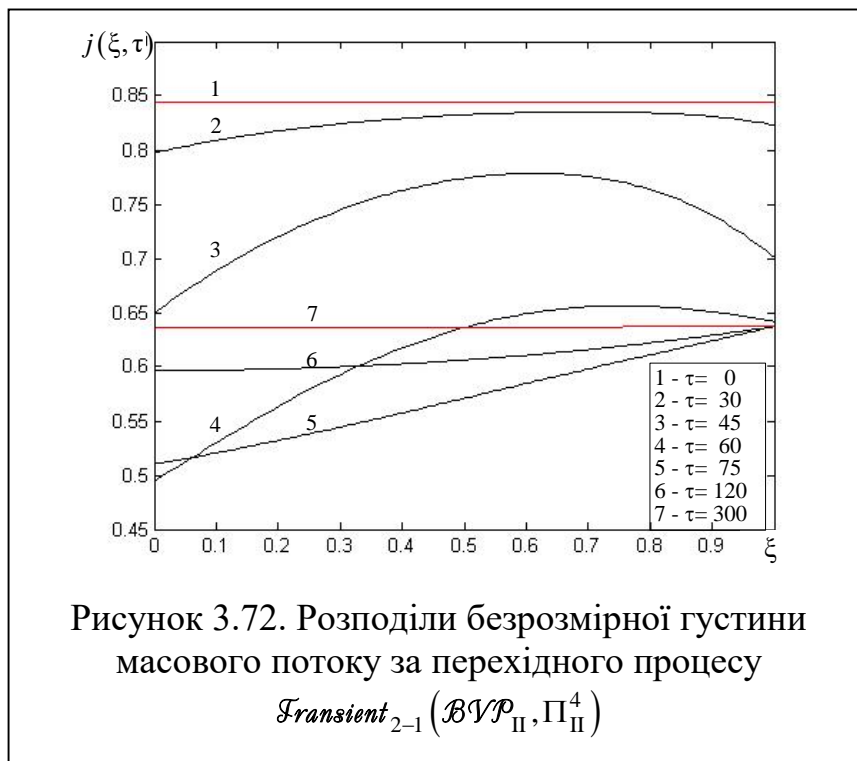
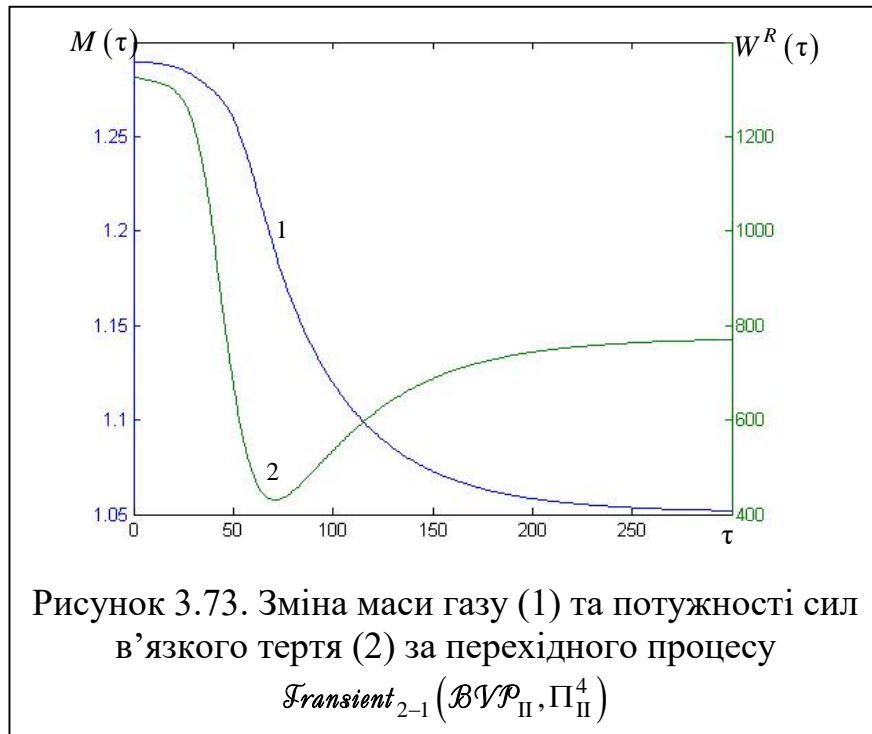


Рисунок 3.72. Розподіли безрозмірної густини масового потоку за перехідного процесу $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^4)$



Розглянемо тепер перехідний процес $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^5)$, де

$$\Pi_{II}^5 = \left\{ \begin{array}{l} \rho_1^{in} = 0.9, j_1 = 0.8443, \rho_2^{in} = 0.7, j_2 = 0.6372, \\ \tau_{start}^{\rho} = 25, \tau_{end}^{\rho} = 75, \tau_{start}^{j^{out}} = 0, \tau_{end}^{j^{out}} = 30 \end{array} \right\}. \quad (3.111)$$

При цьому функція керування $j^{out}(\tau)$ на виході випереджує функцію керування $\rho^{in}(\tau)$ на вході: $\tau_{delay}^{in/out} = \tau_{start}^{\rho} - \tau_{start}^{j^{out}} = 25$.

Результати обчислювального експерименту подані на рис. 3.74 – 3.78.

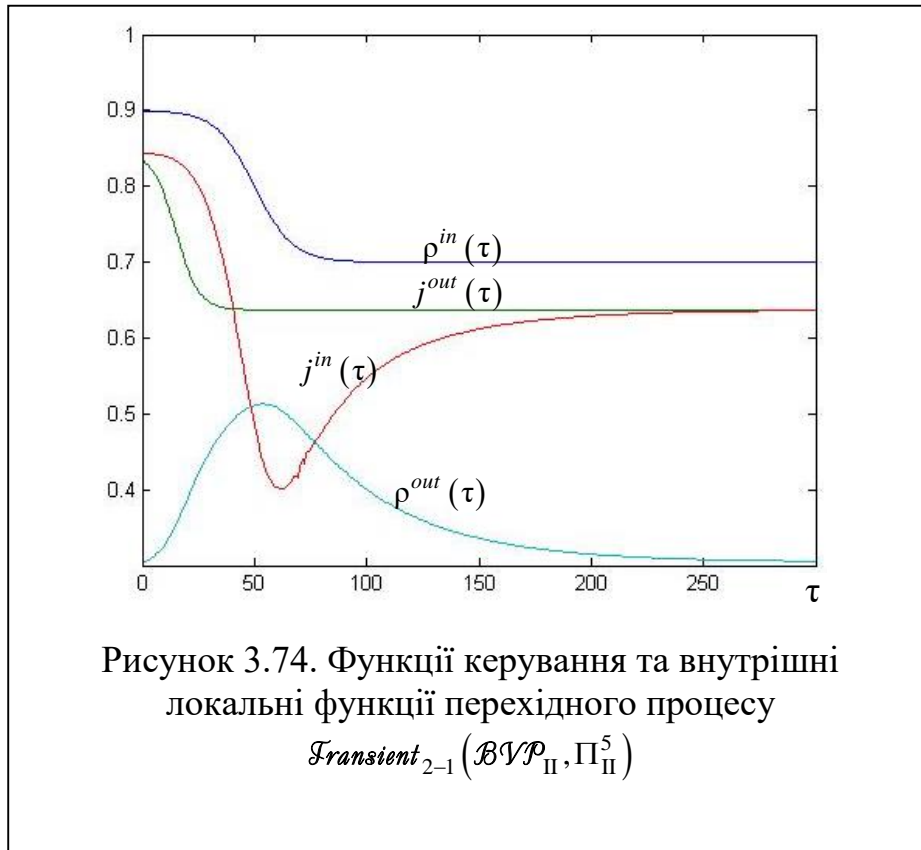
Графіки функцій керування $\rho^{in}(\tau)$, $j^{out}(\tau)$ та внутрішніх функцій $j^{in}(\tau)$ $\rho^{out}(\tau)$ процесу $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^5)$ показні на рис.3.74.

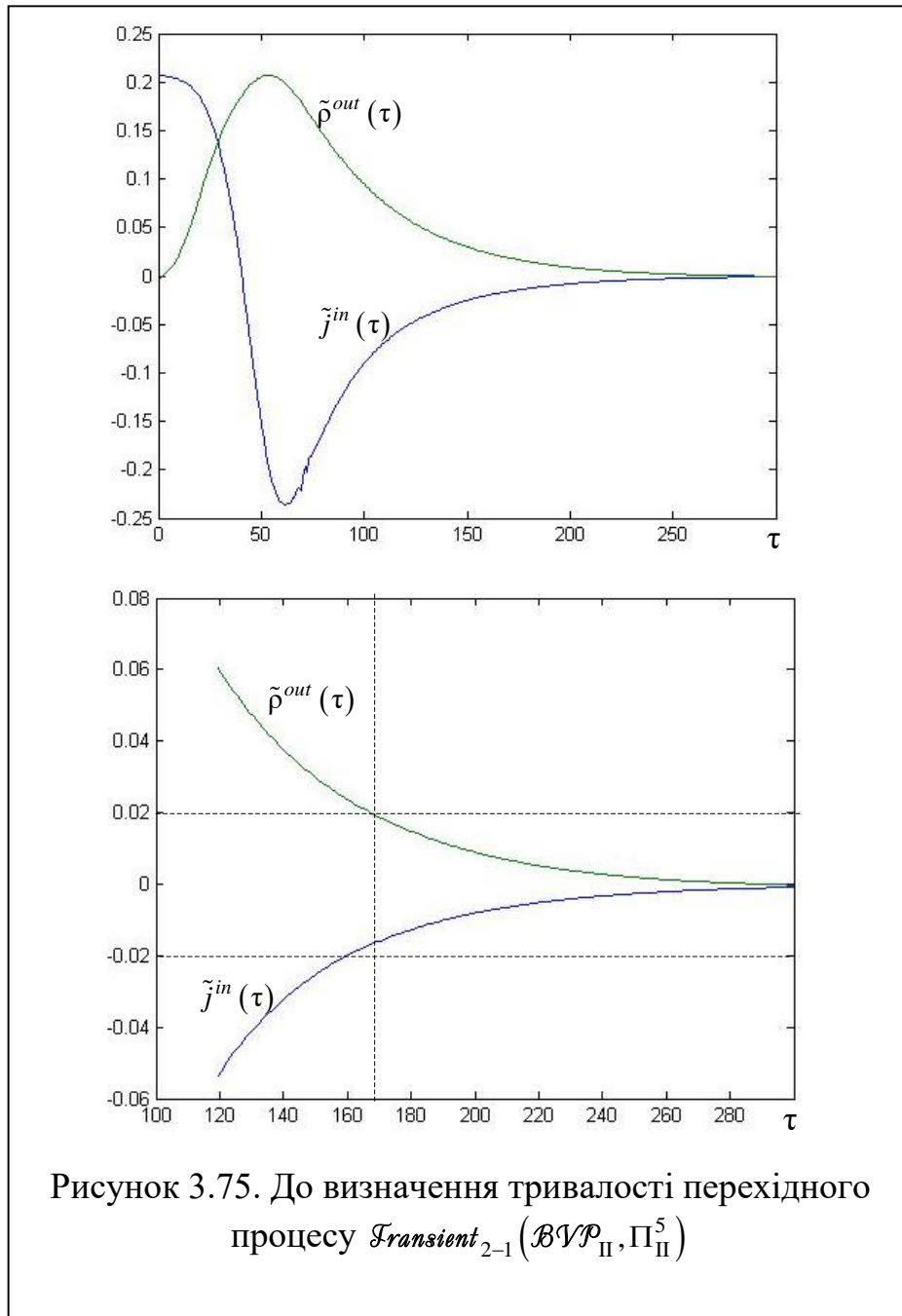
Порівнюючи залежності $j^{in}(\tau)$ та $\rho^{out}(\tau)$, представлені на рис. 3.74 із відповідними їм графіками на рис. 3.69, зауважуємо значні відхилення миттєвих значень внутрішніх параметрів j^{in} та ρ^{out} від їхніх стаціонарних значень (j_2, ρ_2^{out}) , які зумовлені випередженням функції керування $j^{out}(\tau)$ на виході стосовно функції керування $\rho^{in}(\tau)$ на вході $\Delta\tau_{delay}^{in} = 25$.

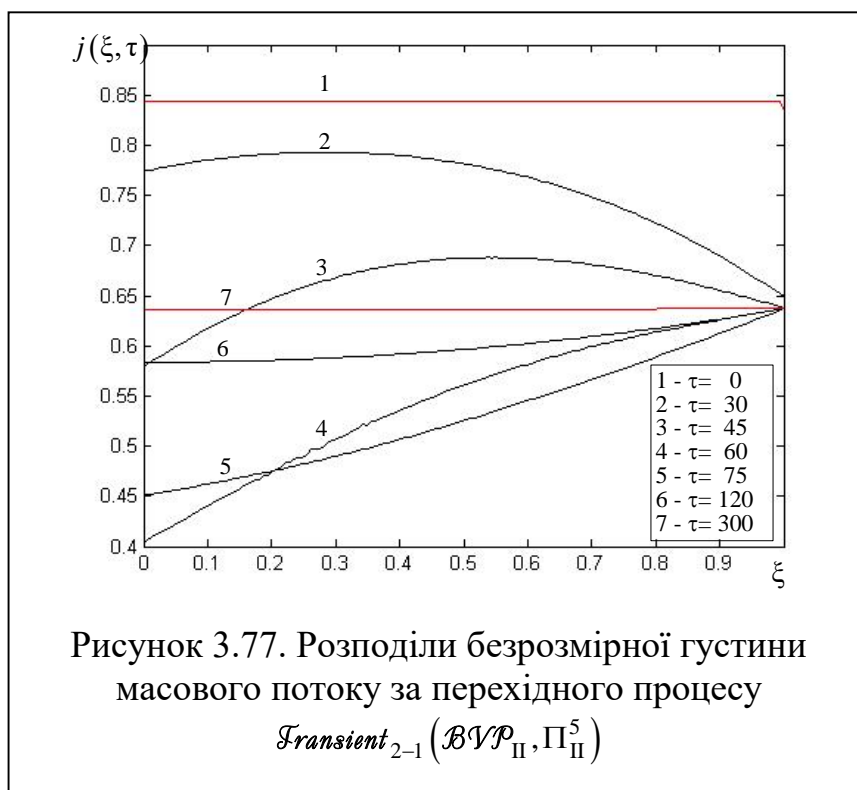
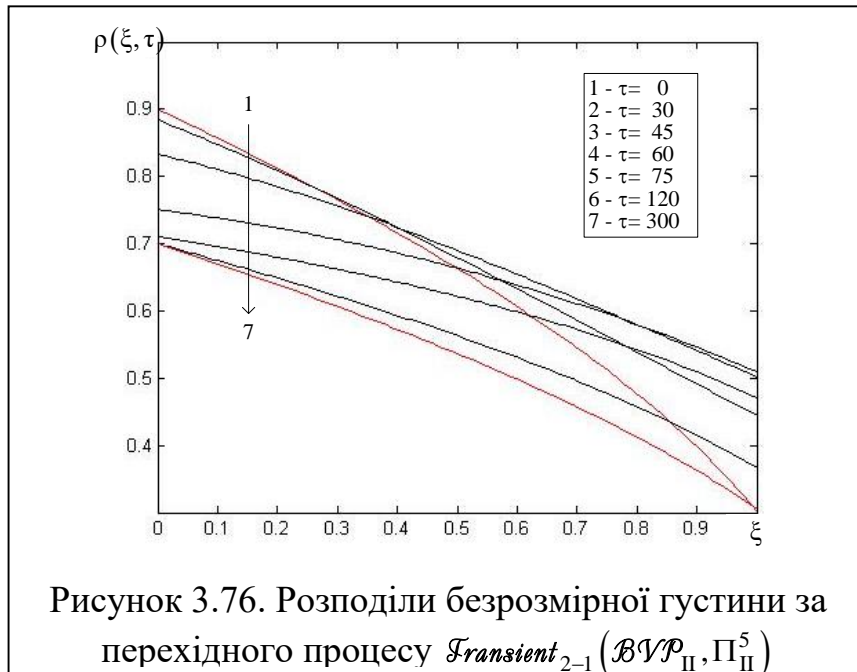
Момент виходу процесу $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^5)$ на стаціонарний режим $\mathcal{S}tationar_2$ визначаємо за графіками, представленими на рис. 3.75: $\tau_{st} \approx 168$ (точніше – 168.56) і тривалість перехідного процесу $\tau_{gr} \approx 169.56$.

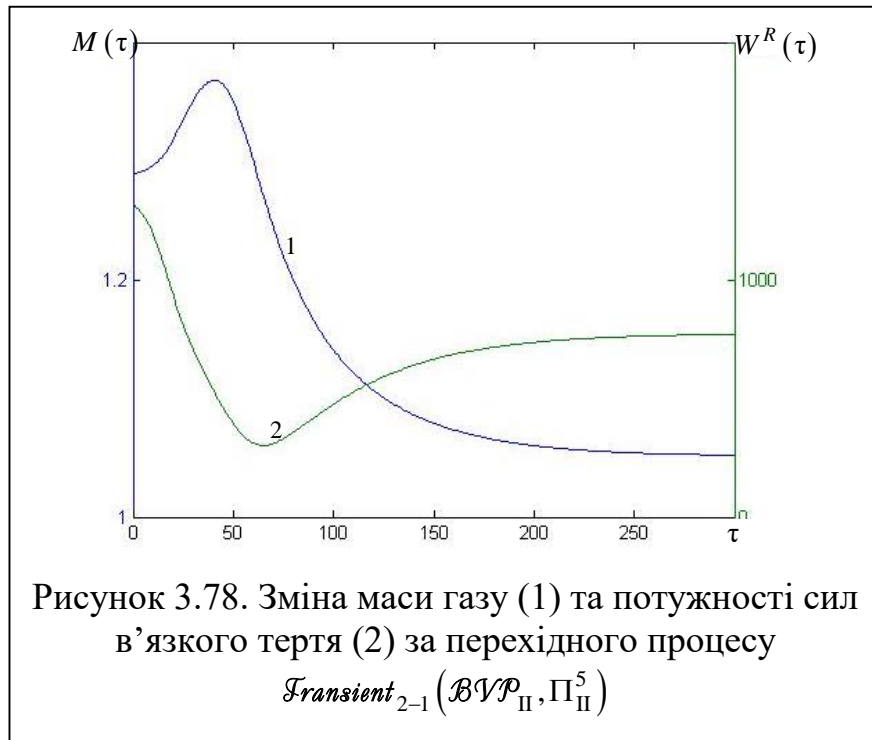
Розподіли в трубопроводі внутрішніх локальних параметрів $\rho(\xi, \tau)$ та $j(\xi, \tau)$ представлені на рис.3.76, 3.77, а графіки внутрішніх інтегральних параметрів $M(\tau)$ та $W^R(\tau)$ подані на рис. 3.78.

З наведених графічних даних випливає, що перебіг процесу $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^5)$ характеризується ще більшим, порівняно із процесом $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^4)$, відхиленням від режиму $\mathcal{S}tationar_2$.









Випередження функції керування $j^{out}(\tau)$ на виході стосовно функції керування $\rho^{in}(\tau)$ на вході приводить також до якісно іншої залежності $M(\tau)$ (крива 1 на рис.3.78) порівняно із цією ж залежністю (див. криву 1 на рис 3.73) для процесу $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^4)$, у якому затримка відсутня: $\Delta\tau_{delay}^{in} = 0$.

Розглянемо тепер випадок, коли функція керування $\rho^{in}(\tau)$ на вході випереджує функцію керування $j^{out}(\tau)$ на виході: $\Delta\tau_{delay}^{out/in} = \tau_{start}^{j^{out}} - \tau_{start}^{\rho^{in}} = 25$. Для цього вибираємо такі значення параметрів функцій керування

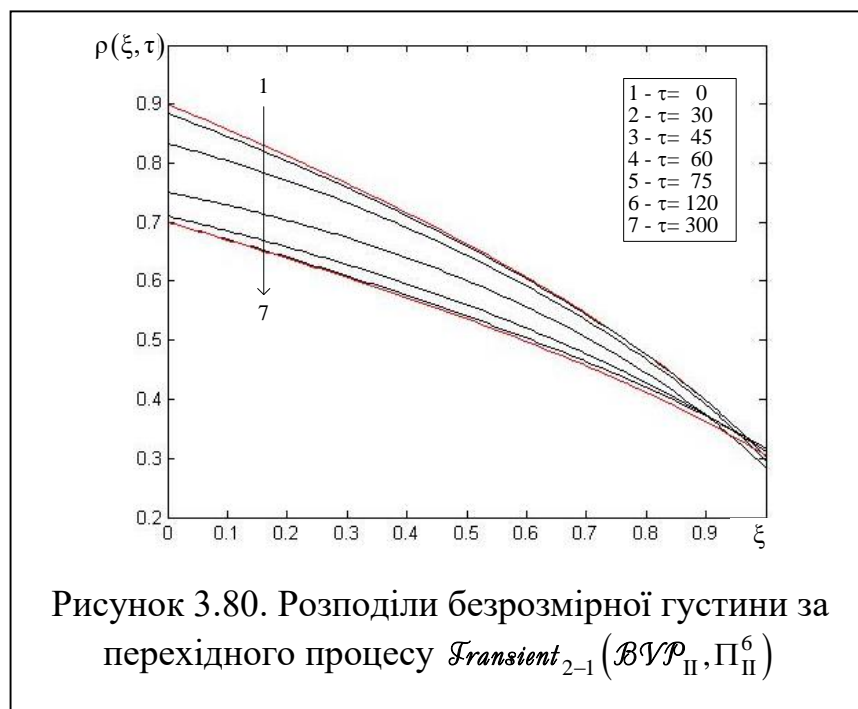
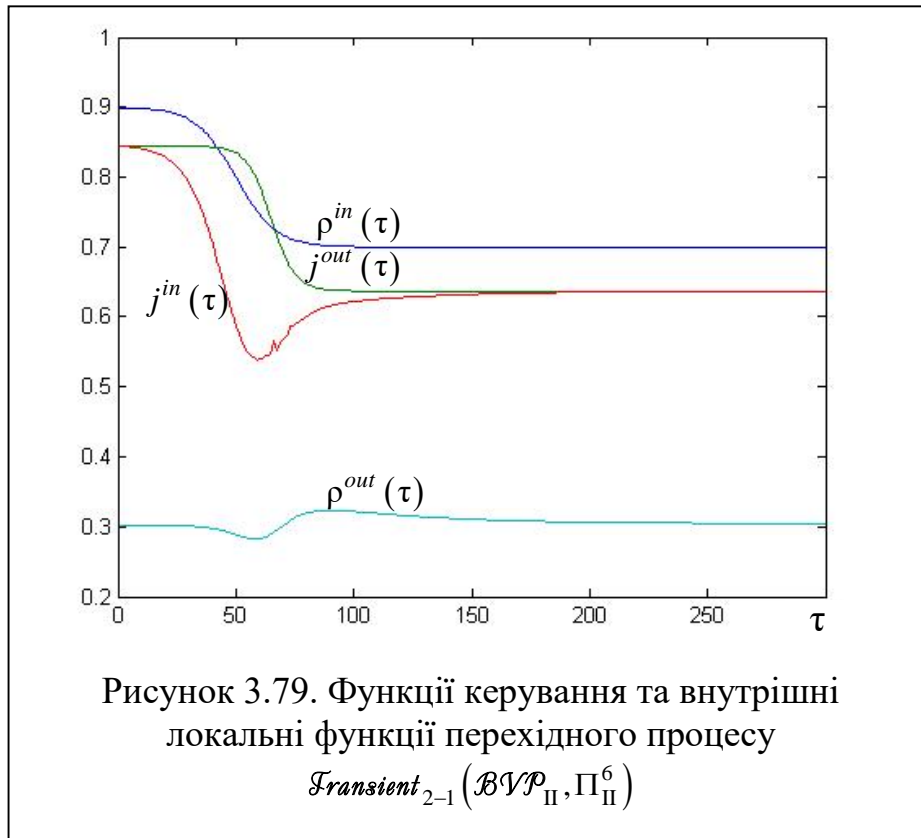
$$\Pi_{II}^6 = \left\{ \begin{array}{l} \rho_1^{in} = 0.9, j_1 = 0.8443, \rho_2^{in} = 0.7, j_2 = 0.6372, \\ \tau_{start}^{\rho^{in}} = 25, \tau_{end}^{\rho^{in}} = 75, \tau_{start}^{j^{out}} = 50, \tau_{end}^{j^{out}} = 80 \end{array} \right\}. \quad (3.112)$$

Графіки функцій керування $\rho^{in}(\tau)$, $j^{out}(\tau)$ та внутрішніх функцій $j^{in}(\tau)$ $\rho^{out}(\tau)$ процесу $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^6)$ показні на рис.3.79.

Моментом виходу на стаціонарний режим, який визначили з допуском $\varepsilon = 0.02$ із залежностей $j^{in}(\tau)$ та $\rho^{out}(\tau)$, є $\tau_{st} \approx 92$, а тривалість перехідного процесу $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^6)$ дорівнює $\tau_{gr} \approx 67$.

На рис.3.80, 3.81 подані розподіли безрозмірних густини $\rho(\xi, \tau)$ і $j(\xi, \tau)$ густини масового потоку у трубопроводі у різні моменти часу для перехідного процесу, а на рис. 3.82 – графіки внутрішніх інтегральних функцій $M(\tau)$ та $W^R(\tau)$ для цього процесу.

Аналізуючи представлені результати, можемо зауважити, що перебіг процесу $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^6)$ відбувається з невеликими, порівняно із процесами $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^4)$ та $\mathcal{F}ransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^5)$, відхиленнями від стаціонарних режимів. Це, зокрема впливає із того, що графіки функції $\rho(\xi, \tau)$ та $j(\xi, \tau)$ лише незначно виходять за межі областей, утворених на координатній площині кривими $\rho_1(\xi)$ і $\rho_2(\xi)$ та $j = j_1$ і $j = j_2$ відповідно.



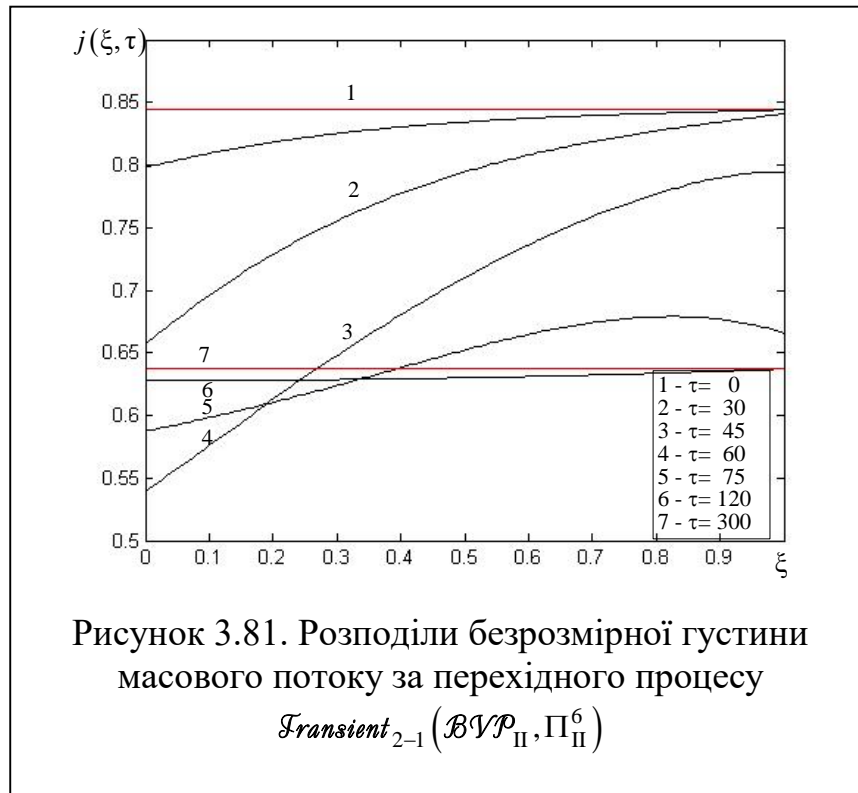


Рисунок 3.81. Розподіли безрозмірної густини масового потоку за перехідного процесу $\mathcal{I}ransient_{2-1}(BVP_{II}, \Pi_{II}^6)$

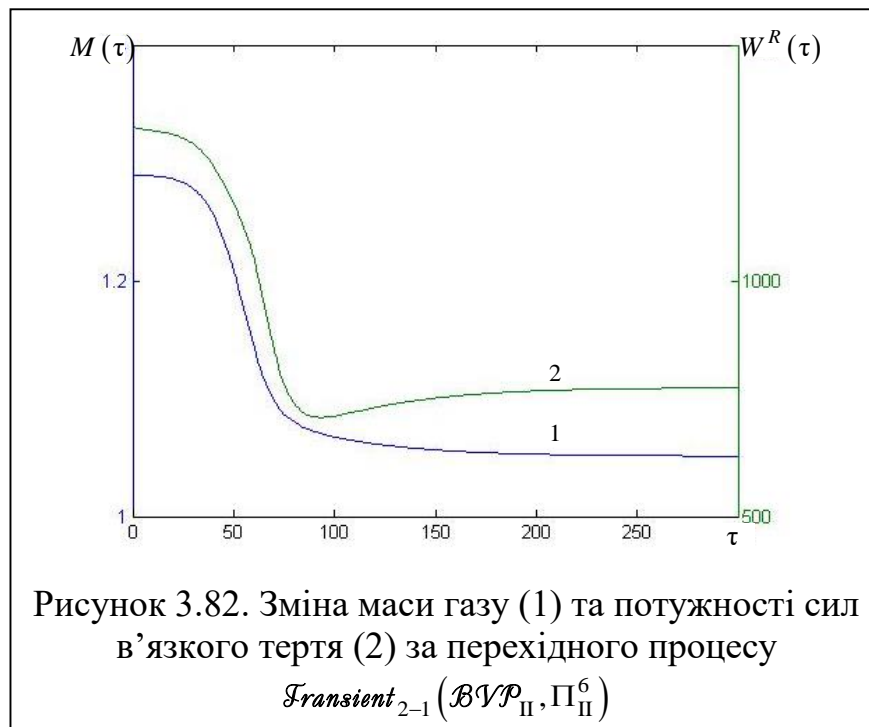


Рисунок 3.82. Зміна маси газу (1) та потужності сил в'язкого тертя (2) за перехідного процесу $\mathcal{I}ransient_{2-1}(BVP_{II}, \Pi_{II}^6)$

Про незначне відхилення від режимів $Stationar_1$ та $Stationar_2$ свідчить також залежність $M(\tau)$ (крива 1 на рис.3.82). Як бачимо, маса газу, що заповнює трубопровід монотонно зменшується в продовж процесу $Fransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^6)$ від значення M_1 , характерного для режиму $Stationar_1$ до значення M_2 , властивого для $Stationar_2$. Функція $W^R(\tau)$ істотно зменшила свій розмах, порівняно із процесом $Fransient_{2-1}(\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^5)$ (див. рис.3.78, 3.82).

3.4.4. Аналіз ефективності перехідних процесів

Результати проведених у цьому розділі числових досліджень свідчать про те, що перебіг будь якого перехідного процесу, який визначає зміну режиму роботи трубопроводу, істотно залежить від моделі керування, яку застосовують, та конкретних значень параметрів функцій керування, властивих для цього режиму.

Сукупність моделі керування \mathcal{BVP}_K , $K = I, II, \dots, V$ та відповідної їй множини Π_K параметрів функцій керування визначає алгоритм керування перехідним процесом. Щоб порівнювати між собою перехідні процеси, які реалізують за різними алгоритмами, слід увести інтегральні числові характеристики, які є функціоналами для кожного процесу $Fransient_{1-2}(\mathcal{BVP}_K, \Pi_K)$.

Уведений раніше (див.пп.3.3.2.4), числовий параметр – тривалість перехідного процесу τ_{gr} - є одним із таких функціоналів. Як показали проведені числові дослідження τ_{gr} істотно залежить від параметрів режимів $Stationar_1$ та $Stationar_2$, між якими здійснюється перехід, а також від алгоритму керування цим процесом: $\tau_{gr} = \tau_{gr}^{1-2}(\mathcal{BVP}_K, \Pi_K)$.

Для оцінювання затрат енергії, необхідних для подолання сил в'язкого тертя під час перехідного процесу, використовуватимемо роботу цих сил, виконану під час перехідного процесу $\mathcal{A}_{gr}^R = M_i V_i^2 A_{gr}^R$, де A_{gr}^R – безрозмірна робота сил в'язкого тертя:

$$A_{gr}^R = A^R(\tau_{st}) - A^R(\tau_{start}). \quad (3.113)$$

$A^R(\tau)$ – безрозмірна роботи сил в'язкого тертя за проміжок $[0, \tau]$, яка введена формулою (3.70), $\tau_{st} = \tau_{gr} + \tau_{start}$ – момент завершення перехідного процесу, $\tau_{start} = \min(\tau_{start}^{in}, \tau_{start}^{out})$ – момент початку перехідного процесу, τ_{start}^{in} та τ_{start}^{out} – моменти початку інтервалів зміни функцій керування на вході та виході.

Безрозмірний параметр A_{gr}^R є функціоналом перехідного процесу, тобто будь-якому перехідному процесові $\mathcal{F}_{transient}_{1-2}(\mathcal{BVP}_K, \Pi_K)$ відповідає дійсне число $A_{gr}^R = A_{gr}^{R^{1-2}}(\mathcal{BVP}_K, \Pi_K)$.

Під час перехідного процесу здійснюється транспортування газу. Маси газу, відібраного з ГТС на вході трубопроводу M_{gr}^{in} і переданого у мережу на виході M_{gr}^{out} за проміжок часу протікання перехідного процесу, обчислюються як

$$M_{gr}^{in} = S \int_{t_{start}}^{t_{end}} J^{in}(t) dt = M_t M_{gr}^{in}, \quad M_{gr}^{out} = S \int_{t_{start}}^{t_{end}} J^{out}(t) dt = M_t M_{gr}^{out}, \quad (3.114)$$

де

$$M_{gr}^{in} = Ma \int_{\tau_{start}}^{\tau_{st}} j^{in}(\tau) d\tau, \quad M_{gr}^{out} = Ma \int_{\tau_{start}}^{\tau_{st}} j^{out}(\tau) d\tau. \quad (3.115)$$

Дійсні безрозмірні параметри M_{gr}^{in} та M_{gr}^{out} є також функціоналами перехідного процесу.

Функціоналами перехідного процесу є також параметри \bar{j}_{gr}^{in} та \bar{j}_{gr}^{out} , які визначають середні за період τ_{gr} протікання перехідного процесу значення безрозмірного масового потоку на вході і виході:

$$\bar{j}_{gr}^{in} = \frac{M_{gr}^{in}}{Ma \cdot \tau_{gr}}, \quad \bar{j}_{gr}^{out} = \frac{M_{gr}^{out}}{Ma \cdot \tau_{gr}} \quad (3.116)$$

Значення функціоналів \bar{j}_{gr}^{in} та \bar{j}_{gr}^{out} можна використати, щоб оцінити перехідний процес, для якого вони обчислені, зокрема, порівнюючи їх значення потоків j_1 та j_2 стаціонарних режимів, між якими відбувається перехід.

Параметри Q_{gr}^{in} та Q_{gr}^{out}

$$Q_{gr}^{in} = \frac{\mathcal{A}_{Tr}^R}{M_{Tr}^{in}} = V_t^2 \frac{A_{gr}^R}{M_{gr}^{in}} = V_t^2 Q_{gr}^{in}, \quad Q_{gr}^{out} = \frac{\mathcal{A}_{Tr}^R}{M_{Tr}^{out}} = V_t^2 \frac{A_{gr}^R}{M_{gr}^{out}} = V_t^2 Q_{gr}^{out}, \quad (3.117)$$

де

$$Q_{gr}^{in} = \frac{\int_{\tau_{start}}^{\tau_{st}} \int_0^1 \beta(\xi) \frac{j^3(\xi, \tau)}{\rho^2(\xi, t)} d\xi d\tau}{\int_{\tau_{start}}^{\tau_{st}} j^{in}(\tau) d\tau}, \quad Q_{gr}^{out} = \frac{\int_{\tau_{start}}^{\tau_{st}} \int_0^1 \beta(\xi) \frac{j^3(\xi, \tau)}{\rho^2(\xi, t)} d\xi d\tau}{\int_{\tau_{start}}^{\tau_{st}} j^{out}(\tau) d\tau}, \quad (3.118)$$

визначають питому енергію, затрачену на відбір газу маси газу M_{gr}^{in} із ГТС на вході трубопроводу та на подачу його в мережу на виході.

Безрозмірні параметри Q_{gr}^{in} та Q_{gr}^{out} є функціоналами перехідного процесу. Їх можна використати для оцінки впливу алгоритму керування перехідним процесом на ефективність транспортування газу під час здійснення процесу $Transient_{1-2}(BVP_K, \Pi_K)$. Зокрема, можна порівнювати як Q_{gr}^{in} , так і Q_{gr}^{out} , із параметрами Q_1 і Q_2 , обчисленими для стаціонарних режимів $Stationar_1$ та $Stationar_2$, між якими здійснюється перехід:

$$Q_1 = \frac{W_1}{j_1} = j_1^2 \int_0^1 \frac{\beta(\xi)}{\rho_1^2(\xi)} d\xi, \quad Q_2 = \frac{W_2}{j_2} = j_2^2 \int_0^1 \frac{\beta(\xi)}{\rho_2^2(\xi)} d\xi. \quad (3.119)$$

Для режимів $Stationar_1$ і $Stationar_2$, які розглядали у числових експериментах, ці параметри є такі: $Q_1 = 1.23 \cdot 10^3$, $Q_2 = 1.56 \cdot 10^3$

Використовуючи результати проведених числових експериментів, результати яких викладені у цьому підрозділі, обчислені значення розглянутих тут функціоналів для усіх 12-ти моделей керування, які досліджувались. Результати цих досліджень подані у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1. Параметри перехідних процесів для різних моделей і алгоритмів керування

Модель, Алгоритм	Напрямок	$\Delta\tau^{in}$	$\Delta\tau^{out}$	τ_{delay}^{out}	τ_{gr}	A_{gr}	M_{gr}^{in}	\bar{j}_{gr}^{in}	M_{gr}^{out}	\bar{j}_{gr}^{out}	Q_{gr}^{in}	Q_{gr}^{out}
\mathcal{BVP}_I, Π_I^1	1 – 2	50	–	0	68.18	1.84e+03	1.42	0.85	1.20	0.72	1.29e+03	1.53e+03
\mathcal{BVP}_I, Π_I^2	1 – 2	30	–	0	53.84	1.51e+03	1.18	0.90	0.95	0.72	1.28e+03	1.59e+03
\mathcal{BVP}_I, Π_I^3	2 – 1	50	–	0	66.22	1.66e+03	1.02	0.63	1.24	0.76	1.63e+03	1.33e+03
\mathcal{BVP}_I, Π_I^4	2 – 1	30	–	0	49.93	1.21e+03	0.71	0.58	0.94	0.77	1.71e+03	1.29e+03
$\mathcal{BVP}_{III}, \Pi_{III}^1$	1 – 2	50	–	0	125.75	3.31e+03	2.45	0.80	2.23	0.72	1.35e+03	1.48e+03
$\mathcal{BVP}_{III}, \Pi_{III}^2$	2 – 1	50		0	123.50	3.11e+03	2.05	0.68	2.28	0.75	1.51e+03	1.37e+03
$\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^1$	1 – 2	50	50	0	153.60	5.78e+03	3.26	0.87	3.04	0.81	1.77e+03	1.90e+03
$\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^2$	1 – 2	50	30	0	175.67	8.10e+03	3.77	0.88	3.55	0.82	2.15e+03	2.28e+03
$\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^3$	1 – 2	50	30	25	92.39	2.66e+03	1.92	0.85	1.70	0.75	1.39e+03	1.56e+03
$\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^4$	2 – 1	50	30	0	135.52	2.11e+03	1.92	0.58	2.14	0.64	1.10e+03	0.98e+03
$\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^5$	2 – 1	50	30	-25	169.56	2.33e+03	2.35	0.57	2.56	0.62	0.99 e+03	0.91e+03
$\mathcal{BVP}_{II}, \Pi_{II}^6$	2 – 1	50	30	25	67.31	1.70e+03	1.05	0.64	1.26	0.76	1.62e+03	1.36e+03

Як впливає із представлених у таблиці результатів, введені функціонали перехідних процесів – тривалість τ_{gr} , затрати енергії на подолання сил в'язкого тертя A_{gr} , маси газу, відібраного із ГТС M_{gr}^{in} на вході трубопроводу та переданого у мережу M_{gr}^{out} на його виході, питомі енергетичні затрати на подолання сил тертя Q_{gr}^{in} та Q_{gr}^{out} , а також середні значення безрозмірної густини масового потоку \bar{j}_{gr}^{in} та \bar{j}_{gr}^{out} істотно залежать від моделі BVP_K керування та вибраних параметрів Π_K функцій керування на вході і виході.

3.5. ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ СТАЦІОНАРНИМИ РЕЖИМАМИ РОБОТИ МАГІСТРАЛЬНОГО ГАЗОПРОВОДУ

Процес транспортування газу супроводжується затратами енергії. Як показали обчислювальні експерименти, результати яких подані і пункті 3.4.4, питомі енергетичні затрати на транспортування газу за стаціонарних умов є менші ніж у перехідних режимах. Тому для транспортування газу доцільно вибирати стаціонарні режими роботи газопроводу. За сталої витрати, питомі затрати енергії за стаціонарних умов залежать від тиску газу в магістралі – зі зростанням тиску зростає густина газу і зменшується швидкість руху, а відтак – зменшуються витрати енергії. У зв'язку із цим постає проблема вибору режимів, за яких ці витрати задовольнятимуть певні критерії оптимальності. Метою цього підрозділу є формулювання задач оптимізації режимами транспортування газу в магістральних газопроводах та розроблення алгоритму їхнього розв'язування.

3.5.1 Модель керування стаціонарними потоками

За стаціонарних умов безрозмірна густина газу задовольняє рівняння, яке отримане у розділі 2 (див. п.2.2.5)

$$\frac{d\rho}{d\xi} = - \frac{Ma^2 \beta j^2 \rho + Ma \frac{d\gamma}{d\xi} \rho^3}{Z(\tilde{p}, T) \rho^2 - Ma^2 j^2}. \quad (3.120)$$

Отже, за заданих густини потоку j та функції профілю висот $\gamma_i(\xi)$ за внутрішню функцію стаціонарного процесу можна вибрати безрозмірну густину газу $\rho(\xi)$, $\xi \in [-1, 1]$.

Нехай P_{in} та P_{out} – тиски, які діють на вході та виході трубопроводу. Змінюючи значення P_{in} чи P_{out} за сталого потоку J , можна керувати режимом течії. Густина ρ_{in} та ρ_{out} , які їм відповідають, знаходимо, використовуючи термічне рівняння стану та встановлюємо крайові умови для функції $\rho(\xi)$:

$$\rho|_{\xi=-1} = \rho_{in}, \quad \rho|_{\xi=1} = \rho_{out} \quad (3.121)$$

Використовуючи ці умови можна сформулювати дві задачі Коші для звичайного диференціального рівняння першого порядку (3.120): перша задача \mathcal{IVP}_I – (3.120), (3.121)₁ – з умовою, визначеною на лівому кінці $\xi = -1$ відрізка визначення ключової функції $\rho(\xi)$, а друга \mathcal{IVP}_{II} – (3.120), (3.121)₂ – з умовою, визначеною на правому кінці цього відрізка. Відповідно до цього маємо дві моделі керування стаціонарною течією газу в трубопроводі за заданого значення потоку j : \mathcal{IVP}_I та \mathcal{IVP}_{II} . У першій моделі параметром керування є густина ρ_{in} , а у другій – ρ_{out} .

На рис.3.83 *a*) показаний розподіл безрозмірної густини $\rho(\xi)$ у трубопроводі за заданого потоку $j = 0.8$ та трьох різних значень тиску на вході, яким відповідають значення густини $\rho_{in} = 0.75, 0.85, 1.0$ (криві 1, 2, 3 відповідно). На рис.3.83 *b*) показаний розподіл безрозмірної густини ρ трубопроводі за фіксованого нульового тиску на виході ($\rho_{out} = 0$) та трьох різних значень безрозмірного потоку $j = 0.8, 1.0, 1.2$ (криві 1, 2, 3 відповідно).

Залежності, показані на рис.1 *a*), отримані шляхом чисельного розв'язування методом Рунге-Кутти задачі \mathcal{IVP}_I для трьох вказаних значень параметра ρ_{in} в умові (3.121)₁. Залежності, показані на рис.3.83 *b*), отримані шляхом розв'язування задачі \mathcal{IVP}_{II} за однорідної крайової умови (3.121)₂ для трьох вказаних значень параметра j у рівнянні (3.120).

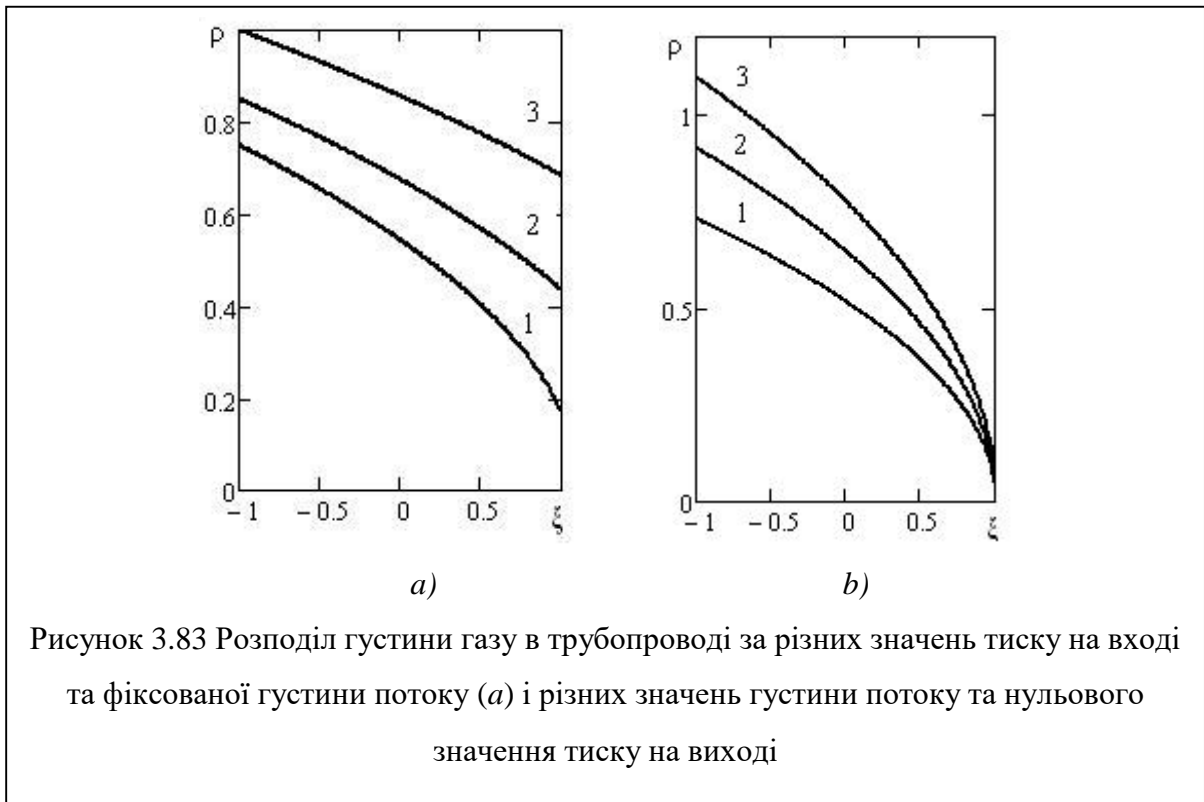


Рисунок 3.83 Розподіл густини газу в трубопроводі за різних значень тиску на вході та фіксованої густини потоку (а) і різних значень густини потоку та нульового значення тиску на виході

Розрахунок проведено для горизонтального трубопроводу ($\partial\gamma/\partial\xi \equiv 0$) і значення безрозмірного потоку $j = 0.8$. Розглядали газову суміш у складі: метан — 98,6%, етан — 0,15%, двоокис вуглецю — 0,31%, азот — 1,24%. Приймали наступні значення параметрів задачі: довжина трубопроводу $L = 100$ км, внутрішній діаметр труби $D = 1,338$ м, характерний тиск $P_0 = 6,65$ МПа, температура $T = 300$ К. Характерну густину масового потоку приймали $J_0 = 468$ кг/м²с, що відповідає комерційній витраті, віднесеній до стандартних умов, 86 млн. кубічних метрів за день. Коефіцієнт тертя брали $\lambda = 9,22 \cdot 10^{-3}$.

3.5.2. Задачі оптимізації стаціонарних режимів

Режими роботи газопроводів встановлюють, виходячи із планових обсягів постачання природнього газу на задані періоди. Для кожного періоду задані значення витрати Q газу, за яким легко обчислити значення масового потоку J і його безрозмірне значення j .

Стаціонарний режим течії газу визначає пара параметрів, це – значення потоку j і густини ρ_{in} на вході або значення потоку j і густини ρ_{out} на виході. Розв'язавши задачу \mathcal{IVP}_I за заданих значень $\Pi_I = \{j, \rho_{in}\}$, знайдемо розподіл безрозмірної густини $\rho(\xi)$ газу в трубі, який визначає стаціонарний режим, і обчислимо для нього функціонал $\mathcal{K}_{opt}(\rho(\xi))$ (див. наприклад п. 3.4.4), який визначає ефективність. Розподіл $\rho(\xi)$ можна встановити також, розв'язавши задачу \mathcal{IVP}_{II} за заданих значень $\Pi_{II} = \{j, \rho_{out}\}$. За знайденим розв'язком $\rho(\xi)$ цієї задачі також можемо обчислити функціонал $\mathcal{K}_{opt}(\rho(\xi))$. Введемо позначення:

$$\rho_I(\xi; j, \rho_{in}) = \text{Solution}(\mathcal{IVP}_I(j, \rho_{in})), \quad \rho_{II}(\xi; j, \rho_{out}) = \text{Solution}(\mathcal{IVP}_{II}(j, \rho_{out})) \quad (3.122)$$

Значення функціонала \mathcal{K}_{opt} на розв'язку ρ_I залежить від параметрів керування Π_I : $\mathcal{K}_{opt} = \mathcal{K}_{opt}(j, \rho_{in})$, а на розв'язку ρ_{II} – від Π_{II} : $\mathcal{K}_{opt} = \mathcal{K}_{opt}(j, \rho_{out})$.

Таким чином, маємо дві моделі керування стаціонарним режимом: \mathcal{IVP}_I , множиною параметрів керування для якої є Π_I , і \mathcal{IVP}_{II} з множиною параметрів

керування Π_{II} . Оскільки значення потоку j є задане, то оптимізація стаціонарного режиму за моделлю \mathcal{IVP}_I зводиться до знаходження значення параметра $\rho_{in} \in [\rho_{in}^{\min}, \rho_{in}^{\max}]$, за якого течія задовольнятиме заданий критерій \mathcal{K}_{opt} , обчислений на розв'язку $\rho_I(\xi; j, \rho_{in})$. За застосування моделі керування \mathcal{IVP}_{II} задача оптимізації зведеться до пошуку значення $\rho_{out} \in [\rho_{out}^{\min}, \rho_{out}^{\max}]$ за якого розв'язок задачі \mathcal{IVP}_I задовольнятиме критерій \mathcal{K}_{opt} , обчислений на розв'язку $\rho_{II}(\xi; j, \rho_{out})$.

3.5.2.1. Допустимі значення параметрів керування

Визначимо діапазони допустимих значень безрозмірної густини на вході $[\rho_{in}^{\min}, \rho_{in}^{\max}]$ та виході $[\rho_{out}^{\min}, \rho_{out}^{\max}]$ виходячи із допустимих значень тиску на вході $[P_{in}^{\min}, P_{in}^{\max}]$ та виході $[P_{out}^{\min}, P_{out}^{\max}]$.

Максимальне значення вхідного тиску P_{in}^{\max} не залежить від значення потоку J , а визначається тиском P_{\max}^* , допустимим для даного трубопроводу за критерієм його міцності: $P_{in}^{\max} = P^*$. Максимальне значення тиску на виході P_{out}^{\max} досягається за режиму, в якому на вході діє P_{in}^{\max} . Тиск в трубі монотонно зменшується від входу до виходу, причому негативний перепад тиску зростає з ростом потоку J . Тому $P_{out}^{\max} = P_{out}^{\max}(J) < P_{in}^{\max}$. Мінімальне значення тиску на виході P_{out}^{\min} не залежить від значення потоку J і визначається тиском P_{\min}^* , мінімально допустимим для нормальної експлуатації компресорних станцій: $P_{out}^{\min} = P_{\min}^*$. За P_{in}^{\min} виберемо таке значення тиску на вході, за якого тиск на виході дорівнює P_{\min}^* : $P_{out}^{\min} = P_{\min}^*$. Оскільки негативний перепад тиску між виходом та входом зростає зі збільшенням потоку J , то мінімальне значення тиску на вході P_{in}^{\min} зростає зі збільшення значення потоку J : $P_{in}^{\min} = P_{in}^{\min}(J) > P_{out}^{\min}$.

Використовуючи термічне рівняння стану, яке встановлює зв'язок між тиском p , густиною ρ і температурою газу θ , виразимо максимальне значення густини на

вході ρ_{in}^{\max} і мінімальне значення густини на виході ρ_{out}^{\min} через P_{in}^{\max} і P_{out}^{\min} . Ці значення залежатимуть від температури θ : $\rho_{in}^{\max} = \rho_{in}^{\max}(\theta)$, $\rho_{out}^{\min} = \rho_{out}^{\min}(\theta)$. Мінімальне значення густини на вході ρ_{in}^{\min} і максимальне значення густини на виході ρ_{out}^{\max} залежатимуть як від температури θ , так і від потоку j : $\rho_{in}^{\min} = \rho_{in}^{\min}(j, \theta)$, $\rho_{out}^{\max} = \rho_{out}^{\max}(j, \theta)$. Щоб визначити максимальне значення густини на виході ρ_{out}^{\max} розв'яжемо задачу \mathcal{IVP}_I , поклавши в умові (3.121)₁ $\rho_{in} = \rho_{in}^{\max}$. За знайденим розв'язком $\rho_I(\xi; j, \rho_{in}^{\max})$ обчислимо $\rho_{out}^{\max} = \rho_I(1; j, \rho_{in}^{\max})$. Щоб визначити мінімальне значення густини на вході ρ_{in}^{\min} розв'яжемо задачу \mathcal{IVP}_{II} , поклавши в умові (3.121)₂ $\rho_{out} = \rho_{out}^{\min}$. За знайденим розв'язком $\rho_{II}(\xi; j, \rho_{out}^{\min})$ обчислимо $\rho_{in}^{\min} = \rho_{II}(0; j, \rho_{out}^{\min})$. Знайдені так діапазони допустимих значень густини на вході $\mathcal{R}_{in}(j, \theta) \equiv [\rho_{in}^{\min}(j, \theta), \rho_{in}^{\max}(\theta)]$ та виході $\mathcal{R}_{out}(j, \theta) \equiv [\rho_{out}^{\min}(\theta), \rho_{out}^{\max}(j, \theta)]$ застосуємо у формулювання задач оптимізації стаціонарних режимів течії.

3.5.2.2. Цільові функціонали

Для формулювання задач оптимального керування необхідно визначити функціонал \mathcal{K}_{opt} .

За стаціонарного режиму потужність компресорних станцій, яка передається потокові газу в трубі, необоротно витрачається на подолання сил в'язкого тертя. Потужність W_{fR} сил тертя визначає інтеграл

$$W^R = \pi D^2 / 4 \int_0^L f_R(x) V(x) dx. \quad (3.123)$$

Виражаючи підінтегральний вираз через безрозмірні параметри, отримаємо функціонал від функції $\rho(\xi)$, яка визначає розподіл густини в трубопроводі

$$W^R = W_0 j^3 \int_0^1 \frac{\beta(\xi) d\xi}{\rho^2(\xi)}, \quad W_0 \equiv \pi D_{tube} J_t^3 / (8 D_t^2). \quad (3.124)$$

Функцію $\rho(\xi)$ можна визначити розв'язавши задачу \mathcal{IVP}_I або \mathcal{IVP}_{II} .

Відповідно до цього розглядатимемо два функціонали $W_I^R(j, \rho_{in})$ і $W_{II}^R(j, \rho_{out})$:

$$W_I^R(j, \rho_{in}) = W_0 j^3 \int_0^1 \frac{\beta(\xi) d\xi}{\rho_I^2(\xi; j, \rho_{in})}, \quad W_{II}^R(j, \rho_{out}) = W_0 j^3 \int_0^1 \frac{\beta(\xi) d\xi}{\rho_{II}^2(\xi; j, \rho_{out})}. \quad (3.125)$$

Перший залежить від множини параметрів керування Π_I , а другий – від Π_{II} .

Формула (3.123) визначає корисну частину потужності, яку виробляють компресорні станції. Повна потужність, яку споживають компресорні станції залежить від коефіцієнта корисної дії η , вона дорівнює W^R/η .

За стаціонарного режиму роботи компресора його коефіцієнт корисної дії залежить від перепаду тиску $\Delta P = P_{out}^c - P_{in}^c$, який він створює, та потоку J , що перетікає через нього. Тут P_{in}^c та P_{out}^c — тиски на вході та виході компресора. Оскільки $P_{out}^c = P_{in}^c$, то за заданого тиску P_{in}^c на вході перепад тиску ΔP визначає вхідний тиск у трубопровід P_{in} . Виходячи із цього розглядатимемо η як функцію вхідного тиску у трубопровід P_{in} і потоку J , або відповідних їм безрозмірних параметрів ρ_{in} та j : $\eta = \eta(\rho_{in}, j)$.

Вважатимемо за оптимальний режим, за якого повна потужність, що споживають компресорні станції є мінімальна. Відповідно до цього розглядатимемо два цільових функціонали

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_I^{opt}(j, \rho_{in}) &= W_0 \frac{j^3}{\eta(j, \rho_{in})} \int_0^1 \frac{\beta(\xi) d\xi}{\rho_I^2(\xi; j, \rho_{in})}, \\ \mathcal{K}_{II}^{opt}(j, \rho_{out}) &= W_0 \frac{j^3}{\eta(j, \rho_{out})} \int_0^1 \frac{\beta(\xi) d\xi}{\rho_{II}^2(\xi; j, \rho_{out})}. \end{aligned} \quad (3.126)$$

За сталого j перший функціонал залежить від параметра керування ρ_{in} , а другий – від ρ_{out} .

3.5.2.3. Формулювання задач оптимізації

Використовуючи цільові функціонали (3.126), сформулюємо задачі оптимізації стаціонарних режимів у рамках моделей керування \mathcal{IVP}_I та \mathcal{IVP}_{II} .

Перша задача. За заданих j і θ знайти значення параметра $\rho_{in}^{opt} \in \mathcal{R}_{in}(j, \theta)$, за якого функціонал $\mathcal{K}_I^{opt}(j, \rho_{in})$ досягає мінімуму на множині функцій $\rho_I(\xi; j, \rho_{in})$, які

є розв'язками задачі \mathcal{IVP}_I :

$$\rho_{in}^{opt} = \arg \min_{\rho_{in}} \left(W_0 \frac{j^3}{\eta(j, \rho_{in})} \int_0^1 \frac{\beta(\xi) d\xi}{\rho_1^2(\xi; j, \rho_{in})} \right) \quad (3.127)$$

$$\forall \rho_1(\xi; j, \rho_{in}) = \text{Solution}(\mathcal{IVP}_I(j, \rho_{in})) \quad \forall \rho_{in} \in \mathcal{R}_{in}(j, \theta)$$

Друга задача. За заданих j і θ знайти значення параметра $\rho_{out}^{opt} \in \mathcal{R}_{out}(j, \theta)$, за якого функціонал $\mathcal{K}_{II}^{opt}(j, \rho_{out})$ досягає мінімуму на множині функцій $\rho_{II}(\xi; j, \rho_{out})$, які є розв'язками задачі \mathcal{IVP}_{II} :

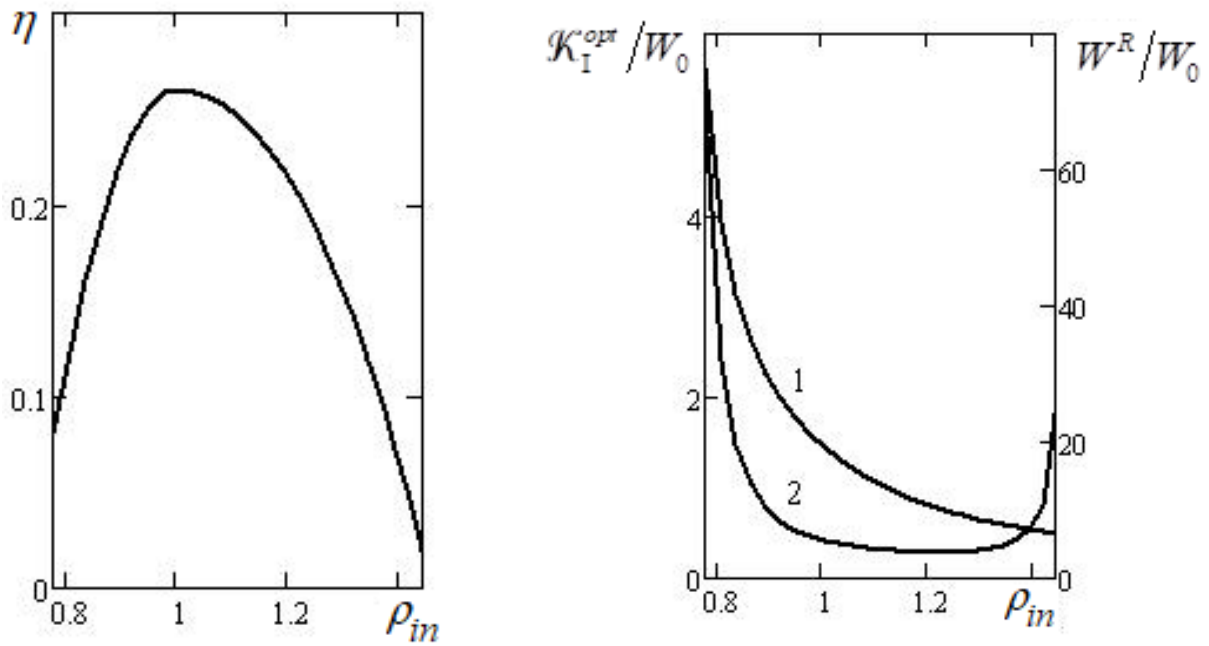
$$\rho_{out}^{opt} = \arg \min_{\rho_{out}} \left(W_0 \frac{j^3}{\eta(j, \rho_{out})} \int_0^1 \frac{\beta(\xi) d\xi}{\rho_1^2(\xi; j, \rho_{out})} \right) \quad (3.128)$$

$$\forall \rho_{II}(\xi; j, \rho_{out}) = \text{Solution}(\mathcal{IVP}_{II}(j, \rho_{out})) \quad \forall \rho_{out} \in \mathcal{R}_{out}(j, \theta)$$

Розв'язки цих задач істотно залежать від функції $\eta(\rho_{in}, j)$. Встановлення її аналітичної структури вимагає спеціальних теоретичних досліджень та зіставлення їхніх результатів із експериментальними даними і робочими характеристиками конкретних компресорів, а також урахування коефіцієнтів корисної дії приводів. Тому для проведення числових експериментів та розв'язування задач оптимізації застосували модельну залежність $\eta(\rho_{in}, j)$.

На рис. 3.84-а показаний графік модельної залежності $\eta(\rho_{in})$ для $j = 0.8$, яку використовували у функціоналі (3.126)₁. На рис.3.84-б показані залежності потужності сил тертя W^R/W_0 (крива 1) та потужності \mathcal{K}_I^{opt}/W_0 , яку споживає компресорна станція (крива 2), від густини на вході ρ_{in} за потоку $j = 0.8$. Залежності, що на рис. 3.84-б отримали, розв'язуючи задачу \mathcal{IVP}_I за різних значень ρ_{in} , відтак, обчислюючи значення функціоналів за формулами (3.125)₁ та (3.126)₁.

Як видно із 3.84-б, потужність сил тертя W^R монотонно спадає зі зростанням ρ_{in} . Натомість залежність $\mathcal{K}_I^{opt}(\rho_{in})$ досягає мінімуму $\mathcal{K}_I^{opt} = 3,81 \cdot W_0$ за $\rho_{in} = 2.219$. Це значення ρ_{in} є оптимальне за критерієм споживаної потужності, тобто розв'язком задачі 1.



a) b)

Рисунок 3.84 Залежності ККД компресорної станції (а), потужності сил тертя газу в трубопроводі (b – крива 1) та потужності, яку споживає компресорна станція (b – крива 2) від безрозмірного тиску на вході у трубопровід

3.5.3. Алгоритм розв'язування задач

Сформульовані задачі оптимізації зводяться до мінімізації функціоналів (3.126) заданих на множинах функцій $\mathcal{S}_I \equiv \{\rho_I(\xi; j, \rho_{in}) \forall \rho_{in} \in \mathcal{R}_{in}\}$ та $\mathcal{S}_{II} \equiv \{\rho_{II}(\xi; j, \rho_{out}) \forall \rho_{out} \in \mathcal{R}_{out}\}$, які є розв'язками крайових задач \mathcal{IVP}_I та \mathcal{IVP}_{II} . Вони встановлюють взаємно-однозначні відповідності $\mathcal{R}_{in} \ni \rho_{in} \leftrightarrow \rho_I(\xi) \in \mathcal{S}_I$ та $\mathcal{R}_{out} \ni \rho_{out} \leftrightarrow \rho_{II}(\xi) \in \mathcal{S}_{II}$. Тому, за заданого значення j , функціонали \mathcal{K}_I^{opt} та \mathcal{K}_{II}^{opt} можна розглядати як функції змінних ρ_{in} та ρ_{out} , визначені на інтервалах \mathcal{R}_{in} та \mathcal{R}_{out} відповідно. Таким чином приходимо до задач безумовної мінімізації функцій однієї змінної $\mathcal{K}_I^{opt}(\rho_{in})$ та $\mathcal{K}_{II}^{opt}(\rho_{out})$. Для розв'язування цих задач можна застосувати як прямі методи, так і а метод Ньютона [85 – 87].

Реалізація методу Ньютона передбачає обчислення самої функції і її похідної для заданих значень її аргументу. Проте, через відсутність аналітичних розв'язків \mathcal{IVP}_I та \mathcal{IVP}_{II} , встановити аналітичну структуру функцій $\mathcal{K}_I^{opt}(\rho_{in})$ та $\mathcal{K}_{II}^{opt}(\rho_{out})$ неможливо. Тому використаємо алгоритмічне представлення цих функцій.

Щоб обчислити значення функції $\mathcal{K}_I^{opt}(\rho_{in})$ в деякій точці $\rho_{in} \in \mathcal{R}_{in}$, чисельно розв'язуємо крайову задачу \mathcal{IVP}_I для цього значення крайової умови (3.121)₁. Відтак обчислюємо значення функціоналу (3.126) на знайденому чисельному розв'язку. Щоб обчислити значення похідної $\partial \mathcal{K}_I^{opt} / \partial \rho_{in}$ в точці $\rho_{in} \in \mathcal{R}_{in}$, вибираємо достатньо мале порівняно із довжиною відрізка \mathcal{R}_{in} значення Δ і обчислюємо значення функції $\mathcal{K}_I^{opt}(\rho_{in})$ в точках $\rho_{in} - \Delta$ та $\rho_{in} + \Delta$. Відтак обчислюємо наближене значення похідної за формулою $\partial \mathcal{K}_I^{opt} / \partial \rho_{in} \approx 1/2 \left(\mathcal{K}_I^{opt}(\rho_{in} + \Delta) + \mathcal{K}_I^{opt}(\rho_{in} - \Delta) \right) / \Delta$.

Аналогічно, розв'язуючи крайову задачу \mathcal{IVP}_{II} , можемо обчислити значення функції $\mathcal{K}_{II}^{opt}(\rho_{out})$ і її похідної $\partial \mathcal{K}_{II}^{opt} / \partial \rho_{out}$ у будь-якій точці $\rho_{out} \in \mathcal{R}_{out}$.

З використанням сформульованих задач можна здійснювати математичну постановку задач оптимального керування стаціонарними режимами роботи магістральних газопроводів.

3.6. ВИСНОВКИ

У цьому розділі проведено дослідження трьох моделей керування перехідними процесами за ізотермічного наближення. Кожній моделі відповідає певна крайова задача для рівнянь динаміки газу у довгому трубопроводі. У моделі \mathcal{BVP}_I керування перехідним процесом здійснюється шляхом контрольованої зміни густини ρ на вході $\rho^{in}(\tau)$ та виході $\rho^{out}(\tau)$ трубопроводу. У моделі \mathcal{BVP}_{II} на вході контролюється зміна в часі густин $\rho^{in}(\tau)$, а на виході – густина масового потоку $j^{out}(\tau)$. У моделі \mathcal{BVP}_{III} керування перехідним процесом здійснюється шляхом зміни в часі густини потоку маси $j^{in}(\tau)$ на вході та густини $\rho^{out}(\tau)$ на виході.

Дослідження перехідних процесів для моделей управління $\mathcal{BVP}_I, \dots, \mathcal{BVP}_{III}$ проведено з використанням моделі функцій керування. За цією моделлю будь-яку з чотирьох функцій керування, цілком визначають чотири дійсні числа – два значення контрольованого параметра, які відповідають стаціонарним режимам $Stationar_1$ та $Stationar_2$, а також два часові параметри – моменти початку τ_{start}^ψ і завершення τ_{end}^ψ зміни функції керування. Вибором параметрів τ_{start}^ψ і τ_{end}^ψ можна визначати швидкість зміни цієї функції, а також змінювати часовий зсув між функціями керування, що діють на вході та виході трубопроводу.

Результати проведених числових експериментів, які подані у таблиці 3.1, можна використати, щоб керувати параметрами перехідного процесу, такими як його тривалість τ_{gr} , питома механічна робота, затрачена на відбір газу із ГТС на вході трубопроводу та на подачу його в мережу на виході тощо.

В рамках нелінійної моделі динаміки газу в довгому трубопроводі сформульовані дві задачі оптимального керування стаціонарними потоками транспортування газу магістральним трубопроводом, запропонований метод для їх чисельного розв'язування. Їх можна використати для керування стаціонарними режимами роботи магістральних газопроводів.

Основні результати цього розділу висвітлені у публікаціях [72, 88, 89, 91].

РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МАЛИХ ЗБУРЕНЬ ПОТОКУ ГАЗУ

У потоці газу в трубі МГ, як у стаціонарних, так нестационарних режимах їх експлуатації можуть виникати малі збурення тиску та витрати. Їх зумовлюють нестабільності роботи компресорів, локальні варіації гідравлічного опору, теплові флуктуації тощо. Причиною виникнення збурень може бути також і раптове падіння тиску в місці локальної розгерметизації. Використовуючи відповідну техніку вимірювань, їх можна зареєструвати під час їхнього поширення вгору і вниз за потоком від місця їхнього виникнення. Це явище використовується, зокрема, для виявлення витоків у так званому методі хвиль від'ємного перепаду тиску [29,92].

До того ж збурення у потоці газу можна навмисне створювати з метою контролю параметрів потоку, наприклад, з метою вимірювання швидкості руху чи витрати газу в трубі. Збурення, газу загасають, поширюючись у потоці, тож, вимірюючи параметри хвильового поля збурення, можна оцінити гідравлічний опір труби на ділянці їх поширення.

Тому математичне моделювання і дослідження малих збурень тиску і масового потоку газу у трубопроводі є важливі для розроблення методів та засобів автоматизації управління ГТС, мають теоретичну і практичну цінність.

У цьому розділі побудовані математичні моделі для опису поширення малих збурень тиску у потоці газу в МГ та проведено їх кількісне дослідження.

4.1. КЛЮЧОВА СИСТЕМА РІВНЯНЬ ДЛЯ ОПИСУ МАЛИХ ЗБУРЕНЬ У ПОТОЦІ ГАЗУ

Розглядаємо секцію лінійної частини МГ як довгий трубопровід, виготовлений із труб одного діаметра. За ізотермічного наближення рух газу в ній описує нелінійна система рівнянь з частинними похідними (2.39), (2.42), яка за відсутності витоків матиме вигляд

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -Ma \frac{\partial j}{\partial \xi}, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial j}{\partial \tau} + \frac{1}{Ma} \left(a^2 - Ma^2 \frac{j^2}{\rho^2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial \xi} + 2Ma \frac{j}{\rho} \frac{\partial j}{\partial \xi} + \beta Ma \frac{j|j|}{\rho} + Ma \frac{\partial \gamma}{\partial \xi} \rho = 0 \quad (4.2)$$

Тут $a \equiv \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right) / c_t = a(\xi, \tau)$.

Нехай на початковий нестационарний стан, який визначається функціями $\rho_0(\xi, \tau)$, $j_0(\xi, \tau)$ накладається мале збурення $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$, $\tilde{j}(\xi, \tau)$. Збурений стан визначають функції

$$\rho(\xi, \tau) = \rho_0(\xi, \tau) + \tilde{\rho}(\xi, \tau), \quad j(\xi, \tau) = j_0(\xi, \tau) + \tilde{j}(\xi, \tau). \quad (4.3)$$

Обидві пари функцій $\rho_0(\xi, \tau)$, $j_0(\xi, \tau)$ і $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$ задовольняють систему (3.1), (3.2). Враховуючи це та беручи до уваги малість збурення $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$, $\tilde{j}(\xi, \tau)$, встановимо рівняння для збурення $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$, $\tilde{j}(\xi, \tau)$.

Оскільки рівняння (3.1) лінійне, збурення $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$, $\tilde{j}(\xi, \tau)$ задовольняє його точно:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tau} + Ma \frac{\partial \tilde{j}}{\partial \xi} = 0. \quad (4.4)$$

Підставляючи (3.3) в рівняння (3.2) та нехтуючи нелінійними стосовно функцій $\tilde{\rho}$, \tilde{j} членами та їхніми похідними, отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{j}}{\partial \tau} + \frac{1}{Ma} (a_0^2 - Ma^2 v_0^2) \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} + 2Ma v_0 \frac{\partial \tilde{j}}{\partial \xi} + 2Ma \left(\frac{\partial v_0}{\partial \xi} + \beta v_0 \right) \tilde{j} + \\ + \frac{1}{Ma} \left(\frac{\partial a_0^2}{\partial \xi} - Ma^2 \frac{\partial v_0^2}{\partial \xi} - Ma^2 \cdot \beta v_0^2 + Ma^2 \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial \xi} \right) \tilde{\rho}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Система (4.4), (4.5) визначає математичну модель поширення малих збурень густини в нестационарному потоці газу. Коефіцієнти лінеаризованого рівняння (4.5) визначаються через параметри незбуреного стану – швидкість звуку в газі $a_0(\xi, \tau)$ та швидкість його руху $v_0(\xi, \tau) = j_0(\xi, \tau) / \omega_0(\xi, \tau)$. На загал вони є функціями просторової координати ξ і часу τ . Їх можна визначити, розв'язавши систему (3.1), (3.2) за початкових і крайових умов, які визначають незбурений стан.

Далі розглянемо випадок, коли незбурений стан стаціонарний. Тоді його визначає звичайне диференціальне рівняння (2.49):

$$\frac{d\rho_0}{d\xi} = -Ma^2 \frac{\beta\rho_0 j_0^2 + \frac{\partial\gamma}{\partial\xi} \rho_0^3}{a_0^2 \rho_0^2 - Ma^2 j_0^2}, \quad (4.6)$$

яке впливає із системи (4.1), (4.2) із врахуванням умов стаціонарності:

$$\frac{\partial\rho_0}{\partial\tau} = 0, \quad \frac{\partial j_0}{\partial t} = \frac{\partial j_0}{\partial\xi} = 0. \quad (4.7)$$

У цьому випадку коефіцієнти рівняння (4.5) вже не залежать від часу τ , а лише – від координати ξ . Це дозволяє звести систему (4.4), (4.5) до одного диференціального рівняння. Диференціюючи рівняння (4.4) за змінною ξ , а (4.5) – за змінною τ , отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial\tau^2} - (a_0^2 - Ma^2 \cdot v_0^2) \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial\xi^2} + 2Ma \cdot v_0 \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial\xi\partial\tau} + 2 \left(Ma \cdot \frac{\partial v_0}{\partial\xi} + \beta Ma \cdot v_0 \right) \frac{\partial \tilde{j}}{\partial\tau} - \\ - \left(\frac{\partial a_0^2}{\partial\xi} - Ma^2 \cdot \frac{\partial v_0^2}{\partial\xi} - \beta Ma^2 \cdot v_0^2 \right) \frac{\partial \tilde{j}}{\partial\xi} - Ma^2 \frac{d\gamma}{d\xi} \frac{\partial \tilde{j}}{\partial\xi} = 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Вводячи позначення

$$\begin{aligned} A_2(\xi) \equiv a_0^2 - Ma^2 \cdot v_0^2, \quad A_3(\xi) \equiv Ma \cdot v_0, \quad A_4(\xi) \equiv Ma \cdot \frac{\partial v_0}{\partial\xi} + \beta Ma \cdot v_0 \\ A_5(\xi) \equiv \frac{\partial a_0^2}{\partial\xi} - Ma^2 \cdot \frac{\partial v_0^2}{\partial\xi} - \beta Ma^2 \cdot v_0^2, \end{aligned} \quad (4.9)$$

перепишемо рівняння (4.8) у вигляді

$$\frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial\tau^2} - A_2(\xi) \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial\xi^2} + 2A_3(\xi) \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial\xi\partial\tau} + 2A_4(\xi) \frac{\partial \tilde{j}}{\partial\tau} - A_5(\xi) \frac{\partial \tilde{j}}{\partial\xi} - Ma^2 \frac{d\gamma}{d\xi} \frac{\partial \tilde{j}}{\partial\xi} = 0. \quad (4.10)$$

Початковий стаціонарний стан заданий, якщо відомий масовий потік j_0 і визначена густина газу на вході

$$j_0|_{\xi=0} = j_0^{in} \quad (4.11)$$

чи виході

$$j_0|_{\xi=1} = j_0^{out}. \quad (4.12)$$

Розв'язуючи задачу Коші (4.6), (4.11) або (4.6), (4.12) для нелінійного звичайного диференціального рівняння, знайдемо розподіл безрозмірної густини

$\rho_0(\xi)$ у трубопроводі в початковому стаціонарному режимі. Відтак, беручи до уваги, що $a_0 = a_0(\rho_0(\xi))$, $v_0 = v_0(\xi) = 1/\rho_0(\xi)$, обчислимо коефіцієнти рівняння (4.8) як функції координати ξ .

Лінійне диференціальне рівняння зі змінними коефіцієнтами (4.8) (як і система (4.4), (4.5), з якої вона випливає) належить до гіперболічного типу. Воно описує одновимірне хвильове поле збурення $\tilde{j}(\xi, \tau)$ в газі, що рухається зі стаціонарною швидкістю $v_0(\xi)$, залежною від координати. Область його застосовності, які і системи (4.4), (4.5), обмежена довгохвильовими процесами, характерна довжина яких не менша за декілька діаметрів труби, а значення хвильової функції $\tilde{j}(\xi, \tau)$ малі проти значення потоку j_0 початкового стаціонарного режиму: $|\tilde{j}(\xi, \tau)| = j_0$.

Отримані тут система (4.4), (4.5) і рівняння (4.8) встановлюють взаємозв'язок між хвильовим процесом $\tilde{j}(\xi, \tau)$, який виникає в стаціонарному потоці газу, що рухається в трубі, та функціями, від яких залежать коефіцієнти цих рівнянь – $a_0(\xi)$, $v_0(\xi)$, $\beta(\xi)$ та $\gamma(\xi)$. Якщо ці функції відомі, то розв'язавши відповідну крайову задачу для системи (4.4), (4.5) чи для рівняння (4.8), знайдемо збурення $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$, $\tilde{j}(\xi, \tau)$. З іншого боку, якщо відомі параметри збурення (отримані, наприклад, емпіричним шляхом), то ці дані в сукупності із математичною моделлю (4.4), (4.5) чи (4.8) містять певну інформацію щодо течії (тобто – функцій $a_0(\xi)$, $v_0(\xi)$), гідравлічного опору $\beta(\xi)$, та профілю траси (функція $\gamma(\xi)$).

Щоб сформулювати крайову задачу для системи (4.4), (4.5) чи рівняння (4.8) необхідні відповідні початкові та межові умови, розглянуті у розділі 1. Наприклад, можна розглядати три початково-крайові задачі з початковими умовами (4.13₁) та крайовими умовами (4.13₂), (4.13₃) та (4.13₄) (задача 1 – 3 відповідно):

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}|_{\tau=0} &= \tilde{\rho}_{ini}(\xi), \quad \tilde{j}|_{\tau=0} = \tilde{j}_{ini}(\xi), \quad \xi \in [-1, 1], \\ \tilde{\rho}|_{\xi=-1} &= \tilde{\rho}^{in}(\tau), \quad \tilde{\rho}|_{\xi=1} = \tilde{\rho}^{out}(\tau), \quad \tau > 0, \\ \tilde{\rho}|_{\xi=-1} &= \tilde{\rho}^{in}(\tau), \quad \tilde{j}|_{\xi=1} = \tilde{j}^{out}(\tau), \quad \tau > 0, \\ \tilde{j}|_{\xi=-1} &= \tilde{j}^{in}(\tau), \quad \tilde{\rho}|_{\xi=1} = \tilde{\rho}^{out}(\tau), \quad \tau > 0. \end{aligned} \quad , \quad (4.13)$$

Для чисельного розв'язування цих лінійних нестационарних задач для системи рівнянь (4.4), (4.5) зі змінними коефіцієнтами можна без обмежень застосовувати математичні методи і алгоритми, які розглянуті у третьому розділі.

Для рівняння (4.10) можна розглядати задачу Коші, з початковими умовами, які визначають значення функції $\tilde{j}(\xi, \tau)$ та її похідної за змінною τ у початковий момент часу $\tau = 0$:

$$\tilde{j}|_{\tau=0} = \tilde{j}_{ini}(\xi), \quad \left. \frac{\partial \tilde{j}}{\partial \xi} \right|_{\tau=0} = \tilde{j}'_{ini}(\xi), \quad \xi \in [-1, 1], \quad (4.14)$$

де $\tilde{j}_{ini}(\xi)$, $\tilde{j}'_{ini}(\xi)$ та $\tilde{j}'_{ini}(\xi)$ – задані функції.

За відомого розв'язку рівняння (4.10), збурення безрозмірної густини $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$ можна визначити шляхом інтегрування за часовою змінною τ рівняння (4.4).

У частковому випадку горизонтального ($\partial \gamma / \partial x = 0$) заглушеного трубопроводу ($J = 0$ і $P = P_t$), маємо $v_0 = 0$, $a_0 = 1$. В цьому випадку рівняння (4.10) зводиться до звичайного хвильового рівняння

$$\frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial \xi^2} = 0, \quad (4.15)$$

яке допускає розв'язки у вигляді двох плоских хвиль, одна з яких поширюється вздовж осі ξ , а інша – в протилежному напрямку:

$$\tilde{j}(\xi, \tau) = F_1(\tau - \xi) + F_2(\tau + \xi). \quad (4.16)$$

Тут $F_1(\dots)$ та $F_2(\dots)$ – функції, які слід визначити із початкових умов.

У випадку, коли безрозмірний коефіцієнт тертя β є достатньо малий (це має місце коли трубопровід достатньо короткий), рівняння (4.10) наближено зводиться до вигляду

$$\frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial \tau^2} - (a_0^2 - Ma^2 v_0^2) \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial \xi^2} + 2Ma v_0 \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial \xi \partial \tau} = 0. \quad (4.17)$$

Загальний розв'язок цього рівняння можна подати у вигляді суперпозиції двох плоских хвиль, які поширюються у протилежних напрямках осі ξ зі швидкостями $a_0 \pm Ma \cdot v_0$:

$$\tilde{j}(\xi, \tau) = F_1((a_0 - Ma v_0)\tau + \xi) + F_2((a_0 + Ma v_0)\tau - \xi). \quad (4.18)$$

4.2. ДОСЛІДЖЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ РІВНЯНЬ МОДЕЛІ ПОШИРЕННЯ МАЛИХ ЗБУРЕНЬ У СТАЦІОНАРНОМУ ПОТОЦІ

У цьому підрозділі дослідимо чисельно коефіцієнти системи (4.4), (4.5) та рівняння (4.8), які описують хвилі збурень, залежно від режиму стаціонарної течії газу в трубі, в якій вони поширюються.

Розглядали горизонтальний трубопровід ($\gamma = 0$) з коефіцієнтом $\lambda = 0.0092$, діаметром $D_t = 1.338$ м, довжиною $L = 120$ км. Для переходу до безрозмірних змінних вибирали типові значення: тиску $P_t = 6.65$ МПа, масового потоку $J_t = 483.95$ kg/m²s та температури газу $T = 300$ К. Розрахували характерні значення густини $\rho_t = 50.52$ kg/m³, швидкості $V_t \equiv J_t/\rho_t = 9.5798$ m/s, швидкості звуку $a_t = 337.62$ m/s, проміжку часу $t_t = 355.43$ s, числа Маха $Ma \equiv V_t/a_t = 0.0284$ та зведеного коефіцієнта тертя $\beta = 413.46$.

Початковий стаціонарний потік визначали значеннями масового потоку J_0 та тиску P_0^{in} на вході, за якими обчислювали відповідні безрозмірні параметри j_0 та ρ_0^{in} . Ці дані використовували для чисельного розв'язування нелінійної задачі Коші (4.6), (4.9). На основі отриманого розв'язку обчислювали доданки, які визначають коефіцієнти рівняння (4.8).

Задачу (4.6), (4.9) розв'язували із застосуванням алгоритму RKF-45.

Дослідження провели для трьох різних стаціонарних режимів течії. У всіх трьох випадках використовували одне і те ж значення безрозмірної густини $\rho_0^{in} = 1.0$ та різні значення зведеної густини потоку $j_0 = 0.6, 0.8, 0.9$. Третій режим, який визначає пара $(\bar{\rho}_{in}, j_0) = (1.0, 0.9)$, є близький до критичного. Під критичним ми розуміємо тут режим стаціонарної течії, за якого тиск на виході дорівнює нулю. Проведеними обчислювальними експериментами встановлено, що за заданого на вході значення $\rho_0^{in} = 1.0$ критичне значення потоку j_0 лежить між 0.9068 і 0.9069.

За фіксованої густини ρ_0^{in} на вході трубопроводу та збільшення потоку j_0 , з наближенням його значення до критичного сильно зростає перепад густини (і, відповідно, тиску) газу між входом і виходом трубопроводу.

На рис. 4.1 показані розподіли густини $\rho_0(\xi)$ вздовж його осі для різних режимів течії². Криві 1, 2, 3 відповідають значенням потоку $j_0 = 0.6, 0.8, 0.9$.

На рисунках 4.2 та 4.3 показані координатні залежності швидкості руху газу та швидкості звуку у ньому для тих самих трьох режимів стаціонарної течії.

Як бачимо, варіабельність функцій $\rho_0(\xi)$ та $v_0(\xi)$ зростає зі збільшенням j_0 та наближенням його значення до критичного. Акустична швидкість $a_0(\xi)$ також зростає, проте, вона менш мінлива, ніж $\rho_0(\xi)$ та $v_0(\xi)$. За найбільшого дослідженого значення густини потоку $j_0 = 0.9$ швидкість звуку $a_0(\xi)$ змінюється в межах $\sim 15\%$. За $j_0 = 0.6$ густина $\rho_0(\xi)$ змінюються в межах 15% , тоді як швидкість звуку змінює свої значення на декілька відсотків. При $j_0 = 0.9$ густина ρ_0 на виході в кілька разів менша проти її значення на вході, а швидкість v_0 , навпаки, – у декілька разів більша.

² Тут та на інших графіках цього розділу безрозмірна координата ξ змінюється в межах від -1 (вхід) до 1 (вихід).

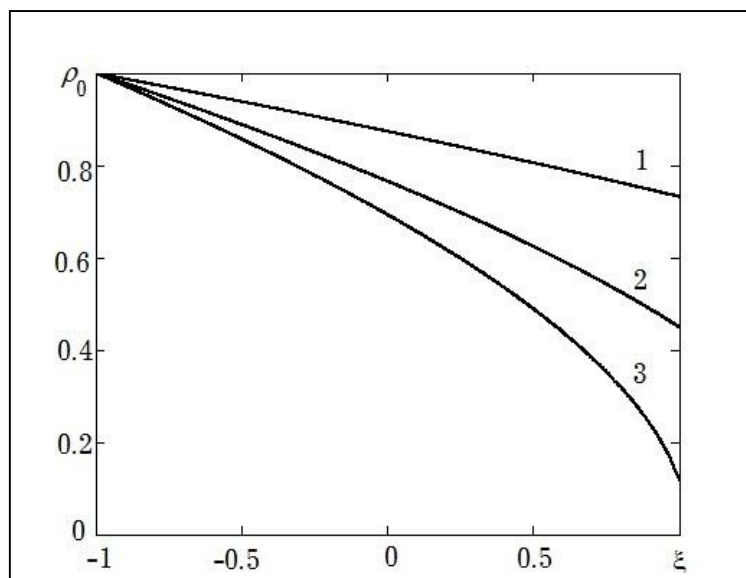


Рисунок 4.1. Розподіл густини газу в трубопроводі за різних режимів стаціонарної течії.

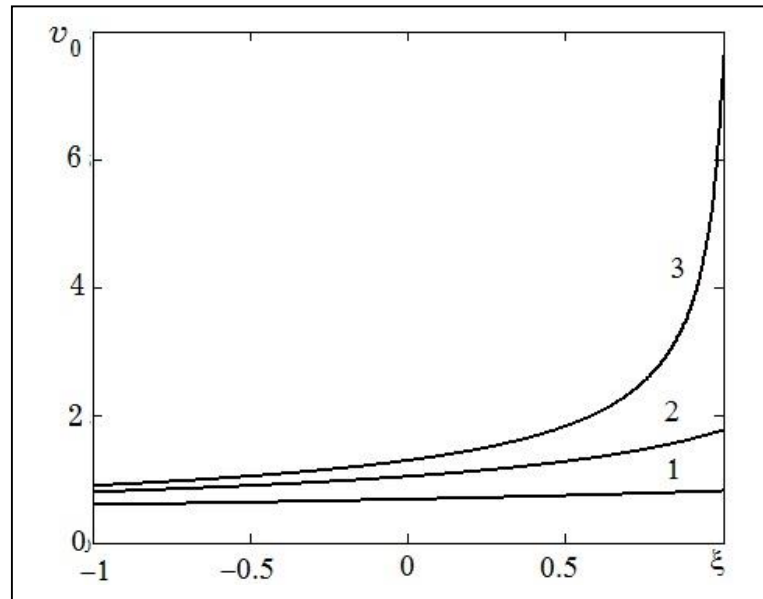


Рисунок 4.2. Розподіл швидкості руху газу в трубопроводі за різних режимів стаціонарної течії.

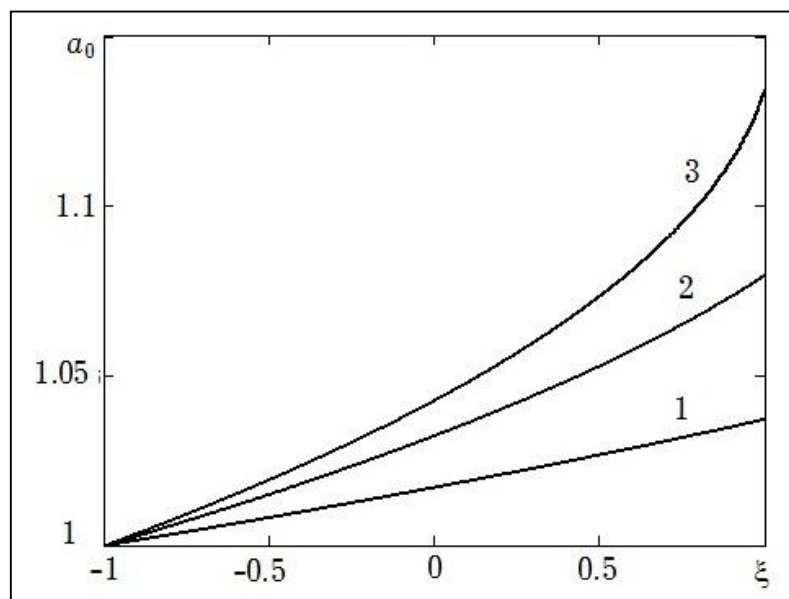


Рисунок 4.3. Координатні залежності швидкості звуку в газі, обчислені для трьох різних режимів стаціонарної течії в трубопроводі.

Використовуючи отриманий розв'язок $\rho_0(\xi)$ задачі (4.6), (4.11), провели дослідження окремих доданків, які визначають коефіцієнти (4.9) рівняння (4.10). Отримані у вигляді координатних залежностей цих доданків результати подані на рис.4.4 – 4.10. Криві 1, 2 та 3 на цих графіках відповідають різним режимам стаціонарної течії, які визначаються одним значенням безрозмірної густини $\rho_0^{in} = 1.0$, заданої на вході, та трьома різними значеннями безрозмірного масового потоку $j_0 = 0.6, 0.8, 0.9$.

На рис. 4.4 та 4.5 представлені графіки доданків $A_{21}(\xi) \equiv a_0^2$ та $A_{22}(\xi) \equiv Ma^2 \cdot v_0^2$ другого коефіцієнта $A_2(\xi) = A_{21}(\xi) - A_{22}(\xi)$ рівняння (4.10). На рис.4.5. криві 1 та 2 віднесені до лівої вертикальної осі, а 3 – до правої.

Можна бачити, що доданок $A_{22} \equiv -Ma^2 \cdot v_0^2$ є малий проти $A_{21} \equiv a_0^2$ – він впливає на значення другого коефіцієнта лише у його третьому чи другому (залежно від значення масового потоку) десятковому знакові.

Оскільки $A_{22} = A_3^2$, то рис. 4.5 дає також уявлення про величину та варіабельність коефіцієнта A_3 рівняння (4.10).

На рис. 6 та 7 подані координатні залежності доданків $A_{41}(\xi) \equiv Ma \cdot dv_0/d\xi$ та $A_{42}(\xi) \equiv \beta \cdot Ma \cdot v_0$ четвертого коефіцієнта $A_4(\xi)$ рівняння (4.10).

На рис.4.6, 4.7 криві 1 та 2 віднесені до лівої вертикальної осі, а 3 – до правої.

Щоб уникнути диференціювання чисельного розв'язку $\rho_0(\xi)$, представленого на скінченній сітці, під час обчислення першого доданка, ми використали формулу

$$\frac{dv_0}{d\xi} = \frac{Ma^2 \beta j_0^3}{\bar{a}_0^2 \bar{\rho}_0^3 - Ma^2 j_0^2 \bar{\rho}_0}, \quad (4.19)$$

яка впливає безпосередньо із рівняння (4.6).

Порівнюючи графіки, подані на цих рисунках, можна бачити що перший доданок четвертого коефіцієнта є малий проти другого.

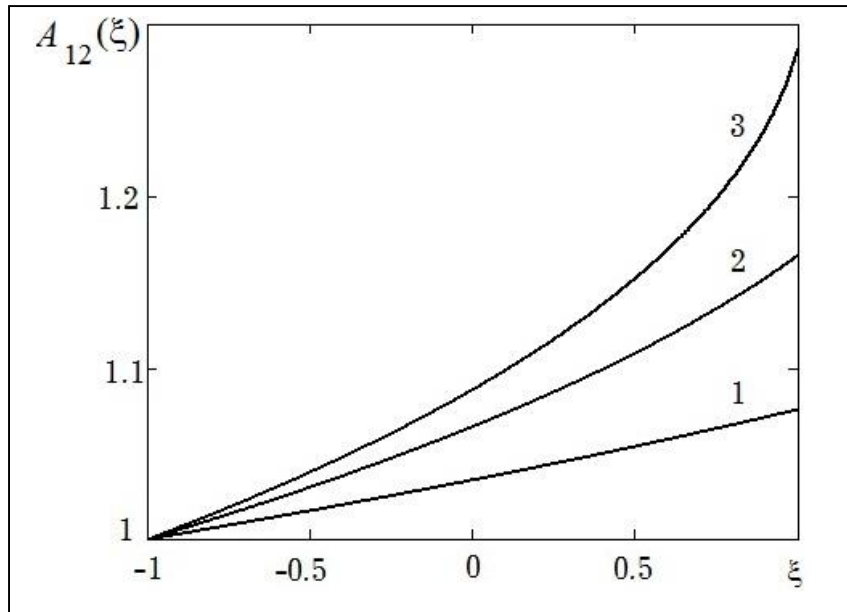


Рисунок 4.4. Координатні залежності першого доданка другого коефіцієнта рівняння (4.8) для трьох режимів стаціонарної течії газу в трубопроводі.

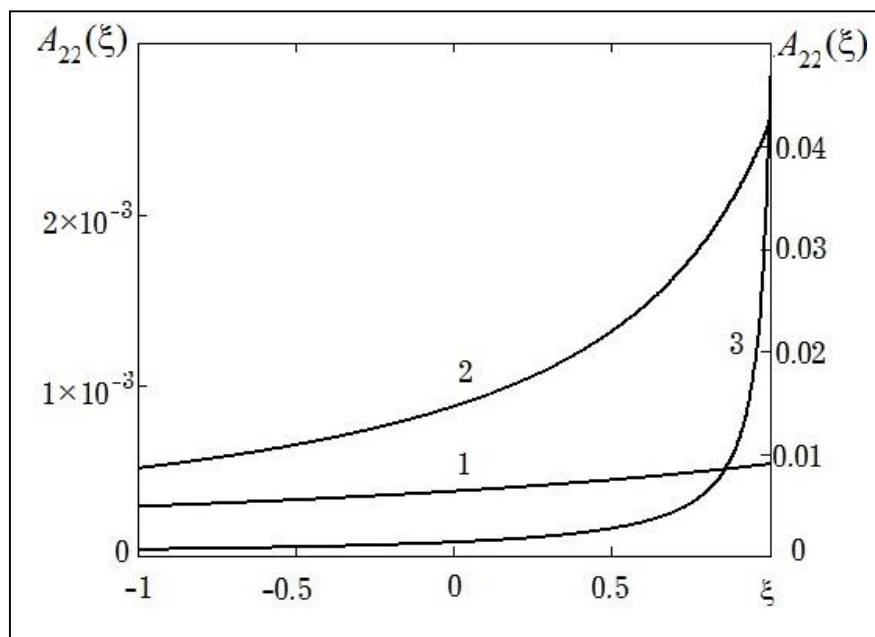


Рисунок 4.5. Координатні залежності другого доданка другого коефіцієнта рівняння (4.8) для трьох режимів стаціонарної течії газу в трубопроводі.

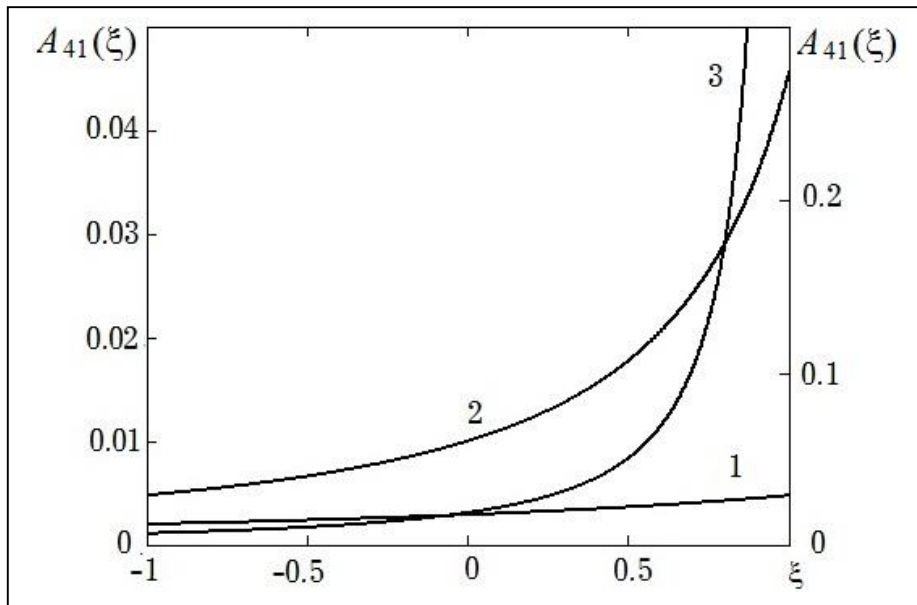


Рисунок 4.6. Координатні залежності першого доданка четвертого коефіцієнта рівняння (4.8) для трьох режимів стаціонарної течії газу в трубопроводі.

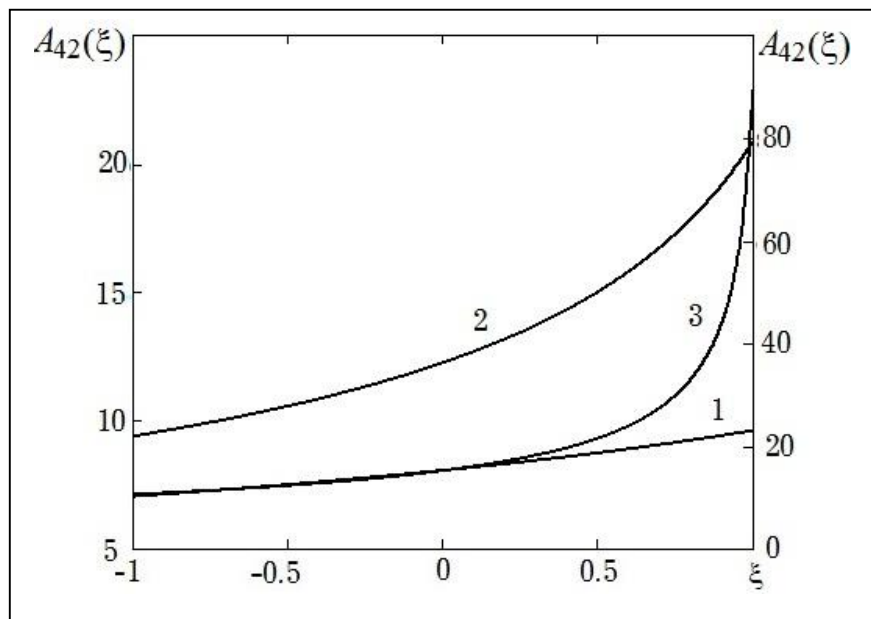


Рисунок 4.7. Координатні залежності другого доданка четвертого коефіцієнта рівняння (4.8) для трьох режимів стаціонарної течії газу в трубопроводі.

На рис. 4.8, 4.9 та 4.10 показані координатні залежності першого $A_{51}(\xi) \equiv \partial a_0^2 / \partial \xi$, другого $A_{52}(\xi) \equiv Ma^2 \cdot \partial v_0^2 / \partial \xi$ та третього $A_{53}(\xi) \equiv \beta Ma^2 \cdot v_0^2$ доданків коефіцієнта $A_5(\xi)$ рівняння (4.10).

Обчислюючи коефіцієнт $A_{51}(\xi)$, похідну $da_0^2/d\xi = \partial a^2 / \partial \rho \Big|_{\rho_0} d\rho_0/d\xi$ визначали, використовуючи формулу

$$\frac{da_0^2}{d\xi} = -\frac{1}{a_t} \left(2 \frac{\partial Z}{\partial D} \Big|_{D=D_t \rho_0} + D_t \rho_0 \frac{\partial^2 Z}{\partial D^2} \Big|_{D=D_t \rho_0} \right) \frac{Ma^2 \beta \rho_0 j_0^2}{a_0^2 \rho_0^2 - Ma^2 j_0^2}, \quad (4.20)$$

яка впливає із означення швидкості звуку та рівняння (4.6).

Похідну $\partial v_0^2 / \partial \xi \equiv 2 v_0 \partial v_0 / \partial \xi$ під час обчислення доданка $A_{52}(\xi)$ визначали із використанням формули

$$\frac{dv_0^2}{d\xi} = \frac{2Ma^2 \beta j_0^4}{a_0^2 \rho_0^4 - Ma^2 j_0^2 \rho_0^2}, \quad (4.21)$$

яка впливає безпосередньо із (4.6).

З графіків випливає, що просторова неоднорідність доданків п'ятого коефіцієнта істотно зростає із наближенням режиму течії до критичного: за сталого ρ_0^{in} неоднорідність зростає зі збільшенням масового потоку. Можна стверджувати, що визначальне значення для величини коефіцієнта A_5 має складова A_{53} , яка пов'язана з гідравлічним опором, оскільки доданки A_{51} та A_{52} є малі проти A_{53} .

На основі проведених у цьому підрозділі досліджень можна зробити висновок, що просторова неоднорідність коефіцієнтів системи (4.4), (4.5) і рівняння (4.8) істотно залежить від ступеня завантаженості трубопроводу. За низької завантаженості, коли значення j_0 стаціонарного потоку значно менше від критичного, коефіцієнти слабо залежать від координати ξ . За сталого значення ρ_0^{in} густини на вході просторова неоднорідність коефіцієнтів сильно зростає з наближенням значення j_0 густини масового потоку до критичного. Ступінь неоднорідності коефіцієнтів змінюється вздовж труби: біля входу трубопроводу вона – менша і зростає до виходу.

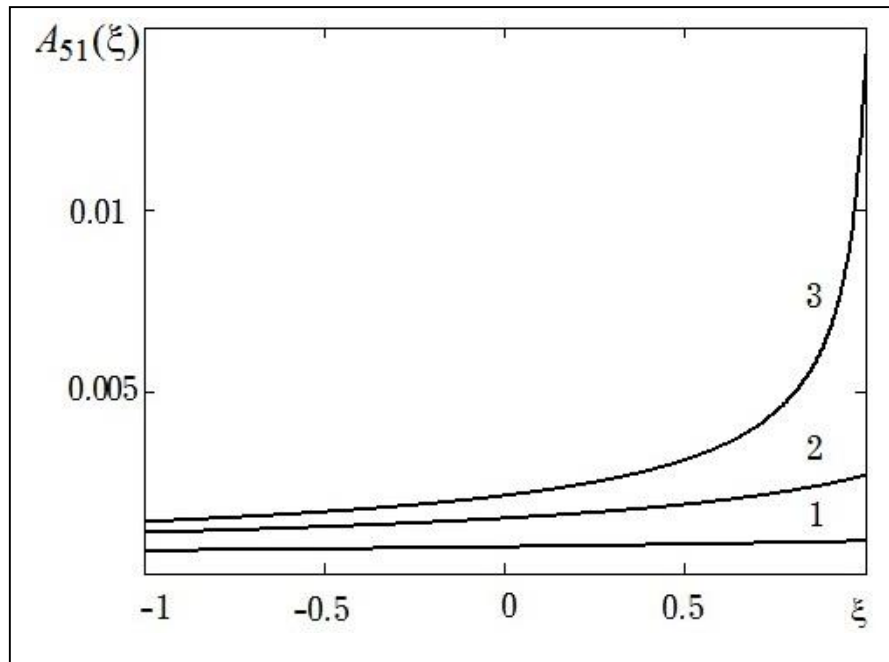


Рисунок 4.8. Координатні залежності першого доданка п'ятого коефіцієнта рівняння (4.8) для трьох режимів стаціонарної течії газу в трубопроводі

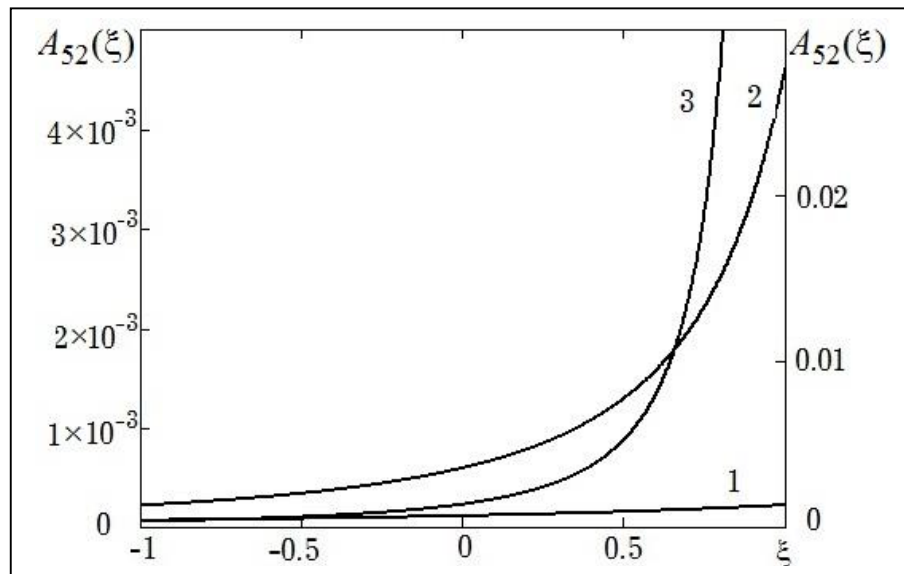


Рисунок 4.9. Координатні залежності другого доданка п'ятого коефіцієнта рівняння (4.8) для трьох режимів стаціонарної течії газу в трубопроводі (криві 1 та 2 віднесені до лівої вертикальної осі, 3 – до правої)

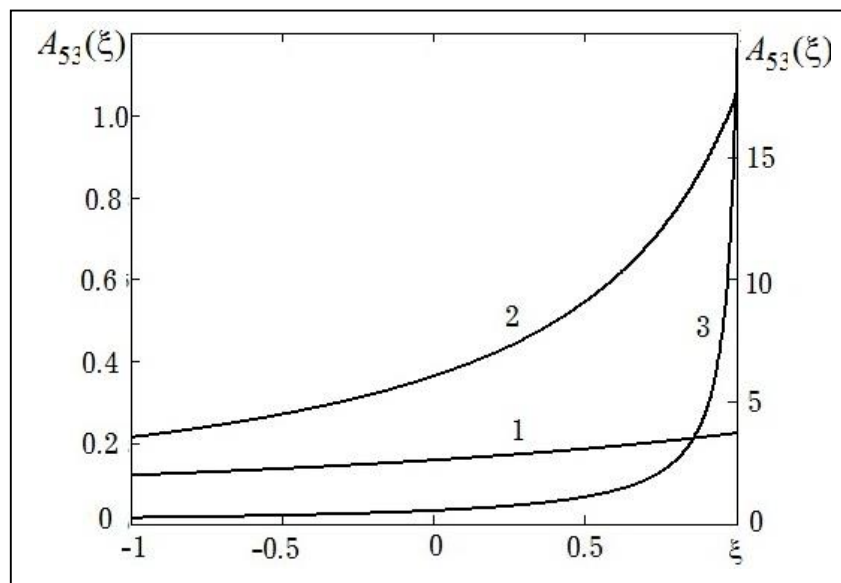


Рисунок 4.10. Координатні залежності третього доданка п'ятого коефіцієнта рівняння (4.8) для трьох режимів стаціонарної течії газу в трубопроводі (криві 1 та 2 віднесені до лівої вертикальної осі, 3 – до правої)

4.3. ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПОШИРЕННЯ МАЛИХ ЗБУРЕНЬ У СТАЦІОНАРНОМУ ПОТОЦІ

Кількісні дослідження малого збурення у стаціонарному потоці газу провели шляхом чисельного розв'язування задачі Коші для системи (4.4), (4.5). Виникнення збурення моделювали початковими умовами виду

$$\tilde{\rho}|_{\tau=0} = \varphi(\xi - \xi_0), \quad \tilde{j}|_{\tau=0} = 0, \quad (4.22)$$

де $\varphi(\xi)$ – функція, визначена в малому околі $[-d, d]$, $0 < d = 1$, $\xi_0 \in (-1, 1)$.

Збурення не впливає на режими компресорних станцій, тому задавали однорідні граничні умови:

$$\tilde{\rho}|_{\xi=\pm 1} = 0 \quad (4.23)$$

Використовуючи метод скінченних різниць, зводили сформульовану задачу до задачі Коші для системи залежних від часу τ звичайних диференціальних рівнянь першого порядку стосовно вузлових значень густини $\tilde{\rho}_i(\tau) = \tilde{\rho}(\xi_i, \tau)$ і потоку $\tilde{j}_i(\tau) = \tilde{j}(\xi_i, \tau)$, визначених на одновимірній сітці $X = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\}$, де n – кількість вузлів сітки. Цю задачу розв'язували, застосовуючи алгоритм РКФ-45.

Провели кількісні дослідження поширення і загасання флуктуації тиску, що виникає у вигляді поодинокого імпульсу в деякій точці ξ_0 трубопроводу. Флуктуацію визначали функцією початкових умов виду

$$\varphi(x) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi(\xi - \xi_0)}{2d}\right), & \xi_0 - d/2 \leq \xi \leq \xi_0 + d/2 \\ 0, & (-1 < \xi < \xi_0 - d/2) \vee (\xi_0 - d/2 < \xi < 1) \end{cases}, \quad (4.24)$$

Дослідження провели для двох різних режимів стаціонарної течії, які визначали значенням $j_0 = 0.6$ (низький рівень завантаження трубопроводу) та $j_0 = 0.9$ (високий рівень завантаження). Безрозмірну густину газу на вході в обох випадках брали однакове $\rho_0^{in} = 1.0$. За значення $j_0 = 0.9$, як показано у попередньому підрозділі, в трубопроводі реалізується режим течії, близький до критичного.

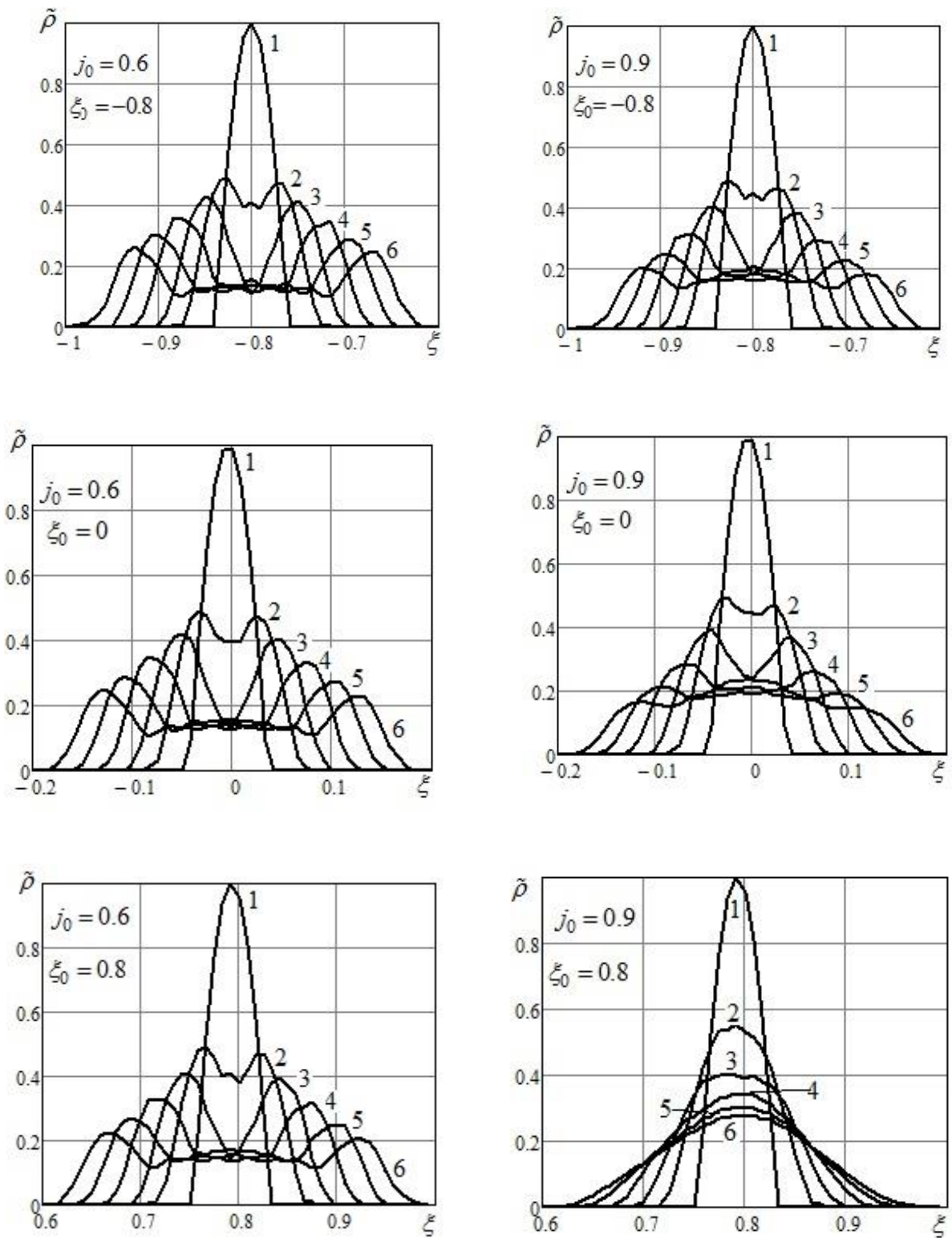


Рисунок 4.11. Розподіли густини $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$ локальної флуктуації тиску у фіксовані моменти часу, залежно від координати ξ_0 місця її виникнення та величини стаціонарного масового потоку газу в трубі.

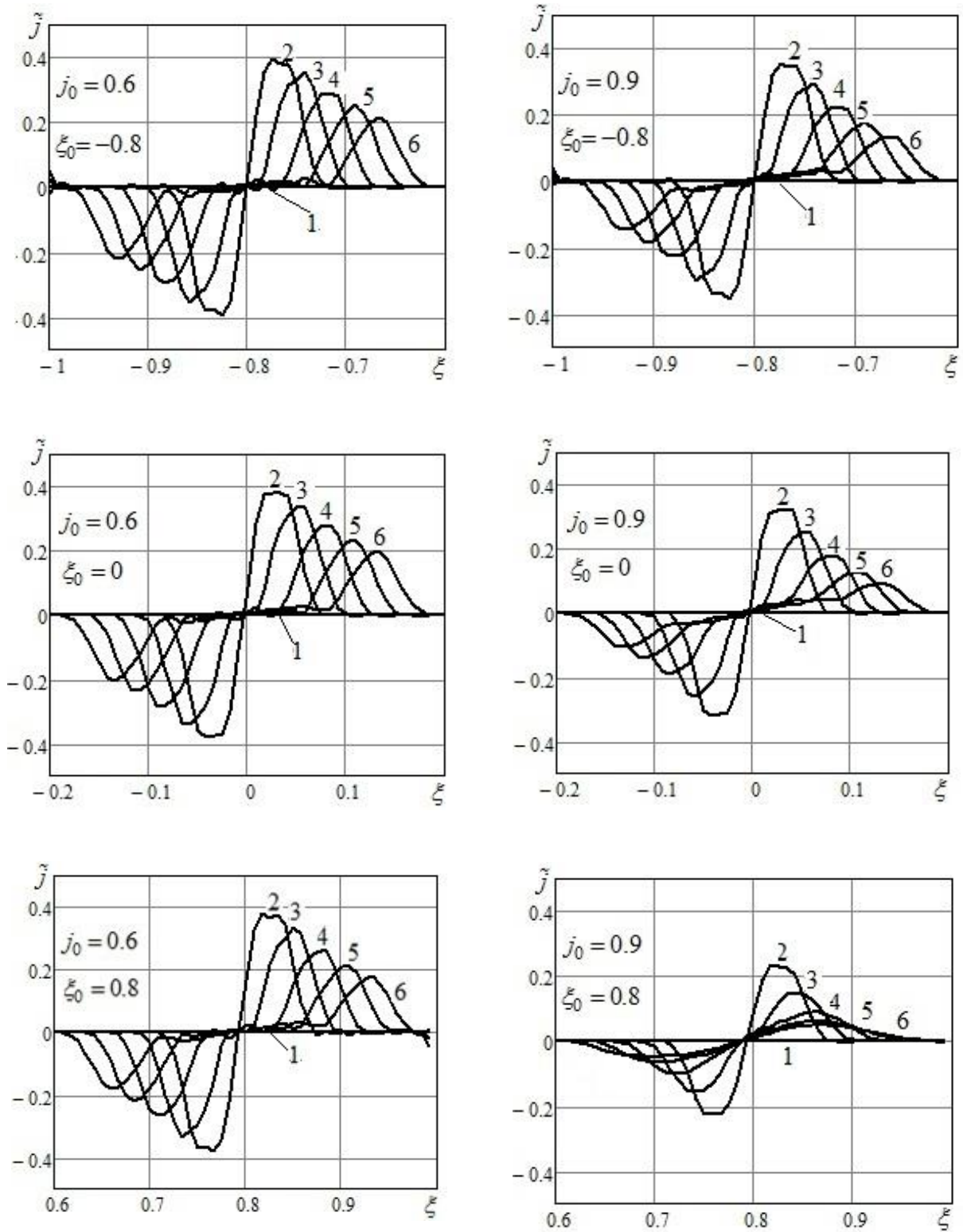


Рисунок 4.12. Розподіли густини потоку $\tilde{j}(\xi, \tau)$ локальної флуктуації тиску у фіксовані моменти часу, залежно від координати ξ_0 місця її виникнення та величини j_0 стаціонарного масового потоку газу в трубі.

Розглянули три місця виникнення флуктуації – поблизу входу трубопроводу ($\xi_0 = -0.8$), центрі ($\xi_0 = 0$) та поблизу виходу ($\xi_0 = 0.8$). Результати проведених досліджень подані на рис.4.11, 4.12.

Локальна імпульсна флуктуація тиску газу, яка виникає в точці ξ_0 стаціонарного потоку, спричиняє локальні збурення густини та потоку. Графіки на рисунках ілюструють, як імпульси безрозмірних густини $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$ (рис.4.11) та потоку $\tilde{j}(\xi, \tau)$ (рис.4.12) поширюються та загасають у трубопроводі залежно від точки ξ_0 виникнення флуктуації та значення \tilde{j}_0 початкового масового потоку.

Криві 1 – 6 на рисунках відображають координатні розподіли в трубопроводі густини $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$ та потоку $\tilde{j}(\xi, \tau)$ у моменти часу $\tau = 0, 0.067, 0.13, 0.20, 0.27, 0.33$.

На графіках рис. 4.11 та 4.12 можна спостерігати певну асиметрію в розташування піків кривих $\tilde{\rho}(\xi, \tau)|_{\tau=const}$ та $\tilde{j}(\xi, \tau)|_{\tau=const}$. Це відображає вплив руху газу на процес поширення збурення. Швидкість v_0 руху газу в трубці зростає з координатою ξ , що проявляється у посиленні згаданої асиметрії у розташування піків. При $j_0 = 0.9$ швидкість руху газу більша, ніж при $j_0 = 0.9$, тож і асиметрія вища.

Аналізуючи наведені на рис. 4.11, 4.12 графіки, зауважуємо також, що поведінка збурення густини $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$ і потоку $\tilde{j}(\xi, \tau)$ залежить як від режиму стаціонарної течії (від густини масового потоку j_0), так і від координати ξ_0 місця виникнення флуктуації. Ключову роль у цьому відіграють четвертий та п'ятий доданки у хвильовому рівнянні (4.10). Значення їхніх коефіцієнтів $A_4(\xi)$ та $A_5(\xi)$ визначають головню доданки, які враховують процеси дисипації енергії збурення за рахунок сил в'язкого тертя (див. рис. 4.6, 4.7 та 4.9, 4.10). З наближенням режиму стаціонарної течії до критичного швидкість v_0 руху газу в околі виходу трубопроводу різко зростає, що спричиняє відповідне зростання визначальних складових цих коефіцієнтів $A_{41}(\xi) \equiv Ma \cdot dv_0/d\xi$, $A_{42}(\xi) \equiv \beta \cdot Ma \cdot v_0$ та

$A_{52}(\xi) \equiv Ma^2 \cdot \partial v_0^2 / \partial \xi$, і $A_{53}(\xi) \equiv \beta Ma^2 \cdot v_0^2$, відтак і самих коефіцієнтів $A_4(\xi)$ та $A_5(\xi)$. Наслідком цього є зміна картини поля збурення зі зміною j_0 та ξ_0 : якщо при $j_0 = 0.6, \xi_0 = -0.8$ графіки залежності густини збурення $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$ від координати, обчислені у різні моменти часу, відповідають хвильовому процесові за наявності дисипації, то при $j_0 = 0.9, \xi_0 = 0.8$ ці графіки більше нагадують дифузійний процес.

Провели також чисельне дослідження поширення малих збурень тиску, спричинених імпульсною флуктуацією, що виникла на вході трубопроводу. З цією метою розглянули задачу для системи (4.4), (4.5) з однорідними початковими умовами

$$\tilde{\rho}|_{\tau=0} = 0, \quad \tilde{j}|_{\tau=0} = 0 \quad (4.25)$$

та крайовими умовами виду

$$\tilde{\rho}|_{\xi=-1} = \varphi(\tau), \quad \tilde{\rho}|_{\xi=1} = 0, \quad (4.26)$$

де $\varphi(\tau)$ – функція, яка визначає форму імпульсу збурення в початковий момент часу, яку брали у вигляді

$$\varphi(\tau) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi\tau}{2d}\right), & 0 < \tau \leq d \\ 0, & \tau > d \end{cases}. \quad (4.27)$$

На рис. 4.13 показані розподіли густини $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$ і потоку $\tilde{j}(\xi, \tau)$ збурення від координати ξ , обчислені в моменти часу $\tau = 0.067, 0.13, 0.20, 0.27, 0.33, 0.47, 0.60, 0.80$ (криві 1 – 8 відповідно) для $d = 0.05, j_0 = 0.6$.

Як бачимо, збурення практично загасає на відстані 0.3...0.4. В околі горизонтальної осі на рисунках 4.13, 4.14 спостерігаються невеликі імпульси. Це хвилі, відбиті від краю $\xi = -1$. На рис. 11, 12 вони відсутні, оскільки під час побудови графіків ми обмежилися часами, за які імпульси збурення не доходять до країв.

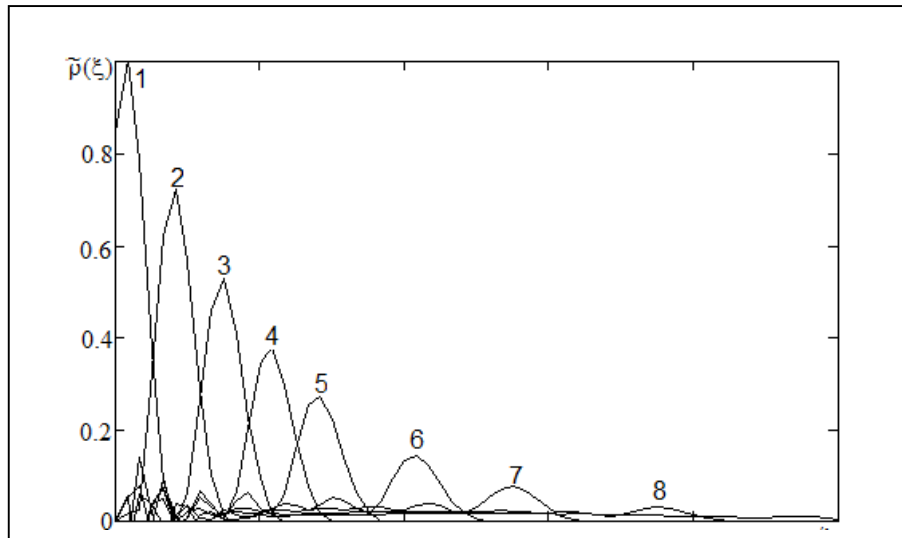


Рисунок 4.13. Розподіли густини $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$ збурення, обчислені у різні моменти часу .

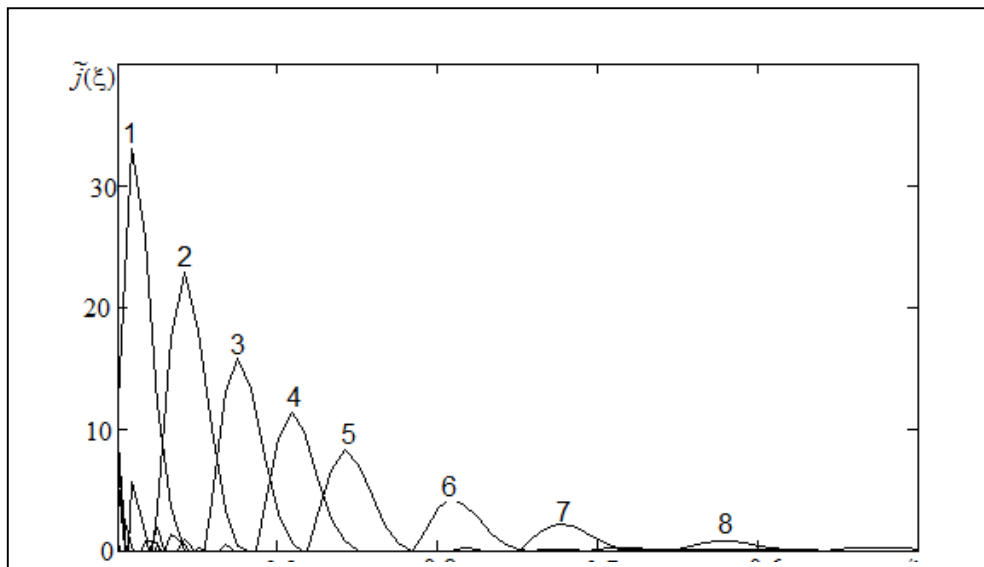


Рисунок 4.14. Розподіли густини масового потоку $\tilde{j}(\xi, \tau)$ збурення, обчислені у різні моменти часу.

4.4. ВИСНОВКИ

Розроблена математична модель поширення малих збурень в потоці газу трубопроводу. Модель включає лінійну систему рівнянь з частинними похідними. Її коефіцієнти – функції координати та часу, які визначаються через параметри незбуреного потоку газу в трубопроводі. Якщо початковий режим стаціонарний, то коефіцієнти залежать лише від просторової координати і модель зводиться до рівняння гіперболічного типу зі змінними коефіцієнтами. Проведеними дослідженнями встановлено, що коефіцієнти сильно залежать від режиму течії – з наближенням до критичного режиму їхні значення та просторова неоднорідність зростають.

В рамках моделі сформульована задача визначення хвильового поля збурення, спричиненого локальною флуктуацією тиску та розроблена методика її чисельного розв'язування із використанням методу скінченних різниць. Проведені дослідження хвильового поля залежно від місця виникнення флуктуації та режиму течії.

Встановлено, що імпульси збурення досить швидко загасають. Швидкість загасання імпульсів зростає із наближенням місця виникнення флуктуації до виходу трубопроводу. Це можна пояснити тим, що сили в'язкого тертя, які пропорційні квадратів швидкості, у стаціонарному режимі зростають зі збільшенням координати ξ . За режимів, близьких до критичного, картина хвильового поля збурення сильно залежить від місця виникнення флуктуації. Якщо флуктуація виникає поблизу входу трубопроводу чи в його центральній частині (далеко від виходу), то чітко спостерігаються два імпульси, що рухаються, загасаючи на своєму шляху, в протилежних напрямках із різними груповими швидкостями. Якщо ж флуктуація виникає достатньо близько до виходу, то картина поля «розмивається» і більше нагадує не хвильовий, а дифузійний процес. Побудовану математична модель і результати проведених кількісних досліджень можна використати для розроблення методів виявлення витоків, які базуються на реєстрації хвиль тиску, які виникають у трубопроводі за раптової локальної розгерметизації.

Результати цього розділу висвітлені в публікаціях [93-95].

РОЗДІЛ 5. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ЦІЛІСНОСТІ ЛІНІЙНОЇ ЧАСТИНИ МАГІСТРАЛЬНОГО ГАЗОПРОВОДУ

Неконтрольована розгерметизація трубопроводу створює аварійно-небезпечні ситуації, екологічні загрози і може призводити до значних економічних втрат. Проблема виявлення витоків і природного газу з магістральних газопроводів є актуальна для України, оскільки методи і засоби контролю, які застосовують у газовій галузі, не задовольняють сучасні вимоги [30,31].

Розгерметизацію трубопроводів і зумовлені нею витoki транспортованих флюїдів можуть спричиняти, зокрема: наскрізні дефекти тіла труби, які виникають внаслідок корозійних процесів, порушення технології спорудження та експлуатації трубопроводів, порушення суцільності чи розриви нитки трубопроводу внаслідок тектонічних процесів, господарської діяльності, проведення профілактичних, діагностичних чи аварійно-відновлювальних робіт.

5.1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ВИТОКІВ У МАГІСТРАЛЬНИХ ТРУБОПРОВОДАХ

Згідно [96], системи контролю цілісності трубопроводів поділяють на два типи. Системи першого типу (англ. Before-the-event-systems) виявляють ознаки, які свідчать про можливість настання розгерметизації через деякий час. Системи другого типу (англ. After-the-event-systems) виявляють зміни фізичних параметрів флюїду всередині трубопроводу чи параметрів стану довкілля, зумовлені витокком. Їх можна розглядати як системи виявлення витоків (СВВ).

У цьому підрозділі подаємо огляд сучасних підходів, методів та засобів для ідентифікації витоків природного газу з магістральних газопроводів [97 - 109].

5.1.1. Нормативні документи

Застосування систем виявлення витоків (СВВ) в деяких країнах регламентують спеціальні нормативні документи. Так, у США це — рекомендації Американського інституту нафти (American Petroleum Institute) API 1130: “Computational Pipeline Monitoring for Liquid Pipelines” [97]. У ФРН застосовують норми “Technische Regeln für Fernleitungen” (TRFL) [28].

Документ API 1130 надає рекомендації щодо вибору встановлення, випробування та експлуатації СВВ, принципи дії яких базуються на алгоритмічному підході, виявленні аномалій параметрів газу в трубопроводі і стану середовища. Залежно від вхідних даних, API 1130 поділяють СВВ на внутрішні та зовнішні

Документ TRFL визначає основні функції, які необхідні для виявлення витоків і визначення місця розгерметизації трубопроводу: а) визначення витоків за стаціонарного режиму роботи трубопроводу двома різними способами (дві незалежні СВВ); б) визначення витоків у перехідних режимах роботи трубопроводу (спеціальна додаткова СВВ, або одна із двох СВВ, названих у пункті а); в) визначення витоків в трубопроводі із перекритим виходом; г) визначення «повзучих» витоків; д) швидке визначення місця витоку.

Виявлення витоків у лінійній частині магістральних газопроводів ГТС України регламентують Правила безпечної експлуатації магістральних газопроводів [1]. Вони визначають візуальні обстеження лінійної частини магістральних газопроводів із застосуванням технічних засобів, які здійснюють шляхом обходу, обльоту чи об'їзду згідно програм, затверджених керівником газотранспортного підприємства. Їхня періодичність визначається газотранспортним підприємством. Проте, як зазначено у статті [30] ні діючі нормативні документи, ні сучасні спеціалізовані видання не приділяють належної уваги методикам пошуку витоків.

5.1.2. Класифікація методів виявлення витоків

Методи виявлення витоків (СВВ) можна класифікувати за різними ознаками – за фізичними принципами функціонування (акустичні, оптичні, радіолокаційні, ІЧ-радіометричні), за характером даних, які ці системи використовують (неперервні, дискретні), за способами відбору цих даних та алгоритмами їхнього оброблення, за ступенем автоматизації процесів відбору даних, тощо.

Деякі автори поділяють усі методи на прямі та непрямі. Прямі методи реалізують шляхом патрулювання траси трубопроводу і безпосереднього виявлення присутності транспортованого флюїду в атмосфері чи ґрунті. Непрямі базуються на вимірюваннях змін параметрів довкілля чи потоків, зумовлених витоком [29].

Інші автори поділяють СВВ на три категорії [99]: біологічні, інструментальні та алгоритмічні. Інструментальні методи, залежно від фізичних принципів функціонування, поділяють на акустичні, оптичні, аналізу атмосфери та ґрунтів тощо. До алгоритмічних відносять методи неперервного моніторингу параметрів потоку чи стану довкілля з метою виявлення інформативних ознак, які свідчать про витік. Основним складником СВВ, які базуються на таких методах, є програмне забезпечення. До цього класу відносять методи: балансу маси/об'єму, хвиль від'ємного перепаду тиску, аналізу локальних тисків, моделювання перехідних процесів у трубопроводі в реальному часі, а також статистичні методи [29,98].

Ми поділимо методи виявлення витоків на такі категорії: методи обстеження, дистанційні методи і методи віддаленого моніторингу (рис. 5.1).

Методи віддаленого моніторингу базуються на використанні системи сенсорів розподілених вздовж траси трубопроводу, за допомогою яких ведеться неперервне стеження з метою виявлення інформативних ознак витоків. Для передавання даних сенсори об'єднують у мережі [100] або інтегрують в систему SCADA [101].

Залежно від зони контролю інформативних ознак, за якими ведеться віддалений моніторинг, СВВ цього типу поділяють, як уже зазначалося, на зовнішні і внутрішні. Внутрішні методи поділятимемо, у свою чергу, на інструментальні методи та методи обчислювального моніторингу (рис. 5.2).

Внутрішні методи віддаленого моніторингу базуються на даних вимірювання параметрів фізичних процесів всередині трубопроводу. До них віднесемо методи акустичної емісії (АЕ), хвиль від'ємного перепаду тиску, ультразвукову витратометрію та аналіз змін параметрів транспортованого флюїду.

В основі методу акустичної емісії є явище збудження хвиль в газі турбулентним потоком, що витікає через отвір [102]. Для реєстрації сигналів акустичної емісії використовують акустичні детектори, які встановлюють всередині трубопроводу на відстанях, за яких прослуховування є можливе на усій довжині трубопроводу.

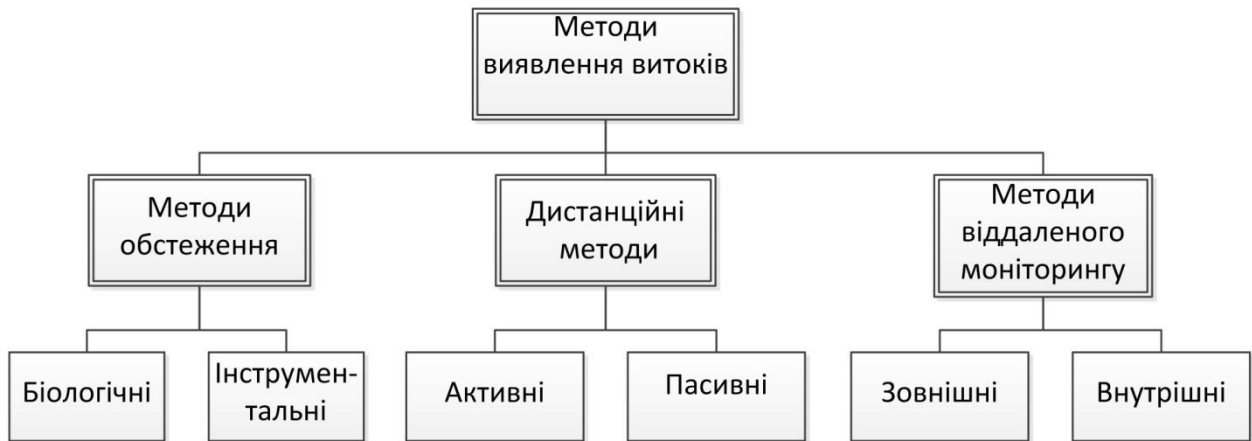


Рисунок 5.1. Класифікація методів виявлення витоків у трубопроводах

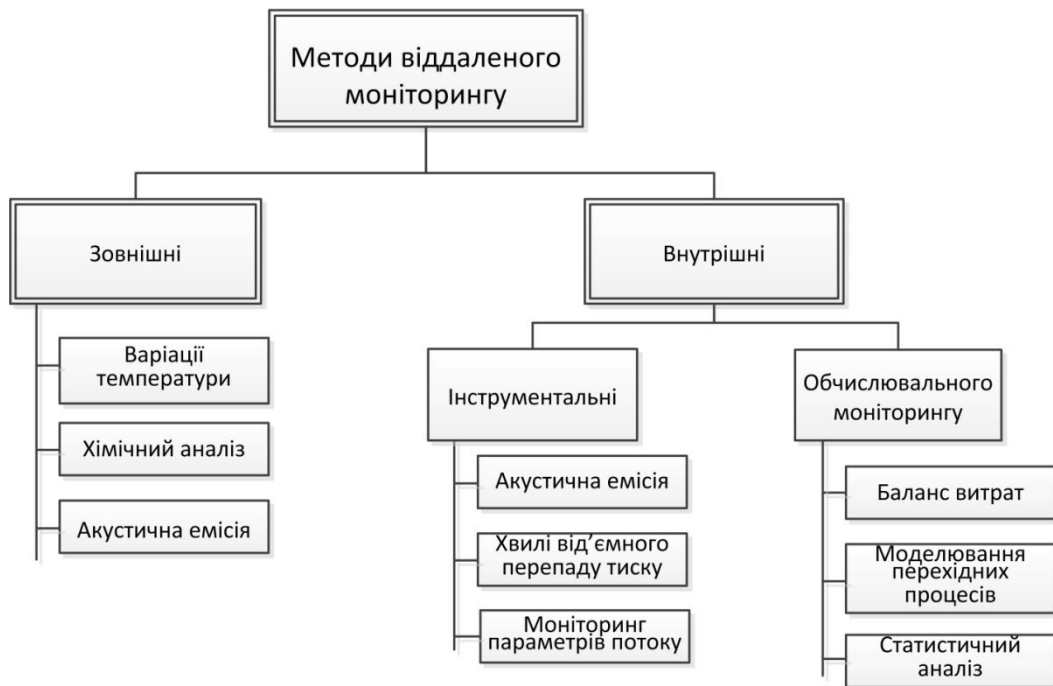


Рисунок 5.2. Класифікація методів віддаленого моніторингу

У публікаціях [103,104] розглянуті розподілені акустичні сенсори на базі скловолоконних світловодів. Акустичний тиск, який діє на світловод в зоні витoku спричиняє його локальну деформацію, що призводить до локального розсіювання та відбивання світла. Вимірюючи часові (фазові) та амплітудні параметри відбитого імпульсу світла можна визначати місце витoku та визначати його інтенсивність.

Метод хвиль від'ємного перепаду тиску базується на спаду тиску, що виникає в момент розгерметизації в трубі в околі витoku і спричиняє дві хвилі перепаду тиску, що поширюються у протилежних напрямках [105]. За цим методом вимірюють тиск в двох точках – вище та нижче за потоком від місця розгерметизації. Виміряні залежності тиску від часу $P_1(t)$ та $P_2(t)$, аналізують з метою виявлення різких негативних перепадів. Моменти виникнення таких перепадів t_1 та t_2 відповідають приходів хвиль до місць встановлення відповідних датчиків. За проміжком часу $\Delta t = t_2 - t_1$ визначають місце витoku. За стаціонарних умов відстань X від місця встановлення «верхнього» датчика тиску до місця витoku визначає формула

$$X = \frac{L(C - V) - (C^2 - V^2)\Delta t}{2C} \quad (5.1)$$

На відміну від методу акустичної емісії, інформативні ознаки цього методу (хвилі перепаду тиску) виникають в момент розгерметизації і існують короткий час.

До внутрішніх інструментальних віднесемо також методи, які базуються на моніторингові змін параметрів потоку флюїду в трубопроводі – аналіз локального тиску та метод ультразвукової витратометрії [28,29]. З цією метою встановлюють прилади вимірювання в декількох точках вздовж трубопроводу. На основі цих даних формуються середньо-статистичні значення та допустимий розкид контрольованого параметра за умов нормального функціонування трубопроводу. Виникнення витоків виявляють за відхиленнями значення контрольованого параметра від його середнього значення на величину, що перевищує встановлений допуск.

5.1.3. Методи обчислювального моніторингу

Ці методи базуються на даних вимірювання параметрів газу всередині труби. Проте, на відміну від внутрішніх інструментальних методів, в них істотно

використовуються математичні моделі динаміки газу. Виявлення витоків за цими методами здійснюють на основі розв'язків відповідних початково-крайових задач, отриманих у результаті виконання обчислень із використанням складних алгоритмів. Основним складником цих методів є програмне забезпечення, яке забезпечує розв'язування крайових задач газо-гідродинаміки у реальному часі. До цих методів віднесемо методи балансу витрат, моделювання перехідних процесів у реальному часі та статистичні методи [106].

Балансові методи реалізують шляхом моніторингу об'ємної чи масової витрати транспортованого флюїду на вході та виході трубопроводу. Метод балансу об'ємної витрати застосовують, якщо флюїд, який транспортують, є практично нестисливим. Цей метод доволі простий: його реалізують шляхом вимірювання швидкості потоку флюїду на вході і виході. Для газів, які характеризуються високою стисливістю, використовують баланс масового потоку [105]. Цей метод є складніший у реалізації: щоб визначити масовий потік необхідно визначати не тільки швидкість потоку, але й тиск та температуру газу. Його застосування за нестационарних режимів нашоухується на проблему визначення маси газу, накопиченого в трубопроводі, що змінюється в часі. Для цього слід застосовувати математичні моделі, які описують динаміку руху флюїду у трубопроводі.

У методах моделювання перехідних процесів (англ. RTTM – Real Time Transient Modeling) [107-109] істотно використовують результати розв'язування нелінійних крайових задач перенесення маси, імпульсу та енергії у трубопроводі в реальному часі. Крайові умови для цих задач встановлюються на основі даних моніторингу параметрів потоку на вході у трубопровід. Результати розв'язування цих задач зіставляються із даними моніторингу параметрів на виході. За інформативні ознаки витоків приймають відхилення виміряних значень параметрів від розрахованих на величини, які перевищують встановлені допуски.

Вимірювання значень масового потоку на вході та виході $J_{\text{вх}}$ та $J_{\text{вих}}$ з необхідною для реалізації статистичних методів точністю є доволі складною задачею. Значно простіше виміряти вхідні та вихідні значення тиску $P_{\text{вх}}$ та $P_{\text{вих}}$ і

температури $T_{\text{вх}}$ та $T_{\text{вих}}$, а відтак, використовуючи ці дані, застосувати метод РТТМ. Цей метод дозволяє розрахувати густину газу $\rho = \rho(x, t)$ в трубі як функцію координати x і часу t . Тоді масу газу, накопиченого в трубі можна обчислити як

$$M(t) = \int_0^L \rho(x, t) A(x) dx \quad (5.2)$$

де $A(x)$ – залежність площі перерізу труби вздовж нитки трубопроводу, і розрахувати швидкість зміни цього параметра в будь-який момент часу $t \in \Theta$

$$\dot{M}(t) = \frac{dM(t)}{dt} \quad (5.3)$$

Використовуючи метод РТТМ, за формулами (5.2), (5.3) можна визначати вибірки \dot{M}_l та \dot{M}_k значень швидкості зміни маси флюїду у задані моменти часу, накопиченого в трубі, необхідні для реалізації статистичного методу. Такий підхід отримав назву розширеного методу моделювання перехідних процесів [28].

5.1.3.1. Ефективність методів віддаленого моніторингу

У публікаціях [110,111] проведено порівняльну оцінку методів виявлення витоків здатністю визначати місце витoku та оцінювати його об'єм, ймовірністю фальшивих спрацювань, швидкістю виявлення витoku, чутливістю, доступністю, рівнем вимог до технічного обслуговування, вартістю тощо.

Серед внутрішніх методів найвищу рейтингову оцінку отримали СВВ, засновані на методі РТТМ (рейтингова оцінка 348) та методі хвиль від'ємного перепаду тиску (рейтингова оцінка 323). Чутливість методу РТТМ оцінюється значенням 1% від номінальної витрати, а точність визначення місця розгерметизації (1...2)% від довжини трубопроводу. Метод хвиль від'ємного перепаду тиску має таку ж чутливість (1%), а точність визначення місця розгерметизації вища – в межах 100 метрів. Вартість СВВ на основі РТТМ (програмне забезпечення і апаратура, без врахування витрат на інженерні роботи та інсталяцію) оцінюється у 250 тис. доларів США, тоді як загальна вартість СВВ, які працюють за принципом хвиль від'ємного перепаду тиску оцінюється на рівні 280 тис. доларів США.

5.1.3.2. Програмно-технічні рішення для ідентифікації витоків

Компанія Argosy Technologies, яка спеціалізується на розробленні інженерних рішень для обліку вуглеводнів, пропонує СВВ LeakNet [112]. Це – програмно-апаратний комплекс, призначений для визначення витоків в нафто- і газопроводах. Система LeakNet реалізує метод аналізу тиску у поєднанні зі статистичним методом та методом та методикою балансу динамічних вимірювань MassPack. Апаратура комплексу складається із сервера СВВ, системи обміну даними між вузлами контролю і сервером СВВ, контролерів вузлів контролю параметрів трубопроводу, витратомірів і датчиків тиску. Вузли контролю встановлюються на трубопроводі на відстанях порядку 50 км. Програмне забезпечення встановлюється на сервері, який працює в комп'ютерній мережі диспетчерського управління.

Компанія Krone, яка є світовим технологічним лідером у розробленні, виробництві і реалізації надійних і високо-ефективних вимірювальних систем для процесної індустрії, розробила СВВ Pipe Patrol, призначену для рідин, газів та зрідженого природного газу [113]. Ця система реалізує розширений метод моделювання перехідних процесів (ERTTM), який забезпечує високу чутливість. СВВ Krone Pipe Patrol має інтерфейс із системою SCADA та задовольняє вимоги норм API 1130 і TRFL. Як стверджується в рекламних матеріалах компанії, завдяки застосованій у алгоритмі виявлення витоків методикі розпізнавання образів система Pipe Patrol забезпечує відсутність фальшивих спрацювань.

Компанія PSI (ФРН) створює засоби для транспортування, розподілу і управління потоками нафти, природного газу, води та електроенергії, а також розробляє програмне забезпечення для моделювання в режимі реального часу фізичних та технологічних процесів, виявлення та локалізації витоків тощо. PSI плідно співпрацює із компаніями, які постачають обладнання нижнього рівня та програмне забезпечення для нього. Робота створеної PSI СВВ базується на методах балансу маси, градієнтів тиску, хвиль від'ємного перепаду тиску та інші. Необхідні для обробки даних обчислення виконуються із застосуванням універсального модуля PSI Pipeline. Цей модуль є основою комплексного програмного рішення для

управління потоками. Він реалізує моделювання перехідних процесів у реальному часі (RTTM) з урахуванням роботи виконавчих пристроїв, зміни активної топології мережі, фізичних властивостей транспортованого флюїду.

СВВ PSI може інтегруватися зі SCADA-системою PSIcontrols. Вона використовує дані «штатних» вимірювальних приладів: витратомірів, встановлених на кожному вході і виході, приладів вимірювання тиску та температури, встановлених вздовж траси на відстанях не більше 30 км. Рекомендовані точності вимірювання витрати 0,15%, тиску 0,1 бар, температури 0,5 °С. За таких умов досягається чутливість до витoku порядку 0,2%.

Фірма Siemens пропонує СВВ на базі накладних ультразвукових витратомірів [115]. Система являє собою завершене програмно-технічне рішення для виявлення і локалізації витоків із трубопроводів. Вона містить локальні вимірювальні станції, оснащені накладним ультразвуковим витратоміром SITRANS FUM1010, накладним резистивним сенсором температури та каналом передавання даних. Дані з локальних станцій передаються на сервер і обробляються там з використанням відповідного програмного забезпечення. Алгоритм роботи програми базується на методі балансу об'ємної витрати, який реалізується в режимі реального часу.

5.2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ВИЯВЛЕННЯ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ ВИТОКІВ У МАГІСТРАЛЬНИХ ГАЗОПРОВОДАХ ЗА СТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ

Розглядатимемо магістральний газопровід, який працює в стаціонарному режимі як лінійну структуру, що складається з N однотипних довгих циліндричних трубопроводів (секцій) і $N+1$ вузлів. Серед них два зовнішні вузли (вхід та вихід) та $N-1$ внутрішні, які представляють компресорні станції.

Режим роботи трубопроводу характеризується значеннями вхідних і вихідних тисків $P^{(in)}$ і $P^{(out)}$ та масових потоків $J^{(in)}$ і $J^{(out)}$, розподілами тиску P_l та масового потоку J_l , $l=1,2,\dots,N$ в секціях, масовими потоками $J_k^{(cs)}$, $k=1,2,\dots,N-1$, які споживають компресорні станції.

Виходитимемо із того, що під час експлуатації магістрального газопроводу

здійснюється неперервний контроль вхідних і вихідних тисків $P^{(in)}$ і $P^{(out)}$ та потоків $J^{(in)}$ і $J^{(out)}$, вхідних $P_l^{(in)}$ та вихідних $P_l^{(out)}$ тисків на кожній секції, тисків $P_j^{(k)}$, $k=1,2,\dots,N_l$ в проміжних контрольних точках, розташованих вздовж кожної секції на відстанях $L_l^{(k)}$ від її початку, дані про масові витрати газу $J_k^{(cs)}$, які споживають компресорні станції, а також абсолютні ε_p і ε_j та відносні δ_p і δ_j похибки вимірювань тиску P і масової витрати J .

За стаціонарного режиму роботи магістралі повинна виконуватися умова

$$J^{(in)} = J^{(out)} + \sum_{k=1}^N J_k^{(cs)}, \quad (5.4)$$

яка виражає закон збереження маси. Застосування цього закону для кожної окремої секції приводить до співвідношення

$$J_l^{(in)} = J_l^{(out)}, \quad l=1,2,\dots,N \quad (5.5)$$

Оскільки значення масових потоків відомі з певною точністю то співвідношення(5.4), (5.5) виконуються лише наближено. Тому подамо їх у вигляді

$$\left| J^{(in)} - J^{(out)} - \sum_{k=1}^N J_k^{(cs)} \right| \leq \varepsilon_T, \quad (5.6)$$

$$\left| J_l^{(in)} - J_l^{(out)} \right| \leq \varepsilon_l, \quad l=1,2,\dots,N. \quad (5.7)$$

Тут ε та ε_l деякі малі порівняно із потоками $J_k^{(cs)}$, $J_l^{(out)}$ величини.

Використаємо співвідношення(5.6), (5.7) для виявлення витоків. Для цього необхідно кількісно оцінити ε та ε_l . Тому розглянемо характеристики приладів для вимірювання тиску та витрати газу в газопроводах високого тиску.

5.2.1. Моделі керування стаціонарною течією за наявності витоків

У стаціонарних режимах експлуатації МГ система рівнянь динаміки газу за наявності витоків матиме вигляд:

$$\frac{dj}{d\xi} + \hat{l}_M = 0 \quad (5.8)$$

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{j^2}{\rho} + \frac{1}{Ma^2} z \theta \rho \right) + \beta \frac{j^2}{\rho} + \hat{l}_M \frac{j}{\rho} + \rho \frac{d\gamma}{d\xi} = 0 \quad (5.9)$$

З рівняння (12) випливає, що

$$j(\xi) = j^{in} - j_M(\xi), \quad j_M(\xi) \equiv \int_0^\xi \hat{l}_M d\xi \quad (5.10)$$

де j^{in} – значення безрозмірної густини масового потоку на вході, j_M – безрозмірна густина масового потоку, що витікає через негерметичну стінку труби.

З урахуванням (5.8) зводимо рівняння (5.9) до вигляду

$$\frac{d\rho}{d\xi} = -Ma^2 \rho \frac{\beta j^2 + \frac{\partial j^2}{\partial \xi} + \hat{l}_M j + \rho^2 \frac{d\gamma}{d\xi}}{\theta \rho^2 \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right) - Ma^2 j^2} \quad (5.11)$$

Отримали диференціальне рівняння першого порядку стосовно функції $\rho(\xi)$, яка визначає розподіл густини газу за стаціонарної течії. Права частина цього рівняння визначена, якщо заданий потік j^{in} і функція витоку $l_M = l_M(\xi)$.

За відсутності витоку у цьому рівнянні слід покласти $l_M = 0$, $j = const = j^{in}$. В результаті для ізотермічних умов отримаємо

$$\frac{\partial \rho}{\partial \xi} = - \frac{Ma^2 \beta j^2 \rho + Ma \frac{\partial \gamma}{\partial \xi} \rho^3}{Z(\rho) \rho^2 - Ma^2 j^2} \quad (5.12)$$

Якщо витік спричинений локальною розгерметизацією, то рівняння (5.11) матиме вигляд

$$\frac{\partial \rho}{\partial \xi} = - \frac{Ma^2 \beta j^2 \rho (1 - \eta(2 - \eta) H(\xi - \xi_0)) + Ma \frac{\partial \gamma}{\partial \xi} \rho^3}{Z(\tilde{\rho}) \rho^2 - Ma^2 j^2 (1 - \eta(2 - \eta) H(\xi - \xi_0))} \quad (5.13)$$

Тут $H(\xi)$ – одинична функція Гевісайда, ξ_0 – безрозмірна координата місця витоку, η – інтенсивність витоку:

$$\eta \equiv (J^{(in)} - J^{out}) / J^{(in)} = \rho_L K_L, \quad (5.14)$$

де ρ_L – густина газу в місці локальної розгерметизації, K_L - коефіцієнт витоку, введений у розділі 2 в моделі малого локального витоку.

За заданого j можна розглядати дві крайові задачі для рівняння (2.23) – перша, коли задано тиск на вході, а друга, коли задано тиск на виході секції. Відповідно до цього матимемо дві крайові умови

$$\rho|_{\xi=-1} = \rho^{(in)}, \quad (5.15)$$

$$\rho|_{\xi=1} = \rho^{(out)}, \quad (5.16)$$

де $\rho^{(in)}$ і $\rho^{(out)}$ задані безрозмірні значення густини на вході і виході $\rho^{(in)} > \rho^{(out)}$.

Використовуючи умови (5.15) та (5.16), можна сформулювати дві задачі Коші – (5.13), (2.15) (\mathcal{IVP}_I) та (5.13), (5.16) (\mathcal{IVP}_{II}), які відповідають двом моделям керування стаціонарним режимом течії газу у трубопроводі з локальним витоком. За першою стаціонарний режим задають значеннями густини масового потоку J^{in} та тиску P^{in} на вході, а за другою – потоку J^{out} та тиску P^{out} на виході. Крім задач \mathcal{IVP}_I та \mathcal{IVP}_{II} , розглядатимемо задачу \mathcal{IVP}_{III} , в якій задані обидві умови (5.15) і (5.16), але густина потоку j невідома. За її розв'язком можна визначити невідому густину потоку J , якщо відомі значення тиску на вході $P^{(in)}$ і виході $P^{(in)}$.

5.2.2. Дослідження параметрів стаціонарної течії за наявності витоку

Щоб оцінити інформативні параметри для задач виявлення витоку, дослідили стаціонарну течію газу в трубопроводі залежно від координати витоку ξ_L . Для цього застосували модель \mathcal{IVP}_I , в якій параметрами керування є потік j^{in} і густина ρ^{in} на вході. Задачу \mathcal{IVP}_I розв'язували методом Рунге-Кутти з використанням алгоритму RK45 [75 – 77]. Розподіли густини $\rho(\xi)$ в трубопроводі залежно від місця розгерметизації для двох значень густини масового потоку на вході $j^{(in)} = 0,5$ та $j^{(in)} = 0,9$ показані на рис.5.3 та 5.4. Обчислення провели для $K_L = 0.25$, $\rho^{in} = 0,9$, $\xi_L = 0,2; 0,5; 0,8$ (криві 1; 2; 3) та значень безрозмірної густини потоку $j^{in} = 0,5; 0,7; 0,9$. Криві 4 на рисунках відповідають течії за відсутності витоку. Аналізуючи наведені графіки, можна зауважити, що за сталих тиску і масового потоку на вході витік спричиняє зростання тиску на виході проти його значення у випадку, коли труба герметична (див. криві 1, 2, 3), а перепад тиску між входом і виходом зменшується. З наближенням точки розгерметизації до виходу цей ефект зменшується, оскільки за сталого K_L , зі зростанням ξ_L зменшується значення $\rho_L \equiv \rho(\xi_L)$, бо функція $\rho(\xi)$ – спадна.

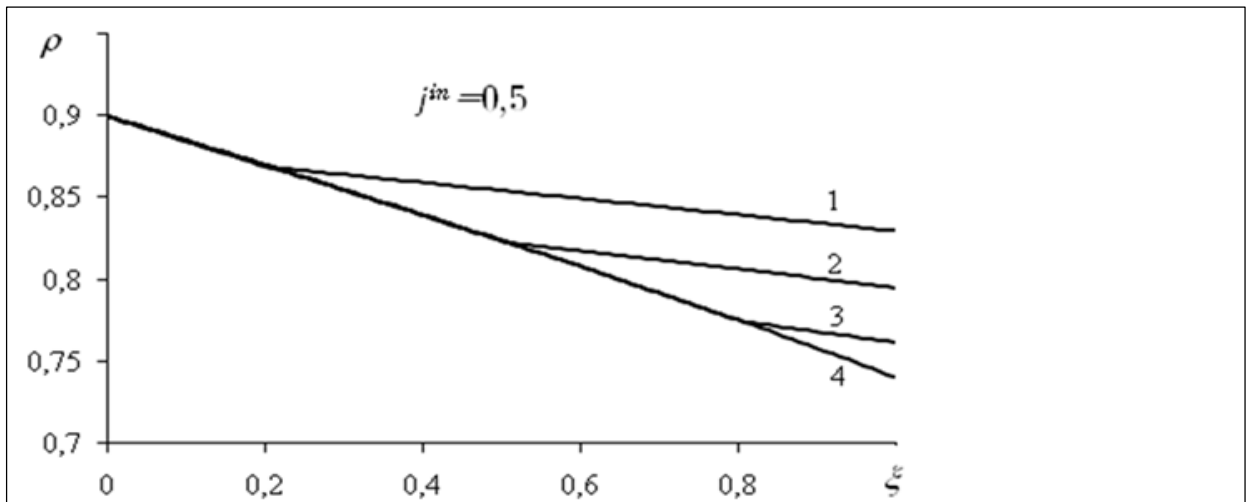


Рисунок 5.3. Розподіли густини $\rho(\xi)$ в трубопроводі залежно від місця розгерметизації для значень густини масового потоку на вході $j^{(in)} = 0,5$ (криві 1; 2; 3 відповідають $\xi_L = 0,2; 0,5; 0,8$), крива 4 відповідає течії за відсутності витoku.

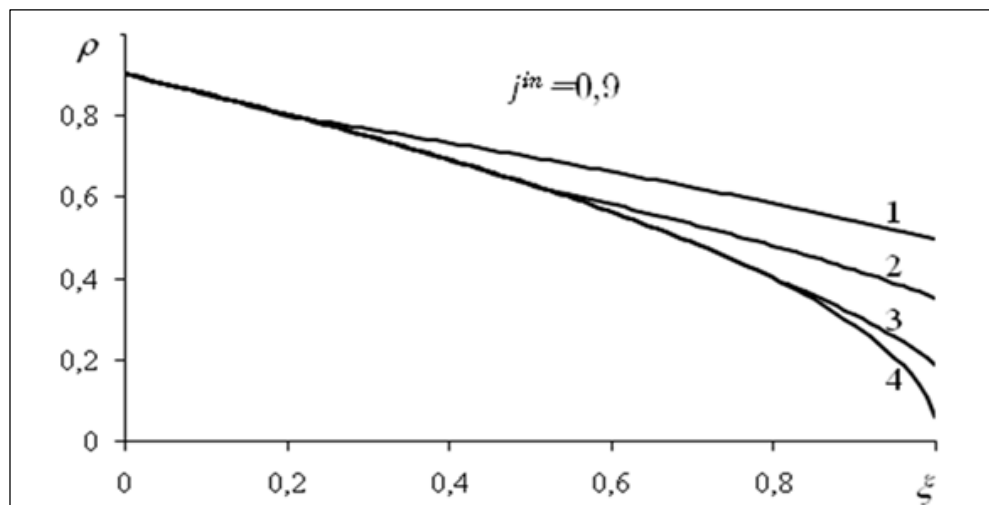


Рисунок. 5.4. Розподіли густини $\rho(\xi)$ в трубопроводі залежно від місця розгерметизації для значень густини масового потоку на вході $j^{(in)} = 0,9$ (криві 1; 2; 3 відповідають $\xi_L = 0,2; 0,5; 0,8$), крива 4 відповідає течії за відсутності витoku.

Метод виявлення витоків в секції за даними вимірювання тиску

Розглянемо деяку секцію магістрального газопроводу. Для контролю її цілісності з використанням співвідношень (5.6), (5.7) необхідно визначити значення масової витрати на її вході та виході. Для вирішення цієї проблеми застосуємо математичну модель (5.11) та результати вимірювання тиску на вході та виході ділянки, а також в точках на деяких відстанях від її початку і кінця (рис.5.5).

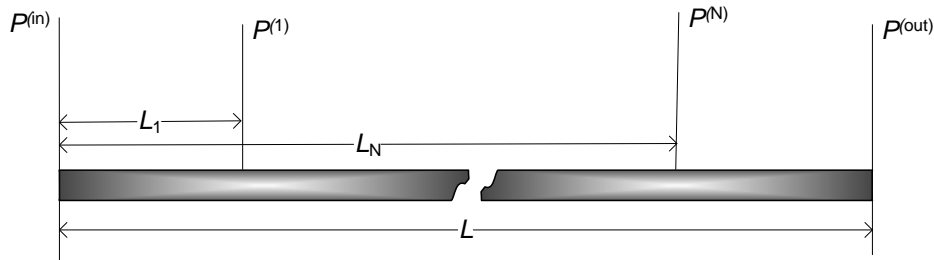


Рисунок 5.5. Схема ділянки магістрального газопроводу з пунктами вимірювання тиску газу в трубі

Тут L – довжина ділянки, L_1 та L_N відстані точок вимірювання тиску від початку магістралі. Вважатимемо, що розгерметизація може відбутися на відріжку $[L_1, L_N]$. Тож на відрізках $[0, L_1]$ та $[L_N, L]$ труба герметична і потік маси газу на цих відрізках за стаціонарних умов не залежить від координати і дорівнює $J^{(in)}$ та $J^{(out)}$.

Визначимо потоки $J^{(in)}$ та $J^{(out)}$. Для цього розглянемо дві задачі \mathcal{IVP}_{III} : перша для відріжку трубопроводу довжиною L_1 , а друга для відріжку $L - L_N$. Для першої задачі задані значення тиску $P^{(in)}$ та $P^{(1)}$ в точках $x = 0$ та $x = L_1$, для другої значення тиску $P^{(N)}$ та $P^{(out)}$ в точках $x = L_N$ та $x = L$. Переходячи до безрозмірних змінних, формулюємо крайові умови для рівняння для першої та другої задач:

$$\rho|_{\xi=-1} = \rho^{(in)}, \quad \rho|_{\xi=1} = \rho^{(1)}, \quad (5.17)$$

$$\rho|_{\xi=-1} = \rho^{(N)}, \quad \rho|_{\xi=1} = \rho^{(out)}, \quad (5.18)$$

де $\rho^{(in)}, \rho^{(1)}, \rho^{(N)}, \rho^{(out)}$ визначаються через $P^{(in)}, P^{(1)}, P^{(N)}, P^{(out)}$ і температуру T .

Для розв'язування цих задач застосуємо варіаційний підхід. Для цього розглянемо функцію $\rho(\xi, j)$, яка визначає розподіл безрозмірної густини ρ від

координати $\xi \in [-1, 1]$ та за різних значень безрозмірного масового потоку j . Аналітична структура цієї функції невідома, проте її значення можна обчислити для будь-яких допустимих значень її аргументів. Для цього слід розв'язати задачу Коші для рівняння, вибравши за початкове значення для першої задачі умову (5.17)₁, а для другої (5.18)₂. Тоді функціонали

$$\Phi_1(j) = (\rho(1, j) - \rho^{(1)}) \quad \text{та} \quad \Phi_2(j) = (\rho(1, j) - \rho^{(out)}) \quad (5.19)$$

визначатимуть середньоквадратичне відхилення розв'язків першої та другої від умов (5.17)₂ та (5.18)₁. Це дозволяє записати розв'язки цих задач у вигляді

$$j^{(in)} = \arg \max_j \Phi_1(j), \quad j^{(out)} = \arg \max_j \Phi_2(j). \quad (5.20)$$

Для пошуку мінімуму функціоналів Φ_1 та Φ_2 використовували метод Ньютона, а для обчислення значень функцій $\rho(1, j)$ у першій та другій задачі застосовували метод Рунге-Кутти та відомий алгоритм RKF-45.

Застосовуючи розроблений алгоритм, можемо визначити потоки $J^{(in)}$ та $J^{(out)}$, встановити наявність витoku й оцінити його інтенсивність. Якщо виконується умова

$$|J^{(in)} - J^{(out)}| > \varepsilon_J \quad (5.21)$$

то витік наявний, якщо ні, то секція герметична або ж рівень витoku є малий у порівнянні із допуском ε_J . Допуск ε_J зумовлений похибками вимірювання (тиску і температури) та розв'язування задач.

• Метод визначення місця витoku

Розглянемо тепер задачу визначення місця витoku. Виходитимемо із того, що відомі значення потоків $J^{(in)}$ та $J^{(out)}$, а також тиски $P^{(in)}$ та $P^{(out)}$. Нехай x_0 – координата точки розгерметизації. Тоді на відрізку $[0, x_0]$ зберігається постійний потік $J^{(in)}$, а на відрізку $[x_0, L]$ – потік $J^{(out)}$. Відповідно до цього розглянемо дві задачі Коші для рівняння (5.12):

$$\frac{\partial \rho}{\partial \xi} = -\frac{Ma^2 \beta j^{(in)2} \tilde{\rho} + Ma \frac{\partial \gamma}{\partial \xi} \rho^3}{Z(\tilde{\rho}) \tilde{\rho}^2 - Ma^2 j^{(in)2}}, \quad \rho|_{\xi=-1} = \rho^{(in)} \quad (5.22)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \xi} = -\frac{Ma^2 \beta j^{(out)2} \rho + Ma \frac{\partial \gamma}{\partial \xi} \rho^3}{Z(\tilde{\rho}) \tilde{\rho}^2 - Ma^2 j^{(out)2}}, \quad \rho|_{\xi=1} = \rho^{(out)}, \quad (5.23)$$

точка перетину розв'язків яких визначає місце витоку. Для ілюстрації цього застосували обчислювальний експеримент, результати якого подані на рис. 5.6.

Вхідні дані для оберненої задачі визначення місця витоку отримали, застосувавши рівняння (5.13). Задавшись тиском $P^{(in)}$, потоком $J^{(in)}$, інтенсивністю витоку η , та координатою ξ_L місця витоку, розв'язували задачу Коші для рівняння (5.13) з умовою заданою зліва: $\rho|_{\xi=-1} = \rho^{(in)}$. Розв'язок цієї задачі показаний на рис.5.6. суцільною лінією. За отриманим розв'язком розраховували значення тиску на виході у секції з витоком. Відтак розв'язали задачі (5.22) та (5.23). Розв'язки цих задач показані на рис. 5.6 – точками у вигляді круглих та квадратних маркерів.

Розв'язки перетнулися в точці, що відповідає координаті x_0 місця витоку якою задавалися у (5.13). На відрізку від початку ділянки до місця витоку крива рис. 5.6 збігається із розв'язком задачі (5.22), а на відрізку від місця витоку до кінця ділянки – задачі (5.23). Отже, щоб визначити місце витоку, необхідно знайти точку перетину двох кривих $\rho_1(\xi)$ та $\rho_2(\xi)$, які представляють розв'язки задач (5.22) та (5.23). Для цього утворимо функцію

$$\Phi(\xi) = (\rho_1(\xi) - \rho_2(\xi))^2. \quad (5.24)$$

Її аналітична структура невідома, проте її значення можна обчислити для будь-якого значення аргументу $\xi \in [-1, 1]$, розв'язуючи чисельно задачі (5.22) та (5.23). Тоді визначення координати місця витоку ξ_L зводиться до мінімізації функції:

$$\xi_L = \arg \min_{\xi} \Phi(\xi) \quad (5.25)$$

Цю задачу розв'язували з використанням методу Ньютона, а для обчислення значень функцій $\rho_1(\xi)$ та $\rho_2(\xi)$ використовували відомий алгоритм RKF-45.

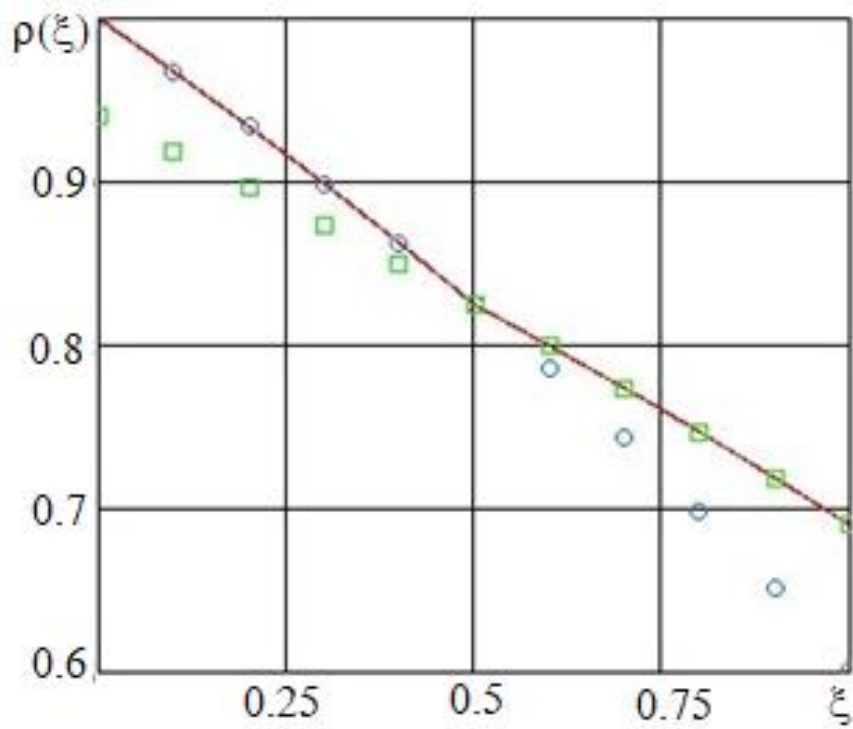


Рисунок.5.6. Визначення місця витоку

. Аналіз точності методу

Джерелами похибок запропонованого методу виявлення та ідентифікації витoku ϵ : неточність вхідних даних та похибки чисельного розв'язування задач.

Оцінку похибок чисельного розв'язування задач здійснили із використанням обчислювального експерименту. З цією метою задавалися значення потоку J та вхідного тиску $P_1^{(in)}$. Відтак розв'язували задачу \mathcal{IVP}_I , з умовою, заданою зліва. За знайденим розв'язком обчислювали значення тиску на виході $P^{(out)}$ і розв'язували задачу \mathcal{IVP}_{II} із заданою умовою справа. За знайденим розв'язком обчислювали значення тиску на вході $P_2^{(in)}$. Точність розв'язування задачі оцінювали за величиною різниці $P_2^{(in)} - P_1^{(in)}$. В такий спосіб було встановлено, що за довжини ділянки $L = 1.5 \cdot 10^3 m$ відносна похибка не перевищує значення $2 \cdot 10^{-5}$.

Точність визначення потоку на вході секції залежить від похибок вимірювання тисків у контрольних точках і бази вимірювання (L_1 та $L - L_N$). Вплив цих факторів на точність визначення потоку дослідили залежно від похибки вимірювання тиску та довжини бази вимірювання, розв'язуючи задачу \mathcal{IVP}_I .

На рисунку 5.7. наведені залежності відносної похибки вимірювання потоку δj від відносної похибки вимірювання тиску δp_c в інтервалі $-6 \cdot 10^{-3} \dots 6 \cdot 10^{-3}$ (що відповідає точності сучасних приладів вимірювання тиску) за різних значень бази вимірювання $x_c = 0.05L, 0.1L, 0.15L$. Розрахунок провели для ділянки трубопроводу довжиною $L = 100$ км. Похибка потоку практично лінійно зростає зі зростанням похибки вимірювання тиску і зменшується зі збільшенням бази вимірювання.

На рисунку 5.8. показані залежності відносної похибки вимірювання δj масової витрати $J^{(in)}$ від безрозмірної координати x_c точки контролю тиску за різних значень відносної похибки вимірювання тиску 0.1%, 0.15% та 1%.

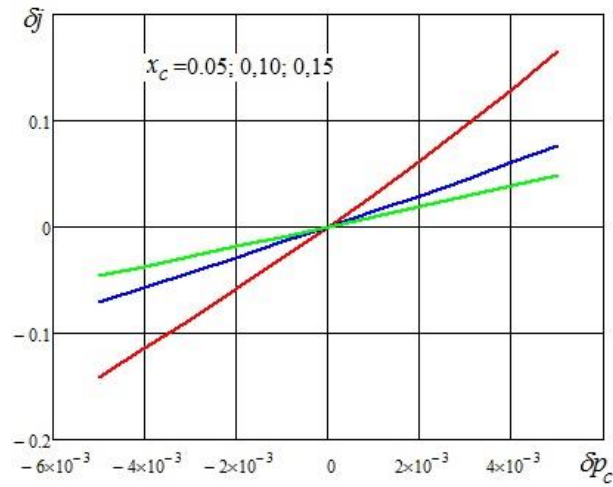


Рисунок .5.7. Залежність відносної похибки визначення масової витрати від похибки вимірювання тиску і бази вимірювання.

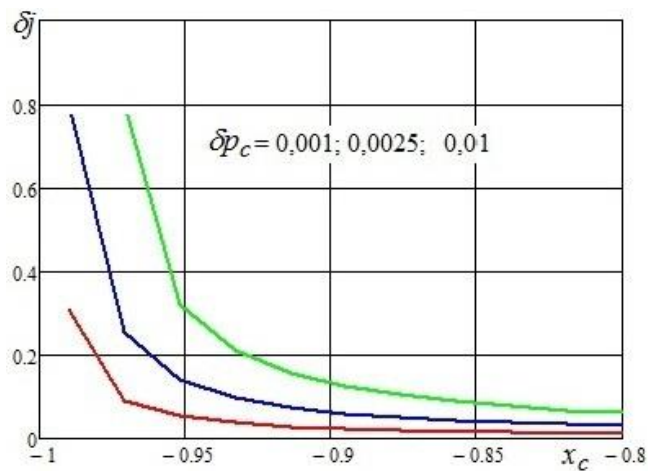


Рисунок 5.8. Залежність відносної похибки вимірювання масової витрати від безрозмірної координати точки контролю тиску за різних значень похибки вимірювання тиску.

Наведені тут результати кількісних досліджень точності визначення масових витрат на вході і виході ділянки магістрального трубопроводу, дозволяють оцінити допуск ε_j у формулі (5.21), яка визначає критерій для прийняття рішення про наявність витоку, а відтак оцінити чутливість методу за інтенсивністю витоку.

На рисунку 5.9 показані розраховані шляхом розв'язування задачі (5.13), (5.15) залежності густини на виході із труби від коефіцієнта K_L , який визначає інтенсивність витоку, для різних значень координати ξ_L місця розгерметизації.

Координати визначають відстань місця розгерметизації стосовно початку труби в частках довжини труби L . Тиск на виході із труби за сталого тиску на вході зростає із збільшенням інтенсивності витоку та віддалі від місця розгерметизації до вихідного кінця труби. Найвище положення на рис. 5.9 займає крива, що відповідає координаті $\xi_L = 0.1$. Вона визначає залежність тиску на виході від інтенсивності витоку у випадку, коли місце витоку розташоване на відстані $0.1L$ від входу. Найнижче пролягає крива, що відповідає координаті місця витоку $\xi_L = 0.9$. У цьому випадку місце розгерметизації є на відстані $0.1L$ від виходу.

Проведено також кількісне дослідження похибки визначення місця розгерметизації залежно від похибки вимірювання тиску на виході ділянки з витоком. На рисунку 5.10 показані відповідні залежності, розраховані для різних віддалей місця розгерметизації від вихідного кінця труби.

Як бачимо, похибка визначення місця витоку за запропонованим методом практично лінійно зростає із зростанням похибки вимірювання тиску на виході труби. Коли, наприклад, відносна похибка вимірювання тиску складає $\pm 0.2\%$, відносна похибка визначення місця розгерметизації не перевищує 1% від довжини трубопроводу, тобто при довжині труби 100 км абсолютна похибка визначення місця витоку складає ± 1 км. Проте тут не врахована похибка визначення величини масової витрат на вході та виході.

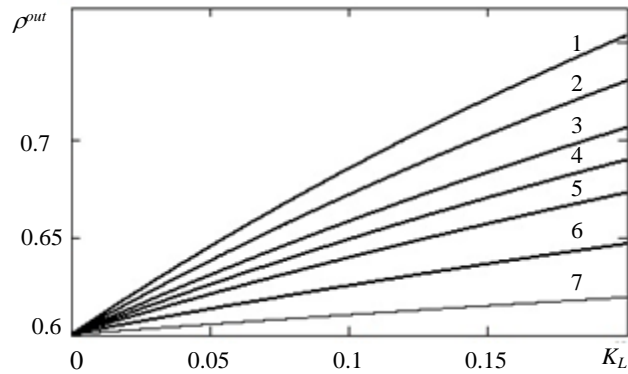


Рисунок 5.9. Залежність тиску на виході із труби від інтенсивності витоку, для різних значень координати $\xi_L = 0.1; 0.25; 0.4; 0.5; 0.6; 0.75; 0.9$ місця розгерметизації

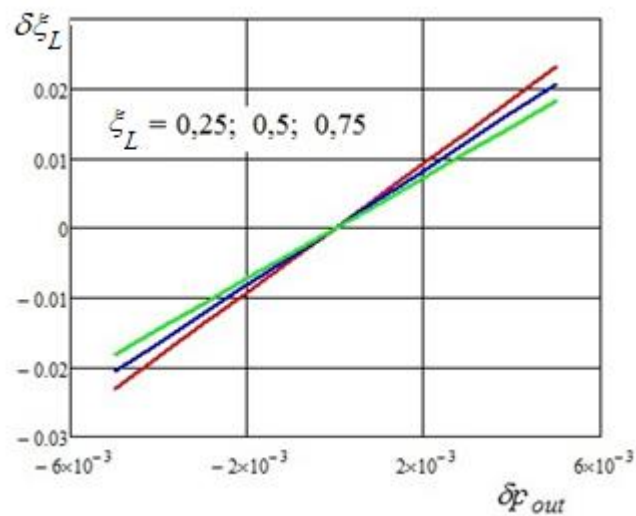


Рисунок 5.10. Залежність похибки визначення місця витоку залежно від похибки вимірювання тиску на виході за різних відстаней контрольної точки від входу труби

Розроблений метод дозволяє виявляти витіки, визначати їхню інтенсивність та місце розгерметизації на ділянках магістрального газопроводу між двома компресорними станціями на основі даних вимірювання тиску на вході і виході та у двох контрольних точках на деяких відстанях від входу та виходу. Його можна застосовувати і для контролю герметичності та ідентифікації витоків в магістральних газопроводах, що складаються із декількох послідовних ділянок. Для цього її слід послідовно застосовувати до кожної ділянки, починаючи з першої чи останньої, аж до виявлення ділянки, яка містить витік.

5.3. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ, МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ ВИТОКІВ У МАГІСТРАЛЬНИХ ГАЗОПРОВОДАХ ЗА НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ

3.1. Математичні моделі керування перехідними режимом течії за наявності витіку

Нестаціонарну течію газу в довгому трубопроводі в ізотермічному наближенні описує система рівнянь

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -Ma \cdot \frac{\partial j}{\partial \xi} - Ma \cdot \hat{l}_m, \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial j}{\partial \tau} = -Ma \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{j^2}{\rho} + \frac{1}{Ma^2} z\theta\rho \right) - Ma \cdot \beta \frac{|j|j}{\rho} - Ma \cdot \hat{l}_m \frac{j}{\rho} - Ma \cdot \rho \frac{d\gamma}{d\xi}, \quad (5.27)$$

$$p = z\theta\rho. \quad (5.28)$$

Щоб формулювати крайові задачі, які описують нестаціонарну течію газу в трубопроводі необхідні початкові й крайові умови для системи (5.26) – (5.28). Ця система має другий порядок похідних стосовно обох незалежних змінних τ і ξ . Тому слід визначити дві початкові і дві крайові умови для кожної задачі.

Початкові умови братимемо у вигляді

$$\rho|_{\tau=0} = \rho_0(\xi), \quad j|_{\tau=0} = j_0(\xi), \quad (5.29)$$

де $\rho_0(\xi)$ та $j_0(\xi)$ – задані функції, які визначають розподіли безрозмірних густини та масового потоку в трубі у момент часу $\tau = 0$.

Крайові умови визначають зовнішнє керування течією. Можна розглядати різні умови, що визначають зміну в часі значень ключових функцій системи (5.26), (5.27) на вході та виході трубопроводу. Обмежимося тут розглядом трьох типів лінійних крайових умов:

$$\rho|_{\xi=-1} = \rho^{in}(\tau), \quad \rho|_{\xi=1} = \rho^{out}(\tau), \quad (5.30)$$

$$\rho|_{\xi=-1} = \rho^{in}(\tau), \quad j|_{\xi=1} = j^{out}(\tau), \quad (5.31)$$

$$j|_{\xi=-1} = j^{in}(\tau), \quad \rho|_{\xi=1} = \rho^{out}(\tau), \quad (5.32)$$

де $\rho^{in}(\tau)$ і $\rho^{out}(\tau)$ та $j^{in}(\tau)$ і $j^{out}(\tau)$ – задані зовнішні функції (функції керування), які визначають зміну в часі густини та масового потоку на вході і виході.

Умови (5.30) – (5.32) відповідають трьом різним моделям зовнішнього керування нестационарною течією газу в трубопроводі: 1) на вході змінюють тиск за законом $P^{in}(t)$, а на виході – за законом $P^{out}(t)$ (модель \mathcal{BVP}_I); 2) на вході змінюють тиск за законом $P^{in}(t)$, а на виході – густину масового потоку за законом $J^{out}(t)$ (модель \mathcal{BVP}_{II}); 3) на вході змінюють густину масового потоку за законом $J^{in}(t)$, а на виході – тиск за законом $P^{out}(t)$ (модель \mathcal{BVP}_{III}). Комплектам крайових умов (5.30) – (5.32) відповідають три крайові задачі: \mathcal{BVP}_I – (5.26), (5.27), (5.29), (5.30); \mathcal{BVP}_{II} – (5.26), (5.27), (5.29), (5.31); (5.5), \mathcal{BVP}_{III} – (5.26), (5.27), (5.29), (5.32).

Інформативні параметри течії перехідного режиму

Розв'язавши крайову задачу \mathcal{BVP}_I , знайдемо ключові функції $\rho(\xi, \tau)$ та $j(\xi, \tau)$, а відтак зможемо обчислити $j^{in}(\tau) \equiv j(0, \tau)$ та $j^{out}(\tau) \equiv j(1, \tau)$ – внутрішні функції, які визначають зміну в часі масового потоку на вході та виході трубопроводу. Відповідні їм зовнішні функції $J_{emp}^{in}(\tau)$ та $J_{emp}^{out}(\tau)$ можна визначити емпірично, вимірюючи зміни в часі значень масового потоку на вході $J_{emp}^{in}(t)$ та виході $J_{emp}^{out}(t)$. Тому за допомогою функцій $j^{in}(\tau)$ та $j^{out}(\tau)$ можна оцінювати емпіричні дані $J_{emp}^{in}(\tau)$ та $J_{emp}^{out}(\tau)$, які містять інформацію щодо нестационарної течії газу за умов

керування (5.9) (за моделлю I). Натомість із розв'язку задачі \mathcal{BVP}_{II} можна обчислити іншу пару внутрішніх функцій – $j^{in}(\tau) \equiv j(0, \tau)$ та $\rho^{out}(\tau) \equiv \rho(1, \tau)$, які відображають реакцію системи на керування нестационарним процесом за моделлю \mathcal{BVP}_{II} і дозволяють отримати апіорні оцінки відповідних інформативних параметрів – $j_{emp}^{in}(\tau)$ та $\rho_{emp}^{out}(\tau)$. За розв'язком задачі \mathcal{BVP}_{III} знайдемо дві функції $\rho^{in} \equiv \rho(0, \tau)$ та $j^{out} \equiv j(1, \tau)$, за якими можна отримати апіорні оцінки інформативних параметрів $\rho_{emp}^{in}(\tau)$ та $j_{emp}^{out}(\tau)$, властивих для моделі керування \mathcal{BVP}_{III} .

За отриманим розв'язком $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$ будь-якої із трьох розглянутих задач \mathcal{BVP}_I , \mathcal{BVP}_{II} чи \mathcal{BVP}_{III} можна обчислити залежності від часу густини і масового потоку у будь-якій контрольній точці $\xi_c \in [0, 1]$ вздовж траси трубопроводу: $\rho^c(\tau) = \rho(\xi_c, \tau)$, $j^c(\tau) = j(\xi_c, \tau)$. Такими точками можуть слугувати, зокрема, кранові вузли, які зазвичай встановлюють на вході і виході кожної секції між двома компресорними станціями та через кожні (25 – 30) км. вздовж його траси. Тут, зазвичай, є можливість вимірювання параметрів течії в трубопроводі. Тож, розраховуючи $\rho^c(\tau)$ та $j^c(\tau)$, отримуємо апіорні оцінки для параметрів течії $\rho_{emp}^c(\tau)$ та $j_{emp}^c(\tau)$, які можна визначити емпірично шляхом вимірювання в цих точках тиску, температури і витрати газу. Можна обчислити також швидкість течії газу в контрольних точках $v^c(\tau) = j^c(\tau)/\rho^c(\tau)$ і отримати в такий спосіб апіорну оцінку для відповідного емпіричного параметра $v_{emp}^c(\tau)$, який можна визначити за допомогою ультразвукових вимірювачів [115].

5.3.3. Дослідження перехідних процесів, спричинених локальною розгерметизацією.

Розглянемо стаціонарний режим, який визначається параметрами – потоком j_0 і густиною на вході ρ_0^{in} . Розподіл $\rho_0(\xi)$ безрозмірної густини стаціонарної течії газу в трубопроводі за відсутності витоку знайдено, розв'язавши задачу (5.22).

Нехай у момент $\tau = 0$ у стінці труби на відстані ξ_L від входу $\xi = 0$ утворюється

наскрізний отвір. Спричинений цією подією перехідний процес описують ключові функції $\rho(\xi, \tau)$ та $j(\xi, \tau)$, які задовольняють систему (5.26), (5.27). Оскільки процес розпочинається із стаціонарної течії, то за початкові умови візьмемо

$$\rho|_{\tau=0} = \rho_0(\xi), \quad j|_{\tau=0} = j_0. \quad (5.33)$$

Розглянемо крайові умови двох типів (5.30) і (5.32), які відповідають моделям керування \mathcal{BVP}_I та \mathcal{BVP}_{III} . У першій моделі вважатимемо, значення тиску на вході та виході залишаються незмінними впродовж усього перехідного процесу а, покладаючи в умовах (5.30) $\rho^{in}(\tau) = \text{const}$, $\rho^{out}(\tau) = \text{const}$. У другій моделі покладемо в умовах (5.32) $\rho^{in}(\tau) = \text{const}$ і $\rho^{out}(\tau) = \text{const}$.

Застосовуючи скінченно-різницеву апроксимацію до рівнянь (5.26), (5.27), звели задачі \mathcal{BVP}_I та \mathcal{BVP}_{III} до відповідних задач Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь стосовно значень ключових функцій $\rho_k(\tau) \equiv \rho(\xi_k, \tau)$, $j_k(\tau) \equiv j(\xi_k, \tau)$ у вузлах $\xi_k \in X$ дискретної сітки X , збудованої на відрізку $0 \leq \xi \leq 1$. Відтак їх розв'язували, використовуючи методи Рунге-Кутти [75].

Для дослідження перехідних процесів за прийнятих умов керування використовували модель витоку у вигляді

$$\delta_{\Delta_\xi}(\xi - \xi_L) = \frac{4 \exp(-2(\xi - \xi_L)/\Delta_\xi)}{(1 + \exp(-2(\xi - \xi_L)/\Delta_\xi))^2}, \quad H_{\Delta_\tau}(\tau - \tau_L) = \frac{1}{1 + \exp(-2(\tau - \tau_L)/\Delta_\tau)}. \quad (5.34)$$

покладаючи $\Delta_x = 0,02$, $\Delta_\tau = 2$, $K_L = 0,25$. Вважали, що розгерметизація відбулася в точці з координатою $\xi_L = 0,5$. Деякі результати проведених досліджень, отримані для проміжку часу $\tau \in [0, 60]$, подані у вигляді графіків на рис. 5.11 – 5.15.

На рисунку 5.11 наведені координатні залежності безрозмірної густини потоку j у фіксовані моменти часу, отримані з розв'язку задачі \mathcal{BVP}_I . Горизонтальна штрихова лінія на рис.5.11. відповідає початковому моменту часу $\tau = 0$. Стрілки вказують напрям зростання часу.

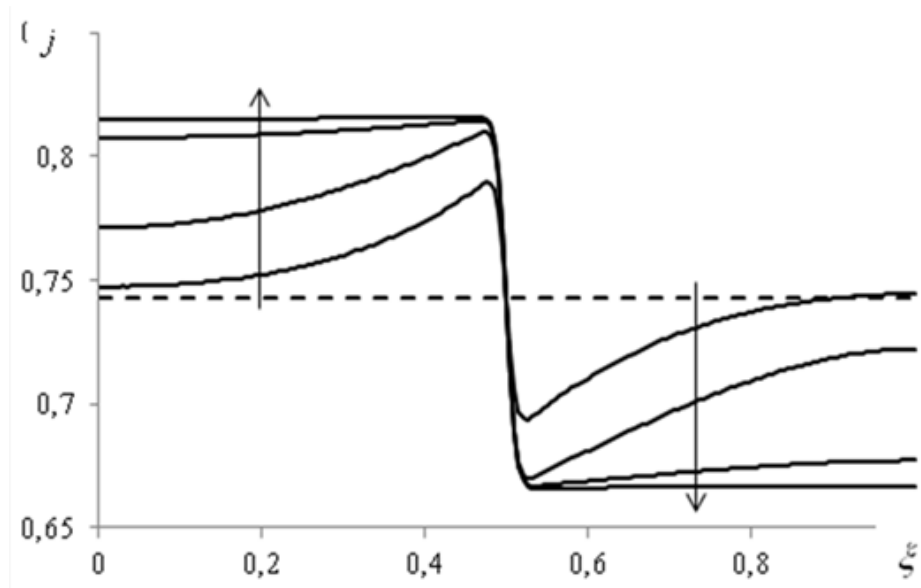


Рисунок 5.11. Розподіли безрозмірної густини масового потоку в трубопроводі у фіксовані моменти часу $\tau = 0, 6, 12, 30, 60$.

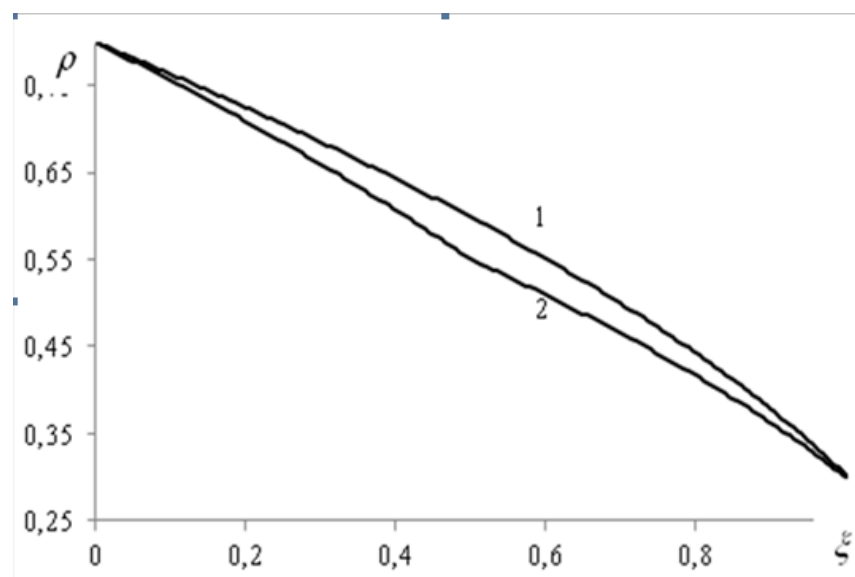


Рисунок 5.12. Розподіли безрозмірної густини в трубопроводі з витоком у моменти часу $\tau = 0$ та $\tau = 60$ за моделі керування течією BVP_1

На рис. 5.12 наведені координатні залежності густини ρ у моменти часу $\tau = 0$ (крива 1) та $\tau = 60$ (крива 2). Зі зростанням $0 < \tau < 60$ криві $\rho(\xi, \tau)$ монотонно зсуваються від кривої 1 до кривої 2, не виходячи за межі області, утвореної ними. Як видно з графіків рис. 5.11 та 5.12, стаціонарний режим течії встановлюється вже до моменту часу $\tau = 60$. Про це, зокрема, свідчить розподіл густини потоку $j(\xi)$ при $\tau = 60$, характерний для стаціонарної течії за наявності локального витоку.

На рис. 5.13 та 5.14 подані залежності безрозмірних густини масового потоку та швидкості течії на вході (криві 1) та виході (криві 2) трубопроводу, обчислені на основі розв'язку цієї задачі. Стрілки біля кривих 1 та 2 на рис. 5.14 вказують на вертикальні осі, до яких ці криві віднесені.

На рис. 5.15 та 5.16 подані часові залежності безрозмірних густини та швидкості течії газу в точці ξ_L витоку (криві 1), а також на відстанях від неї $0,15L$ проти течії (криві 2) та за течією (криві 3).

Аналогічні дослідження провели також і для моделі керування \mathcal{BVP}_{III} . Тут також покладали $\xi_L = 0,5$, $K_L = 0,25$. Проте, на відміну попереднього випадку, тут використовували «різку» функцію витоку:

$$\hat{l}_M(\xi, \tau) = \rho_L K_L \delta(\xi - \xi_L) H(\tau - \tau_L). \quad (5.35)$$

Тут $\delta(\dots)$ – дельта-функція Дірака, $H(\dots)$ – одинична функція Гевісайда.

Чисельний розв'язок для цієї задачі отримали для проміжку $\tau \in [0, 120]$. Відповідні графіки подані на рисунках 5.17 – 5.22.

На рис. 5.17 і 5.18 можна бачити розподіли безрозмірних густини потоку j і густини ρ газу в фіксовані моменти часу $\tau = 12, 24, 36, 60, 84, 120$. За значення безрозмірного потоку у початковому режимі взяли $j_0 = 0,95$. На рис. 5.17 потік у початковому стані не показаний. Початковий розподіл безрозмірної густини газу в трубопроводі зображено на рис. 5.18 пунктирною лінією.

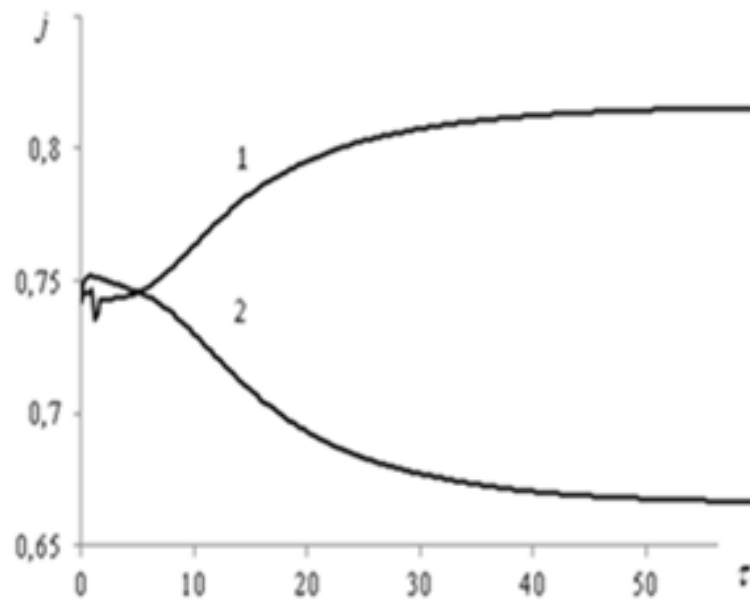


Рисунок 5.13. Часові залежності безрозмірних густини масового потоку на вході (криві 1) та виході (криві 2) трубопроводу для моделі керування течією BVP_1

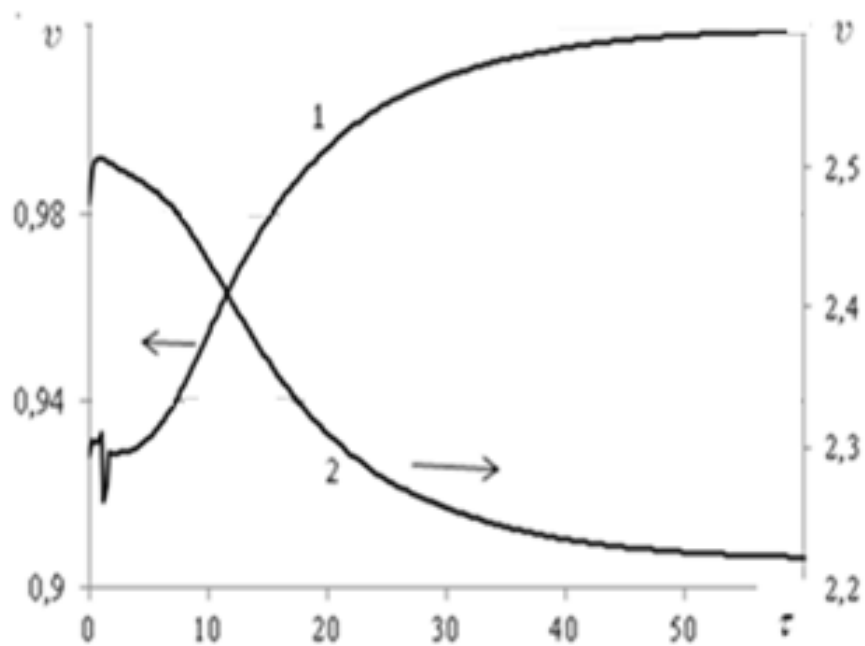


Рисунок 5.14 Часові залежності та швидкості течії газу (v) на вході (криві 1) та виході (криві 2) трубопроводу для моделі керування течією BVP_1 .

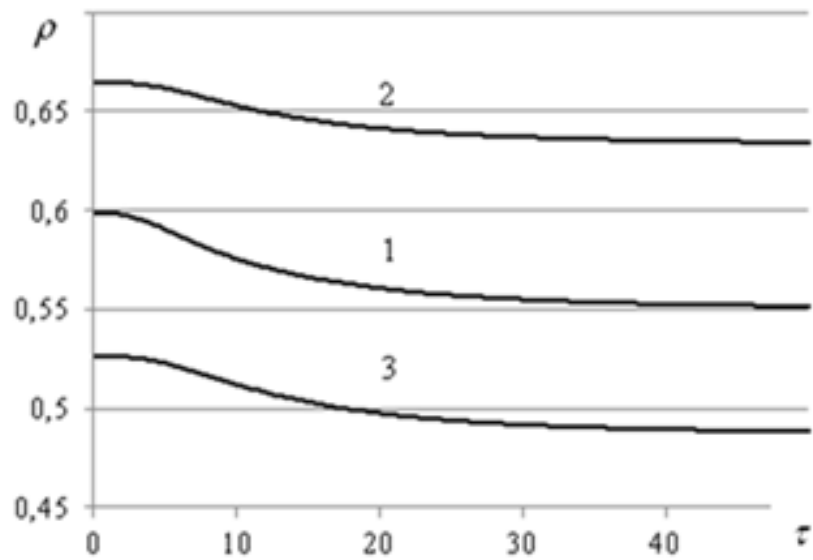


Рисунок 5.15. Залежності від часу безрозмірних густини в точках ξ_L (криві 1), $\xi_L - 0,15$ (криві 2) та $\xi_L + 0,15$ для моделі керування течією \mathcal{BVP}_I

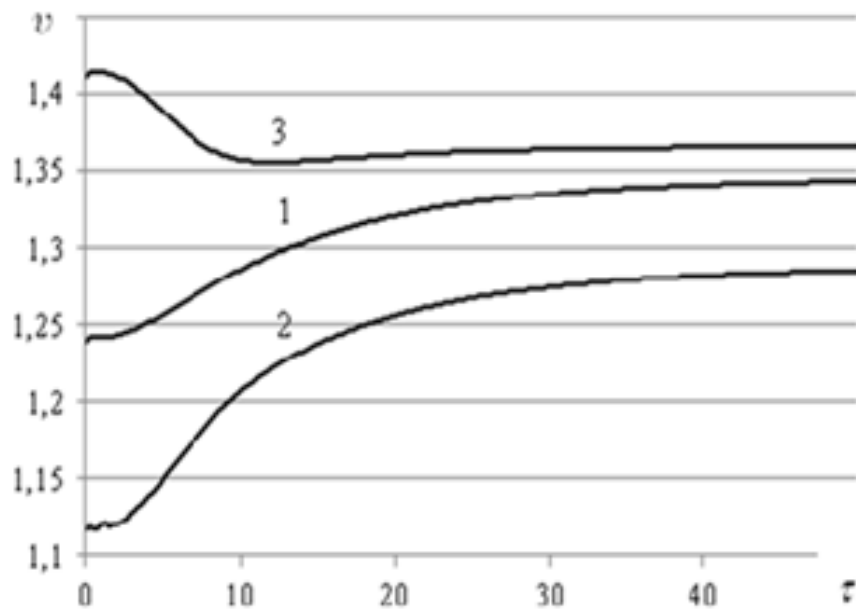


Рисунок 5.16. Залежності від часу швидкості течії в точках ξ_L (криві 1), $\xi_L - 0,15$ (криві 2) та $\xi_L + 0,15$ для моделі керування течією \mathcal{BVP}_I

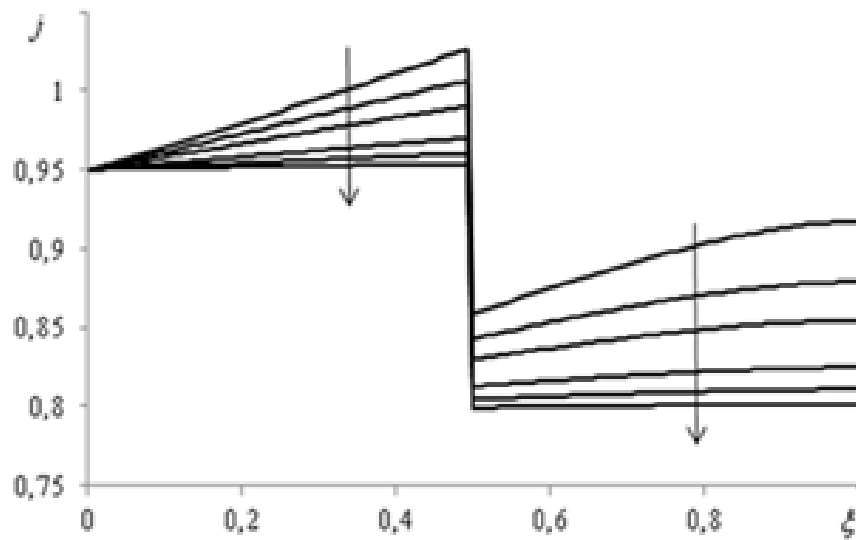


Рисунок 5.17. Розподіл безрозмірної густини масового потоку у трубопроводі з витоком у фіксовані моменти часу для моделі керування течією BVP_{III}

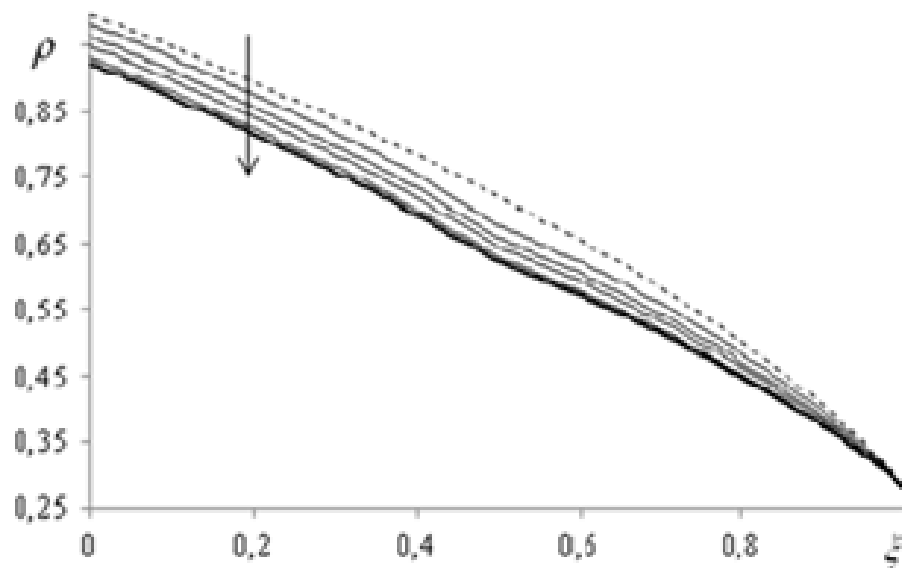


Рисунок 5.18. Розподіл безрозмірної густини у трубопроводі з витоком у фіксовані моменти часу для моделі керування течією BVP_{III}

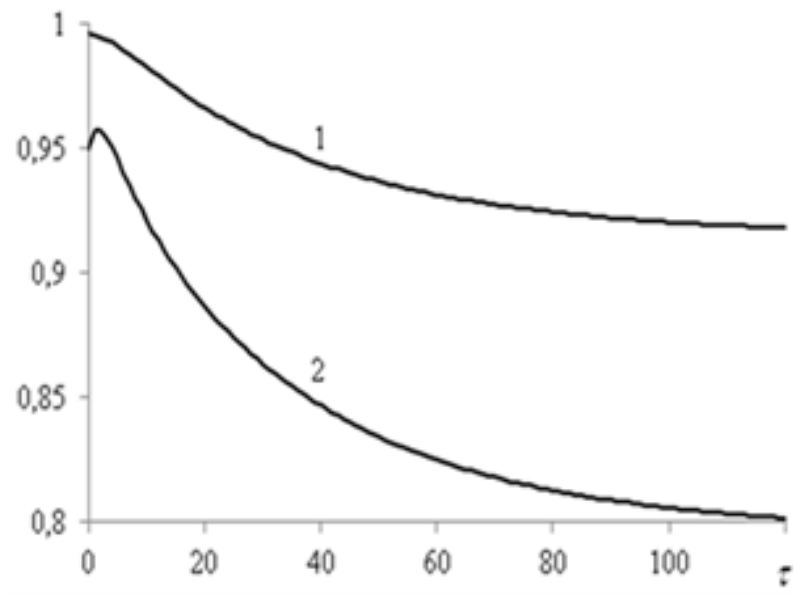


Рисунок 5.19. Залежність від часу безрозмірної густини газу на вході (крива 1) та виході (крива 2) для моделі керування течією BVP_{III}

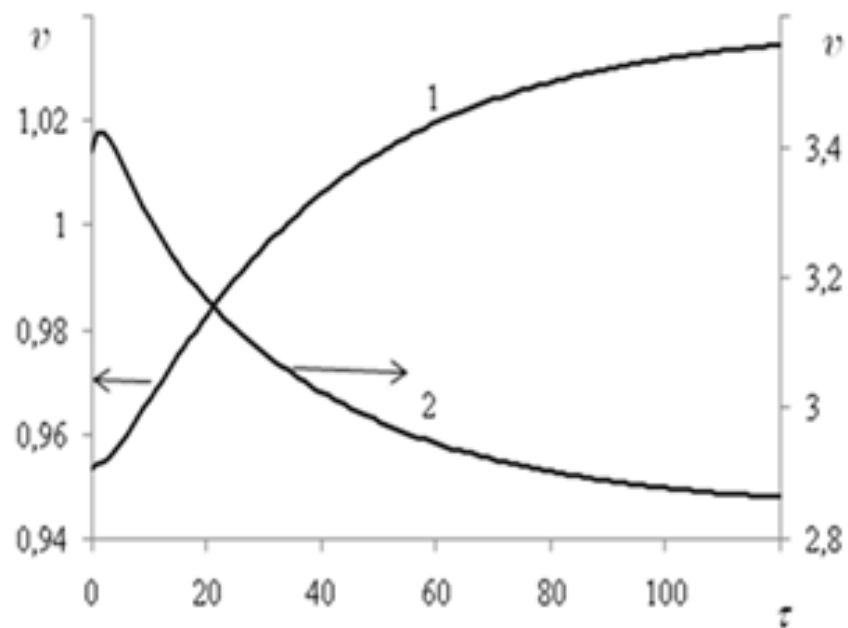


Рисунок 5.20. Залежність від часу безрозмірної швидкості течії на вході (крива 1) та виході (крива 2) для моделі керування течією BVP_{III}

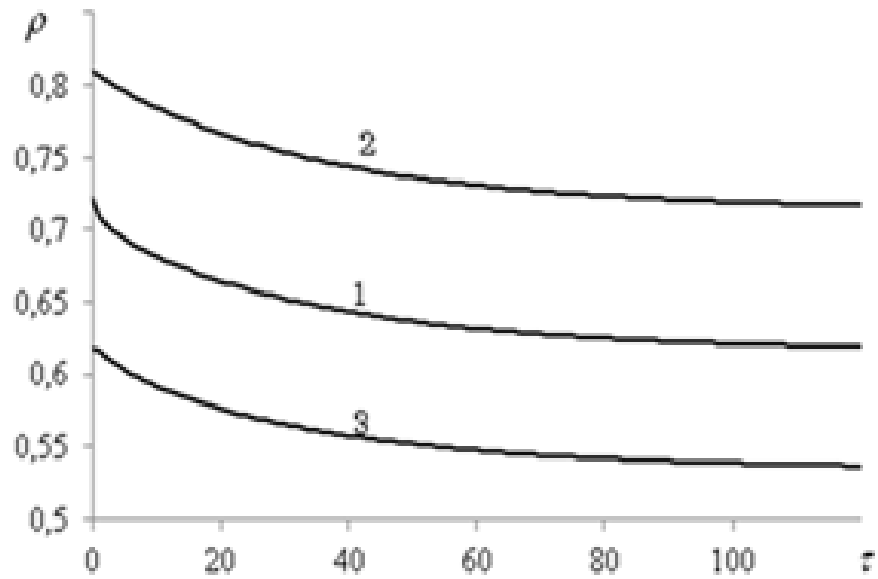


Рисунок 5.21. Залежності від часу безрозмірної густини в точках ξ_L (криві 1), $\xi_L - 0,15$ (криві 2) та $\xi_L + 0,15$ для моделі керування \mathcal{BVP}_{III}

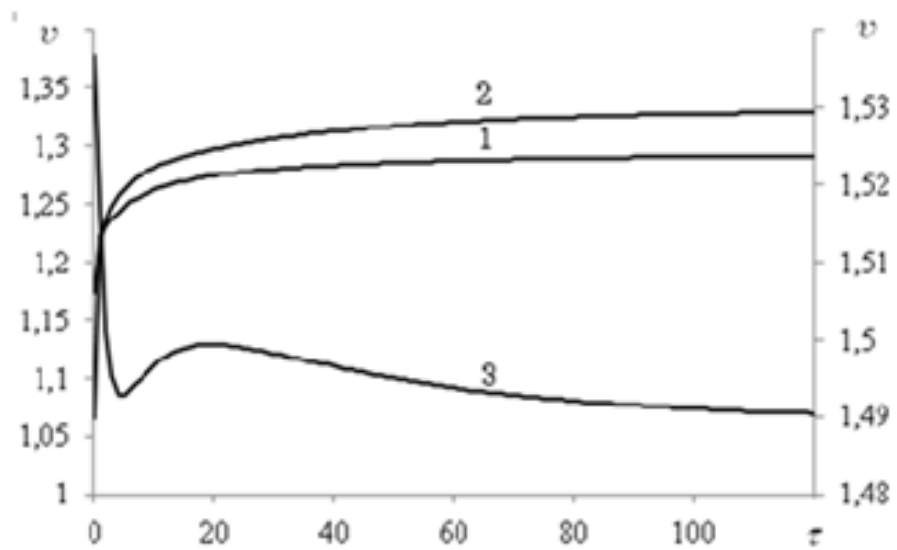


Рисунок 5.22. Залежності від часу безрозмірної швидкості течії в точках ξ_L (криві 1), $\xi_L - 0,15$ (криві 2) та $\xi_L + 0,15$ для моделі керування \mathcal{BVP}_{III}

На рис.5.19 показані графіки зміни з часом безрозмірних густини $\rho^{in}(\tau)$ на вході (крива 1) та густини потоку $j^{out}(\tau)$ на виході (крива 2), а на рис. 5.20 – залежності від часу швидкості течії на вході (крива 1) та виході (крива 2).

На рис.5.21 та 5.22 зображені залежності від часу τ безрозмірних густини газу ρ і швидкості течії v у перерізах $\xi = \xi_L$ (криві 1), $\xi = \xi_L - 0,15$ (криві 2) та $\xi = \xi_L + 0,15$ (криві 3). Криві 1 та 2 на рис. 5.22 віднесені до лівої вертикальної осі, а 3 – до правої.

Графіки, подані на рис. 5.17 – 5.22, дозволяють оцінити тривалість перехідного процесу за моделлю \mathcal{BVP}_{III} . Як бачимо у цьому випадку вона удвічі більша за тривалість процесу, що реалізують за моделлю керування \mathcal{BVP}_I .

5.4. МОДЕЛЬ ПІДСИСТЕМИ КОНТРОЛЮ ЦІЛІСНОСТІ ЛІНІЙНОЇ ЧАСТИНИ МАГІСТРАЛЬНОГО ГАЗОПРОВОДУ

Сучасні підходи до організації безпечної експлуатації газотранспортних систем передбачають відхід від періодичної сертифікації технологічних об'єктів ГТС на користь неперервного управління їхнім технічним станом і цілісністю. З цією метою створюють системи управління цілісністю трубопроводів (англ. Pipeline Integrity Management Systems – PIMS) [4,116]. За цим підходом оператори трубопроводів зобов'язані постійно оцінювати ризики та вживати заходів для пом'якшення наслідків будь-якої несправності, демонструвати та документувати цілісність своїх трубопроводних споруд.

Всі ці проблеми в повній мірі стосуються ГТС України. Тому актуальною є проблема розроблення методології неперервного контролю цілісності МГ з метою забезпечення безпечної експлуатації газотранспортної системи України відповідно до нормативних документів [1 – 3].

Чутливість до витоків СВВ, які базуються на методі RTTM [25-31,92, 96-101,105-111] (див підрозділ 5.1) обмежена знизу точністю вимірювання тиску в контрольних точках. Що менший перепад тиску між контрольними точками в секції лінійної частини, тим з вищою точністю необхідно його вимірювати, щоб отримати

достатньо інформативні дані, які необхідні для контролю цілісності цієї ділянки. Тому його доцільно використовувати для контролю цілісності секцій лінійної частини між сусідніми компресорними станціями МГ, а також ділянок цих секцій між крановими вузлами, які встановлені на відстанях 25-30 км.

Застосування методу RTTM до контролю цілісності технологічних елементів малої протяжності, таких, наприклад, як кранові вузли, з використанням даних вимірювання абсолютних значень тиску на вході і виході елемента штатними приладами є неефективне через значну похибку визначення перепаду тиску.

Дослідженнями [117] встановлено, що основними причинами витоків із лінійної частини МГ є: розгерметизація технологічного обладнання, нещільності і розгерметизація запірно-регулювальної апаратури, пошкодження арматури. Тому витoki на лінійній частині здебільшого виникають на зварних швах, фланцевих і різьбових з'єднаннях, сальникових ущільненнях, кранах, засувках, штоках кранів і вентилів, нарізних з'єднаннях імпульсних трубок, продувних свічках, а також в місцях виникнення свищів, тріщин, розривів, наскрізних корозійних пошкоджень. Проведений авторами аналіз показав, що кількість продувних свічок з негерметичними кранами становить близько 45% від загальної кількості обстежених. Основна частка втрат газу внаслідок витоків припадає на свічки і становить близько 70-80% від сумарного обсягу. Решта припадає на запірно-регулювальну арматуру.

Метод внутрішньої діагностики труби (ВТД) дозволяє визначати та оцінювати розмір корозійних дефектів, тріщин, дефектів зварних швів тощо [118]. На основі отриманих даних оцінюють її залишкову міцність в околах виявлених дефектів. Відтак усі виявлені ВТД дефекти класифікують за ступенем небезпечності [119]: закритичний дефект (подальша експлуатація газопроводу недопустима), критичний дефект (вимагає створення особливих умов експлуатації газопроводу – зниження діючих навантажень в стінці труби, ведення постійного контролю над параметрами і станом дефекту методами дефектоскопії), докритичний дефект (вимагає періодичного контролю методами дефектоскопії), незначний дефект (реєструється для наступних порівнянь з результатами планових обстежень).

Це означає, що магістральний газопровід залишається в експлуатації навіть за

наявності в його трубах дефектів останніх трьох категорій. Виявлені дефекти тіла труби під час експлуатації газопроводу перебувають під дією напружень. Внаслідок цього вони можуть збільшувати свої розміри. Тому такі ділянки розглядаються в роботі як зони можливої розгерметизації, цілісність яких необхідно контролювати.

У роботі розглянутий спосіб контролю цілісності вузлових елементів ЛЧ МГ, який базується на реєстрації параметрів хвиль акустичної емісії [120]. За високого тиску у трубопроводі течія газу, що витікає через малий отвір у стінці труби, є турбулентною. Внаслідок цього в стінці труби виникають пружні хвилі, які поширюються в обох напрямках від місця витікання. Реєструючи хвилі акустичної емісії можна виявити витік із трубопроводу.

5.4.1. Модель структури лінійної частини магістрального газопроводу

Правила [1] визначають МГ як споруду зі герметично з'єднаних між собою труб, яка призначена для переміщення газу на великі відстані. МГ це – сукупність двох складових ЛЧ і компресорних станцій (КС). Лінійна частина МГ являє собою нитку, зварену з окремих труб і покладену підземним чи надземним способом.

КС поділяють нитку МГ на окремі ділянки (секції) довжиною 120-150км. До лінійної частини входять також кранові вузли, лупінги і відводи від основної магістралі, переходи через природні та штучні перешкоди тощо. Кранові вузли встановлюють на лінійній частині магістрального газопроводу на відстанях 35 – 30 км, які включають запірні пристрої (крани), обвідні і продувні лінії. Крім того кранові вузли розміщують із обох сторін переходів через природні і штучні перешкоди, на всіх відводах від магістральних газопроводів, на ділянках прилеглих до компресорних станцій, на відстані 500-700 м до кордонів їх території, на свічках і факелах для скидання газу [121].

На рисунку 5.23 показана спрощена технологічна схема секції S_{λ} МГ між двома КС, побудована згідно даних, наведених в публікації [121]. Секція містить вісім кранових вузлів, перехід через перешкоду та відведення від МГ. На схемі розглянутий випадок переходу, реалізованого двома нитками, який використовують

на водних перешкодах. Як бачимо із наведеної схеми КВ поділяють секцію на лінійні елементи (ЛЕ) різної довжини.

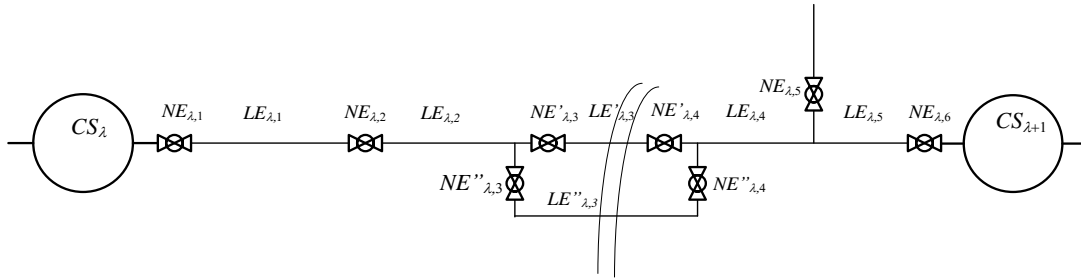


Рисунок 5.23 – Спрощена технологічна схема гіпотетичної секції МГ: CS_λ і $CS_{\lambda+1}$ – компресорні станції, $NE_{\lambda,k}$ – кранові вузли, $LE_{\lambda,k}$ – лінійні елементи Структуру, зображену на рисунку, трансформуємо в лінійну, вводячи еквівалентні вузлові елементи (ВЕ) $NE_{\lambda,3}$, $NE_{\lambda,4}$ та лінійний $LE_{\lambda,3}$ елементи:

$$NE_{\lambda,3} = NE'_{\lambda,3} \cup NE''_{\lambda,3}, \quad NE_{\lambda,4} = NE'_{\lambda,4} \cup NE''_{\lambda,4}, \quad LE_{\lambda,3} = LE'_{\lambda,3} \cup LE''_{\lambda,3} \quad (5.36)$$

Виходячи із цього, розглядатимемо топологічну модель секції як лінійну структуру ЛЕ, пов'язаних вузловими елементами – крановими вузлами:

$$\mathcal{S}_\lambda = [NE_{\lambda,1}, LE_{\lambda,1}; NE_{\lambda,2}, LE_{\lambda,2}; \dots; NE_{\lambda, N_\lambda}, LE_{\lambda, N_\lambda}; NE_{\lambda, N_\lambda+1}], \quad \lambda = 1, 2, \dots, N. \quad (5.37)$$

Тут N_λ – кількість лінійних елементів в секції, N – кількість секцій в МГ.

Множина геометричних параметрів $\mathcal{GL}_{\lambda,k}$ лінійного елемента містить його діаметр труби $D_{\lambda,k}$, довжину $l_{\lambda,k}$, три функції, які визначають профіль траси у тривимірному просторі $x(l), y(l), z(l)$, $l \in [0, l_{\lambda,k}]$:

$$\mathcal{GL}_{\lambda,k} = \{D_{\lambda,k}, l_{\lambda,k}, x(l), y(l), z(l)\}. \quad (5.38)$$

Множина фізичних параметрів $\mathcal{PhL}_{\lambda,k}$ лінійного елемента містить відносну висоту нерівностей внутрішньої поверхні труби $K_{\lambda,k}(l)$ та коефіцієнт теплообміну $h_{\lambda,k}(l)$, $l \in l_{\lambda,k}$ газу, який протікає через елемент із середовищем, в якому він прокладений, визначені як функції вздовж цього елемента

$$\mathcal{PhL}_{\lambda,k} = \{K_{\lambda,k}(l), h_{\lambda,k}(l)\}. \quad (5.39)$$

Множина геометричних параметрів $\mathcal{GN}_{\lambda,k}$ ВЕ містить діаметри вхідного $D_{\lambda,k}^{in}$

і вихідного $D_{\lambda,k}^{out}$ отворів та об'єм $V_{\lambda,k}$ внутрішньої порожнини

$$\mathcal{GN}_{\lambda,k} = \{D_{\lambda,k}^{in}, D_{\lambda,k}^{out}, V_{\lambda,k}\}. \quad (5.40)$$

Множина фізичних параметрів $\mathcal{PhN}_{\lambda,k}$ ВЕ містить значення його локального гідравлічного опору $\Lambda_{\lambda,k}$ та коефіцієнта теплообміну $h_{\lambda,k}$:

$$\mathcal{PhN}_{\lambda,k} = \{\Lambda_{\lambda,k}, h_{\lambda,k}\}. \quad (5.41)$$

Сукупності множин ЛЕ утворюють відповідні множини для секції:

$$\begin{aligned} \mathcal{EL}_{\lambda} &= \bigcup_{k=1}^{N_{\lambda}} \mathcal{EL}_{\lambda,k}, \quad \mathcal{PhEL}_{\lambda} = \bigcup_{k=1}^{N_{\lambda}} \mathcal{PhEL}_{\lambda,k}, \\ \mathcal{GN}_{\lambda} &= \bigcup_{k=1}^{N_{\lambda}} \mathcal{GN}_{\lambda,k}, \quad \mathcal{PhGN}_{\lambda} = \bigcup_{k=1}^{N_{\lambda}} \mathcal{PhGN}_{\lambda,k}. \end{aligned} \quad (5.42)$$

Представимо топологічну модель \mathcal{M} МГ як лінійну структуру секцій \mathcal{S}_{λ} , послідовно з'єднаних між собою КС CS_{λ} :

$$\mathcal{M} = [CS_1, \mathcal{S}_1; CS_2, \mathcal{S}_2; \dots; CS_N, \mathcal{S}_N], \quad (5.43)$$

а множини її геометричних і фізичних параметрів визначаються як

$$\begin{aligned} \mathcal{EL} &= \bigcup_{\lambda=1}^N \mathcal{EL}_{\lambda}, \quad \mathcal{PhEL} = \bigcup_{\lambda=1}^N \mathcal{PhEL}_{\lambda}, \\ \mathcal{GN} &= \bigcup_{\lambda=1}^N \mathcal{GN}_{\lambda}, \quad \mathcal{PhGN} = \bigcup_{\lambda=1}^N \mathcal{PhGN}_{\lambda}. \end{aligned} \quad (5.44)$$

5.4.2. Критерії цілісності лінійних елементів

Застосуємо модель динаміки газу в довгих трубопроводах для побудови критеріїв цілісності ЛЕ. Рух газу через будь-який цілісний лінійний елемент (за відсутності з нього витоків) за ізотермічних умов описує система диференціальних рівнянь (5.26), (5.27), в якій слід покласти $\hat{l}_{\mathcal{M}} \equiv 0$:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -Ma \cdot \frac{\partial j}{\partial \xi}, \quad (5.45)$$

$$\frac{\partial j}{\partial \tau} = -Ma \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{j^2}{\rho} + \frac{1}{Ma^2} z \theta \rho \right) - Ma \cdot \beta \frac{|j|j}{\rho} - Ma \cdot \rho \frac{d\gamma}{d\xi}, \quad (5.46)$$

для якої, можна розглядати три комплекти крайових умов (5.30) – (5.32). Їхні праві частини є відомі функції часу, а у стаціонарному випадку – задані сталі. Методи

розв'язування прямих задач \mathcal{BVP}_I , \mathcal{BVP}_{II} та \mathcal{BVP}_{III} для системи (5.45), (5.46) і крайових умов (5.30) – (5.32) розглянуті в розділі 3.

Позначимо як Direct_I , Direct_{II} та Direct_{III} алгоритми розв'язування задач \mathcal{BVP}_I , \mathcal{BVP}_{II} та \mathcal{BVP}_{III} відповідно. Коли на вхід алгоритму Direct_I подаємо функції $\rho_{in}(\tau)$, $\rho_{out}(\tau)$, а також довжину L елемента й інші параметри, необхідні для обчислення коефіцієнтів рівнянь (5.45), (5.46), то на виході цього алгоритму отримаємо функції $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$, $\xi \in [0, 1]$, які визначають нестационарні розподіли густини мас, густини масового потоку і температури газу в елементі на проміжку часу τ . Ці ж функції отримаємо на виході алгоритму Direct_{II} , якщо передамо йому функції $\rho_{in}(t)$, $j_{out}(t)$, $t \in \tau$ та інші необхідні дані. Позначимо це як

$$\begin{pmatrix} \rho(\xi, \tau) \\ j(\xi, \tau) \end{pmatrix} = \text{Direct}_I(\rho_{in}(\tau), \rho_{out}(\tau)), \quad \begin{pmatrix} \rho(\xi, \tau) \\ j(x, t) \end{pmatrix} = \text{Direct}_{II}(\rho_{in}(\tau), j_{out}(\tau)),$$

$$\begin{pmatrix} \rho(\xi, \tau) \\ j(\xi, \tau) \end{pmatrix} = \text{Direct}_{III}(j_{in}(\tau), \rho_{out}(\tau)).$$

Алгоритми повертають дві функції, доступ до яких отримуємо застосовуючи нижній індекс 1 чи 2, наприклад: $\rho_{\text{Dir}_I}(\xi, \tau) = \text{Direct}_{I,1}$, $j_{\text{Dir}_I}(\xi, \tau) = \text{Direct}_{I,2}$.

Кожен із алгоритмів використовує лише дві з множини чотирьох функцій $\{\rho^{(in)}(\tau), \rho^{(out)}(\tau), j^{(in)}(\tau), j^{(out)}(\tau)\}$, які можна задати на краях лінійного елемента. Якщо всі чотири функції відомі, то надлишок інформації можна використати для побудови критерію цілісності елемента. Наприклад, визначивши із розв'язку задачі \mathcal{BVP}_I функцію $j_{\text{Dir}_I}(\xi, \tau) = \text{Direct}_{I,1}$, можемо обчислити її значення (залежне від τ) у точці $\xi = 0$. Тоді отримаємо внутрішню функцію $j_{\text{Dir}_I}(0, \tau)$, яку можна порівняти із зовнішньою функцією, яка не входить у формулювання задачі \mathcal{BVP}_I . Аналогічно, обчисливши функцію $j_{\text{Dir}_{III}}(\xi, \tau) = \text{Direct}_{III,2}$ в точці $\xi = 0$, отримаємо внутрішню функцію, яку можна порівняти із зовнішньою $j^{(in)}(\tau)$. Якщо елемент цілісний, то відмінність між відповідними внутрішніми і зовнішніми функціями визначатиметься лише похибками розв'язування задач \mathcal{BVP}_I та \mathcal{BVP}_{III} відповідно.

Внутрішні і зовнішні функції зіставлятимемо за певною функціональною

нормою. Нехай відомі три зовнішні функції $\{\rho^{(in)}(\tau), \rho^{(out)}(\tau), j^{(in)}(\tau)\}$. Тоді можна розглядати дві прямі задачі \mathcal{BVP}_I і \mathcal{BVP}_{III} . Для першої задачі вільною зовнішньою функцією є $j^{(in)}(\tau)$, а у другому – $\rho^{(in)}(\tau)$. Утворимо функціонал

$$F_{LE}^I = \frac{1}{2(\tau_2 - \tau_1)} \left(\int_{\tau_1}^{\tau_2} (j_{in}(\tau) - j_{DirI}(0, \tau))^2 d\tau + \int_{\tau_1}^{\tau_2} (\rho_{in}(\tau) - \rho_{DirIII}(0, \tau))^2 d\tau \right). \quad (5.47)$$

Якщо ж відомі три зовнішні функції $\{\rho^{(in)}(\tau), \rho^{(out)}(\tau), j^{(out)}(\tau)\}$. Тоді розглядаємо дві прямі задачі \mathcal{BVP}_I і \mathcal{BVP}_{II} . Для першої задачі вільною зовнішньою функцією є $j^{(out)}(\tau)$, а у другому – $\rho^{(out)}(\tau)$, тому використовуємо функціонал

$$F_{LE}^{II} = \frac{1}{2(\tau_2 - \tau_1)} \left(\int_{\tau_1}^{\tau_2} (j_{out}(\tau) - j_{DirI}(1, \tau))^2 d\tau + \int_{\tau_1}^{\tau_2} (\rho_{out}(\tau) - \rho_{DirII}(1, \tau))^2 d\tau \right). \quad (5.48)$$

Для цих двох випадків за критерії цілісності елемента виберемо відповідно

$$(F_{LE}^I)^{1/2} \leq \varepsilon_{LE}^I, \quad (F_{LE}^{II})^{1/2} \leq \varepsilon_{LE}^{II}, \quad (5.49)$$

де $\varepsilon_{LE}^I, \varepsilon_{LE}^{II}$ – додатні числа, які враховують похибки вхідних даних, а також похибки розв'язування задач. Їх слід визначати емпірично.

5.4.3. Метод контролю цілісності лінійних елементів

У моделі структури МГ лінійні елементи $LE_{\lambda,i}$ представляють довгі відрізки труб. Кожен елемент $LE_{\lambda,i}$ характеризується певними властивостями – сукупностями геометричних $\mathcal{GL}_{\lambda,i}$ і фізичних $\mathcal{PhL}_{\lambda,i}$ параметрів математичної моделі руху газу через лінійний елемент. Отримані в рамках цієї моделі функціонали (5.47) (5.48) залежать від параметрів $\mathcal{GL}_{\lambda,i}$ та $\mathcal{PhL}_{\lambda,i}$.

5.4.3.1. Алгоритм неперервного контролю цілісності

Згідно моделі структури МГ ЛЧ МГ є цілісною, якщо усі секції $\{\mathcal{S}_\lambda \forall \lambda = 1, 2, \dots, N\}$ у його складі є цілісними, а будь-яка секція \mathcal{S}_λ є цілісна якщо усі вузлові $\{NE_{\lambda,j} \forall j = 1, 2, \dots, N_\lambda + 1\}$ і усі лінійні $\{LE_{\lambda,i} \forall i = 1, 2, \dots, N_\lambda\}$ елементи цієї секції є цілісні. Тож процес контролю цілісності МГ містить вкладені ітераційні процеси контролю секцій, а ці, своєю чергою, – процеси контролю цілісності ВЕ і ЛЕ (рис. 5.24).



За ознаку цілісності вузлових і лінійних елементів прийmemo змінні $IN_{\lambda,i}$ і $IL_{\lambda,i}$, які набувають значень 1 або 0

$$IN_{\lambda,i} = \begin{cases} 1 & NE_{\lambda,i} \text{ is integral} \\ 0 & \text{otherway} \end{cases}, \quad IL_{\lambda,i} = \begin{cases} 1 & NL_{\lambda,i} \text{ is integral} \\ 0 & \text{otherway} \end{cases} \quad (3.1)(5.50)$$

залежно від того чи відповідні вузлові і лінійні елементи задовольняють чи ні їхні умови цілісності [122].

Змінна IS_{λ} визначає стан цілісності секції S_{λ} : вона набуває значення 1, коли всі вузлові і всі лінійні елементи в секції задовольняють їхні критерії цілісності, і значення 0, коли хоча б один із цих двох груп елементів не задовольняє його критерій цілісності. Значення цієї змінної можна обчислити, зокрема так

$$IS_{\lambda} = \prod_{i=1}^{N_{\lambda}} IL_{\lambda,i} \cdot \prod_{i=1}^{N_{\lambda}+1} IN_{\lambda,i} \quad (3.2) \quad (5.51)$$

Для забезпечення неперервності контролю процес контролю цілісності ЛЧ МГ «Main» (рис. 5.25) організований як нескінченний цикл. Блок «Section» в цьому процесі позначає алгоритм контролю цілісності секції, блок-схема якого показана на рисунку 5.26.

Модуль «Section» це – алгоритм, який визначає значення змінної IS_{λ} , що є ознакою цілісності секції λ , а також обчислює списки вузлових $[NE_{\lambda,i}]_{\text{broken}}$ і лінійних $[LE_{\lambda,i}]_{\text{broken}}$ елементів, які не задовольняють їхні критерії цілісності [18]. Цей алгоритм за необхідності може повертати також значення інтенсивності витоку для усіх елементів зі списків $[NE_{\lambda,i}]_{\text{broken}}$ та $[LE_{\lambda,i}]_{\text{broken}}$. Блок «Calculation of $[S_{\lambda}]_{\text{broken}}$ » в алгоритмі «Main» формує список секцій $[S_{\lambda}]_{\text{broken}}$, для яких не виконується критерій цілісності. Для цього використовуються змінні $IN_{\lambda,i}$ та $IL_{\lambda,i}$. Змінна логічного типу IM є ознакою цілісності МГ:

$$IM = \begin{cases} 1 & IS_{\lambda} = 1 \forall \lambda = 1, 2, \dots, N \\ 0 & \text{otherway} \end{cases} \quad (5.52)$$

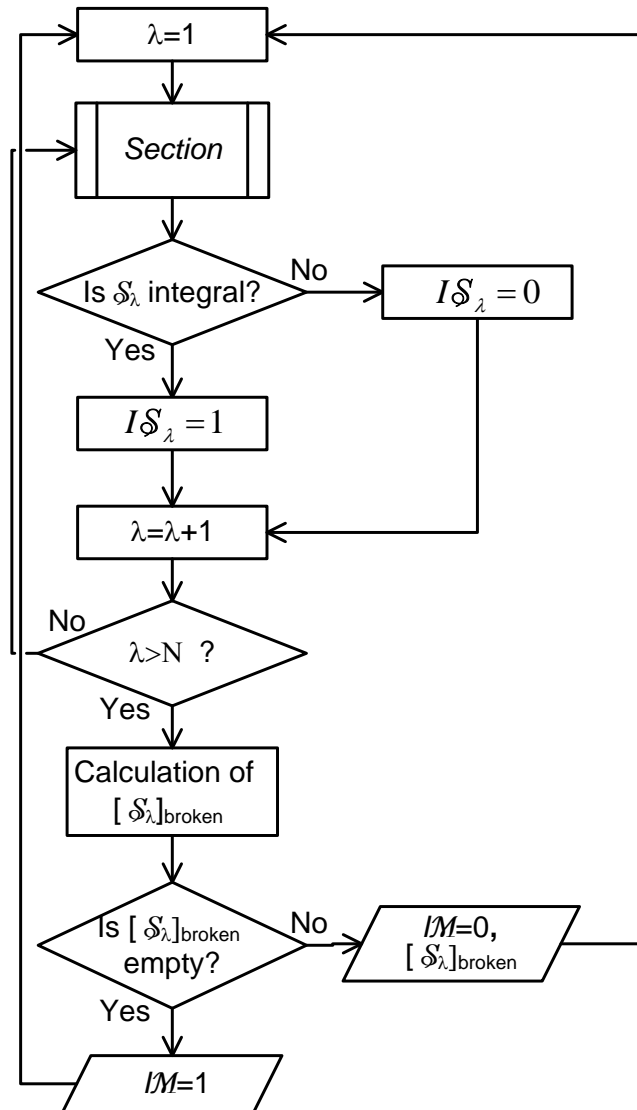


Рисунок 5.25 – Блок-схема алгоритму *Main* контролю цілісності магістрального газопроводу

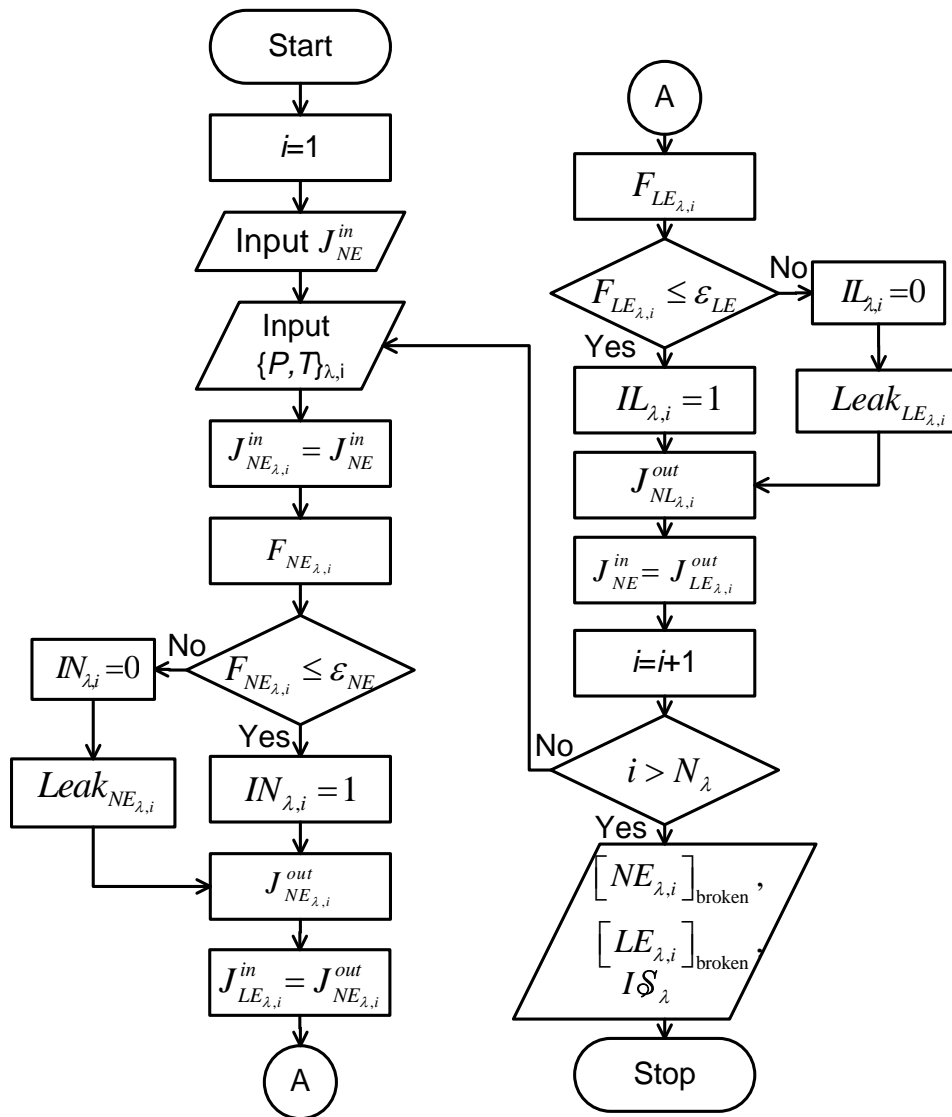


Рисунок 5.26 – Блок-схема алгоритму *Section* контролю цілісності секції магістрального газопроводу

Згідно критеріїв цілісності лінійних елементів [122], для контролю цілісності будь-якого ЛЕ необхідні дані про значення температури T та тиску P на його вході (in) і виході (out), а також значення густини масового потоку J на його вході. Оскільки вихід ВЕ i -тої ділянки є одночасно входом її ЛЕ, а його вихід є входом ВЕ наступної ($i+1$) ділянки, то виконуються умови:

$$\begin{aligned} P_{LE_{\lambda,i}}^{in}(t) &= P_{NE_{\lambda,i}}^{out}(t), & P_{LE_{\lambda,i}}^{out}(t) &= P_{NE_{\lambda,i+1}}^{in}(t), \\ T_{LE_{\lambda,i}}^{in}(t) &= T_{NE_{\lambda,i}}^{out}(t), & T_{LE_{\lambda,i}}^{out}(t) &= T_{NE_{\lambda,i+1}}^{in}(t), \\ J_{LE_{\lambda,i}}^{in}(t) &= J_{NE_{\lambda,i}}^{out}(t), & J_{LE_{\lambda,i}}^{out}(t) &= J_{NE_{\lambda,i+1}}^{in}(t). \end{aligned} \quad (5.53)$$

Тож, щоб визначити значення тиску і температури газу на входах усіх елементів секції, достатньо ввести в алгоритм «*Section*» результати вимірювань цих параметрів на входах і виходах вузлових елементів (блок « $\text{Input } \{P, T\}_{\lambda,i}$ »).

Проте цих даних буде недостатньо, щоб реалізувати алгоритм контролю цілісності— необхідно задати також густини потоків маси $J_{NE_{\lambda,i}}^{in}(t)$ і $J_{LE_{\lambda,i}}^{in}(t)$ на їхніх входах. З цією метою в алгоритм передається значення масового потоку на вході першого вузлового елемента (змінна $J_{NE}^{in} = J_{NE_{\lambda,1}}^{in}$). Для визначення $J_{NE_{\lambda,1}}^{in}$ можна виміряти значення швидкості $V_{NT_{\lambda,1}}^{in}$ і, використовуючи дані вимірювань тиску $P_{NE_{\lambda,1}}^{in}$ та температури $T_{NE_{\lambda,1}}^{in}$, обчислити за рівнянням стану газу [18] густину маси $\rho_{NE_{\lambda,1}}^{in}$ на вході першого елемента, а відтак знайти густину масового потоку $J_{NE_{\lambda,1}}^{in} = \rho_{NE_{\lambda,1}}^{in} V_{NT_{\lambda,1}}^{in}$.

Тепер отриманих даних $\{J^{in}(t), P^{in}, T^{in}, P^{out}, T^{out}\}_{NE_{\lambda,1}}$ достатньо щоб обчислити функціонал $F_{NE_{\lambda,1}}$ для першого вузлового елемента і перевірити виконання критерію його цілісності $F_{NE_{\lambda,1}} \leq \varepsilon_{NE}$. Відтак, використовуючи математичну модель руху газу через вузловий елемент [18], можна визначити інтенсивність витоку $Leak_{NE_{\lambda,1}}$ (якщо його цілісність порушена) і обчислити густину масового потоку $J_{NE_{\lambda,1}}^{out}(t)$ на виході цього вузлового елемента. Так буде встановлено масовий потік на вході лінійного елемента цієї ділянки $J_{LE_{\lambda,1}}^{in}(t) = J_{NE_{\lambda,1}}^{out}(t)$. Тепер використовуючи дані

$\{J^{in}(t), P^{in}, T^{in}, P^{out}, T^{out}\}_{LE_{\lambda,i}}$ для лінійного елемента, можна розрахувати для нього значення функціоналу $F_{LE_{\lambda,i}}$ і перевірити виконання критерію цілісності $F_{LE_{\lambda,i}} \leq \varepsilon_{LE_{\lambda,i}}$. Відтак, використовуючи математичну модель руху газу через ЛЕ [122], можна визначити інтенсивність витоку $Leak_{LE_{\lambda,i}}$ (якщо його цілісність порушена) і обчислити густину масового потоку $J_{LE_{\lambda,i}}^{out}(t)$ на виході цього вузлового елемента. Блок « $J_{NE}^{in}(t) = J_{LE_{\lambda,i}}^{out}(t)$ » приписує розраховане значення потоку змінній $J_{NE}^{in}(t)$. В наступному циклі петлі, керованої блоком умовного переходу « $i > N_{\lambda}$ », ця змінна визначає вхідний потік маси $J_{NE_{\lambda,i+1}}^{in}(t)$ вузлового елемента наступної ділянки (блок « $J_{NE_{\lambda,i}}^{in} = J_{NE}^{in}$ »). Ітераційний процес продовжується аж до виконання умови $i > N_{\lambda}$. Після цього алгоритм «Section» обчислює та повертає списки вузлових $[NE_{\lambda,i}]_{broken}$ та лінійних $[LE_{\lambda,i}]_{broken}$ елементів, для яких не задовольняються критерії цілісності, а також значення змінної IS_{λ} , яка є ознакою цілісності секції S_{λ} .

5.4.3.2. Схема відбору даних

Згідно Правил [1] (п.18.3.г) на «... ЛЧ МГ виконується контроль та вимірювання параметрів (моніторинг) у режимі реального часу за допомогою стаціонарно встановлених датчиків...». На рисунку 3.4 показана схема відбору даних на гіпотетичній секції S_{λ} МГ між компресорними станціями CS_{λ} і $CS_{\lambda+1}$ CS.

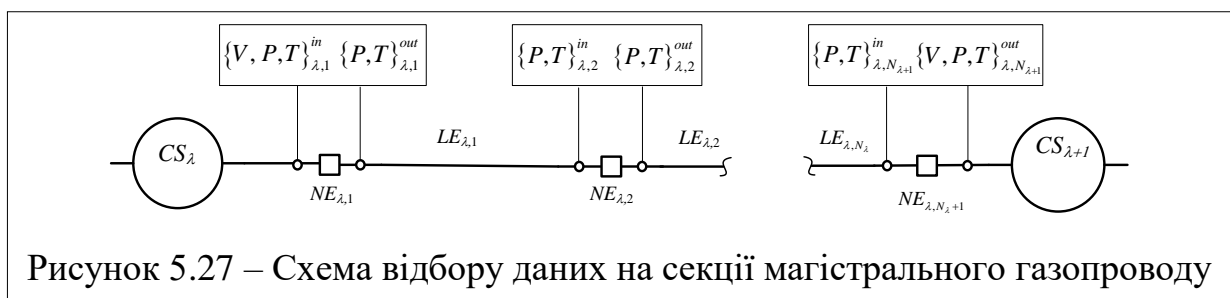


Рисунок 5.27 – Схема відбору даних на секції магістрального газопроводу

Секція складається із N_{λ} лінійних і $N_{\lambda} + 1$ вузлових елементів. На вході і виході кожного вузлового елемента $NE_{\lambda,i}, i = 1, 2, \dots, N_{\lambda}$ із визначеним періодом τ_{inst} автоматично вимірюються миттєві значення тиску P і температури T газу. У випадку, коли значення витрати газу на виході із компресорної станції CS_{λ} невідоме

(відсутні штатні засоби вимірювання витрати), то на вході першого вузлового елемента $NE_{\lambda,1}$ додатково вимірюються значення швидкості руху газу V в трубі. Це можна реалізувати, наприклад, з використанням накладних чи стаціонарних ультразвукових вимірювачів [19]. Як зазначалося, отримані дані щодо швидкості, тиску та температури газу на вході першого вузлового елемента дозволяють розраховувати густину масового потоку у цій точці (змінна $J_{NE}^{(in)}$), а відтак розпочати ітераційний процес контролю цілісності вузлових і лінійних елементів, починаючи від $NE_{\lambda,1}$ і закінчуючи $NE_{\lambda,N_{\lambda}+1}$. Якщо вимірювання швидкості V газу проводити також і на виході останнього вузлового елемента $NE_{\lambda,N_{\lambda}+1}$, то це дозволить реалізувати алгоритм «*Section*» у зворотному напрямку – від $NE_{\lambda,N_{\lambda}+1}$ до $NE_{\lambda,1}$. Необхідність у вимірюванні значень швидкості газу на вході першого (виході останнього) вузлового елемента відпадають, якщо відомі дані щодо значень витрати у цих точках секції, визначені штатними засобами вимірювань, встановленими на ЛЧ МГ.

Результати вимірювань параметрів потоку на входах і виходах вузлових елементів у цифровому вигляді буферизуються на накопичувачах вузлових пунктів моніторингу параметрів потоків, встановлених безпосередньо на майданчиках вузлових елементів (наприклад, на майданчиках кранових вузлів), звідки передаються каналами зв'язку на пункт контролю цілісності секцій. Тут ці дані піддаються цифровій фільтрації з метою усунення шумів, а відтак накопичуються у відповідних базах даних, доступних для програмних систем контролю цілісності.

5.4.3.3. Організація обчислень

Згідно з алгоритмом «*Section*», контроль цілісності вузлових і лінійних елементів здійснюється послідовно, оскільки в обчисленнях, які виконуються для кожного наступного елемента використовуються результати обчислень, виконаних для його попередника. Наприклад, для контролю цілісності лінійного елемента $LE_{\lambda,i}$ використовуються функція $J_{NE_{\lambda,i}}^{out}(t)$, розрахована для вузлового елемента $NE_{\lambda,i}$, а для

контролю цілісності елемента $NE_{\lambda,i+1}$ використовується функція $J_{LE_{\lambda,i}}^{out}(t)$, обчислена для $LE_{\lambda,i}$. Тому, виконуючи послідовний контроль цілісності елементів секції, функціонали $F_{NE_{\lambda,i}}, i=1,2,\dots,N_\lambda$ та $F_{LE_{\lambda,i}}, i=1,2,\dots,N_\lambda+1$ необхідно обчислювати на одному і тому ж часовому інтервалі (позначимо його тривалість τ_{sec}). Зазначимо, що від τ_{sec} залежить чутливість методу, тобто мінімальне значення витoku яке можна виявити, використовуючи цей метод. Це пояснюється тим, що значення функціоналів (3.4) визначають два чинники – розбаланс маси (*leak*), який виникає на елементі за проміжок часу τ_{sec} , якщо він негерметичний, та похибки (*error*) вимірювань і обчислень:

$$F_{NE_{\lambda,i}} = \varepsilon_{NE_{\lambda,i}}^{leak} + \varepsilon_{NE_{\lambda,i}}^{error}, F_{LE_{\lambda,i}} = \varepsilon_{LE_{\lambda,i}}^{leak} + \varepsilon_{LE_{\lambda,i}}^{error}.$$

Тому за малих витоків, коли цей проміжок занадто малий значення похибок $\varepsilon_{NE_{\lambda,i}}^{error}$ та $\varepsilon_{LE_{\lambda,i}}^{error}$ можуть значно переважати відповідні значення складових $\varepsilon_{NE_{\lambda,i}}^{leak}$ та $\varepsilon_{LE_{\lambda,i}}^{leak}$, зумовлених витоками. Збільшення інтервалу τ_{sec} підвищує чутливість, проте призводить до зниження швидкодії, тобто – зростання проміжку часу, необхідного для виявлення розгерметизації секції.

Неперервність контролю секції досягається циклічним застосуванням алгоритму «*Section*» в алгоритмі «*Main*». На кожному циклі встановлюються ознаки цілісності усіх вузлових і лінійних елементів і робиться висновок про цілісність усієї секції на послідовних проміжках часу тривалості τ_{sec} .

Робота алгоритму «*Section*» на кожному циклі розпочинається зі зчитування даних в пам'ять комп'ютера з бази даних моніторингу, починаючи від останнього (на момент t початку циклу) запису, аж до запису, який відповідає моментові часу $t - \tau_{sec}$. На основі цих даних, отриманих за проміжок часу $[t - \tau_{sec}, t]$, алгоритм встановлює ознаки цілісності усіх елементів і секції в цілому для цього проміжку. Для цього він формує усі функції, необхідні для обчислення функціоналів (3.4). З цією метою, на основі отриманої множини вхідних даних, використовуючи методи інтерполяції та екстраполяції, створюється двовимірний масив, $4 \cdot (N_\lambda + 1) + 1$ стовпчики якого

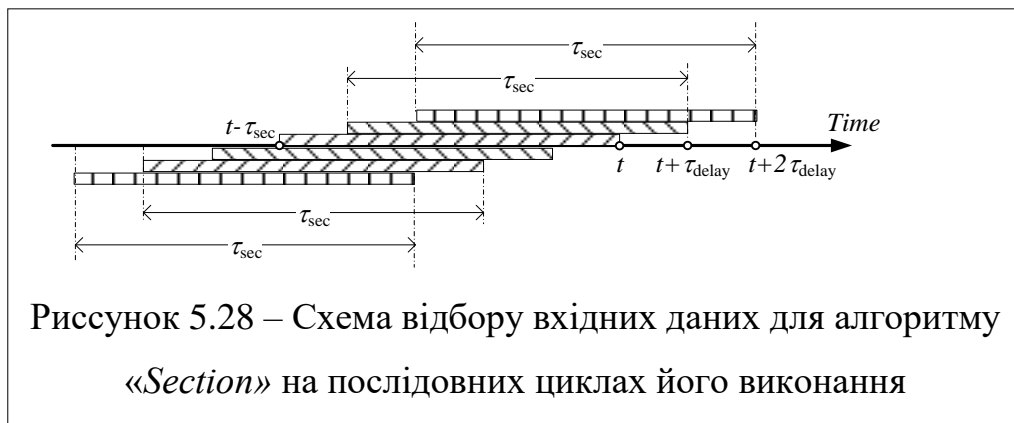
відповідають параметрам $V_{NE_{\lambda,i}}^{in}$, $P_{NE_{\lambda,i}}^{in}$, $T_{NE_{\lambda,i}}^{in}$, $P_{NE_{\lambda,i}}^{in}$, $T_{NE_{\lambda,i}}^{in}$, $i = 1, 2, \dots, N_{\lambda} + 1$, а стрічки – моментам часу $t_k \in [t - \tau_{sec}, t]$. З використанням даних цього масиву, співвідношень (3.4), а також математичних моделей, які описують рух газу через вузлові та лінійні елементи, в ході виконання алгоритму *Section* обчислюються функції

$$J_{NE_{\lambda,i}}^{in}(t), P_{NE_{\lambda,i}}^{in}(t), T_{NE_{\lambda,i}}^{in}(t), P_{NE_{\lambda,i}}^{in}(t), T_{NE_{\lambda,i}}^{in}(t), t \in [t - \tau_{sec}, t], \forall i = 1, 2, \dots, N_{\lambda} + 1,$$

$$J_{LE_{\lambda,i}}^{in}(t), P_{LE_{\lambda,i}}^{in}(t), T_{LE_{\lambda,i}}^{in}(t), P_{LE_{\lambda,i}}^{in}(t), T_{LE_{\lambda,i}}^{in}(t), t \in [t - \tau_{sec}, t], \forall i = 1, 2, \dots, N_{\lambda},$$

які необхідні для контролю цілісності вузлових і лінійних елементів. Відтак послідовно виконуються обчислювальні процеси згідно блок-схеми рис. 5.26.

Нехай τ_{alg} машинний час, необхідний для реалізації алгоритму *Section* у його застосуванні до оброблення даних, отриманих на проміжку часу τ_{sec} . Тож цикл, який розпочався у момент часу завершиться у момент часу $t + \tau_{alg}$. Оскільки параметри потоку в МГ змінюються доволі повільно, то зазвичай $\tau_{alg} \ll \tau_{sec}$. Тому, щоб отримати цілком нові дані на наступний цикл, необхідна часова затримка τ_{delay} у роботі алгоритму тривалістю $\tau_{sec} - \tau_{alg}$. Однак, якщо вибрати тривалість τ_{delay} затримки, меншою від $\tau_{sec} - \tau_{alg}$, так, щоб $\tau_{alg} < \tau_{delay} < \tau_{sec} - \tau_{alg}$, то наступні цикли алгоритму «*Section*» будуть реалізуватися на вхідних даних, які частково перекриваються з даними попередніх циклів (рис. 5.28).



На рисунку 5.28 показана схема відбору даних для виконання алгоритму «*Section*» на різних циклах його роботи. Множини вхідних даних для різних циклів зображені заштрихованими прямокутними смужками. Розташування смужок на осі

часу (*Time*) визначають часові періоди, на яких були отримані відповідні дані. Оскільки система моніторингу параметрів здійснює заміри параметрів потоку з фіксованою дискретністю, то об'єм вхідних даних на усіх циклах однаковий. Проте множини вхідних даних на різних циклах роботи алгоритму різні – вони відповідають різним часовим періодам:

$$\left[t - c \cdot \tau_{\text{sec}} - (c - 1) \cdot \tau_{\text{delay}}, t - (c - 1) \cdot \tau_{\text{sec}} - (c - 1) \cdot \tau_{\text{delay}} \right],$$

де c – номер циклу, t – момент початку першого циклу (для якого $c = 1$).

Така схема відбору вхідних даних для алгоритму «*Section*» дозволяє підвищити надійність системи контролю цілісності оскільки отримані дані обробляються на декількох послідовних циклах роботи алгоритму. Змінюючи ці два параметри (τ_{sec} і τ_{delay}) можна налаштовувати систему неперервного контролю цілісності секції, залежно від режимів роботи МГ та технологічних потреб.

5.5. АКУСТИЧНО-ЕМІСІЙНИЙ МЕТОД ВИЯВЛЕННЯ ВИТОКІВ ІЗ ВУЗЛОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

5.5.1 Застосовність методу

В літературі описані методи виявлення витоків газів і рідин із закритих ємностей (резервуарів, трубопроводів) [123]. Оскільки МГ експлуатують за високих тисків [124], то витікання газу із технологічних об'єктів МГ через малі отвори, які виникли в їхніх стінках відбувається за значного перепаду тиску. Тому течія газу через отвір є турбулентна, внаслідок цього виникають коливання, які поширюються від місця розгерметизації (акустична емісія – АЕ). Реєструючи хвилі АЕ п'єзоелектричними перетворювачами можна виявити витік і так зафіксувати факт розгерметизації об'єкта, тобто порушення його цілісності.

Метод АЕ реалізований у приладах для виявлення витоків [123]. Він складається із перетворювача акустичної емісії (ПАЕ) і приладу реєстрації та оброблення сигналів цього давача. В довіднику [123] описана методика контролю герметичності запірної арматури газопроводів. Згідно із нею ПАЕ встановлюють на корпус арматури (наприклад, крану) чи поруч із ним на зовнішній поверхні трубі на відстані 1 м. Контроль здійснюють у закритому стані крану створюючи на ньому

перепад тиску 1...2 МПа. Хвилі АЕ реєструють в діапазоні частот 30...100 кГц. Зазначається [123], що цим способом вдається виявити витoki порядку 4...25 л/год.

Документ ASTM International [120], описує методику виявлення і локалізації витоків із використанням ПАЕ, встановлених на поверхні об'єкта.

Описана в [120, 123] методика контролю герметичності об'єктів запірної арматури передбачає встановлення ПАЕ на поверхні об'єкта на період проведення обстеження. Її використовують для періодичного обстеження цілісності технологічних об'єктів МГ. Однак, вона непридатна для використання у складі системи контролю цілісності ЛЧ МГ для моніторингу цілісності ВЕ лінійної частини МГ. Для цього слід створити відповідну систему, яка стаціонарно монтується на об'єктах лінійної частини і забезпечує неперервний контроль їхньої цілісності.

У зв'язку із цим розглянемо результати досліджень, які наведені у [125]. У цій статті представлені результати практичного застосування методу акустичної емісії для виявлення витоків на ділянках підземного трубопроводу, переходах через ріки, дамби, залізничні колії та автомобільні дороги. Наведено приклад для випадку підземної ділянки трубопроводу діаметром 12 дюймів довжиною 400 м за внутрішнього тиску в трубі 0,3...1,2 МПа. Зазначається, що для здійснення неперервного контролю ПАЕ слід встановлювати на відстанях 100 – 200 метрів.

Виходячи із результатів розглянутих тут публікацій можемо зробити висновок про те, що метод акустичної емісії можна реалізувати для моніторингу цілісності технологічних об'єктів МГ довжина яких не перевищує 200 м і його можна застосувати для вузлових елементів ЛЧ МГ, зокрема – кранових вузлів і ділянок, що містять пошкодження стінки труби, виявлені методом ВТД.

5.5.2 Схеми відбору даних

Акустико-емісійний метод моніторингу цілісності шляхом виявлення витоків доцільно застосовувати до технологічних об'єктів лінійної частини МГ, які ми класифікували як ВЕ. Це –кранові вузли та короткі ділянки ЛЧ, такі як підземні переходи через природні чи штучні перешкоди, а також ділянки з пошкодженнями стінки, виявлені ВТД чи іншими методами неруйнівного контролю.

На рисунку 5.29 наведена схема встановлення ПАЕ для системи виявлення витоків із лінійного крану. Розглянуто підземний кран, керування яким здійснюється з поверхні. В конструкції цього крану відсутня байпасна обв'язка, але наявні продувні свічки, які виходять на поверхню і мають свої крани. На схемі показані місця встановлення ПАЕ на підземних і надземних елементах кранового вузла. Така схема розміщення ПАЕ дозволяє виявляти розгерметизацію корпусу як самого крану й з'єднань вхідного та вихідного трубопроводів із його корпусом, так із запірної арматури продувних свічок.

На рисунку 5.30 показана схема встановлення ПАЕ на елементах кранового вузла з байпасною обв'язкою. За цією схемою два ПАЕ розміщені на металевих поверхнях підземної частини кранового вузла – на вхідному та вихідному трубопроводах. Три ПАЕ встановлені на металевих поверхнях надземної частини вузла – один на валу штурвалу керування краном, а два інших на трубах байпасної обв'язки. Така схема забезпечує виявлення витоків з корпусу лінійного крану, місць з'єднання вхідного і вихідного трубопроводів із корпусом крану, кранів і труб байпасної обв'язки, а також крану продувної свічки.

На рисунках 5.31 та 5.32 показані дві схеми відбору даних із ділянки трубопроводу довжиною до 200 м. Це можуть бути переходи через природні чи штучні перешкоди (ріки, залізничні колії, автомобільні дороги тощо) або бути ділянки, що містять дефекти труби, виявлені методами ВТД.

На рисунку 5.31 розглянуто встановлення ПАЕ безпосередньо на поверхні трубопроводу. Для цього на кінцях ділянки проводиться розкопування труби, знімається захисна ізоляція проводиться зачищення металу на поверхні труби і встановлюються ПАЕ. Ці операції можна реалізовувати за відомою методикою, описаною в документі ASTM International [124].

На рисунку 5.32 розглянуто можливість передавання акустичних сигналів з поверхні елементів підземної частини об'єкта контролю за допомогою хвилеводів, входи яких встановлюють на поверхні елементів підземної частини, а на їхніх виходах, що виходять над земною поверхнею, встановлюють ПАЕ.

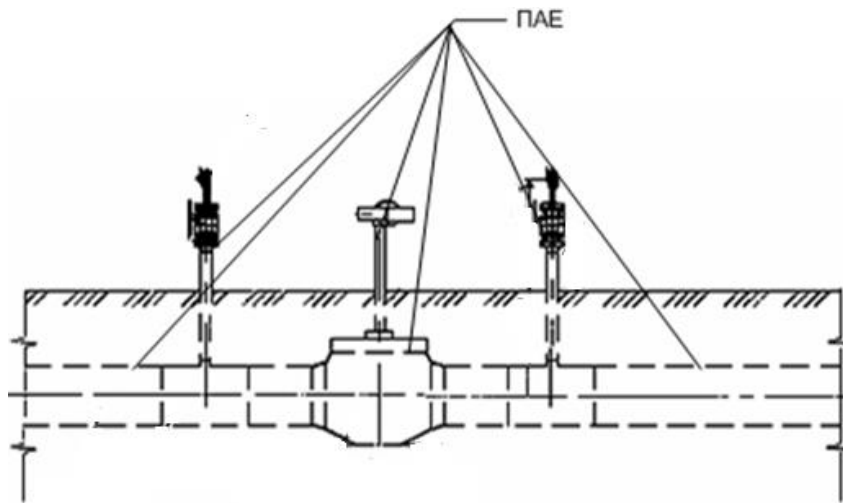


Рисунок 5.29 – Місця розташування ПАЕ для системи виявлення витоків у крановому вузлі

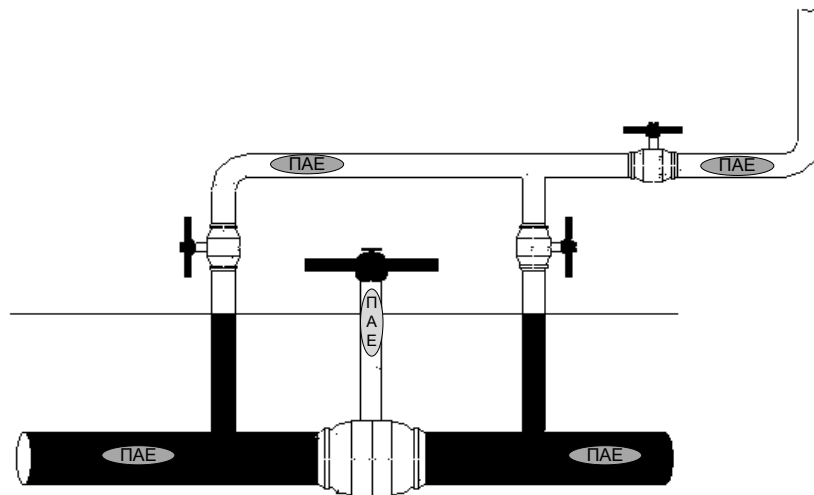


Рисунок 5.30 – Схема розташування ПАЕ на поверхні елементів кранового вузла з байпасною обв'язкою

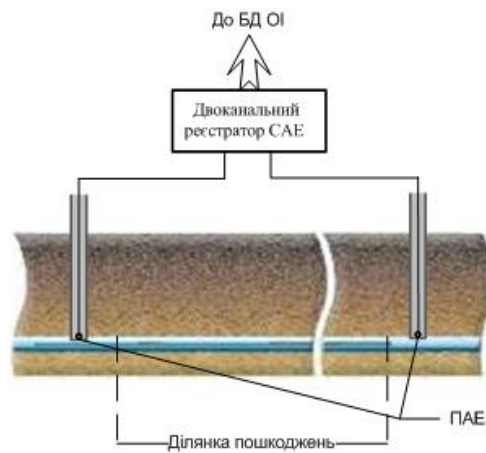


Рисунок 5.31 – Схема відбору даних на ділянках із пошкодженнями стінки труби:
ПАЕ встановлені на поверхні труби

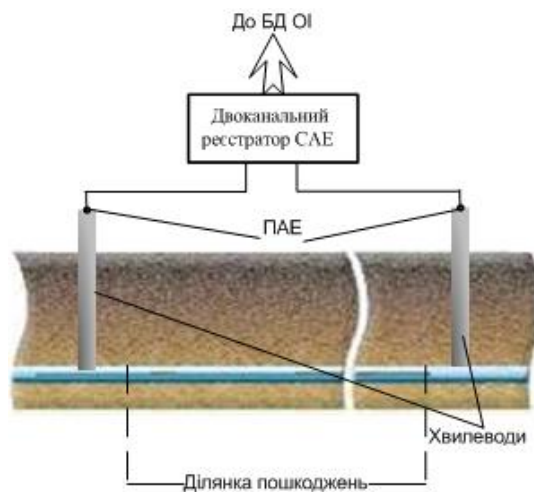


Рисунок 5.32 – Схема відбору даних на ділянках із пошкодженнями стінки труби:
ПАЕ встановлені на хвилеводах, які мають акустичний контакт із поверхнею труби

5.5.3 Алгоритм виявлення витоків за сигналом одного перетворювача

Алгоритм виявлення витоків базується на аналізі вихідних сигналів ПАЕ і виявленні інформативних ознак АЕ. В металі об'єктів одночасно із хвилями АЕ можуть існувати вібрації, пов'язані із роботою компресорів, шуми, спричинені рухом газу в трубопроводі, коливаннями спричиненими випадковими флуктуаціями тиску і температури газу тощо. Внаслідок цього вихідний сигнал ПАЕ міститиме складові, спричинені хвильовими процесами різного походження. Однак ці складові мають різні як амплітудні, так і частотні характеристики. Спектр сигналів АЕ лежить в діапазоні частот 30...100 кГц [123 – 126]. Якщо ПАЕ встановлений достатньо близько до джерела АЕ, а згідно даних статті [125] це – відстані до 200 м., то складова сигналу АЕ переважатиме за амплітудними параметрами інші складові.

Запропонована методика селекції акустико-емісійної складової у вихідних сигналах ПАЕ, за якою перетворювачі встановлюються на відстані до 200 м від місця можливої розгерметизації, а реєстрація їхніх вихідних сигналів здійснюється частотному діапазоні 30...100 кГц. Щоб виявити момент розгерметизації здійснюється аналіз вихідного сигналу кожного ПАЕ $u_{ПАЕ}^{(i)}(t)$, $t \in W^{(i)}$, відібраних ковзним вікном на часових проміжках $W^{(i)} = [t^{(i)}, t^{(i+1)}]$ фіксованої апертури $\Delta_t \equiv t_2^{(i)} - t_1^{(i)} = const$. Значення апертури сканування Δ_t визначають емпірично з використанням обчислювальних і фізичних експериментів.

Для кожного проміжку $W^{(i)}$ обчислюють середньоквадратичне значення вихідного сигналу ПАЕ_k:

$$\bar{U}_{ПАЕ_k}^{(i)} = \sqrt{\frac{1}{t_2^{(i)} - t_1^{(i)}} \int_{t_1^{(i)}}^{t_2^{(i)}} \left(u_{ПАЕ}^{(i)}(t) \right)^2 dt}. \quad (5.54)$$

За відсутності витоків рівень вихідного сигналу ПАЕ низький, так що виконується умова

$$\bar{U}_{ПАЕ_k}^{(i)} < \bar{U}_0, \quad (5.55)$$

а в момент виникнення розгерметизації рівень сигналу зросте, тому матимемо

$$\bar{U}_{ПАЕ_k}^{(i)} \geq \bar{U}_0. \quad (5.56)$$

Тут \bar{U}_0 – порогове значення параметра $\bar{U}_{ПАЕ}$ сигналу ПАЕ за відсутності витоків. Значення \bar{U}_0 можна встановити емпірично на основі даних вимірювання вихідного сигналу, під час функціонування об'єкта контролю в умовах відсутності витоків.

Аналізуючи значення параметра $\bar{U}_{ПАЕ_k}^{(i)}$ вихідного сигналу ПАЕ, за формулами (5.54)-(5.56), можна встановити момент часу $t^{(i+1)}$ виникнення витоків в системі.

На рисунку 5.33 показана схема алгоритму виявлення витоків на основі аналізу сигналу ПАЕ. Робота алгоритму розпочинається із стану об'єкта контролю, в якому він є герметичний. Йому відповідає значення FALSE змінної *LEAK*, що ідентифікує стан герметичності об'єкта контролю. У циклі за змінною *i* відбувається контроль цього стану шляхом перевірки альтернативних умов (5.55), (5.56).

Щоб зменшити імовірність фальшивого спрацювання системи внаслідок короткочасного виникнення в об'єкті контролю сторонніх акустичних хвиль, спричинених подіями, які не пов'язані із розгерметизацією, в алгоритмі передбачено порівняння значень змінної $\bar{U}_{ПАЕ_k}^{(i)}$ на сусідніх часових шарах. Якщо модуль різниці цих двох значень не перевищує задане додатне число \bar{U}_1 :

$$\left| \bar{U}_{ПАЕ_k}^{(i)} - \bar{U}_{ПАЕ_k}^{(i-1)} \right| \leq \bar{U}_1, \quad (5.57)$$

то це розцінюється як порушення цілісності об'єкта контролю: змінній *LEAK* приписується значення TRUE, визначається проміжок $W^{(i)}$ моменту t_{LEAK} часу розгерметизації, а відтак запускається алгоритм визначення координати x_{LEAK} місця розгерметизації. Значення змінних *LEAK*, t_{LEAK} та x_{LEAK} виводяться на зовнішні носії і передаються в інші складові системи контролю цілісності.

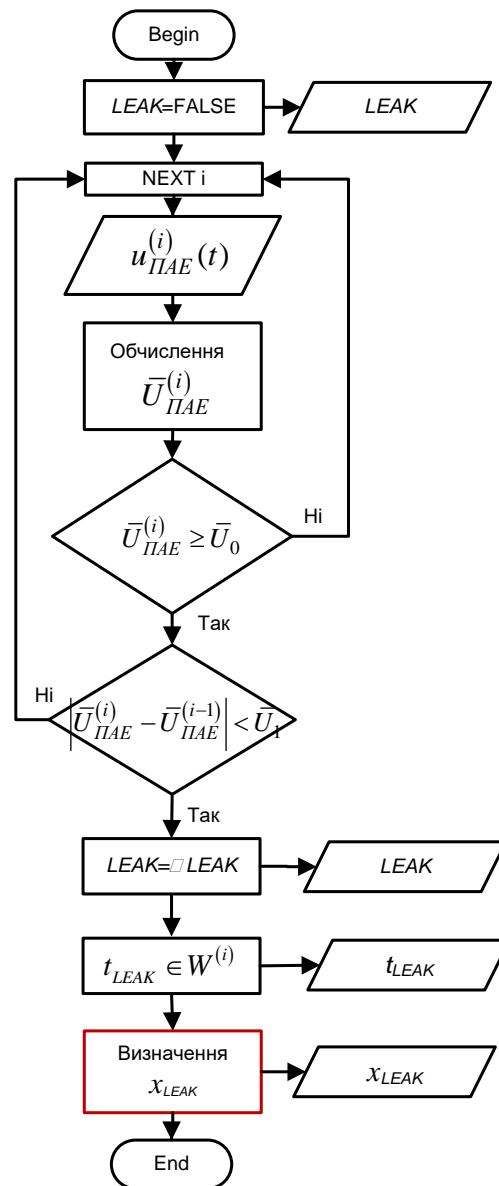


Рисунок 5.33 – Блок-схема алгоритму виявлення витoku за сигналом перетворювача акустичної емісії

5.5.4 Алгоритм виявлення витоків за сигналами двох перетворювачів

Оскільки в контрольованому об'єкті можуть існувати декілька імовірних місць розгерметизації, то необхідно використовувати декілька ПАЕ. Це дозволить не тільки встановлювати факт розгерметизації об'єкта, але й визначати місце утворення витоків.

Вихідні сигнали кількох ПАЕ можна використати також, щоб знизити імовірність фальшивих спрацювань. У цьому зв'язку розглянемо алгоритм виявлення витоків в системі за вихідними сигналами двох ПАЕ. Тут розглянуто випадок, показаний на рисунках 5.31 та 5.32, коли здійснюється контроль цілісності прямолінійної ділянки трубопроводу, що містить корозійні пошкодження. Нехай l – довжина зони пошкоджень. Виберемо ширину вікна вибірки вихідних сигналів ПАЕ так, щоб виконувалася умова $D_i \leq l/c$, де c – швидкість поширення пружних хвиль в металі трубопроводу. Тоді за інформативну ознаку появи хвиль акустичної емісії на контрольованій ділянці можна вибрати виконання умови (5.56) для першого і другого ПАЕ в одному циклі контролю стану.

Відповідно до цього алгоритм, який зображено на рисунку 5.34, передбачає для кожної ітерації циклу контролю стану відбір вихідних сигналів кожного ПАЕ ковзним вікном, обчислення значень змінної $\bar{U}_{ПАЕ_k}^{(i)}$ і перевірку умови (5.56) для кожного ПАЕ $k = 1, 2$. Щоб знизити імовірність фальшивих спрацювань системи виявлення витоків внаслідок короткочасного виникнення в об'єкті контролю сторонніх акустичних хвиль, спричинених подіями, які не пов'язані із розгерметизацією, алгоритмом передбачено також перевірку одночасного виконання умови (5.57) для обох ПАЕ на двох послідовних часових шарах.

Як і в попередньому випадку, цей алгоритм розпочинає свою роботу в момент часу, коли об'єкт контролю є герметичний, а завершує після виявлення витоків та визначення координати місця розгерметизації.

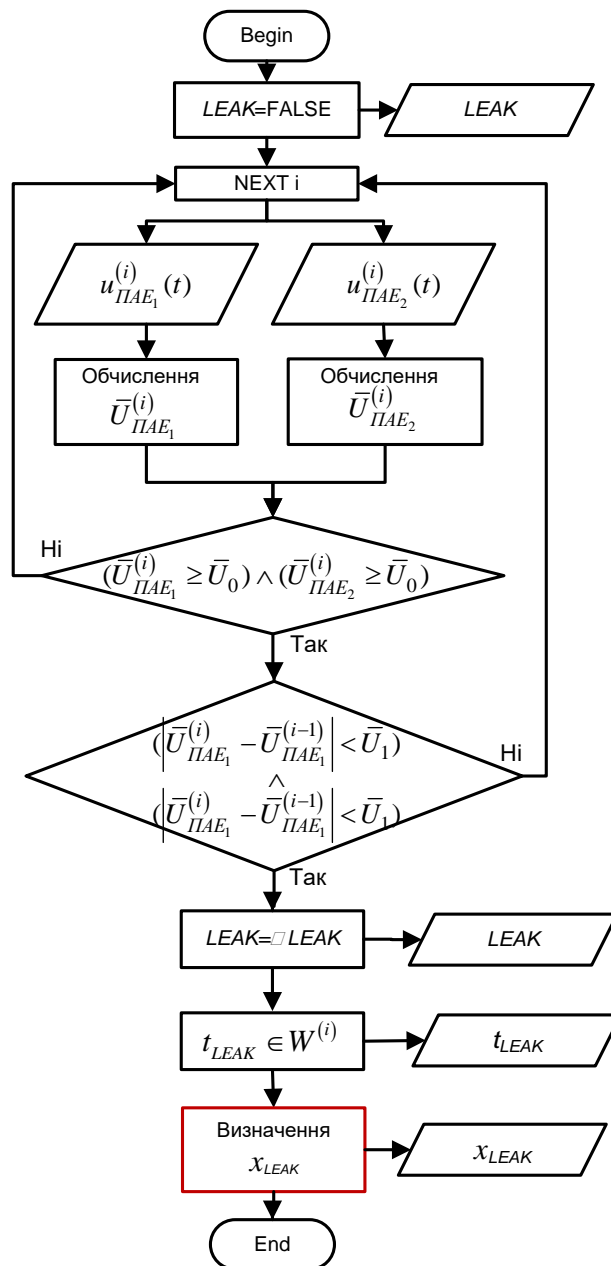


Рисунок 5.34 – Блок схема алгоритму виявлення витіку за сигналами двох перетворювачів акустичної емісії

5.5.5 Визначення місця розгерметизації

Для визначення координати місця розгерметизації розроблений алгоритм, який базується на цифровому обробленні вихідних сигналів двох ПАЕ (рис. 5.35).

Застосували відомий підхід [127], [128], в якому використовується згортка $u_{12}^{(i)}(\tau)$ вихідних сигналів датчиків, визначених у вікні $W^{(i)}$

$$u_{12}^{(i)}(\tau) = \int_{t_1^{(i)}}^{t_2^{(i)}} u_1^{(i)}(t + \tau) u_2^{(i)}(t) dt \quad (5.58)$$

та їхня взаємна кореляція

$$\rho_{12}^{(i)}(\tau) = u_{12}^{(i)}(\tau) / \sqrt{\rho_1^{(i)}(0) \rho_2^{(i)}(0)}, \quad (5.59)$$

$$\rho_k^{(i)}(0) = \frac{1}{t_2^{(i)} - t_1^{(i)}} \int_{t_1^{(i)}}^{t_2^{(i)}} \left(u_k^{(i)}(t) \right)^2 dt. \quad (5.60)$$

Щоб визначити значення x_L виходитимемо із того, що значення $\tau^{(i)}$ аргументу функції $\rho_{12}^{(i)}(\tau)$, яке відповідає найбільшому її значенню $\tau^{(i)} \leftrightarrow \sup_{\tau} \left(\rho_{12}^{(i)}(\tau) \right)$, пов'язано із x_L співвідношенням

$$x_L = (L - c\tau^{(i)})/2. \quad (5.61)$$

Таким чином задача зводиться до знаходження $\tau^{(i)} \in [-L/2c, L/2c]$, такого, що

$$\rho_{12}^{(i)}(\tau^{(i)}) = \sup_{\tau} \left(\rho_{12}^{(i)}(\tau) \right). \quad (5.62)$$

Розв'язок цієї задачі формально можна записати як

$$\tau^{(i)} = \arg \sup_{\tau} \left(\rho_{12}^{(i)}(\tau) \right), \quad \tau \in [-L/2c, L/2c]. \quad (5.63)$$

Змоделюємо сигнал акустичної емісії, спричиненої витокком функцією [129]

$$u(t) = \sin(\omega t) \left(\sum_{j=1}^N A_j \right)^{-1} \sum_{j=1}^N A_j \exp(-d_j(t - t_j)) H(t - t_j). \quad (5.64)$$

Тут N – ціле число, $H(\dots)$ – одинична функція Гевісайда, A_j, t_j, d_j – дійсні сталі. Амплітуди A_j сигналу, отримали генеруючи вибірку N дійсних чисел з математичним сподіванням $\mu(A_j) = 1$ та стандартним відхиленням $\sigma(A_j) = 0,3$. Час затримки t_j обчислювали за формулою $t_j = Lj/(Nc)$, а загасання брали однакові $d_j = 20$.

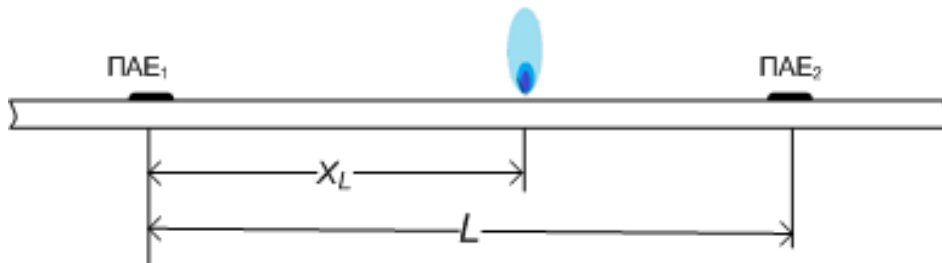


Рисунок 5.35 – До визначення координати місця розгерметизації за сигналами двох перетворювачів акустичної емісії

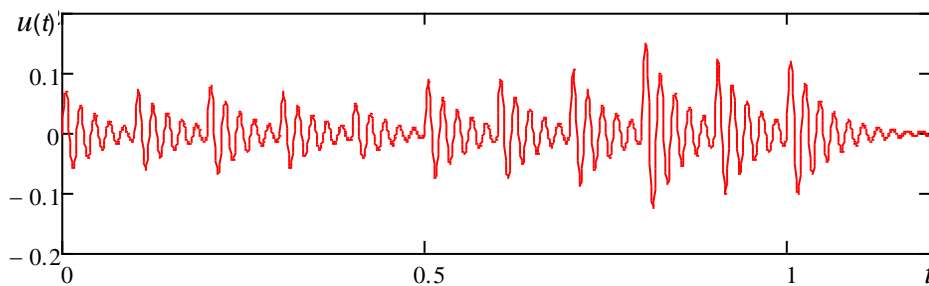


Рисунок 5.36 – Модель нормованого вихідного сигналу перетворювача акустичної емісії

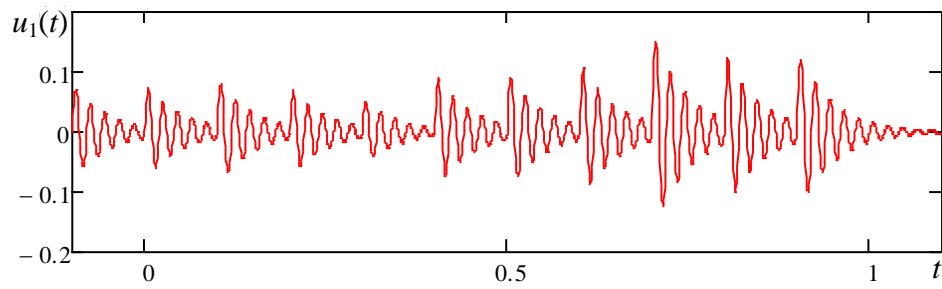


Рисунок 5.37 – Модель нормованого вихідного сигналу ПАЕ₁

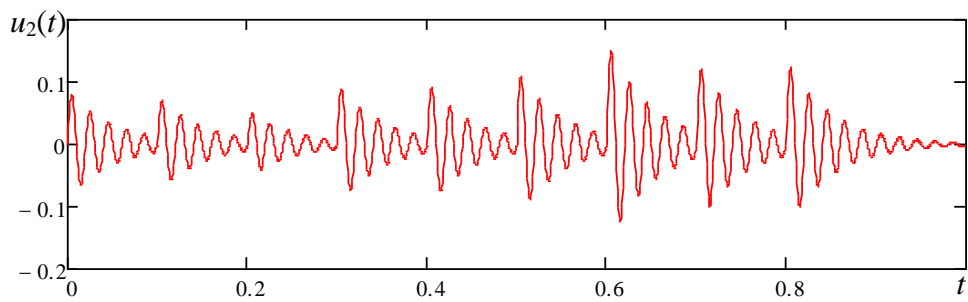


Рисунок 5.38 – Модель нормованого вихідного сигналу ПАЕ₂

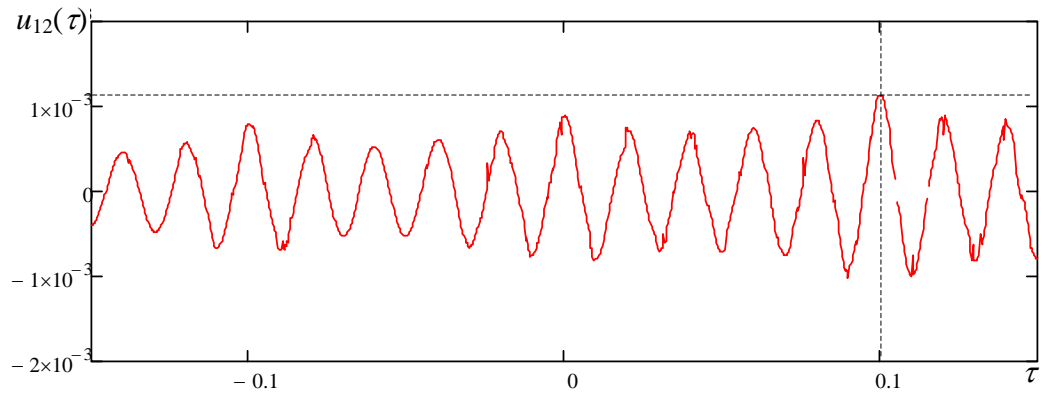


Рисунок 5.39 – Графік згортки вихідних сигналів ПАЕ₁ та ПАЕ₂

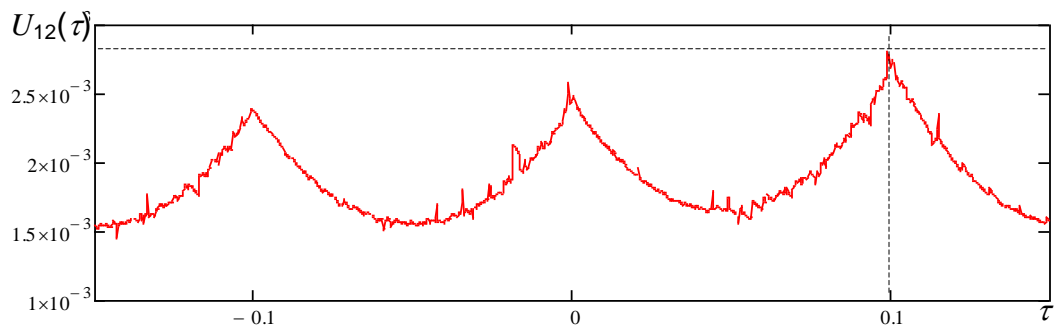


Рисунок 5.40 – Графік згортки згинальних функцій сигналів $u_1(t)$ та $u_2(t)$

На рисунку 5.36 показано приклад такої функції для $N = 10$.

З використанням моделі (5.64) сформували моделі нормованих вихідних сигналів для першого та другого ПАЕ як

$$u_1(t) = u(t + 0.1), \quad u_2(t) = u(t + 0.2). \quad (5.65)$$

Тобто часовий зсув між сигналами ПАЕ₁ та ПАЕ₂ складав 0.1 безрозмірних одиниць часу. Графіки сигналів (5.65) показані на рисунках 5.37 та 5.38.

На рисунку 5.39 показаний графік згортки $u_{12}(\tau)$ сигналів $u_1(t)$ та $u_2(t)$. Як видно із рисунку, функція $u_{12}(\tau)$ досягає максимального значення при $\tau = 0,1$.

У роботі розглянули також можливість використання замість сигналів $u_1(t)$ та $u_2(t)$ їхніх оригінальних функцій для визначення місця розгерметизації. На рисунку 5.40 показано графік згортки оригінальних функцій сигналів $u_1(t)$ та $u_2(t)$. Як бачимо, функція згортки $U_{12}(\tau)$ оригінальних функцій сигналів $u_1(t)$ та $u_2(t)$, як і функція їх згортки, досягає свого максимального значення при $\tau = 0,1$.

Проведені обчислювальні експерименти підтвердили можливість використання згорток вихідних сигналів двох ПАЕ або їхніх оригінальних функцій для визначення місця розгерметизації. Алгоритм такого визначення складається із наступних кроків: а) синхронний відбір вихідних сигналів $u_1(t)$ та $u_2(t)$ ПАЕ₁ та ПАЕ₂, б) обчислення за формулою (5.58) функції згортки $u_{12}(\tau)$ цих двох сигналів або функції $U_{12}(\tau)$ згортки їхніх оригінальних, в) знаходження максимального значення функції $u_{12}(\tau)$ або $U_{12}(\tau)$ та значень аргументу $\tau^{(i)}$, за яких досягаються їхні максимуми цих функцій, г) обчислення за формулою (5.61) координати місця розгерметизації.

5.6. МОДЕЛЬ СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ ЦІЛІСНОСТІ МАГІСТРАЛЬНОГО ГАЗОПРОВОДУ

Система управління цілісністю ГТС України включає в себе системи контролю цілісності магістральних газопроводів (МГ) і підземних сховищ газу (ПСГ). Система контролю цілісності магістральних газопроводів (СКЦ МГ) об'єднує у своєму

складів СКЦ усіх МГ ГТС (СКЦ МГ₁, ..., СКЦ МГ₆) у свою чергу складається із СКЦ СЛЧ – систем контролю цілісності секцій лінійної частини (ЛЧ) та СКЦ магістральних газопроводів (рис. 5.41).

СКЦ усіх МГ містять у своєму складі СКЦ компресорних станцій (КС) і секцій лінійної частини (СЛЧ). СКЦ КС, складається із СКС компресорних цехів (КЦ), які, у свою чергу об'єднують СКЦ технологічних об'єктів (ТО). СКЦ СЛЧ містить у своєму складі СКЦ технологічних об'єктів.

На рисунку 5.42 показана структура СКЦ технологічних об'єктів категорії «вузловий елемент», яка базується на виявленні витоків із використанням методу АЕ. У складі цієї системи ПАЕ, встановлені на поверхні технологічного об'єкта, засоби реєстрації та первинної обробки сигналів ПАЕ інтелектуальною системою, на базі мікропроцесорного пристрою, що керує процесами відбору даних та прийняттям рішення щодо цілісності елемента, а також засоби комунікації, які забезпечують обмін даними між СКЦ технологічного об'єкта і СКЦ відповідної секції МГ.

Функції СКЦ ТО: реєстрація САЕ, первинна обробка САЕ (фільтрація, стиснення), передавання даних до БД оперативної інформації СКЦ вищого рівня, контроль готовності СКЦ ТО.

Апаратура СКЦ ТО, віднесених до категорії вузлових елементів, розміщена на майданчиках цих елементів (наприклад, на майданчиках кранових вузлів). Дані, які збирає ця СКЦ, накопичуються в базах даних оперативної технологічної інформації, які структурно відносяться до СКЦ відповідних ділянок секції ЛЧ..

На рисунку 5.43 показана структура СКЦ ділянки секції МГ (ДСМГ), тобто складової ЛЧ між двома вузловими елементами. СКЦ ДСМГ містить у своєму складі дві підсистеми моніторингу цілісності. Перша заснована на методі акустичної емісії і призначена для моніторингу залишкового ресурсу труби із дефектами, виявленими методами внутрішньої діагностики. А друга базується на методі моделювання газодинамічних процесів у реальному часі. За її допомогою здійснюється контроль цілісності лінійного елемента шляхом виявлення витоків.

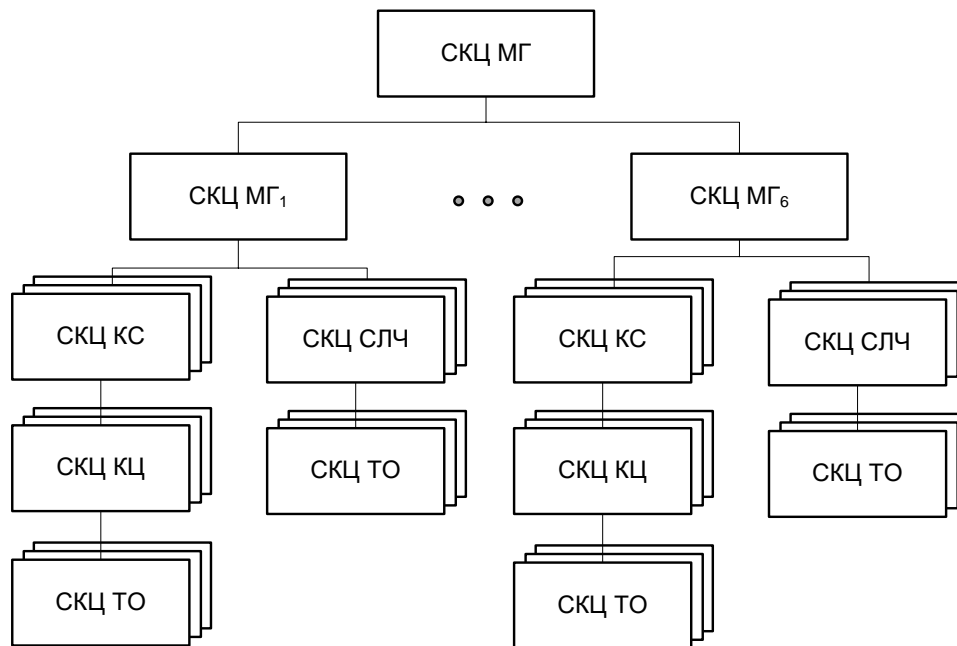


Рисунок 5.41 – Структура системи контролю цілісності магістральних газопроводів



Рисунок. 5.42 – Структура системи контролю цілісності вузлових елементів ЛЧ МГ

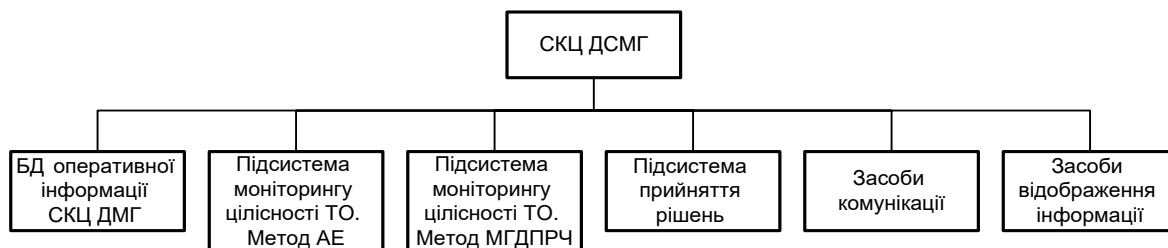


Рисунок 5.43 – Структура СКЦ ділянки секції МГ

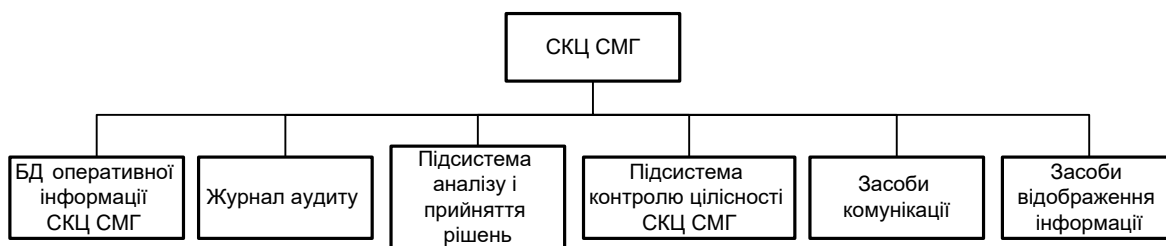


Рисунок 5.44 – Структура СКЦ секції магістрального газопроводу

СКЦ ДСМГ фізично розміщена на майданчиках відповідних вузлових елементів (кранових вузлів). До складу цієї системи, як зазначалося, входить також база даних оперативної інформації, в якій накопичуються оперативні дані зібрані як СКЦ ДСМГ, так і СКЦ вузлових елементів, які прилягають до цієї ділянки.

Функції СКЦ ДСМГ: відбір і збереження даних СКЦ технологічних об'єктів; контроль цілісності даних; реалізація алгоритмів методу АЕ для контролю цілісності технологічних об'єктів; реалізація алгоритмів методу МГДПРЧ для контролю цілісності технологічних об'єктів; Прийняття рішення щодо цілісності технологічних об'єктів на основі аналізу проведеного методами АЕ і МГДПРЧ; передавання результатів на вищій рівень; документування отриманих результатів в журналі аудиту та відображення узагальненої інформації на моніторах операторів.

На рисунку 5.44 показана структура СКЦ секції ЛЧ МГ (СКЦ СМГ). Апаратура цієї системи розміщена на майданчику першого кранового вузла. Ця система аналізує стан цілісності усіх технологічних об'єктів і приймає рішення щодо цілісності секції. Дані щодо цілісності секцій, вироблені секційними СКЦ надходять каналами зв'язку до СКЦ відповідного МГ. Сюди ж надходять висновки щодо цілісності компресорних станцій. З використанням отриманих висновків СКЦ МГ виробляє висновок щодо цілісності цього магістрального газопроводу, фіксує його в журналі аудиту і передає його каналами зв'язку на СКЦ ГТС.

СКЦМГ доцільно створювати як складову системи автоматизованого управління ГТС (САУ ГТС). Виходячи із цього пропонується наступна модель структури САУ ГТС (рис. 5.45), яка включає в себе підсистеми автоматизованого управління на стратегічному, оперативному і технологічному рівнях, що збудована згідно методології MES. Система управління цілісністю магістральних газопроводів (PIMS) входить у склад САУ ГТС корпоративного та оперативного рівнів, СКЦМГ є підсистемою PIMS.

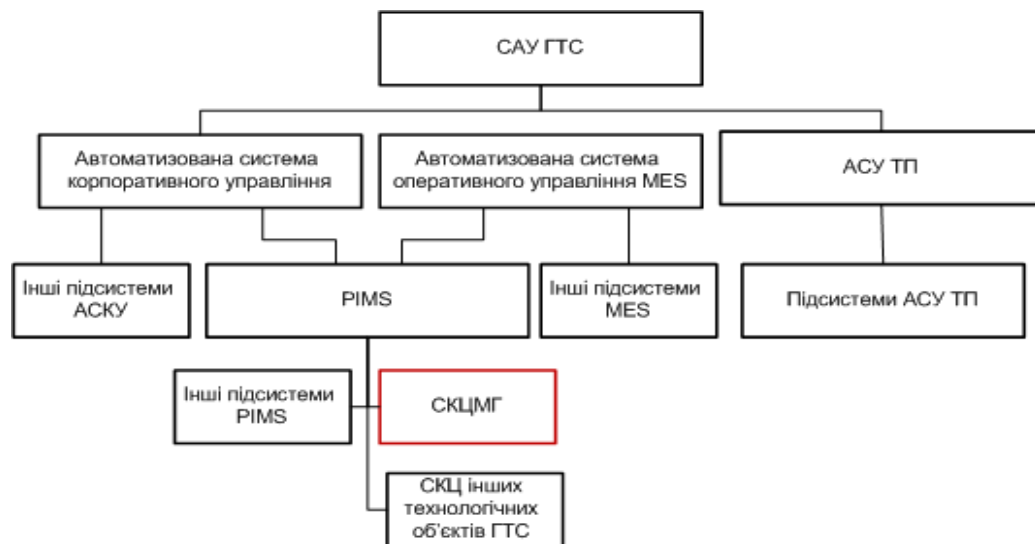


Рисунок 5.45 – Структура системи автоматизованого управління ГТС

За цією структурою відбір даних про фізичні і технологічні процеси, які протікають в ГТС здійснює підсистема управління технологічного рівня (АСУ ТП). Ці дані накопичуються в оперативних базах даних ділянок секцій лінійної частини, передаються каналами зв'язку на рівні СКЦ секцій і МГЄ, а відтак інтегруються в інформаційній системі ГТС (на схемі не показана), яка об'єднує бази даних, бази знань і бібліотеки. Інші дані, необхідні для управління ГТС, формуються на рівнях стратегічного і оперативного управління і також накопичуються в інформаційній системі. Зібрана тут інформація може використовуватися як для контролю цілісності трубопроводів, так і підсистемами автоматизованого управління ГТС на різних рівнях.

5.7. ВИСНОВКИ

Запровадження неперервного контролю цілісності магістральних газопроводів, які перебувають у експлуатації тривалий час, є ефективним підходом до організації безпечної їх експлуатації.

МГ є лінійною структурою компресорних станцій і секцій лінійної частини. Кранові вузли розділяють секцію МГ на ділянки різної довжини – лінійні елементи. Кожен ЛЕ являє собою довгий трубопровід, рух газу в якому описують диференціальні рівняння газової динаміки з частинними похідними, залежні від просторової координати і часу. Кранові вузли, які з'єднують сусідні лінійні елементи, розглядаються як системи із зосередженими параметрами. Ця модель дозволила звести задачу контролю цілісності секцій МГ до послідовного контролю лінійних і вузлових елементів кожної секції.

В рамках моделі динаміки газу розроблений метод для виявлення витоків, визначення їхньої інтенсивності та місця розгерметизації в секціях МГ за стаціонарних режимів експлуатації на основі даних вимірювання тиску на вході і виході та у контрольних точках вздовж траси.

Отримані критерії цілісності ЛЕ МГ за нестаціонарних режимів роботи. На цій основі запропоновано метод неперервного контролю цілісності МГ, виходячи із даних моніторингу значень тиску і температури газу на входах і виходах усіх

вузлових елементів, а також швидкості потоку газу на вході першого вузлового елемента.

Розроблено метод контролю цілісності вузлових елементів за нестационарних режимів роботи МГ, який базується на аналізі параметрів хвиль акустичної емісії, спричинених вибитком газу через наскрізний отвір в стінці трубопроводу. Інформативними параметрами для нього є сигнали акустичної емісії, отримані від п'єзоелектричних перетворювачів, встановлених на поверхні об'єкта контролю. На основі аналізу літературних даних встановлено, що ПАЕ слід встановлювати на відстанях порядку 100 – 200 м. Тобто з використанням цього методу можна контролювати як об'єкти запірно-регулювальної арматури лінійної частини, так і відрізки труб, такі як переходи через природні та штучні перешкоди і ділянки трубопроводу, що містять дефекти, що виявлені методами ВТД.

Запропонована структура системи контролю цілісності МГ і її складових – систем контролю цілісності секцій ЛЧ МГ, ділянок секції ЛЧ МГ, а також систем контролю цілісності вузлових елементів ЛЧ МГ.

Результати цього розділу висвітлені у публікаціях [122, 130 – 139].

РОЗДІЛ 6. ПІДХІД ДО АВТОМАТИЗАЦІЇ УПРАВЛІННЯ ГТС УКРАЇНИ

6.1. Методологічні основи автоматизації управління ГТС

Завданням модернізації управління ГТС є усунення інформаційної несумісності засобів автоматизації різних технологічних об'єктів і різних напрямків управління, а відтак – забезпечення автоматизованого обміну інформацією на вертикалі «технологічні процеси – стратегічне управління». Ефективним засобом для цього є використання систем оперативного управління виробництвом (MES – Manufacturing Execution Systems) [142], що базуються на еталонній моделі управління підприємством (PERA Purdue Enterprise Reference Architecture) [32, 140, 141].

6.1.1. MES – система комп'ютеризації оперативного управління виробництвом

MES – це спеціалізована прикладна програмна система, призначена для комп'ютеризації управління виробництвом, яка вирішує задачі аналізу, синхронізації, координації і оптимізації виробничих процесів на різних рівнях управління. MES функціонує в реальному часі, забезпечуючи контроль усіх складових частин виробничої системи, — входів, виходів, персоналу, матеріальних та фінансових ресурсів, технологічного обладнання і технологічних процесів [142 – 144].

Призначення MES — підвищення ефективності виробництва шляхом надання інформаційної та інтелектуальної підтримки суб'єктам виробничого процесу, відстеження та документування їхньої активності, встановлення зв'язків апарату управління корпоративного рівня з безпосереднім виробництвом тощо. Одна із функцій MES — трансляція технологічної інформації на адміністративний рівень та передавання інформації у зворотному напрямку з корпоративного рівня на оперативний, а звідти – в розподілену систему газотранспортних підприємств, підрозділів, технологічних об'єктів. MES реалізує ці функції, забезпечуючи взаємодію прикладних програмних систем бізнес логістики і планування, таких як ERP (англ. Enterprise Resource Planning), з системами автоматизації технологічних процесів (англ. Process Automation Systems – PAS), таких як SCADA чи batch-рішення.

6.1.2. Еталонна модель архітектури виробничої компанії

Еталонні моделі використовують в теорії систем, інженерії програмного забезпечення, бізнес-аналізі тощо. Така модель являє собою абстрактну структуру або доменну онтологію, що складається із взаємопов'язаних наборів чітко визначених концепцій, розроблених експертами з метою сприяння чіткому спілкуванню спеціалістів, які працюють у відповідній галузі.

Еталонна модель PERA, яка створена в університеті Пердью [140], визначає архітектуру виробничої компанії у вигляді п'ятирівневої структури (рис.6.1)

Нульовий рівень моделі визначає процеси. Технологічний процес зазвичай реалізують певною сукупністю фізичних (хімічних, біологічних) процесів, які застосовують у заданій послідовності. Внаслідок цього відбувається перетворення матеріалів, комплектуючих, енергії, зусиль та інтелекту людей у кінцевий продукт. Реалізація процесів відбувається з використанням технологічного обладнання. Режими функціонування обладнання, а відтак і параметри фізичних процесів, можна змінювати в певних межах, регулюючи в такий спосіб параметри процесів а відтак – і характеристик кінцевого продукту.

Перший рівень відповідає за безпосереднє керування фізичними процесами та первинний контроль їхніх параметрів. Тут використовуються виконавчі пристрої (актуатори) та первинні перетворювачі фізичних величин (сенсори). Актуатори, реагуючи на вхідні сигнали, що надходять із другого рівня, визначають режими роботи технологічного обладнання, які забезпечують параметри фізичних процесів, необхідні для реалізації визначених технологічних процесів.

Первинні перетворювачі (сенсори), які діють на цьому рівні, подають свої вихідні сигнали на другий рівень. Вони містять об'єктивні дані про параметри фізичних процесів, характеристики продукту, який виготовляється, стан та режими роботи технологічного обладнання і параметри стану довкілля. Процеси першого рівня протікають у реальному часі фізичних процесів, тобто їхні параметри змінюються на часових періодах порядку секунд і менших.

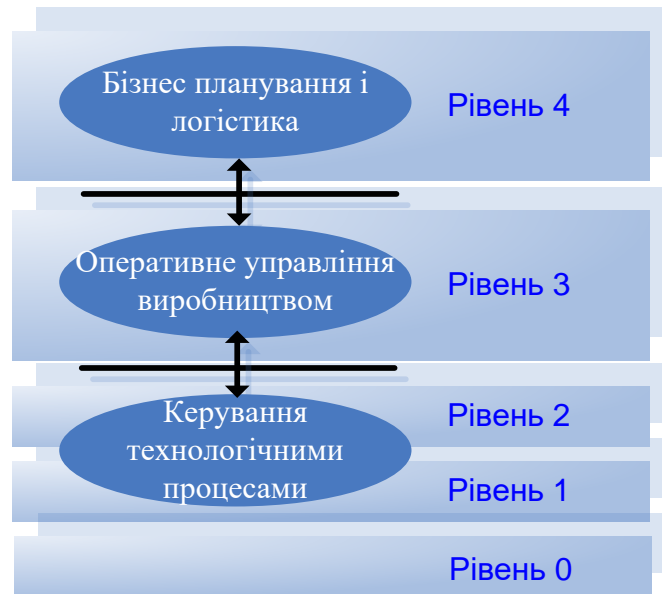


Рисунок 6.1. Модель PERA функціональної ієрархії управління

Другий рівень відповідає за контроль і моніторинг параметрів фізичних процесів нульового рівня, режимів роботи та стану технологічного обладнання, характеристик продукту, стану докільця тощо. Тут діють системи автоматизації процесів (PAS – Process Automation Systems). Для цього він використовує сигнали, які надходять із першого сенсорного рівня. Апаратура і програмне забезпечення PAS рівня виробляє сигнали керування технологічним обладнанням відповідно до команд оперативного управління, які надходять із третього рівня. Ці сигнали керують виконавчими пристроями першого рівня, які, у свою чергу, повертають сигнали зворотного зв'язку на другий рівень. Процеси цього рівня характеризуються часовими проміжками порядку годин, хвилин, секунд і меншими.

Третій рівень забезпечує оперативне управління виробничим підприємством (MOM – Manufacturing Operations Management). Тривалості процесів третього рівня визначаються днями, робочими змінами, годинами, хвилинами і секундами. Цей рівень є проміжним між нижніми рівнями (першим та другим) та четвертим – рівнем бізнес планування та логістики. На MOM рівні формуються алгоритми керування технологічним обладнанням, параметрами технологічних процесів, виробничим персоналом, матеріальними ресурсами, енергією та готовою продукцією.

Четвертий рівень моделі відповідає за бізнес-логістику та планування, (ERP – Enterprise Resource Planning). Він охоплює управління комерційними процесами, що визначають виробничу діяльність підприємства. Менеджмент ERP рівня здійснює перспективне (стратегічне) і короткотермінове (тактичне) планування виробництва, постачання, збуту, управління модернізацією та розвитком виробництва тощо. Процеси ERP рівня діють на часових відрізках тривалістю місяці, тижні, дні.

6.1.3. Міжнародні стандарти MES

Концептуальну основу MES визначає стандарт ANSI/ISA-95 [145], який має на меті інтеграцію верхніх рівнів управління корпорацією з безпосереднім виробництвом, а також стандарт ANSI/ISA-88 [146], який був попередником ANSI/ISA-95 і визначив єдині моделі, термінологію, структуру даних і мову для опису процесів рецептурного виробництва.

6.1.3.1. Стандарт ANSI/ISA-95

Цей стандарт має на меті інтеграцію верхніх рівнів управління виробничої компанії з безпосереднім виробництвом, використовуючи MES як системи оперативного управління [147 – 151]. Існує також відповідний міжнародний стандарт ISO/IEC-62264 [152 – 156], що цілком узгоджується із ANSI/ISA-95.

Частина перша (ANSI/ISA-95.00.01-2000 – Models and Terminology [147]) вводить термінологію та моделі для інтеграції верхніх ланок управління підприємством із системами керування технологічними процесами. Друга частина [148] (ANSI/ISA-95.00.03-2005 — Object Model Attributes) містить додаткові деталі і приклади, які ілюструють і уточнюють першу частину. ISA-95.05-2007 — Business to Manufacturing Transactions, вони визначають обмін інформацією між бізнес-процесами та виробництвом.

Частини третя [149] (Models of Manufacturing Operations Management) і четверта (Object models and attributes for Manufacturing Operations Management) визначають типові функції оперативного управління виробництвом, які можна реалізувати з використанням MES. Вони доповнюють частини 1,2 та 5, вводячи моделі, для обміну даними, потрібні для управління експлуатацією обладнання, якістю продукції та запасами матеріалів, комплектуючих і готової продукції. Ці частини окреслюють межі між MES і ERP системами та визначають їхні функції, які слід застосувати для конкретних задач, а також дані, якими ці прикладні програми обмінюються між собою та PAS під час реалізації цих функцій.

6.1.3.2. Стандарт ANSI/ISA 88

Взаємодію MES та PAS визначає стандарт ANSI/ISA-88 [157] (відповідний міжнародний стандарт відомий як IEC 61512). Він є попередником ANSI/ISA-95, тому в стандарті ANSI/ISA-95 враховані концептуальні засади ANSI/ISA-88. Стандарт ANSI/ISA-88 Batch Control вводить єдину термінологію, моделі структури даних та мову опису технологічних процесів рецептурних виробництв. Він надає необхідний інструментарій (набір шаблонів) для проектування архітектури систем автоматизації періодичних виробництв (так званих batch systems) як для простих, так

і складних виробничих систем. Стандарт базується на концепції, за якою визначення продукту (рецептура) є відокремлена від конкретних особливостей обладнання. Це дозволяє проектувати гнучкі систем автоматизації технологічних процесів –batch-системи. Хоч стандарт розроблений для періодичних виробництв, його можна застосувати для дискретних й неперервних виробництв [146].

6.1.3.3. Реалізація стандартів ANSI/ISA 88, ANSI/ISA 95 в XML

Міжнародна організація World Bench Forum ініціювала створення засобів для реалізації стандартів ANSI/ISA-88 та ANSI/ISA-95 у форматі XML³. В результаті створені набори схем XML, під назвами BatchML (Batch Markup Language), який реалізує стандарт ANSI/ISA-88 [158], та B2MML (Business to Manufacturing Markup Language), який реалізує стандарт ANSI/ISA 95 [159].

BatchML визначає XML елементи, необхідні для формалізованого опису партії продукту, процесу її виготовлення — рецептури, інформації про обладнання. B2MML визначає наступні XML-схеми для управління персоналом, обладнанням, технічним обслуговуванням та ремонтами, матеріалами, виробничими потужностями, визначенням продукту, графіком та продуктивністю виробництва.

6.1.4. Моделі інформаційних потоків між рівнями управління

Однією із основних функцій MES є автоматизація передавання інформації між рівнями PAS та ERP. Метою стандарту ISA/ANSI-95 було зниження ризиків, коштів і зусиль, необхідних для запровадження інформаційного інтерфейсу між ERP, MOM та PAS. Розв'язання цього завдання забезпечило можливість прямої взаємодії систем корпоративного рівня (наприклад ERP-систем) з MOM системами (наприклад MES), та PAS (наприклад, спеціалізованими batch-рішеннями).

На рівнях виробництва та бізнесу циркулює істотно відмінна інформація за її природою, часовими параметрами й формами представлення. Важливою функцією рівня MOM є організація передачі інформації між рівнями виробництва і бізнесу.

³ XML (eXtensible Markup Language) — введена Консорціумом WWW мова розмітки, що визначає правила кодування документів у форматі, який забезпечує їхню машинну обробку, зберігаючи їх читабельними людьми.

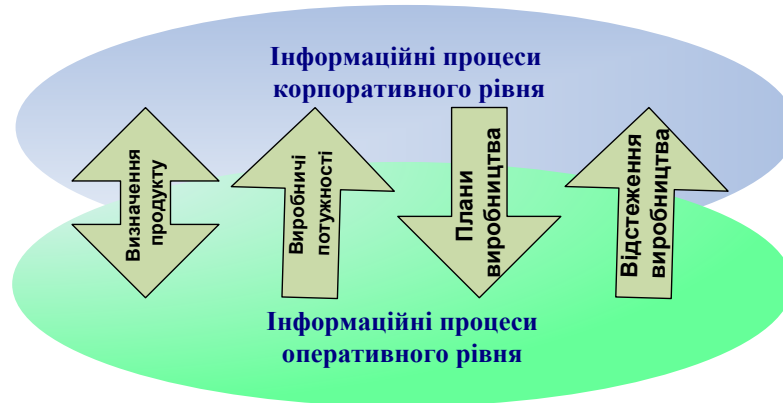


Рисунок 6.2. Обмін даними між рівнями 3 та 4 моделі функціональної ієрархії

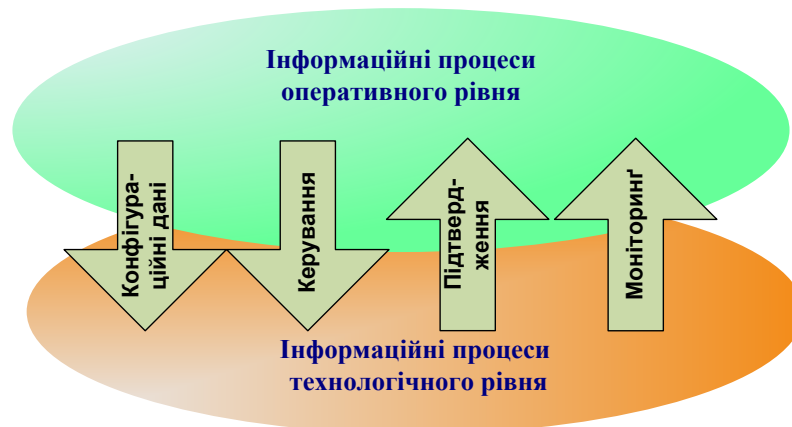


Рисунок 6.3. Обмін даними між рівнями 3 та 2 моделі функціональної ієрархії

Інформаційний обмін між MOM та ERP рівнями показаний на схемі рис.6.2.

Однією із основних функцій MES є автоматизація передавання інформації між рівнями PAS та ERP. Метою стандарту ISA/ANSI-95 було зниження ризиків, коштів і зусиль, необхідних для запровадження інформаційного інтерфейсу між ERP, MOM та PAS. Розв'язання цього завдання забезпечило можливість прямої взаємодії систем корпоративного рівня (наприклад ERP-систем) з MOM системами (наприклад MES), та PAS, (наприклад, спеціалізованими batch-рішеннями).

На рівнях виробництва та бізнесу циркулює істотно відмінна інформація за її природою, часовими параметрами й формами представлення. Важливою функцією рівня MOM є організація передачі інформації між рівнями виробництва і бізнесу. На рис.6.3 показана схема інформаційного обміну між рівнями MOM та PAS.

З третього рівня на другий надходить інформація про конфігурацію обладнання та технологічні схеми, які забезпечують виробництво продукту згідно із його визначенням, команди оперативного керування обладнанням і параметрами процесів. З другого на третій рівень у відповідь на команди оперативного керування надходять дані зворотного зв'язку, а також дані про параметри фізичних процесів, стан обладнання та параметри довкілля.

6.1.5. Модель активності на рівні оперативного управління

Стандарт ANSI/ISA-95 поділяє оперативне управління на чотири напрямки — 1) оперативне управління процесами виробництва, 2) оперативне управління процесами технічного обслуговування та ремонту обладнання, 3) оперативне управління якістю та 4) оперативне управління запасами.

Управління в межах кожної зони включає певні дії (активності). За моделлю с-MES MOM-системи діють у восьми функціональних областях: 1) управління визначенням продукту, 2) управління ресурсами, 3) планування виробничого процесу 4) диспетчеризація виробництва 5) контроль за ходом виробництва, 6) відбір та нагромадження виробничих даних, 7) аналіз продуктивності виробництва і 8) відстеження продукції. Три процеси – детальне планування, диспетчеризація та виконавчий менеджмент є основними, а інші п'ять – допоміжні.

Процес «детальне планування виробництва» полягає у визначенні послідовності робіт (часового графіку) відповідно до вимог виробництва, сформованих на четвертому рівні. Зазвичай для формування цих вимог використовують системи планування ресурсів підприємства, такі як ERP.

Диспетчеризація передбачає керування потоками завдань, замовлень, нарядів, команд тощо в реальному часі. Його метою є чітке дотримання графіка робіт, реагування на непередбачувані обставини, контроль затрат праці тощо.

Процес «виконавчий менеджмент» має на меті керування процесами на технологічному рівні. Він виробляє команди управління персоналом та сигнали керування обладнанням, які передає на другий та перший рівень, а також приймає з цих рівнів повідомлення та сигнали підтвердження.

6.1.6. Модель взаємодії систем автоматизації різних рівнів

Кожен рівень моделі функціональної ієрархії вимагає специфічних прикладних програмних систем для реалізації своїх функцій.

На першому рівні, як зазначалося, використовують кінцеві пристрої автоматики та телемеханіки (актуатори), перетворювачі фізичних величин (сенсори), пристрої введення/виведення інформації.

На рівні PAS використовують інтелектуальні системи, призначені для обробки даних, які надходять зі сенсорного шару першого рівня та вироблення сигналів управління виконавчими пристроями цього рівня. Це — програмовані логічні контролери (PLC), розподілені системи автоматичного керування (DCS – Distributed Control Systems), SCADA системи (Supervisory Control and Data Acquisition) та batch-системи (Batch Automation Systems). Використання спеціалізованих batch-систем забезпечує програмно-апаратну сумісність між першим та другим рівнями.

Декілька типів комп'ютеризованих систем використовують, зазвичай, і на третьому рівні. Їх називають системами оперативного управління виробництвом (MOMS – Manufacturing Operations Management Systems). Вони забезпечують підтримку чотирьох напрямків оперативного управління рівня MOM – управління

виробництвом, технічним обслуговуванням, якістю та запасами. Крім MES, до них належать лабораторні інформаційно-керуючі системи (LIMS – Laboratory Information Management System), системи управління складами (WMS – Warehouse Management System) та комп'ютеризовані системи управління технічним обслуговуванням (CMMS – Computerized Maintenance Management System). MOMS обмінюються даними між собою та PAS і ERP, забезпечуючи неперервність інформаційних потоків у горизонтальному і вертикальному напрямках.

Для підтримки функцій четвертого рівня також використовують декілька типів прикладних програм. Це – системи планування ресурсів підприємства (ERP Enterprise Resource Planning, взаємодії з клієнтами (CRM – Customer Relationship Management), системи управління персоналом (HRM – Human Resource Management), а також системи управління циклом життя виробу (PLM – Product Lifecycle Management). PLM - системи надають засоби підтримки інформаційних процесів відстеження продукту впродовж усього його життєвого циклу. Життєвий цикл продукту охоплює усі фази його існування: зародження та розвиток концепції, моделювання, проектування, розроблення технології, виготовлення, маркетинг і реалізація, інсталяція, супровід і технічна підтримка, демонтування, утилізація.

Системи CRM надають підтримку в управлінні взаємодією компанії з наявними та потенціальними клієнтами. Ці системи використовують комп'ютерні інформаційні технології для організації, автоматизації і синхронізації маркетингу, продажу, технічної підтримки та обслуговування клієнтів.

Крім систем ERP, CRM, HRM та PLM до систем четвертого рівня управління можна віднести також системи розроблення технологічних процесів PDES (Process Development Execution System). Це – спеціалізовані програмно-технічні системи, які виникли як засоби автоматизації проектування, і тісно пов'язані з PLM і MES.

Як зазначалося для взаємодії програмних систем автоматизації управління важливою є їхня інформаційна сумісність. Стандарт OLE for process control [161] надає єдиний інтерфейс для об'єктів автоматизації керування технологічними процесами. Застосування цього стандарту для розроблення систем автоматизації, які діють на першому та другому рівнях, забезпечує сумісність апаратури і програмного

забезпечення різних виробників.

Для обміну даними систем автоматизації технологічних процесів із MES-системами можна використовувати інформаційні системи виробництва MIS (англ. Management Information System). MIS - це системи нагромадження і обробки даних про події на нижньому рівні, параметри технологічних процесів і стану обладнання. Ці системи діють на межі між PAS- та MES-системами і надають системам рівня MOM оперативну інформацію у відповідному форматі, необхідну для планування, контролю та оперативного управління технологічними процесами [162].

Взаємодію MOMS із системами четвертого рівня можна організувати із застосуванням технології інтеграції прикладних програм підприємства EAI (англ. Enterprise Application Integration) [163, 164], застосовуючи для обміну даними формати даних та інтерфейси B2MML.

6.1.7. Концепція комплексної автоматизації управління виробничою компанією

Стандарти ANSI/ISA 95 та ANSI/ISA 88, разом із їхніми XML- розширеннями B2MML та BatchML, формують концептуальну основу, в рамках якої, застосовуючи сучасні комп'ютерні та інформаційно-комунікаційні-технології, можна вирішувати проблему автоматизації управління ГТС комплексно. Цей підхід, відомий як ТІА (Totally Integrated Automation) [165], означає, що задачі автоматизації різних рівнів управління, починаючи від окремих технологічних агрегатів, дільниць та цехів і закінчуючи органами управління корпорацією, розглядаються як взаємопов'язані. Виходячи із цього система автоматизації підприємства розглядається як цілісний програмно-технічний комплекс, який забезпечує автоматизацію функцій управління по всій вертикалі – від рівня керування технологічними процесами, аж до управління бізнес-процесами. Завдяки цьому природним чином досягається неперервність інформаційних потоків у обох напрямках цієї вертикалі, а також по горизонталях управління на кожному рівні. За такого підходу інформація передається у цифровій формі й автоматично перетворюється при переході з одного рівня управління на інший відповідно до потреб користувачів цього рівня.

Подібний підхід розвиває фірма SIEMENS [166]. Програмний продукт SIMATIC IT дозволяє реалізувати концепцію TIA згідно зі стандартом ISA-95. Основою SIMATIC IT є модуль SIMATIC IT Production Suite. Він містить середовище для моделювання виробництва SIMATIC IT Framework та набір базових компонентів для реалізації основних функцій автоматизації оперативного управління виробничою діяльністю згідно стандарту ISA-95: модуль для управління матеріалами, менеджер повідомлень, менеджер виробничих замовлень, менеджер персоналу, модуль управління відбором, нагромадженням та збереженням даних та набір засобів для їхньої обробки; модуль управління лабораторними дослідженнями, модуль управління специфікаціями продукту.

6.2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ УПРАВЛІННЯ БІЗНЕС ПРОЦЕСАМИ В ГТС

Як зазначалося раніше, ГТС можна розглядати як логістичну систему, до складу якої входять інженерно-виробничий комплекс, організаційна структура, виробничий персонал, матеріальні та фінансові ресурси. Визначальними для цієї системи є інформаційні та бізнес процеси на рівні стратегічного управління.

Інженерно-виробничий комплекс, у свою чергу, розглядаємо як термодинамічну систему, що складається із споруд ГТС та накопиченого в них газу. До споруд ГТС відносимо об'єкти лінійної частини та КС МГ, підземні пласти, шлейфово-колекторні системи та ДКС ПСГ.

Математичне моделювання фізичних процесів у спорудах ГТС (теплових, механічних, термомеханічних, виникнення та розвитку дефектів структури, утворення розривів суцільності, деградації матеріалу споруд тощо) необхідне для визначення допустимих навантажень на споруди зі сторони транспортованого флюїду, їхньої надійності, прогнозування поведінки за різних умов експлуатації та дії зовнішніх чинників, контролю цілісності технологічних об'єктів тощо.

Математичне моделювання процесів у газі ГТС необхідне для управління поточкорозподілом у МГ, контролю цілісності технологічних об'єктів лінійної частини МГ, зведення балансу маси газу, розрахунку вільних потужностей ГТС, управління процесами нагнітання та відбору газу в ПСГ тощо.

Отже, для побудови архітектури і визначення функцій бізнес логіки систем автоматизації управління ГТС необхідні моделі для управління бізнес процесами транспортування і зберігання газу на стратегічному і оперативному рівнях, а також математичні моделі, які описують фізичні процеси в спорудах і газі ГТС.

У цьому підрозділі, використовуючи понятійний апарат теорії множин і теорії графів, введемо формалізовані моделі для опису бізнес процесів транспортування газу і зберігання газу, а також фізичних процесів у спорудах і газі ГТС.

6.2.1. Модель ГТС для управління транспортуванням газу

Розглянемо спочатку модель для управління бізнес процесом транспортування газу. Представимо ГТС як дводольний граф

$$\mathcal{G}_B = (\mathcal{W}, \mathcal{O}), \quad (6.1)$$

що пов'язує множини входів $\mathcal{W} = \{W_1, W_2, \dots, W_{n_w}\}$ та виходів $\mathcal{O} = \{O_1, O_2, \dots, O_{n_o}\}$, де $n_w, n_o \in \mathbf{N}$. Цю систему можна розглядати як дводольний орієнтований граф:

$$\mathcal{G}_B = (\mathcal{N}_{\text{ext}}, \mathcal{L}_{\text{ext}}), \quad (6.2)$$

де $\mathcal{N}_{\text{ext}} = \mathcal{W} \cup \mathcal{O}$ — множина зовнішніх вузлів ГТС, \mathcal{L}_{ext} — множина зв'язків (дуг) між входами \mathcal{W} та виходами \mathcal{O} ГТС (рис. 6.4).

Дугу $L_{ij} \in \mathcal{L}_{\text{ext}}$, $i = 1, \dots, n_w$, $j = 1, \dots, n_o$, між входом W_i та виходом $O_j \in \mathcal{O}$ утворює деяка множину ребер $L_{ij} = \{L_{ij}^1, L_{ij}^2, \dots, L_{ij}^{n_{L_{ij}}}\}$, які пов'язують ці два зовнішні вузли. Тут $n_{L_{ij}}$ — кількість таких ребер. Кожне ребро L_{ij}^k , $k = 1, 2, \dots, n_{L_{ij}}$ являє собою один із шляхів повної мережі ГТС, які пов'язують вхід W_i та вихід O_j ГТС. На рис. 6.5. на зображені мережі гіпотетичної ГТС товстими лініями відзначена підмережа, яка пов'язує лише два зовнішні вузли – W_3 і O_1 . Множина шляхів цієї підмережі, що пов'язують її вхід W_3 і вихід O_1 , утворює множину ребер L_{31} . Кожному зовнішньому вузлу $W, O \in \mathcal{N}_{\text{ext}}$ та кожному ребру $L_{ij}^k \in L_{ij} \forall L_{ij} \in \mathcal{L}_{\text{ext}}$ поставимо у відповідність деякі сукупності \mathcal{P}_W , \mathcal{P}_O та $\mathcal{P}_{L_{ij}^k}$ параметрів стану цих елементів. Вважатимемо, що множини параметрів для усіх входів $\mathcal{P}_{\mathcal{W}} = \{\mathcal{P}_W, \forall W \in \mathcal{W}\}$, усіх виходів $\mathcal{P}_{\mathcal{O}} = \{\mathcal{P}_O, \forall O \in \mathcal{O}\}$ та усіх дуг $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \left\{ \left\{ \mathcal{P}_{L_{ij}^k}, \forall k = 1, \dots, n_{L_{ij}} \right\}, \forall L_{ij} \in \mathcal{L}_{\text{ext}} \right\}$ містять інформацію, необхідну для управління ГТС на рівні бізнес-процесів.

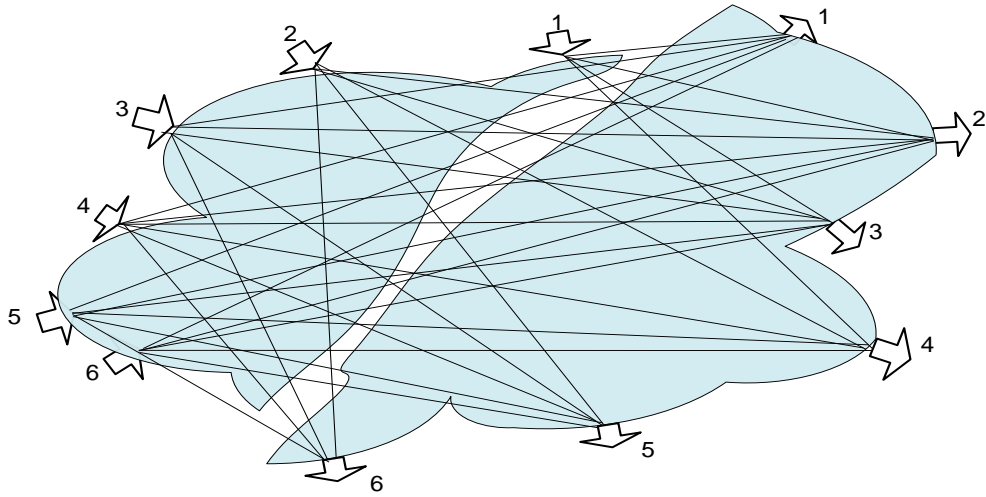


Рисунок 6.4. Двобічний граф моделі ГТС

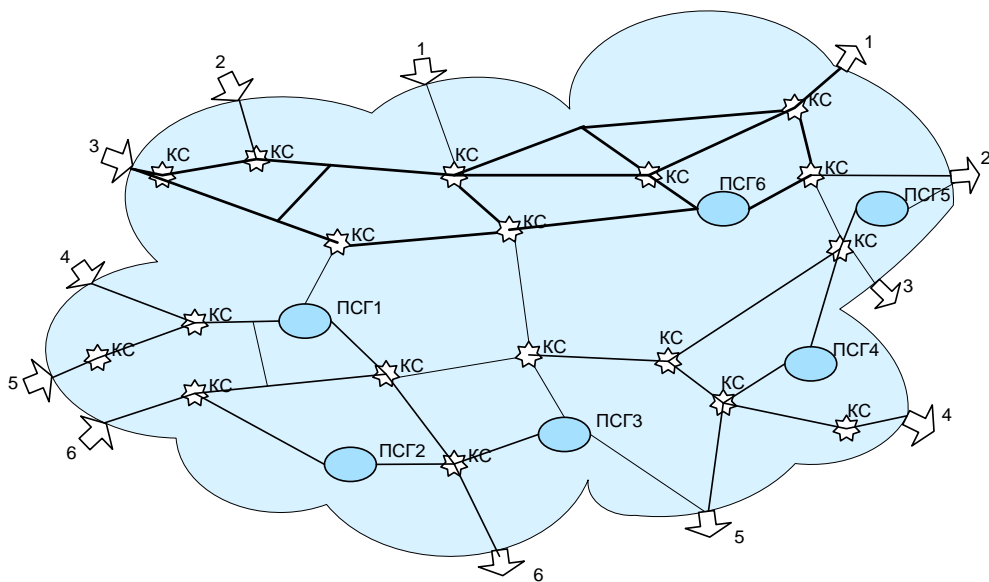


Рисунок 6.5. Сегмент мережі МГ, який відповідає дузі L_{31}

Множини \mathcal{P}_W і \mathcal{P}_O включають, зокрема, значення пропускної здатності відповідних входів $W \in \mathcal{W}$ і виходів $W \in \mathcal{W}$, графік вільної потужності, доступної на цих вузлах, вартість ресурсів, які необхідні для прокачування газу через них тощо.

Множини $\mathcal{P}_{L_{ij}^k}$ містять інформацію про трасу і профіль висот трубопроводів, які відповідають ребру L_{ij}^k , що з'єднує вхід W_i з виходом W_j , значення допустимих тисків у трубопроводах вздовж цього ребра, графік доступної потужності для транспортування газу трубопроводами вздовж L_{ij}^k тощо, затрати ресурсів, необхідні для реалізації замовлення.

Кожному ребру L_{ij}^k відповідає набір трьох множин $\mathcal{P}_{ij}^k = (\mathcal{P}_{W_i}, \mathcal{P}_{O_i}, \mathcal{P}_{L_{ij}^k})$: $L_{ij}^k \rightarrow \mathcal{P}_{ij}^k$. Вважатимемо набір \mathcal{P}_{ij}^k повним, якщо множина параметрів

$$\mathcal{P}_{ij}^k = \mathcal{P}_{W_i} \cup \mathcal{P}_{O_i} \cup \mathcal{P}_{L_{ij}^k}, \quad (6.3)$$

які він містить, є достатня для розрахунку з використанням функцій бізнес логіки рівня ERP множини параметрів \mathcal{Val}_{ij}^k , необхідних для кількісної оцінки ефективності транспортування заданої маси M газу за заданий проміжок часу Δt зі входу W_i на вихід O_j трубопроводами, яким відповідає ребро L_{ij}^k :

$$\mathcal{Val}_{ij}^k = \mathcal{B}\mathcal{L}_{IV}(\mathcal{P}_{ij}^k). \quad (6.4)$$

Множина \mathcal{Val}_{ij}^k містить, зокрема, два невід'ємні дійсні параметри: $Cost_{ij}^k$ – питома собівартість транспортування газу з входу W_i на вихід O_j трубопроводом, якому відповідає ребро L_{ij}^k , та $Risk_{ij}^k$ – рівень ризику невиконання замовлення, який виникає за такого транспортування:

$$\mathcal{Val}_{ij}^k = (Cost_{ij}^k, Risk_{ij}^k). \quad (6.5)$$

Якщо рівняння (6.4) виконується для $\forall L_{ij} \in \mathcal{L}_{ext}$, то множина

$$\mathcal{P}_B = \mathcal{P}_W \cup \mathcal{P}_O \cup \mathcal{P}_E \quad (6.6)$$

містить усі дані, необхідні для розрахунку множин параметрів:

$$\mathcal{Val} = \left\{ \left\{ \mathcal{Val}_{ij}^k, \forall k = 1, \dots, n_{L_{ij}} \right\}, \forall L_{ij} \in \mathcal{L}_{\text{ext}} \right\}, \quad (6.7)$$

що подамо у вигляді

$$\mathcal{Val} = \mathcal{BL}_{\text{IV}}(\mathcal{P}_B). \quad (6.8)$$

Пару

$$\mathcal{M}_B = (\mathcal{G}_B, \mathcal{P}_B) \quad (6.9)$$

називатимемо математичною моделлю ГТС для управління бізнес процесом транспортування газу.

Модель $\mathcal{G}_B \in \mathcal{M}_B$ є надбудовою над детальною структурною моделлю актуальної конфігурації ГТМ. Вона приховує внутрішню структуру ГТС, зберігаючи лише її зовнішні вузли – входи і виходи. Проте, \mathcal{M}_B містить інформацію у вигляді множини параметрів \mathcal{P}_B , на основі якої, використовуючи функції бізнес логіки ERP рівня, можна отримати кількісну інформацію, необхідну для прийняття рішення щодо ефективності застосування ГТС для реалізації заданих замовлень.

Модель динамічно змінюється, оскільки змінюється як конфігурація мережі МГ, над якою вона надбудована, так і визначальні параметри \mathcal{P}_B , оскільки завантаженість мережі МГ постійно змінюється. Тому модель \mathcal{M}_B розраховується для заданих часових періодів.

Множину $\mathcal{L}_{\text{ext}} \subset \mathcal{G}_B$ можна розрахувати в рамках математичної моделі для управління конфігурацією ГТС, яку реалізує бізнес логіка рівня МОМ. Вона відображає повну структуру ГТС у вигляді графа, у якому враховані усі її технологічні об'єкти, які впливають на динаміку руху газу в МГ. Тож, використовуючи методи теорії графів, можна розрахувати усі шляхи L_{ij}^k , які пов'язують пари (W_i, O_j) для усіх $W_i \in \mathcal{W}$ та $O_j \in \mathcal{O}$.

Параметри $\mathcal{P}_{ij}^k \subset \mathcal{P}_{\mathcal{L}} \subset \mathcal{P}_B$ розраховуються для кожного $L_{ij}^k \in \mathcal{L}_{ij} \subset \mathcal{L}_{\text{ext}}$ в рамках математичної моделі для управління газовими потоками в ГТС, яка реалізована в

бізнес логіці рівня MOM. Ця модель містить взаємозв'язані рівняння перенесення маси імпульсу та енергії нестационарними газовими потоками в МГ. Як показано в розділах 2 та 3, формулюючи в рамках цієї моделі початково-крайові задачі можна розрахувати для будь-якого сегмента мережі параметри, які входять до складу множини \mathcal{P}_B , такі як графік доступної потужності для транспортування газу, затрати ресурсів, необхідні для реалізації замовлення тощо.

Решта параметрів стану, які входять до складу множини \mathcal{P}_B , можна отримати із геоінформаційної системи, а також із сховищ і баз даних рівня MOM, використовуючи функції бізнес логіки третього рівня. Таким чином, модель \mathcal{M}_B можна розрахувати за допомогою функцій третього рівня для будь-якого замовлення на транспортування газу. Множина визначальних параметрів замовлення \mathcal{P}_{tr} містить у своєму складі множини входів \mathcal{W} та виходів \mathcal{O} . Тоді, визначивши із використанням відповідної функції бізнес логіки $\mathcal{BL}_{III}(\cdot)$ актуальну конфігурацію C мережі МГ, обчислимо складові \mathcal{G}_B та \mathcal{P}_B моделі \mathcal{M}_B . Подамо це у вигляді

$$\mathcal{M}_B = \mathcal{BL}_{III}(\mathcal{P}_{tr}, C). \quad (6.11)$$

Розглянемо приклад застосування моделі \mathcal{M}_B для управління бізнес процесом транспортування газу.

Нехай задано замовлення \mathcal{I}_r на транспортування газу. Множина його визначальних параметрів \mathcal{P}_{tr} встановлює множини входів \mathcal{W} для відбору газу і виходів \mathcal{O} для постачання газу, графіки відбору газу $Q_i(t), t \in [t_{1i}, t_{2i}]$ для кожного входу $W_i \in \mathcal{W}$ та постачання $Q_j(t), t \in [t_{3j}, t_{4j}]$ для кожного виходу $O_j \in \mathcal{O}$. За формулою (6.2.) обчислимо Val_{ij}^k для усіх $k = 1, \dots, n_{L_{ij}}$, із врахуванням (6.3) отримаємо множини

$$\begin{aligned} Val_{ij} &= \left\{ Val_{ij}^k, k = 1, \dots, n_{L_{ij}} \right\}, \\ Cost_{ij} &= \left\{ Cost_{ij}^k, k = 1, \dots, n_{L_{ij}} \right\}, \quad Risk_{ij} = \left\{ Risk_{ij}^k, k = 1, \dots, n_{L_{ij}} \right\} \end{aligned} \quad (6.12)$$

Порівнюючи множини $Val_{ij}^k \in Val_{ij}$ для різних k між собою за значеннями

$Risk_{ij}^k$, сформуємо підмножину $Val_{ij}|_{Risk \leq r}$ множини Val_{ij} , яка містить лише такі елементи Val_{ij}^m множини Val_{ij} , для яких рівень ризику $Risk_{ij}^m$ не перевищує деякої заданої додатної величини r :

$$Val_{ij}|_{Risk \leq r} = \left\{ Val_{ij}^m : (Val_{ij}^m \in Val_{ij}) \wedge (Val_{ij}^m \leftarrow Risk_{ij}^m \leq r) \right\}. \quad (6.13)$$

Множині (6.9) відповідає підмножина $\mathcal{L}_{ij}|_{Risk \leq r}$ ребер дуги \mathcal{L} , на яких значення параметра $Risk_{ij}^m$ не перевищує заданого значення r , та множина значень собівартості, обчисленої на цих ребрах

$$\mathcal{L}_{ij}|_{Risk \leq r} = \left\{ L_{ij}^m : (L_{ij}^m \in \mathcal{L}_{ij}) \wedge (L_{ij}^m \leftarrow Risk_{ij}^m \leq r) \right\}. \quad (6.14)$$

Виходячи із (6.12) отримаємо відповідну числову множину для собівартості транспортування газу із входу ГТС W_i на її вихід O_j з ризиком, що не перевищує значення r

$$Cost_{ij}|_{Risk \leq r} = \left\{ Cost_{ij}^m : Cost_{ij}^m \in Val_{ij}^k, \forall Val_{ij}^k \in Val_{ij}|_{Risk \leq r} \right\}. \quad (6.15)$$

Оптимальний за собівартістю та заданим рівнем ризику шлях $L_{ij}^{\text{opt}} = L_{ij}^l \in \mathcal{L}_{ij}$ транспортування газу з входу W_i на вихід O_j визначимо, вибираючи у множині елемент L_{ij}^l , якому відповідає мінімальне в множині $Cost_{ij}|_{Risk \leq r}$ значення вартості $Cost_{ij}^l$ з мінімальним значенням:

$$Cost_{ij}^{\text{opt}} = Cost_{ij}^l = \min_m \left\{ Cost_{ij}^m, \forall m = 1, \dots, n_{ij}^r \right\} \quad (6.16)$$

Провівши такі обчислення для усіх пар $(W_i, O_j) \in (\mathcal{W}, \mathcal{O})$, збудуємо множину

$$\mathcal{L}_{\text{ext}}^{\text{opt}} = \left\{ L_{ij}^{\text{opt}}, \forall W_i \in \mathcal{W}, \forall O_j \in \mathcal{O} \right\} \quad (6.17)$$

ребер які з'єднують входи \mathcal{W} з виходами \mathcal{O} сегмента мережі МГ вибраного для виконання замовлення.

З урахуванням цього представимо модель конфігурації сегмента мережі, задіяного у виконанні замовлення $\mathcal{F}r$, у вигляді графа, утвореного зовнішніми

вузлами та ребрами $\mathcal{L}_{\text{ext}}^{\text{opt}}$

$$\mathcal{G}_{\mathcal{I}r} = (\mathcal{N}_{\text{ext}}, \mathcal{L}_{\text{ext}}^{\text{opt}}) \quad (6.18)$$

Модель $\mathcal{G}_{\mathcal{I}r}$ обчислюється на рівні MOM:

$$\mathcal{G}_{\mathcal{I}r} = \mathcal{BL}_{\text{III}}(\mathcal{P}_{\mathcal{I}r}, C). \quad (6.19)$$

і передається на ERP рівень потоком $\mathcal{J}_{\text{III-IV}}$. Для цього використовуються множина визначальних параметрів $\mathcal{P}_{\mathcal{I}r}$ замовлення $\mathcal{I}r$ на транспортування газу та модель конфігурації C мережі МГ.

Цей потік передає на четвертий рівень й іншу інформацію, зміст якої розкритий в підпункті «Зміст інформаційних потоків між рівнями MOM та ERP для продукту «транспортування газу»». На основі отриманих даних, використовуючи модель $\mathcal{G}_{\mathcal{I}r}$ та іншу інформацію, яка надходить на рівень ERP з потоком $\mathcal{J}_{\text{III-IV}}$, бізнес логіка $\mathcal{BL}_{\text{IV}}(\)$ четвертого рівня обчислює інформацію $\mathcal{B}_{\mathcal{I}r} \subset \mathcal{B}_{\text{IV}}$:

$$\mathcal{B}_{\mathcal{I}r} = \mathcal{BL}_{\text{IV}}(\mathcal{P}_{\mathcal{I}r}, \mathcal{G}_{\mathcal{I}r}, \mathcal{I}a_{\text{IV}}), \quad (6.20)$$

яка необхідна суб'єктам і процесам четвертого рівня, для управління виконанням замовлення $\mathcal{I}r$, і відображає її згідно із їхніми потребами.

. Модель ГТС для управління зберіганням газу

Для опису процесів зберігання газу розглядаємо три множини об'єктів, а саме – множини входів \mathcal{W} , виходів \mathcal{O} і ПСГ \mathcal{S} . Кожне сховище $S \in \mathcal{S}$, як і входи та виходи ГТС, характеризується певним набором визначальних параметрів \mathcal{P}_S , які містять інформацію, необхідну для управління бізнес процесами під час зберігання газу. Це такі параметри як потужності, доступні на поточний момент часу, характеристики пікових режимів сховища, питомі собівартості закачування газу в пласт із магістралі, його зберігання та підняття з пласта і подачі у магістраль.

Як зазначалося раніше, процес виконання замовлення на зберігання газу $\mathcal{S}t$, можна розглядати як сукупність двох транспортних процесів $\mathcal{I}r_{\text{in}}$ і $\mathcal{I}r_{\text{out}}$ та процесів закачування газу із магістралі у пласт $\mathcal{S}r_{\text{in}}$, його зберігання $\mathcal{S}r_{\text{st}}$ і газу відбору з пласта

$\mathcal{S}r_{out}$:

$$\mathcal{S}t = (\mathcal{I}r_{in}, \mathcal{I}r_{out}, \mathcal{S}r_{in}, \mathcal{S}r_{st}, \mathcal{S}r_{out}). \quad (6.21)$$

Процес $\mathcal{I}r_{in}$ відповідає за відбір газу із заданих входів і його транспортування до ПСГ; процес $\mathcal{S}r_{in}$ – за відбір визначеного обсягу газу із магістралі і закачування його у пласти, процес $\mathcal{S}r_{st}$ – за зберігання газу впродовж визначеного проміжку часу; процес $\mathcal{S}r_{out}$ – за підйом газу із пластів і подачу його у магістраль, а транспортний процес $\mathcal{I}r_{out}$ забезпечує доставку газу на задані виходи ГТС.

Кожен процес $\mathcal{I}r_{in}, \mathcal{I}r_{out}, \mathcal{S}r_{in}, \mathcal{S}r_{st}$ та $\mathcal{S}r_{out}$ характеризується певним набором визначальних параметрів: $\mathcal{P}tr_{in}, \mathcal{P}tr_{out}, \mathcal{P}sr_{in}, \mathcal{P}sr_{st}$ та $\mathcal{P}sr_{out}$ відповідно. Їхня сукупність утворює множину визначальних параметрів $\mathcal{P}st$ процесу зберігання газу:

$$\mathcal{P}st = \mathcal{I}r_{in} \cup \mathcal{I}r_{out} \cup \mathcal{S}r_{in} \cup \mathcal{S}r_{st} \cup \mathcal{P}sr_{out}. \quad (6.22)$$

Для опису процесів $\mathcal{I}r_{in}$ і $\mathcal{I}r_{out}$ використовуємо дводольні графи \mathcal{G}_B^{in} та \mathcal{G}_B^{out} . Перший пов'язує входи ГТС $W \in \mathcal{W}$ з ПСГ $S \in \mathcal{S}$, а другий – ГТС $W \in \mathcal{W}$ з виходами $O \in \mathcal{O}$ ГТС (рис. 6.6):

$$\mathcal{G}_B^{in} = (\mathcal{W}, \mathcal{S}), \quad \mathcal{G}_B^{out} = (\mathcal{S}, \mathcal{O}). \quad (6.23)$$

Вводячи множини $\mathcal{N}_{in} = \mathcal{W} \cup \mathcal{S}$ та $\mathcal{N}_{out} = \mathcal{S} \cup \mathcal{O}$ подамо графи (6.23) як

$$\mathcal{G}_B^{in} = (\mathcal{N}_{in}, \mathcal{L}_{in}), \quad \mathcal{G}_B^{out} = (\mathcal{N}_{out}, \mathcal{L}_{out}), \quad (6.24)$$

де \mathcal{L}_{in} – множина дуг, які пов'язують входи ГТС із ПСГ, \mathcal{L}_{out} – множина дуг, які пов'язують ПСГ із виходами ГТС.

Кожна дуга $\mathcal{L}_{ij}^{in} \in \mathcal{L}_{in}$, яка пов'язує i -тий вхід з j -тим ПСГ у графі \mathcal{G}_B^{in} , є множиною ребер $\mathcal{L}_{ij}^{in} = \{L_{ij}^1, L_{ij}^2, \dots, L_{ij}^{n_{ij}^{in}}\}$, де n_{ij}^{in} – кількість ребер, які утворюють дугу \mathcal{L}_{ij}^{in} . Так само кожна дуга $\mathcal{L}_{ij}^{out} \in \mathcal{L}_{out}$, яка пов'язує i -тий ПСГ з j -тим виходом у графі \mathcal{G}_B^{in} , є множиною ребер $\mathcal{L}_{ij}^{out} = \{L_{ij}^1, L_{ij}^2, \dots, L_{ij}^{n_{ij}^{out}}\}$, де n_{ij}^{out} – кількість ребер, які утворюють дугу \mathcal{L}_{ij}^{out} .

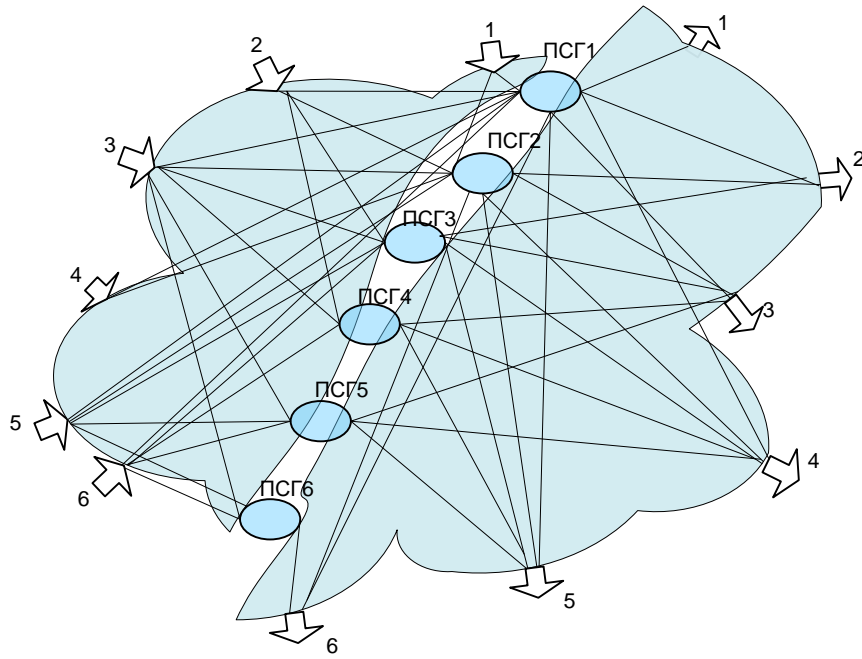


Рисунок 6.6. Графи \mathcal{G}_B^{in} та \mathcal{G}_B^{out}

Процеси $\mathcal{I}r_{in}, \mathcal{I}r_{out}, \mathcal{S}r_{in}, \mathcal{S}r_{st}$ та $\mathcal{S}r_{out}$ реалізують згідно із їхніми графіками, які узгоджуються між собою.

Замовник процесу «зберігання газу» визначає множини входів $\mathcal{W}_{\mathcal{S}t} \subset \mathcal{W}$ для відбору газу та виходів $\mathcal{O}_{\mathcal{S}t} \subset \mathcal{O}$ для його постачання, а також графіки відбору $Sch_{\mathcal{W}}(t) \forall W \in \mathcal{W}_{\mathcal{S}t}$ газу із визначених входів $\mathcal{W}_{\mathcal{S}t}$ та графіки постачання $Sch_{\mathcal{O}}(t) \forall O \in \mathcal{O}_{\mathcal{S}t}$ газу на усі визначені виходи $\mathcal{O}_{\mathcal{S}t}$. Бізнес логіка систем автоматизації IV рівня обчислює за цими даними усі визначальні параметри замовлення $\mathcal{P}_{\mathcal{S}t}$, зокрема: множину сховищ для зберігання газу за замовленням $\mathcal{S}_{\mathcal{S}t} \subset \mathcal{S}$, графіки відбору $Sch_{\mathcal{W}}(t) \forall W \in \mathcal{W}_{\mathcal{S}t}$ газу із виходів $\mathcal{W}_{\mathcal{S}t}$ та графіки його постачання $Sch_{\mathcal{O}}(t) \forall O \in \mathcal{O}_{\mathcal{S}t}$ на входи, графіки відбору газу із магістралей та його закачування до підземних пластів цих сховищ $Sch_{\mathcal{S}}^{in}(t) \forall S \in \mathcal{S}_{\mathcal{S}t}$, та $Sch_{\mathcal{O}}(t) \forall O \in \mathcal{O}_{\mathcal{S}t}$ відбору з пластів сховищ і постачання до магістралей, а також вартісні показники замовлення, оцінки ризиків тощо

$$\mathcal{P}_{\mathcal{S}t} = \mathcal{BL}_{IV}(\mathcal{W}_{\mathcal{S}t}, \mathcal{O}_{\mathcal{S}t}, Sch_{\mathcal{W}}(t) \forall W \in \mathcal{W}_{\mathcal{S}t}, Sch_{\mathcal{O}}(t) \forall O \in \mathcal{O}_{\mathcal{S}t}) \quad (6.17)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{S}t} = \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{S}_{\mathcal{S}t}, Sch_{\mathcal{W}}(t) \forall W \in \mathcal{W}_{\mathcal{S}t}, Sch_{\mathcal{O}}(t) \forall O \in \mathcal{O}_{\mathcal{S}t}, Sch_{\mathcal{S}}^{in}(t) \forall S \in \mathcal{S}_{\mathcal{S}t}, \\ Sch_{\mathcal{O}}(t) \forall O \in \mathcal{O}_{\mathcal{S}t}, Val_{\mathcal{S}t}, Risk_{\mathcal{S}t}, \dots \end{array} \right\}.$$

6.3. МОДЕЛЬ ГТС ЯК ТЕРМОДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ

В рамках моделі \mathcal{M}_B неможливо оптимізувати затрати на транспортування газу, оцінювати вплив системи на довкілля, як і зворотній вплив, враховувати вплив режимів транспортування на технічний стан споруд тощо. Для цього слід взяти до розгляду фізичні процеси, які протікають у системі під час її експлуатації.

Розглянемо ГТС як відкриту термодинамічну систему, що складається із споруд ГТС і накопиченого в них газу. Щоб мати можливість формулювати та досліджувати в рамках цієї моделі взаємозв'язані фізичні та фізико-хімічні процеси, які протікають у спорудах та газі під час експлуатації ГТС, деталізуємо ці складові.

Споруди ГТС – це трубопроводи, запірно-регулювальна апаратура, компресорні станції, ПСГ тощо. Залежно від їхніх розмірів, усі ці об'єкти поділяються на дві групи — вузлові та лінійні елементи. Схема з'єднання усіх споруд

ГТС у цілісну мережу визначає модель конфігурації \mathcal{G}_C , яку можна подати у вигляді графа $\mathcal{G}_C = (\mathcal{N}, \mathcal{F})$, де \mathcal{N} — множина вузлових елементів, \mathcal{F} — множина трубопроводів [68,69]. Елементи кожної із множин \mathcal{N} та \mathcal{F} поділяються на категорії, залежно від призначення, технічних параметрів тощо: $\mathcal{N} = \bigcup_{K=1}^{n_{\mathcal{N}}} \mathcal{N}^K$, $\mathcal{F} = \bigcup_{L=1}^{n_{\mathcal{F}}} \mathcal{F}^L$, де $n_{\mathcal{N}}$ та $n_{\mathcal{F}}$ — кількості категорій вузлових та лінійних елементів, $\mathcal{N}^K = \{N_1^K, N_2^K, \dots, N_{n_K}^K\}$ — множина вузлових елементів категорії $K \in \{1, 2, \dots, n_{\mathcal{N}}\}$, $\mathcal{F}^L = \{T_1^L, T_2^L, \dots, T_{n_L}^L\}$ — множина трубопроводів категорії $L \in \{1, 2, \dots, n_{\mathcal{F}}\}$.

Множина вузлів \mathcal{N}_{ext} графа \mathcal{G}_B є підмножиною вузлів бізнес-моделі ГТС \mathcal{G}_B : $\mathcal{N}_{\text{ext}} \subset \mathcal{N}$, а множина ребер \mathcal{L} цього графа — множини шляхів графа \mathcal{G}_C , які пов'язують його входи із виходами.

Для моделювання фізичних процесів у спорудах ГТС та опису еволюції їхнього стану поставимо у відповідність будь-якому елементові $N \in \mathcal{N}$ та $T \in \mathcal{F}$ математичну модель фізичних процесів, які в ньому протікають: $N \rightarrow \mathcal{P}_N$, $T \rightarrow \mathcal{P}_T$. Моделі \mathcal{P}_N та \mathcal{P}_T містять у собі рівняння та співвідношення, які описують протікання механічних, теплових, дифузійних електрофізичних, фізико-хімічних процесів у матеріалі споруд ГТС (металі елементів та у пористому середовищі ПСГ).

Ці рівняння враховують, технологічне призначення елемента, умови його експлуатації, геометрію, взаємодію із накопиченим в ньому газом та доквіллям, фізико-механічні й теплофізичні властивості матеріалу тощо. Позначимо як $\mathcal{P}_{\mathcal{N}}$ та $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}$ сукупності математичних моделей фізичних процесів у всіх вузлових та лінійних елементах моделі \mathcal{G}_C : $\mathcal{P}_{\mathcal{N}} = \{\mathcal{P}_{N_1}, \mathcal{P}_{N_2}, \dots, \mathcal{P}_{N_{n_{\mathcal{N}}}}\}$, $\mathcal{P}_{\mathcal{F}} = \{\mathcal{P}_{T_1}, \mathcal{P}_{T_2}, \dots, \mathcal{P}_{T_{n_{\mathcal{F}}}}\}$.

До моделей $\mathcal{P}_{\mathcal{N}}$ та $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}$ додамо сукупність співвідношень $\mathcal{P}_{\mathcal{C}}$, які визначають закони збереження маси імпульсу та енергії в процесах взаємодії споруд ГТС C з газом \mathcal{F} , який через них протікає, та доквіллям. Сукупність усіх трьох множин утворює математичну модель процесів у спорудах ГТС: $\mathcal{P}_C = \mathcal{P}_{\mathcal{N}} \cup \mathcal{P}_{\mathcal{F}} \cup \mathcal{P}_{\mathcal{C}}$, а модель споруд ГТС визначимо як $\mathcal{M}_C = (\mathcal{G}_C, \mathcal{P}_C)$.

Актуальний фізичний стан газу \mathcal{F} , накопиченого в спорудах ГТС, визначається просторовими розподілами густини, тиску, швидкості, температури, внутрішньої енергії та інших термодинамічних параметрів. Зміна стану газу визначається процесами перенесення маси, імпульсу та енергії газовим середовищем. Ці процеси протікають у областях внутрішніх порожнин споруд ГТС і описуються нелінійними диференціальними рівняннями газової динаміки, що залежать від просторових координат і часу. Беручи до уваги геометрію трубопроводу, можна знехтувати координатною залежністю газодинамічних параметрів у його поперечному перерізі, а враховувати лише їхню залежність від координати у напрямку осі труби і часової змінної. Для вузлових елементів у багатьох випадках можна не брати до уваги координатну залежність параметрів, а враховувати лише їхню залежність від часу. Ці наближення дозволяють спростити математичну модель транспортування газу до рівня, який забезпечує чисельне розв'язування нелінійних задач моделювання і оптимізації процесів транспортування газу ГТС у реальному часі з точністю розрахунку, достатньою для потреб автоматизації керування цими процесами.

Позначимо як \mathcal{P}_χ та \mathcal{P}_ε сукупності математичних моделей фізичних процесів, які визначають протікання газу через усі вузли та усі ребра графа конфігурації $\mathcal{G}_\mathcal{F}$:

$$\mathcal{P}_\chi = \{ \mathcal{P}_{\chi_1}, \mathcal{P}_{\chi_2}, \dots, \mathcal{P}_{\chi_{n_\chi}} \}, \quad \mathcal{P}_\varepsilon = \{ \mathcal{P}_{\varepsilon_1}, \mathcal{P}_{\varepsilon_2}, \dots, \mathcal{P}_{\varepsilon_{n_\varepsilon}} \},$$

а через $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}$ — множину співвідношень, які визначають закони збереження маси імпульсу та енергії в процесах взаємодії газу ГТС \mathcal{F} зі спорудами \mathcal{C} та доквіллям. Сукупність усіх трьох множин утворює математичну модель процесів у газі ГТС: $\mathcal{P}_\mathcal{C} = \mathcal{P}_\mathcal{N} \cup \mathcal{P}_\mathcal{F} \cup \mathcal{P}_{\mathcal{C}\mathcal{F}}$, а модель газу ГТС $\mathcal{M}_\mathcal{F}$ визначимо як $\mathcal{M}_\mathcal{F} = (\mathcal{G}_\mathcal{F}, \mathcal{P}_\mathcal{F})$.

З урахуванням цього термодинамічну модель ГТС \mathcal{M}_T розглядатимемо як сукупність моделей $\mathcal{M}_\mathcal{C}$ та $\mathcal{M}_\mathcal{F}$: $\mathcal{M}_T = (\mathcal{M}_\mathcal{C}, \mathcal{M}_\mathcal{F})$.

На рис. 6.7 показані математичні моделі і методи, які у сукупності формують модель ГТС як термодинамічної системи.



Рисунок 6.7. Складові термодинамічної моделі ГТС

6.4. МОДЕЛЮВАННЯ ФУНКЦІЙ УПРАВЛІННЯ ГТС

6.4.1. Моделі управління ГТС

Управління газотранспортною системою має на меті: гарантоване доставляння природного газу з входів системи на її виходи в заданих об'ємах згідно укладених контрактів на транспортування газу; гарантований відбір заданих об'ємів газу за визначеними графіками із визначених пунктів відбору, зберігання цих об'ємів впродовж визначених часових періодів і гарантоване їх доставляння за визначеними графіками у визначені пункти поставки згідно укладених контрактів на підземне зберігання газу; підтримання системи у технічному стані, який забезпечує гарантоване доставляння та зберігання природного газу та заданий рівень екологічної безпеки; отримання максимального прибутку від роботи ГТС.

Множину \mathcal{F} функцій управління ГТС розглядатимемо як сукупність функцій управління цими групами процесів: $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_I, \mathcal{F}_B, \mathcal{F}_T, \mathcal{F}_S, \mathcal{F}_C)$, де \mathcal{F}_I та \mathcal{F}_B – функції управління інформаційними та бізнес процесами, \mathcal{F}_T , \mathcal{F}_S та \mathcal{F}_C , функції управління транспортуванням газу, підземним зберіганням газу та експлуатацією споруд ГТС.

Управління інформаційними процесами має на меті підтримання інформаційної системи у стані, який забезпечує: відбір та нагромадження об'єктивних даних у обсягах, необхідних для надійного управління комерційними процесами, транспортуванням газу, підземним зберіганням газу та експлуатацією споруд ГТС; обмін інформацією між підсистемами ГТС, в реальному часі; оперативне надання інформаційних послуг користувачам усіх груп відповідно до їхніх потреб.

Реалізація цієї мети відбувається шляхом вибору належної структури інформаційної системи, її адаптування до актуальних потреб управління.

Управління бізнес процесами має на меті: досягнення максимальної економічної ефективності роботи ГТС; виконання зобов'язань перед постачальниками і споживачами природного газу; розвиток інфраструктури ГТС, відповідно до короткострокових і довгострокових прогнозів розвитку ринку газотранспортних послуг; мінімізацію екологічного та бізнес ризиків.

Управління транспортуванням та підземним зберіганням газу має на меті реалізацію режимів транспортування і зберігання, які забезпечують: виконання зобов'язань перед постачальниками і споживачами природного газу; мінімальні втрати газу та витрати паливно-енергетичних ресурсів; дотримання заданих рівнів інтенсивності зношування споруд ГТС; дотримання допустимих норм забруднення атмосферного та водного басейнів, ґрунтів і геологічних пластів; дотримання заданих рівнів технологічної і екологічної безпеки.

Реалізація цієї мети відбувається шляхом керування конфігурацією мережі, режимами роботи компресорних станцій та підземних сховищ газу, а також управлінням виробничим та інтелектуальним потенціалами, які є в розпорядженні диспетчерської служби та інших підрозділів.

Управління експлуатацією споруд ГТС має на меті утримання споруд ГТС у технічному стані, який забезпечує: виконання усіх функцій транспортування газу; високу ефективність функціонування споруд ГТС; заданий рівень екологічної безпеки. Реалізація цієї мети відбувається шляхом технічного обслуговування, реконструкції та модернізації споруд ГТС, спорудження нових трубопроводів, компресорних станцій та інших споруд, управлінням виробничим та інтелектуальним потенціалом, які є у розпорядженні служби експлуатації, ремонту та реконструкції тощо.

Для аналізу функцій управління ГТС, механізмів їх реалізації та зовнішніх чинників, які впливають на здійснення цих функцій застосовуємо методологію функційного моделювання IDEF0 [167]. За цим підходом будь-яка функція зображується блоком (прямокутником), що має множини входів (стрілки зліва) та виходів (стрілки справа). Стрілки знизу відповідають механізмам, які використовуються для реалізації функції, а стрілки зверху представляють зовнішні управління та обмеження.

6.4.2. IDEF0 модель функцій управління ГТС

На рис 6.8. показана діаграма IDEF0 нульового рівня для функції A0 –

«Управляти ГТС».

Входами блоку А0 є: I_1 – замовлення на транспортування газу, I_2 – замовлення на зберігання газу, I_3 – бізнес інформація середовища функціонування системи, та I_4 – інформація про актуальний стан системи. Виходами блоку є: O_1 – документи, O_2 – команди управління персоналом, O_3 – команди керування обладнанням, O_4 – інформація про актуальний стан системи. Механізмами реалізації функції управління ГТС є: M_1 – методи та засоби адміністративного менеджменту, M_2 – інтелектуальний та виробничий потенціали, M_3 – фінансові та матеріальні ресурси, M_4 – інформаційні ресурси, M_5 – методи та засоби автоматизації управління та керування технологічними процесами. Зовнішнє керування визначають: C_1 – державне та міжнародне законодавство, C_2 – закони та принципи ринкової економіки, C_3 – галузеві стандарти, технічні умови та вимоги.

Таким чином, система управління ГТС, базуючись на інформації про потреби постачальників і споживачів природного газу, а також про бізнес-середовище, в якому функціонує ГТС, та про її актуальний стан, продукує інформацію, необхідну для переведення ГТС в стан, який забезпечує задоволення потреб постачальників та споживачів природного газу та досягнення максимальної економічної вигоди. Ця інформація містить, зокрема, плани роботи усіх складових адміністративної та виробничої структур, які забезпечують їхнє функціонування у цьому стані впродовж заданого періоду часу. Система управління виробляє також команди управління персоналом і сигнали керування обладнанням, які забезпечують перебування ГТС в цьому стані впродовж усього періоду. Для цього вона використовує методи та засоби адміністративного менеджменту, інтелектуальний та виробничий потенціали, фінансові, матеріальні та інформаційні ресурси, методи та засоби автоматизації управління, а також методи та засоби автоматизації технологічних процесів. Реалізуючи цю функцію система управління керується державним та міжнародним законодавством, законами та принципами ринкової економіки, галузевими стандартами, технічними умовами та вимогами.

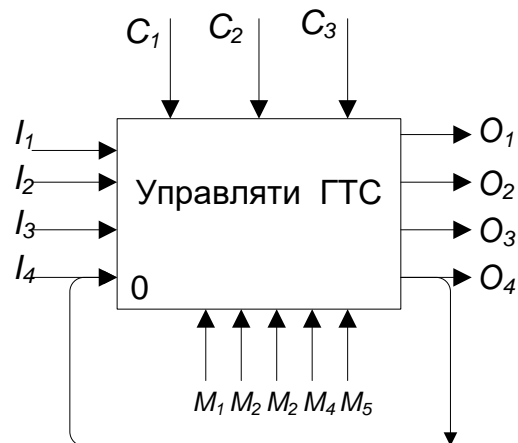


Рисунок 6.8. IDEF0 діаграма функції управління ГТС

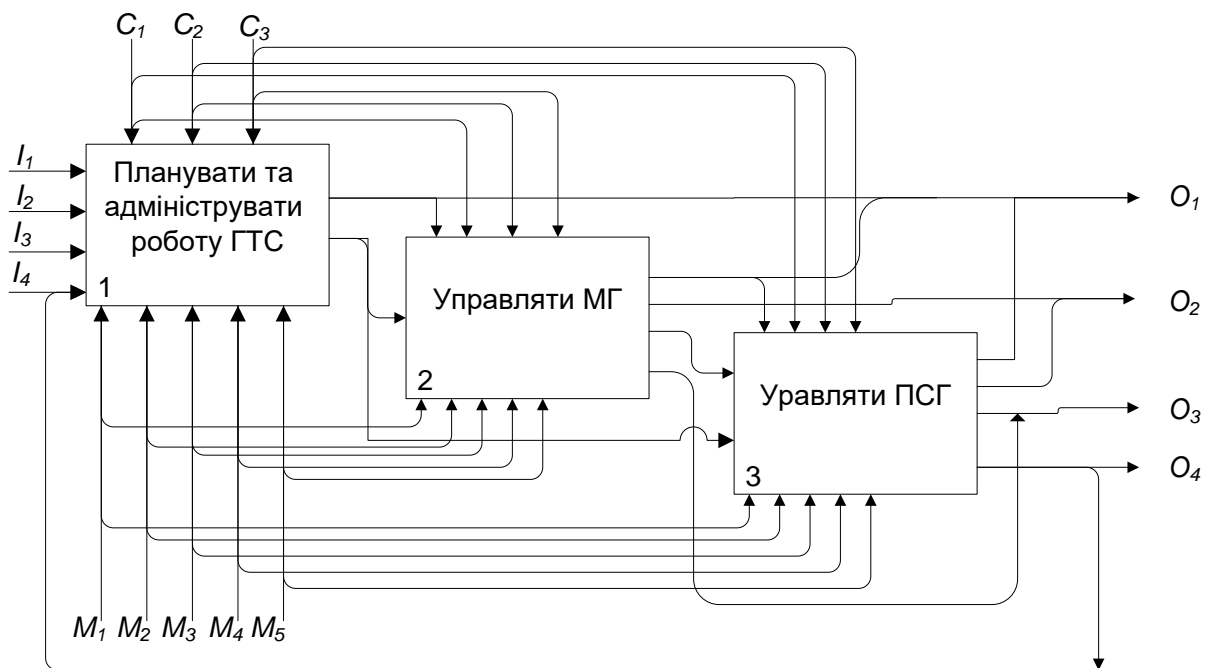


Рисунок 6.9. Декомпозиція функції А0 – «Управляти ГТС»

Блок 1 на діаграмі рис.6.9 реалізує функцію управління комерційними процесами, визначальними для виробничої діяльності усієї корпорації. Менеджмент цього рівня має на меті перспективне планування виробництва, постачання, збут, управління модернізацією та розвитком виробництва тощо. Його процеси діють на часових відрізках тривалістю місяці, тижні, дні.

Цей блок формує інформацію у вигляді документів і даних (верхній вихід блоку) і передає їх блокам 2 та 3 як зовнішні обмеження та управління. Блок 1 формує також команди управління персоналом, які надходять на входи блоків 2 та 3 з нижнього його виходу. Блоки 2 та 3 видають на своїх виходах документи, команди управління персоналом та сигнали керування обладнанням.

На рис. 6.10 та 6.11 показні діаграми декомпозиції блоків 2 та 3 (рис.6.9), які реалізують функції A_2 – «Управляти МГ» та A_3 – «Управляти ПСГ».

На входи I_{21} та I_{31} блоків 2.1 та 3.1 функцій A_2 та A_3 відповідно надходять команди управління персоналом з блоку 1 функції A_0 . Стрілки зверху C_{21} та C_{31} в цих блоках зображають документи, вироблені блоком 1 функції A_0 , які регламентують роботу функцій A_2 та A_3 .

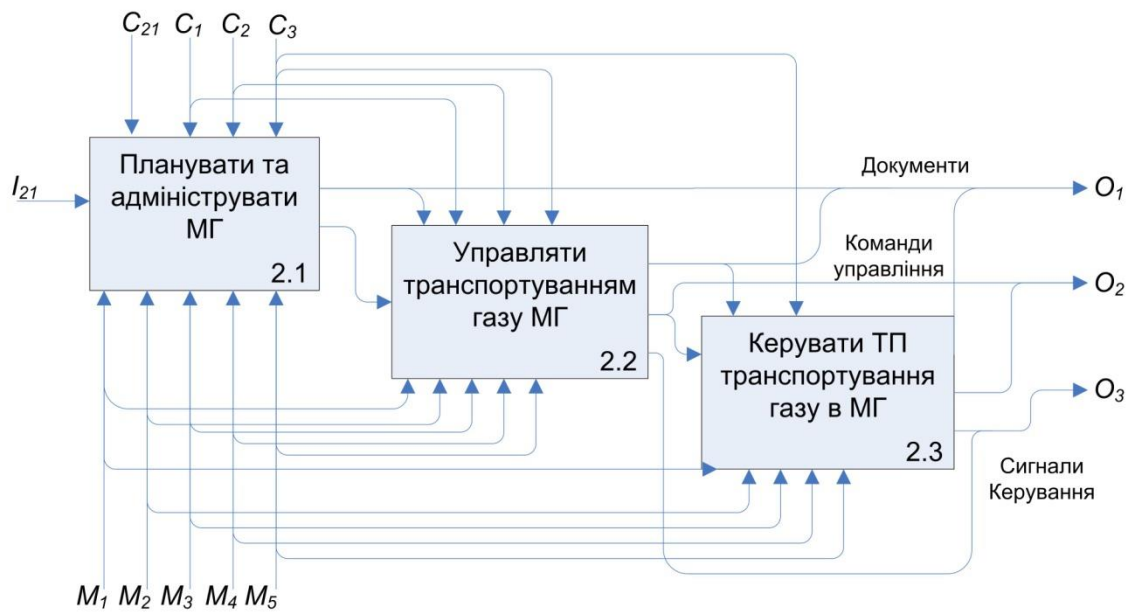


Рисунок 6.10. Декомпозиція функції А2 – «Управляти МГ»

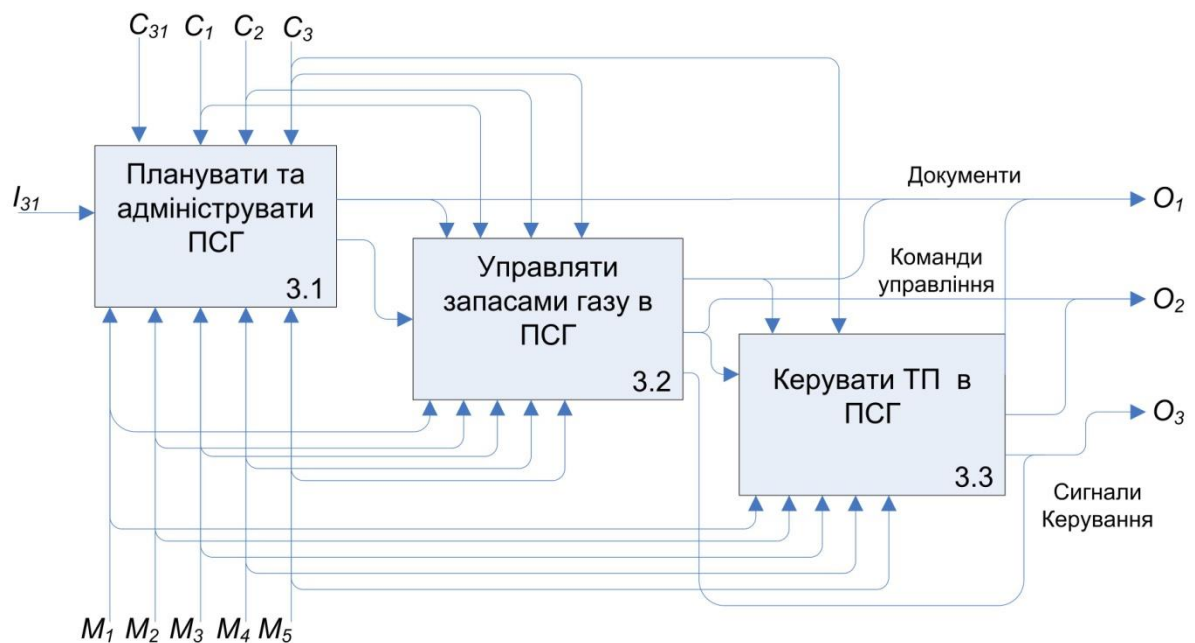


Рисунок 6.11. Декомпозиція функції А3 – «Управляти ПСГ»

6.5. ЗАСТОСУВАННЯ КОНЦЕПЦІЇ MES ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦІЇ УПРАВЛІННЯ ГТС УКРАЇНИ

Частина капіталовкладень, які здійснював АТ «Укртрансгаз» у розвиток інфраструктури ГТС, була використана для впровадження засобів автоматизації технологічних процесів, а також – для автоматизації управління бізнес-процесами. Оскільки, як зазначалося у розділі 1, автоматизація різних технологічних об'єктів і різних напрямків управління відбувалася без належної координації та із використанням апаратури й програмного забезпечення різних виробників, то на рівні PAS сформувалася інформаційна несумісність між засобами автоматизації різних технологічних об'єктів. Водночас, наявні засоби автоматизації управління рівня ERP не спроможні отримувати дані безпосередньо від об'єктів PAS-рівня. Це сильно знижує ефективність управління, оскільки як низхідні, так і висхідні інформаційні потоки на вертикалі «стратегічне управління – керування технологічними процесами» часто доводиться здійснювати у «ручному режимі».

Це типова ситуація, яку розглядали розробники методології MES. Запропоновані ними рішення дозволяють розв'язати цю проблему шляхом усунення інформаційної несумісності засобів автоматизації технологічних об'єктів і встановлення автоматизованого обміну даними на вертикалі «стратегічне управління – керування технологічними процесами». Ці функції реалізує MES як система оперативного управління, яка транслює інформацію з PAS на ERP рівень й у зворотному напрямі, діючи як посередник між цими рівнями управління.

Методологія MES ефективно застосовується для виробничих систем дискретного, серійного чи неперервного циклів. Проте, ГТС – це специфічна логістична система. Вона створює додаткову вартість, здійснюючи два основні типи виробничих процесів – транспортування та зберігання газу на замовлення клієнтів. Продуктами її виробничої діяльності вважатимемо: а) реалізовані замовлення на переміщення визначених мас (об'ємів) природного газу між визначеними пунктами відповідно із визначеним графіками відборів і постачання, б) реалізовані замовлення на зберігання визначених об'ємів природного газу впродовж визначених періодів.

Тож, існуючу методологію MES неможливо формально перенести, користуючись досвідом та практикою її застосування до класичних виробничих систем дискретного, серійного чи неперервного циклів.

Щоб застосовувати MES у газотранспортній системі необхідно визначити зміст інформаційних потоків, якими система оперативного управління обмінюється із системами управління сусідніх рівнів – PAS (знизу) та ERP (зверху), а також – зміст процесів, які діють на рівні MOM.

Логістика транспортування та зберігання газу

ГТС є специфічною логістичною системою. Вона створює додаткову вартість, реалізуючи два основні типи виробничих процесів – транспортування \mathcal{I}_r газу та зберігання \mathcal{S}_t газу. На рис. 6.12 показана схема потоків замовлень: стрілки позначають замовлення на транспортування, прямокутники – на зберігання газу.

Кожен процес транспортування \mathcal{I}_r і зберігання \mathcal{S}_t виконується на замовлення певного клієнта, має чітко визначені часові рамки і характеризується певним унікальним набором визначальних параметрів \mathcal{P}_{tr} і \mathcal{P}_{st} відповідно. Тож ГТС на рівні стратегічного управління можна розглядати як дискретне виробництво, продуктами якого є виконані замовлення з транспортування чи зберігання визначених мас (об'ємів) природного газу.

Особливістю роботи ГТС є те, що множини замовлень кожного типу утворюють неперервні потоки замовлень, так що у будь-який момент часу виконується деяка кількість замовлень на транспортування і зберігання. Як показано на рис. 6.12, у момент часу t виконується два процеси типу «транспортування» і три типу «зберігання». Потік замовлень на транспортування утворює неперервний потік газу в МГ. Для збереження функціональності кожне ПСГ в будь-який момент часу має містити певну кількість газу (так званий буферний газ). Збереження буферного газу можна розглядати як внутрішнє замовлення ГТС, яке виконується впродовж усього циклу життя ПСГ.

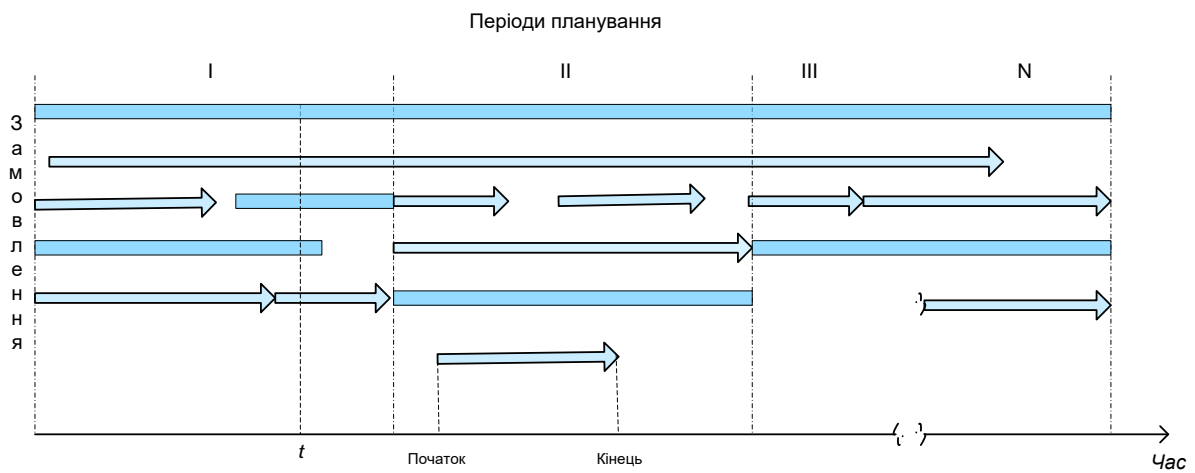


Рисунок 6.12. Схема потоків замовлень.

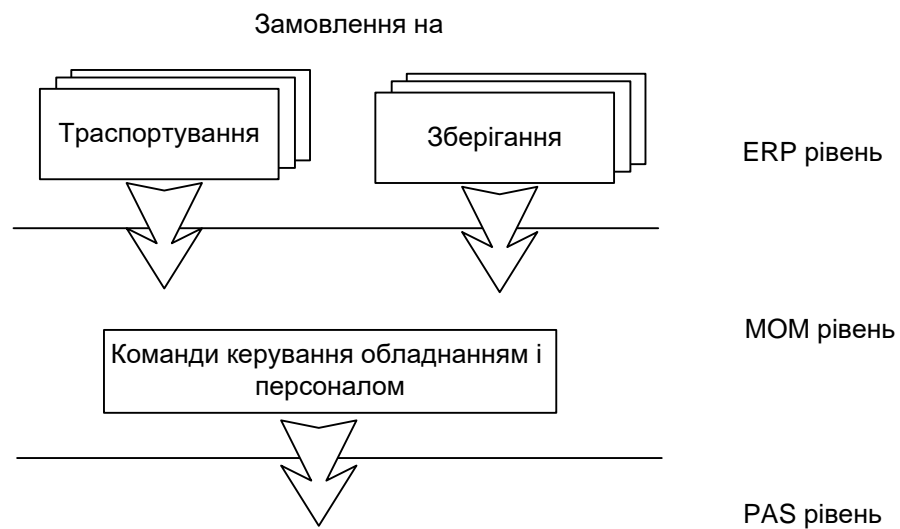


Рисунок 6.13. Схема проходження замовлень на транспортування і зберігання газу.

На рис. 6.13 показана схема проходження замовлень від ERP до PAS рівня. На четвертому рівні моделі PERA діють дискретні процеси – формування портфеля та планування замовлень, а також контроль їх виконання.

На третьому рівні дискретні процеси – управління замовленнями, контроль їх реалізації та якості виконання – перетворюються у неперервні процеси управління технологічним персоналом та керування обладнанням і програмним забезпеченням рівня PAS, які за допомогою виконавчих пристроїв першого рівня здійснюють керування параметрами фізичних процесів, які діють на нульовому рівні. Таким чином, на нульовому, першому та другому рівнях моделі PERA протікають неперервні фізичні, технологічні та інформаційні процеси.

«Транспортування газу» є продукт ГТС, який, крім моментів початку та завершення, характеризується визначальними параметрами: сегменти мереж МГ і ПСГ, які задіяні у виконанні замовлення, перелік входів для відбору газу за замовленням, графіки відбору газу по кожному входу, показники якості газу на входах у періоди відбору за замовленням (наприклад, тиск, густина, температура, компонентний склад, вологість тощо), перелік виходів для постачання газу за замовленням, графіки постачання газу по кожному виходу, показники якості газу на виходах впродовж періодів постачання. Названі параметри утворюють множину P_{tr} зовнішніх визначальних параметрів для продукту «транспортування газу». Крім них є ще й внутрішні параметри, які мають важливе значення для технології «виробництва продукту», оскільки впливають на його собівартість, але не мають значення для споживача (замовника послуги). Для цього типу продукту виділимо три внутрішніх визначальних параметри – розподіл потоків газу в сегменті мережі МГ, ресурси ПСГ, які задіяно для виконання замовлення, а також графіки потужностей компресорних станцій цього сегменту, необхідні для його виконання.

«Зберігання газу» є продукт ГТС, який як і транспортування, характеризується часовими рамками – початком і кінцем. Щоб реалізувати цей продукт необхідно доставити газ із визначених пунктів відбору (входів ГТС) до ПСГ, закачати його в робочі пласти, зберігати впродовж визначених періодів, підняти його з підземних пластів та доставити до визначених пунктів відбору (виходів).

Зовнішніми визначальними параметрами цього продукту є сукупність множин визначальних параметрів для двох транспортних процесів, а також сегменти мереж МГ і ПСГ, задіяні для виконання цього замовлення.

Перший транспортний процес має визначальні параметри: множина входів для відбору газу за замовленням, графіки відбору газу із входів, показники якості газу на входах в періоди відбору, перелік ПСГ для закачування газу, а другий – перелік ПСГ для відбору газу за замовленням, графіки відбору газу з ПСГ, множина виходів для постачання газу, графіки постачання газу по кожному виходу і показники якості по кожному виходу.

Для продукту «Зберігання газу» також розрізнятимемо зовнішні та внутрішні визначальні параметри. Зокрема, процеси, які відбуваються безпосередньо на ПСГ, віднесемо до внутрішніх, оскільки споживачу байдуже, в яких сховищах і як зберігається його газ. Для нього важливо лише дотримання графіків відбору та постачання газу й забезпечення визначених показників його якості. Множину визначальних параметрів продукту «зберігання газу» позначимо як P_{st} .

2. Модель управління ГТС в контексті моделі PERA

Управління ГТС охоплює п'ять функціональних напрямків – інформаційні процеси, бізнес-процеси, транспортування газу, підземне зберігання газу та експлуатація споруд ГТС. На рис. 6.14 подана схема, яка показує структуру управління на третьому і четвертому рівнях моделі PERA.

На четвертому рівні здійснюється стратегічне управління інформаційними і бізнес процесами у трьох напрямках, два з яких (управління транспортуванням газу і управління підземним зберіганням газу) є основні бізнес-процеси оператора ГТС, а третій (управління експлуатацією споруд ГТС) – забезпечувальний бізнес-процес.

Управління інформаційними процесами на цьому рівні спрямоване на перспективне планування розвитку інформаційної інфраструктури корпорації, визначення змісту інформаційних потоків стратегічного рівня, управління інформаційною безпекою тощо.



Рисунок 6.14. Структура управління ГТС на рівнях ERP та MOM

Управління бізнес процесами на рівні ERP передбачає, зокрема, формування стратегій розвитку бізнесу, фінансової політики, модернізації інфраструктури ГТС, кадрового потенціалу, розширення ринку послуг, а також управління персоналом у зоні відповідальності четвертого та третього рівнів, формування портфелів замовлень на транспортування і зберігання, перспективне планування роботи ГТС.

На рівні MOM діють три основні процеси оперативного управління – управління транспортування газу, управління підземним зберіганням газу та управління експлуатацією споруд ГТС. Кожен із цих процесів управління використовує специфічні для нього інформаційні та бізнес процеси.

В автоматизованій системі функції управління кожного рівня реалізує бізнес логіка відповідних комп'ютеризованих систем, які діють на цьому рівні: $BL_{II}()$ – на рівні PAS, $BL_{III}()$ – на рівні MOM і $BL_{IV}()$ – на рівні ERP.

Стандарт ANSI/ISA-95 розглядає чотири напрямки управління на рівні MOM: управління виробництвом продукту, управління якістю продукту, управління запасами та управління експлуатацією. У схемі рис. 6.14 управління якістю не виділено в окремий напрям, а здійснюється в межах процесів «транспортування газу» та «зберігання газу». Це пояснюється специфікою ГТС як логістичної системи і продуктів «транспортування газу» та «зберігання газу». Їхню якість визначають такі параметри: реалізований фактично графік відбору газу за замовленням із визначених пунктів, реалізований фактично графік поставок газу за замовленням, компонентний склад газу, доставленого у пункти поставки, що визначає такі показники якості як калорійність, вологість, наявність домішок тощо, фактичні параметри термодинамічного стану газу (температура, тиск).

Названі параметри входять до множини визначальних параметрів продуктів «транспортування газу» і зберігання газу. Вони набувають своїх фактичних значень у процесах формування газових потоків згідно замовлень, які виконуються, шляхом вибору сегментів мережі, їх конфігурування, керування режимами роботи компресорних станцій. Тобто управління якістю цих продуктів відбувається безпосередньо в процесі їхнього «виробництва».

Процес управління запасами можна реалізувати в ГТС двома шляхами – керуючи об’ємами газу, накопиченого в трубопроводах, та об’ємами газу, нагромадженого в пористих пластах ПСГ. Реалізація цих способів відбувається в ході реалізації замовлень на транспортування і зберігання газу.

Таким чином, хоч процеси рівня MOM управління якістю та запасами, які передбачені стандартом ANSI/ISA-95, показані на схемі рис. 6.16, вони фактично присутні в запропонованій моделі як такі, що входять складу процесів управління транспортуванням газу і управління зберіганням газу.

Запропонована функційна модель IDEF0 управління ГТС легко накладається на модель функціональної ієрархії PERA (див. рис.6.15).

Як бачимо, на корпоративному рівні діють функції планування та адміністрування ГТС та її основними складниками – МГ та ПСГ. Рівень оперативного управління представлений функціями «Управляти транспортуванням газу МГ» та «Управляти запасами газу в ПСГ». На цьому рівні формуються алгоритми керування технологічним обладнанням, параметрами технологічних процесів, виробничим персоналом, матеріальними ресурсами, енергією та транспортованими потоками. Тривалості процесів третього рівня визначаються днями, робочими змінами, годинами, хвилинами і секундами.

На нижніх рівнях моделі PERA – другому (вбудовані мікропроцесорні системи автоматики) та першому (виконавчі пристрої автоматики – сенсори та актуатори) діють функції 2.3. та 3.3 IDEF0 моделі. Процеси першого рівня протікають у реальному часі фізичних процесів, тобто їхні параметри змінюються на часових періодах порядку секунд і менших.



Рисунок 6.15. Функції управління ГТС в контексті моделі PERA

6.5.3. Моделювання інформаційних процесів в системі управління ГТС

6.5.3.1. Інформаційна модель ГТС в контексті моделі PERA

Інформаційна модель системи управління ГТС \mathcal{M}_q – сукупність моделей даних, які виникають на різних рівнях управління, горизонтальних та вертикальних інформаційних потоків, моделей взаємодії ГТС із зовнішнім інформаційним середовищем, а також моделі \mathcal{M}_{wh} сховищ та баз даних ГТС. На рис. 6.16 показані джерела даних і інформаційні потоки, які діють на різних рівнях моделі PERA, їхня взаємодія між собою, а також із ІС ГТС та зовнішнім інформаційним середовищем.

Тут використані позначення: $\mathcal{D}_{II}, \dots, \mathcal{D}_{IV}$ – джерела даних, які діють на рівнях II... IV, $\mathcal{I}_{II}, \dots, \mathcal{I}_{IV}$ – горизонтальні інформаційні потоки, які діють на рівнях II... IV, $\mathcal{I}_{II}^{wh}, \dots, \mathcal{I}_{IV}^{wh}$ – інформаційні потоки між сховищами і базами даних та рівнями II... IV, \mathcal{I}_{II-III} та \mathcal{I}_{III-IV} – вертикальні висхідні потоки інформації між рівнями II – III та III – IV, \mathcal{I}_{IV-III} та \mathcal{I}_{III-II} – вертикальні низхідні потоки інформації між рівнями II – III та IV – III, \mathcal{I}_{ext} та \mathcal{I}_{ext}^{wh} потоки інформації, якими III – IV рівні та ІС ГТС обмінюються із зовнішнім інформаційним середовищем.

Таким чином інформаційну модель ГТС можна подати як сукупність

$$\mathcal{M}_q = (\mathcal{D}_{II}, \dots, \mathcal{D}_{IV}; \mathcal{I}_{II}, \dots, \mathcal{I}_{IV}; \mathcal{I}_{II}^{IS}, \dots, \mathcal{I}_{IV}^{IS}; \mathcal{I}_{II-III}, \mathcal{I}_{III-IV}, \mathcal{I}_{IV-III}, \mathcal{I}_{III-II}; \mathcal{I}_{ext}, \mathcal{I}_{ext}^{IS}; \mathcal{M}_{wh}). \quad (2.1)$$

Розглянемо інформаційні процеси, які діють на різних рівнях моделі PERA (рис 6.17). Вихідні сигнали \mathcal{S}_{mes} сенсорів, які вимірюють параметри (тиск газу P , його температуру T , густину потоку маси J або швидкість потоку V) фізичних процесів, що протікають у газі ГТС і довкіллі, надходять із першого рівня моделі PERA на другий. Тут відбувається перетворення цих сигналів у цифрові дані $\mathcal{S}_{mes} \rightarrow \mathcal{I}d_{II}$. Дані $\mathcal{D}d_{III}$ рівня МОМ, які містять команди управління виконавчими пристроями першого рівня, надходять на другий рівень з потоком \mathcal{I}_{III-II} :

$$\mathcal{D}d_{III} \xrightarrow{\mathcal{I}_{III-II}} \mathcal{I}d_{II} \quad (6.18)$$

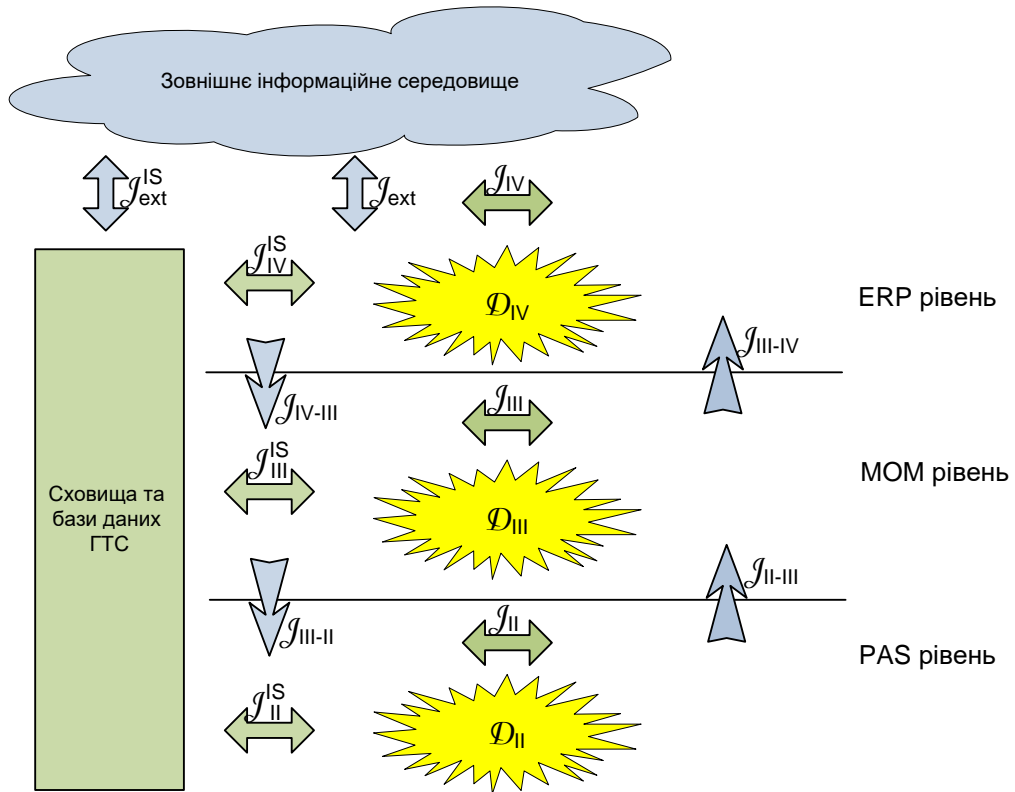


Рисунок 6.16. Інформаційна модель ГТС в контексті моделі PERA

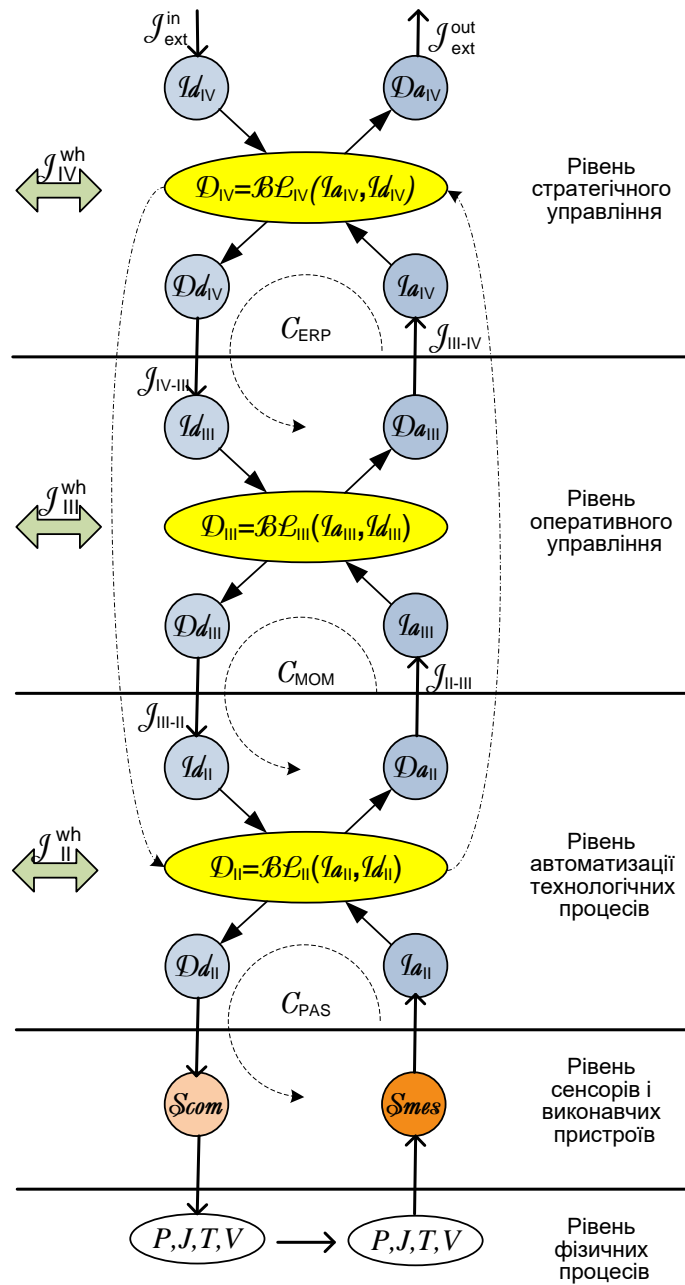


Рисунок 6.17. Взаємодія інформаційних процесів у системі управління ГТС

Бізнес логіка $\mathcal{BL}_{II}(\)$ вбудованих інтелектуальних систем засобів автоматизації, які діють на цьому рівні, на основі отриманих даних $\mathcal{I}a_{II}$ і $\mathcal{I}d_{II}$ формує дані другого рівня \mathcal{D}_{II} :

$$\mathcal{D}_{II} = \mathcal{BL}_{II}(\mathcal{I}a_{II}, \mathcal{I}d_{II}). \quad (6.19)$$

Певна підмножина цих даних $\mathcal{D}a_{II} \subset \mathcal{D}_{II}$ з висхідним потоком \mathcal{J}_{II-III} потрапляє на рівень оперативного управління

$$\mathcal{D}a_{II} \xrightarrow{\mathcal{J}_{II-III}} \mathcal{I}a_{III}, \quad (6.20)$$

а з рівня ERP на цей рівень з потоком \mathcal{J}_{IV-III} потрапляє підмножина $\mathcal{D}d_{IV}$ інформації, сформованої на четвертому рівні:

$$\mathcal{D}d_{IV} \xrightarrow{\mathcal{J}_{IV-III}} \mathcal{I}d_{III}. \quad (6.21)$$

На основі отриманих даних $\mathcal{I}a_{III}$ і $\mathcal{I}d_{III}$ бізнес логіка $\mathcal{BL}_{III}(\)$ інтелектуальних систем автоматизації, які діють на рівні MOM, формує множину даних \mathcal{D}_{III} цього рівня:

$$\mathcal{D}_{III} = \mathcal{BL}_{III}(\mathcal{I}a_{III}, \mathcal{I}d_{III}) \quad (6.22)$$

Підмножина $\mathcal{D}d_{III} \subset \mathcal{D}_{III}$ даних третього рівня з потоком \mathcal{J}_{III-II} , згідно відображенню (6.18) надходять на рівень PAS, де вони використовуються, як уже зазначалося, для формування множини даних \mathcal{D}_{II} за формулою (6.19).

Інша підмножина $\mathcal{D}a_{III} \subset \mathcal{D}_{III}$ даних третього рівня з потоком \mathcal{J}_{III-IV} потрапляє на ERP рівень:

$$\mathcal{D}a_{III} \xrightarrow{\mathcal{J}_{III-IV}} \mathcal{I}a_{IV}, \quad (6.23)$$

а потік \mathcal{J}_{ext} приносить на цей рівень інформацію $\mathcal{I}d_{IV}$, яку, разом із інформацією $\mathcal{I}a_{IV}$ (формула (6.23)), використовує бізнес логіка $\mathcal{BL}_{IV}(\)$ інформаційних систем рівня ERP для формування даних \mathcal{D}_{IV} цього рівня:

$$\mathcal{D}_{IV} = \mathcal{BL}_{IV}(\mathcal{I}a_{IV}, \mathcal{I}d_{IV}). \quad (6.24)$$

Складова $\mathcal{D}d_{IV} \subset \mathcal{D}_{IV}$ за відображенням (6.21) потрапляє на рівень MOM, де вона використовується для формування даних цього рівня за формулою (6.22).

Складова $\mathcal{D}_{a_{IV}} \subset \mathcal{D}_{IV}$ містить інформацію про вільні потужності ГТС, ціни на надання послуг транспортування і зберігання газу в ГТС, іншу бізнес інформацію. Потік J_{ext}^{out} переносить інформацію у зовнішнє інформаційне середовище, де вона стає доступною для замовників послуг ГТС. Потік J_{ext}^{in} може містити інформацію про замовлення послуг ГТС, яка, вочевидь, залежатиме від реакції замовників на інформацію $\mathcal{D}_{a_{IV}}$, розміщену в зовнішньому інформаційному просторі. Тож інформація \mathcal{I}_{IV} , яка надходить на ERP рівень ззовні, є залежна від $\mathcal{D}_{a_{IV}}$.

Слід зазначити, що для реалізації функцій бізнес логіки (6.19), (6.22) та (6.24) інформаційні системи відповідних рівнів можуть використовувати інформацію, отриману зі сховищ і баз даних за допомогою потоків J_{II}^{wh} , J_{III}^{wh} , J_{IV}^{wh} . Інформаційні системи використовують ці ж потоки для розміщення інформації, отриманої ними на різних етапах циклу життя ГТС, у її сховищах і базах даних.

Таким чином, як випливає із розглянутої моделі, інформаційні процеси усіх рівнів управління є взаємозв'язані, а тому дані $\mathcal{D}_{II}, \dots, \mathcal{D}_{IV}$ є взаємозалежні. Наприклад дані $\mathcal{D}_{d_{II}}$ залежать від: $\mathcal{I}_{a_{II}}, \mathcal{D}_{a_{II}}, \mathcal{I}_{a_{III}}, \mathcal{D}_{a_{III}}, \mathcal{I}_{a_{IV}}, \mathcal{D}_{a_{IV}}$ і від $\mathcal{I}_{d_{IV}}, \mathcal{D}_{d_{IV}}, \mathcal{I}_{d_{III}}, \mathcal{D}_{d_{III}}$ та $\mathcal{I}_{d_{II}}$. Бізнес логіка рівня PAS перетворює дані $\mathcal{D}_{d_{II}}$ у сигнали керування виконавчими пристроями, які діють на першому рівні. Реакція цих пристроїв на отримані сигнали спричиняє зміну параметрів фізичних процесів, які протікають на нульовому рівні. Це, у свою чергу, приводить до змін сигналів сенсорів, внаслідок чого змінюються дані $\mathcal{I}_{a_{II}}$ і т.д.

У структурі інформаційних процесів рис. 6.17 можна виділити цикли C_{ERP}, C_{MOM} та C_{PAS} , які визначають зворотні зв'язки в управлінні бізнес процесами стратегічного, оперативного рівнів та у керуванні фізичними процесами. Оскільки цикли C_{ERP} та C_{MOM} взаємодіють між собою, обмінюючись інформацією, то вони утворюють зовнішній цикл (на рис. 6.17) показаний штрихпунктирною лінією). Низхідна складова циклу утворює потік даних з рівня ERP на PAS рівень, а висхідна – у зворотному напрямі. При цьому інформація, яку переносять вертикальні потоки з рівня ERP на PAS рівень деталізується і конкретизується на рівні MOM, а у

зворотному напрямі інтегрується й узагальнюється. Ці перетворення здійснює бізнес логіка BL_{III} () інформаційних систем оперативного управління. Як зазначалося раніше, одна із основних задач MES як системи оперативного управління – автоматизація вертикальних інформаційних потоків між рівнями PAS та ERP

6.5.3.2. Зміст інформаційних потоків між рівнями MOM та ERP для замовлення «транспортування газу».

Згідно із стандартом ANSI/ISA-95 MES, взаємодіючи із системами стратегічного рівня, надає інформацію про доступні виробничі потужності, обмінюється даними про визначення продукту, отримує плани виробництва та надає інформацію про хід виконання цих планів. З урахуванням цього, базуючись на моделі логістики транспортування і зберігання газу, запропонованій в п. 6.5.1, визначимо зміст інформаційних потоків між рівнями 3 та 4.

1. Потік «Виробничі потужності» містить інформацію про:

- потужності в системі МГ, які доступні для виконання замовлень,
- об'єми газу, накопиченого в МГ,
- вільні потужності в системі ПСГ
- об'єми газу, накопиченого в ПСГ.

2. Потік «Визначення продукту» містить інформацію по кожному замовленню типу «Транспортування газу» про:

- сегменти мережі МГ, задіяні для виконання замовлення,
- показники якості газу у пунктах відбору і постачання,
- розклад завантаження для кожного сегмента, задіяного у виконанні замовлення (у відсотках від їхньої пропускної здатності),
- графіки режимів роботи усіх нагнітачів компресорних станцій у всіх сегментах мережі, задіяних у виконанні замовлення,
- ПСГ, задіяні у виконанні замовлення,
- розклади заповнення/відбору газу для кожного ПСГ, задіяного у виконанні замовлення
- графіки режимів роботи ДКС для усіх ПСГ, задіяних у виконанні замовлення.

3. Потік «Плани виробництва» містить пакет замовлень на транспортування газу, призначених для реалізації у наступному плановому періоді експлуатації ГТС.

4. Потік «Відстеження виробництва» містить дані про хід виконання кожного замовлення типу «Транспортування газу»:

- графіки відбору та постачання газу за замовленням і їх зіставлення із плановими графіками,
- дані моніторингу якості газу в пунктах відбору і в пунктах постачання за замовленням і їх зіставлення із показниками якості, зафіксованими у замовленні,
- результати балансування маси газу,
- витрати паливного газу і електроенергії на виконання замовлення,
- накладні витрати,
- амортизаційні витрати,
- показники ефективності виконання замовлення.

6.5.3.3. Зміст інформаційних потоків між рівнями MOM та ERP для замовлення «зберігання газу»

1. Потік «Виробничі потужності» містить інформацію про:

- вільні потужності в системі ПСГ,
- об'єми газу, накопиченого в ПСГ,
- потужності в системі МГ, які доступні для виконання замовлень,
- об'єми газу, накопиченого в МГ,

2. Потік «Визначення продукту» містить інформацію по кожному замовленню типу «Зберігання газу» про:

- графіки відбору газу та його поставки після зберігання,
- показники якості газу,
- ПСГ, задіяні у виконанні замовлення,
- розклади наповнення/відбору газу для кожного ПСГ, задіяного у виконанні замовлення,

- розклади режимів роботи
- визначення продукту типу «Транспортування газу» від пунктів відбору газу за замовленням до пунктів зберігання,
- визначення продукту типу «Транспортування газу» від пунктів зберігання газу за замовленням до пунктів доставки,

3. Потік «Плани виробництва» містить пакет замовлень на зберігання газу, призначених для реалізації у наступному плановому періоді експлуатації ГТС.

4. Потік «Відстеження виробництва» містить дані про хід виконання кожного замовлення типу «Зберігання газу»:

- графіки відбору та поставки газу за замовленням і їх зіставлення із плановими графіками,
- дані моніторингу якості газу в пунктах відбору і в пунктах поставок за замовленням і їх зіставлення із показниками якості, зафіксованими у замовленні,
- результати балансування маси газу,
- витрати паливного газу і електроенергії на виконання замовлення,
- накладні витрати,
- амортизаційні витрати,
- показники ефективності виконання замовлення.
-

6.5.3.4. Зміст інформаційних потоків між рівнями MOM та PAS

На рівні MOM відбувається перетворення дискретних процесів виконання замовлень на транспортування і зберігання газу у неперервні процеси керування рухом та накопичення природного газу у МГ та його перерозподілом у пористих пластах ПСГ. Тому на межі між рівнями MOM та PAS зникає різниця між процесами керування, задіяними у виконанні замовлень на транспортування та зберігання газу. На цій межі, згідно стандарту ANSI/ISA-95, із третього на другий рівень надходить інформація щодо конфігурації обладнання та режимів його експлуатації, а також команди керування персоналом та обладнанням. У зворотному напрямку надходять

підтвердження про проходження команд та їх виконання, дані моніторингу параметрів фізичних процесів, стану обладнання та довкілля.

Виходячи із моделі логістики транспортування і зберігання газу, запропонованій в п. 6.5.1, визначимо зміст інформаційних потоків між рівнями 3 та 2.

1. Інформаційний потік «Конфігураційні дані» містить:

- графіки керування конфігурацією МГ на наступний період експлуатації ГТС,
- графіки керування конфігурацією ПСГ на наступний період експлуатації ГТС,
- графіки керування режимами роботи нагнітачів на усіх компресорних станціях на наступний плановий період експлуатації ГТС,
- графіки роботи персоналу на наступний плановий період експлуатації ГТС
- графіки проведення технічного обслуговування та ремонтів технологічних об'єктів на наступний плановий період експлуатації ГТС.

2. Інформаційний потік «Керування» містить:

- команди керування персоналом, який діє у зоні відповідальності PAS рівня,
- команди керування системами автоматизації та моніторингу параметрів фізичних процесів, стану обладнання та довкілля, які діють на рівні PAS.

3. Інформаційний потік «Підтвердження» містить дані, які підтверджують:

- проходження команд керування,
- виконання команд.

4. Інформаційний потік «Моніторинг» містить дані моніторингу:

- параметрів газодинамічних процесів у контрольних точках лінійної частини МГ (тиск, температура, витрата, швидкості газових потоків тощо),
- параметрів, які контролюють роботу КС МГ,
- параметрів, які контролюють роботу ДКС ПСГ.

6.5.4. Модель активності на рівні оперативного управління ГТС

На рис. 6.18 показана схема взаємодії процесів оперативного управління ГТС згідно стандарту ANSI/ISA-95. Тут зображені також інформаційні потоки, якими

MES обмінюється із нижнім (другим) та верхнім (четвертим) рівнями управління. Рівень MOM отримує із четвертого рівня плани замовлень на транспортування і зберігання газу на наступний період, які є вхідними даними для організації оперативного управління роботою ГТС і виконання завдань. На другий рівень управління з третього рівня знаходять дані щодо конфігурації МГ, КС, ПСГ, режимів роботи КС МГ і ДКС ПСГ, а також команди управління персоналом та керування обладнанням, які в сукупності забезпечують виконання усіх замовлень цього періоду. З другого рівня на MOM надходять підтвердження про отримання команд та їх виконання, а також дані моніторингу фізичних і технологічних процесів.

Розглянемо функції та основні завдання процесів третього рівня.

6.5.4.1. Процес детальне планування замовлень

Цей процес має на меті формування детальних графіків управління персоналом, керування конфігурацією обладнання МГ і ПСГ та режимами його експлуатації. Його основні завдання:

- визначати посадові обов'язки, графіки роботи персоналу, який функціонує в зоні відповідальності оперативного рівня,
- розробляти моделі поведінки персоналу в непередбачуваних ситуаціях,
- створювати графіки керування кранами, регулювальною та вимірювальною апаратурою МГ (керування конфігурацією МГ) ,
- створювати графіки керування кранами, регулювальною та вимірювальною апаратурою КС МГ (керування конфігураціями КС МГ) ,
- створювати графіки керування режимами роботи компресорів на усіх КС,
- створювати графіки керування конфігурацією комплексу робочих свердловин на ПСГ – керування кранами, регулювальною та вимірювальною апаратурою шлейфово-колекторних систем,
- створювати графіки керування режимами роботи ДКС ПСГ,
- розраховувати графіки вільних потужностей ГТС для кожного періоду,
- визначати «вузькі місця» для кожного замовлення і кожного періоду роботи.



Рисунок 6.18. Модель активності на рівні оперативного управління виробничими процесами в ГТС

6.5.4.2. Процес диспетчеризація МГ і ПСГ

Керування технологічними маршрутами замовлень шляхом формування команд управління персоналом у вигляді нарядів, завдань, розпоряджень та генерування сигналів керування технологічним обладнанням. Основні завдання:

- формувати команди управління персоналом, який діє в зонах відповідальності рівнів 2 та 3, генерувати команди керування обладнанням, конфігурацією МГ, конфігураціями КС МГ, режимами роботи компресорів на КС, конфігурацією комплексу робочих свердловин на ПСГ, режимами роботи ДКС ПСГ,
- контролювати виконання переданих команд управління персоналом та команд керування обладнанням,
- відстежувати відповідності реального споживання технологічними об'єктами паливного газу, електроенергії та розхідних матеріалів з відповідними нормативними показниками,
- формувати команди керування персоналом і сигнали керування обладнанням та передавати їх на виконання за виникнення ситуацій, не передбачених детальним виробничим графіком,
- відпрацювати непередбачувані ситуації, загрозливі для виконання замовлень.

6.5.4.3. Процес виконавчий менеджмент

Процес виконавчий менеджмент спрямований на керування фізичними і технологічними процесами транспортування та зберігання газу. Основні завдання:

- передавати на другий рівень у реальному часі команди і сигнали керування конфігурацією МГ, контролювати їхнє проходження,
- передавати на другий рівень у реальному часі команди і сигнали керування конфігурацією КС МГ і контролювати їхнє проходження,
- передавати на другий рівень у реальному часі команди і сигнали керування режимами роботи КС МГ і контролювати їхнє проходження,
- передавати на другий рівень у реальному часі команди і сигнали керування кранами, регулювальною та вимірювальною апаратурою шлейфово-колекторних систем ПСГ і контролювати їхнє проходження,

- передавати на другий рівень у реальному часі команди і сигнали керування режимами роботи ДКС ПСГ і контролювати їхнє проходження,
- отримувати дані моніторингу процесів з другого рівня,
- надавати отримані з другого рівня дані іншим процесам третього та четвертого рівнів згідно із встановленими регламентами чи за їхніми запитами.

6.5.4.4. Процес управління ресурсами МГ і ПСГ

Це – процес, який відповідає за збирання, нагромадження, аналіз та обмін інформацією про ресурси і вироблення команд управління ними в реальному часі.

Основні завдання:

- визначати рівні фахової підготовки, попередній досвід роботи, ділові та інші якості працівників, які необхідні для виконання різних посадових обов'язків у зоні відповідальності третього рівня управління,
- визначати експлуатаційні властивості обладнання, вимірювальної та комп'ютерної техніки, які можуть використовуватися у процесах, які діють у зоні відповідальності третього рівня,
- встановлювати вимоги (системні і користувачів) до програмних засобів, які можуть використовуватися у процесах, які діють у зоні відповідальності МОМ,
- встановлювати вимоги щодо комунікаційних засобів, які можуть використовуватися у процесах, які діють у зоні відповідальності МОМ,
- визначати нормативні показники споживання паливного газу, електроенергії, мастильних матеріалів, інших розхідних матеріалів для технологічних об'єктів,
- за запитами інших процесів та/чи персоналу надавати інформацію про доступність ресурсів різних типів,
- ініціювати запити персоналу чи інших процесів, які діють у зонах відповідальності третього та четвертого рівнів, на отримання ресурсів для створення нових виробничих процесів,
- підтверджувати придатність ресурсів для виконання визначених завдань і їхню доступність.

6.5.4.5. Процес визначення параметрів замовлень

Передбачає керування інформацією про визначальні параметри замовлень.

Основні завдання:

- визначення зовнішніх визначальних параметрів: множина входів для відбору газу, множина виходів для постачання газу, графіки відбору газу з входів і постачання газу на виходи, якісні показники газу по кожному входу і виходу,
- визначення множини внутрішніх визначальних параметрів: сегмент мережі, задіяний у виконанні замовлення, поточкорозподіл у цьому сегменті мережі, графіки потужності КС у сегменті, множина ПСГ для закачування газу згідно замовленню, множина ПСГ для відбору газу згідно замовленню, моменти часу початку закачування і початку відбору газу по кожній задіяній свердловині ПСГ тощо,
- підтримання інтерфейсу між процесами рівня МОМ «диспетчеризація» та «виконавчий менеджмент», а також з процесами ERP рівня, передавання даних і команд на рівень II.

6.5.4.6. Процес відбір даних

Це – процес, відповідальний за відбір, нагромадження, розповсюдження даних моніторингу параметрів фізичних і технологічних процесів, стану обладнання, матеріальних ресурсів. Основні завдання:

- відбір даних моніторингу фізичних та технологічних процесів,
- відбір даних про споживання ресурсів (трудові ресурси, паливний газ, електроенергія, розхідні матеріали),
- відбір даних моніторингу стану технологічного обладнання і пластів колекторів ПСГ,
- відбір даних моніторингу стану контрольно-вимірюваної апаратури, обчислювальної техніки, програмного забезпечення та каналів зв'язку, які діють на рівнях I – III,
- відбір даних контролю герметичності технологічного обладнання,
- фіксація нештатних і аварійних ситуацій,

- відбір даних про функціонування персоналу, який діє на рівнях I – III,
- підтримка інтерфейсів з процесами «виконавчий менеджмент», «аналіз продуктивності» та «відстеження виробництва».

6.5.4.7. Аналіз продуктивності МГ і ПСГ

Процес спрямований на аналіз та звітування про ефективність роботи МГ і ПСГ, а також ефективність реалізації кожного замовлення. Основні завдання:

- неперервне обчислення питомих затрат ресурсів МГ і ПСГ (трудові та накладні витрати, амортизація, паливний газ, електроенергія, розхідні матеріали),
- обчислення затрат ресурсів на виконання кожного замовлення,
- обчислення по кожному замовленню параметрів, оптимальних за критеріями затрат ресурсів: конфігурації МГ і поточкорозподілу на вибраному для замовлення сегменті, конфігурації КС і режимів їхньої експлуатації, конфігурації і режимів роботи ПСГ,
- порівняння реальних затрат на виконання замовлення із оптимальними,
- порівняння реальних питомих затрат за період планування із розрахованими оптимальними,
- порівняння затрат ресурсів для різних замовлень,
- порівняння питомих затрат для різних періодів планування,
- обчислення індикаторів продуктивності МГ, КС, ПСГ, сегментів мережі і всієї ГТС,
- підтримання інтерфейсу з процесами «відбір даних» та відстеження виробництва».

6.5.4.8. Процес відстеження виконання замовлень

Формування звітів про технологічні процеси і реалізацію замовлень. Основні завдання:

- неперервне зведення балансу маси газу по кожному замовленню, по визначених контрольних сегментах (наприклад, по регіональних філіях), і по мережі в цілому,

- неперервне виявлення витоків в МГ і КС та ідентифікація їхніх параметрів (місце, інтенсивність),
- неперервне порівняння даних про відбір і постачання газу по кожному замовленню із комерційними даними замовників,
- отримання даних від процесів «диспетчеризація», «виконавчий менеджмент», «відбір даних», та «аналіз продуктивності»,
- передавання даних до процесу «детальне планування» та на четвертий рівень управління,
- документування в реальному часі подій, які стосуються виконання замовлень: початок і завершення, порушення графіків відбору та постачання, порушення показників якості на вході та виході і його переміщення в інформації про продукт,
- формування інформації, необхідної для документування (англ. tracking) і аналізу (англ. tracing) процесів виконання замовлень,
- формування та надання інформації про технологічні процеси в МГ і ПСГ і виконання замовлень згідно визначеного графіку та/чи за запитами від персоналу й процесів, які функціонують у зонах відповідальності третього та четвертого рівнів управління.
-

6.6. МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ АВТОМАТИЗАЦІЇ УПРАВЛІННЯ ГТС

Система автоматизації управління (САУ) ГТС – програмно-апаратний комплекс, складові якого – програмно-технічні системи, що діють на усіх рівнях управління – технологічному, оперативному та стратегічному й пов’язані між собою горизонтальними і вертикальними інформаційними потоками.

Структура програмно-технічного комплексу для автоматизації управління ГТС

Програмно-технічний комплекс (ПТК) призначений для автоматизації управління ГТС на рівнях автоматизації технологічних процесів (другий рівень

моделі PERA), оперативного управління (третій рівень моделі PERA) і стратегічного управління (четвертий рівень моделі PERA). На кожному рівні діють спеціалізовані програмно-технічні системи (ПТС) які забезпечують автоматизацію управління у всіх функціональних напрямках – інформаційні процеси, транспортування та підземне зберігання газу, технічне обслуговування та ремонти.

Структура програмно-технічного комплексу для автоматизації управління ГТС подана на рис. 6.19. Тут показані програмно-технічні системи, які використовуються на різних рівнях моделі управління PERA.

Рівень оперативного управління, здійснює консолідацію даних нижніх рівнів і передавання їх на четвертий (корпоративний) рівень, а також за інформаційні потоки зворотнього напрямку.

На другому рівні (рівень автоматизації технологічних процесів) діють інтелектуальні системи, призначені для оброблення даних, що надходять від сенсорів першого рівня та вироблення сигналів управління виконавчими пристроями цього рівня. Це програмовані логічні контролери (PLC), розподілені системи автоматичного керування (англ. Distributed Control Systems — DCS), системи відбору даних та керування технологічними процесами SCADA (англ. Supervisory Control and Data Acquisition) тощо. Дані, сформовані на другому рівні системами SCADA, DCS та іншими, передаються на рівень MOM.

На третьому рівні здійснюється консолідація даних нижніх рівнів і розміщення їх в інформаційній системі (IC). ПТС третього рівня забезпечують усі чотири напрямки оперативного управління (виробництво, технічне обслуговування, запаси, якість) і здійснюють усі вісім типів активностей згідно моделі c-MES, а саме: визначення продукту, управління ресурсами, планування, диспетчеризація, контроль виробництва, відбір даних, аналіз продуктивності, відстеження продукції.

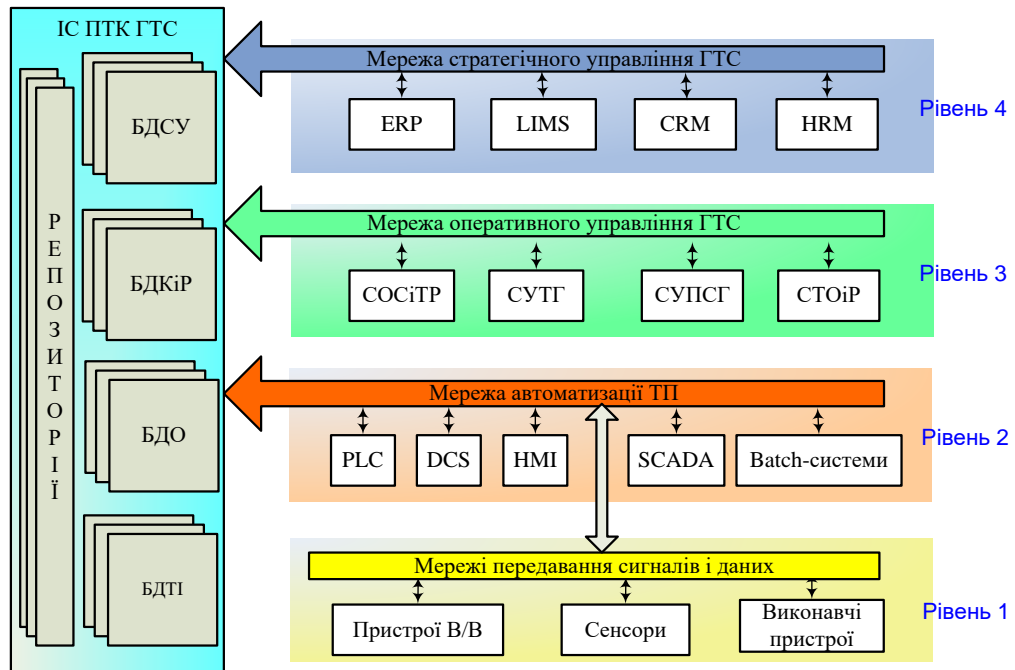


Рисунок 6.19. Структура ПТК для автоматизації управління ГТС

До складу ПТС оперативного рівня входять: система оптимізації структури ГТС і технологічних режимів (СОСіТР), система управління транспортуванням газу (СНТГ), система управління підземним зберіганням газу (СУПЗГ) і система технічного обслуговування і ремонтів (СТОіР). СОСіТР реалізує функції моделювання фізичних процесів у ГТС, які протікають за різних режимів експлуатації, за змін цих режимів, а також конфігурації мережі, умов довкілля, за аварійних умов, природних катаклізмів тощо. До складу СОСіТР входить математичний інструментарій для оптимізації структури мережі та режимів течії газу, оптимального керування перехідними режимами транспортування газу. Її можна використовувати для проектування структури мережі, розроблення нових режимів експлуатації, відпрацювання аварійних ситуацій тощо. Ця система є аналогом систем PDES (англ. Process Development Execution System) які, зазвичай, відносять до четвертого рівня. За допомогою СОСіТР формуються алгоритми функціонування інших ПТС цього рівня, у першу чергу — СУТГ.

На четвертому рівні діють системи: ERP для планування ресурсів підприємства, CRM для автоматизації взаємодії з клієнтами управління HRM для управління персоналом та інші.

До складу ПТК для автоматизації управління ГТС входить також інформаційна система (ІС). Вона містить (див. рис. 6.20) бази даних об'єктів ГТС (БДО), режимів і конфігурацій (БДРіК), технологічної інформації (БДТІ), стратегічного управління (БДСУ) та репозиторії документів різних рівнів управління.

Системи кожного рівня пов'язані комунікаційними мережами. На першому рівні діє мережа передавання сигналів і даних, а на другому – мережа автоматизації технологічних процесів. Ці два рівні пов'язані між собою каналами передавання даних, якими вони обмінюються: з першого на другий надходять дані про параметри процесів, отримані вимірювальними пристроями, а у зворотному напрямку передаються сигнали управління для виконавчих пристроїв першого рівня.

На третьому і четвертому рівнях діють мережі оперативного і стратегічного управління. Вони пов'язують ПТС цих рівнів із інформаційною системою. Це забезпечує автоматизацію інформаційних потоків на вертикалі управління від

технологічного до стратегічного рівнів. ПТС третього рівня відбирають дані щодо процесів, які відбуваються на нижніх рівнях, здійснюють їх інтеграцію, консолідацію та тематичне оброблення і поміщають цю інформацію у бази даних стратегічного рівня. Команди управління, які формуються на четвертому рівні, нагромаджуються у базах даних цього рівня. ПТС третього рівня, які мають доступ до цих баз даних, відбирають цю інформацію, деталізують конкретизують її і розміщують сформовані дані у відповідних базах даних.

Структура математично-алгоритмічного забезпечення ПТК

Управління роботою ГТС на оперативному рівні відбувається шляхом зміни параметрів фізичних процесів які протікають у транспортованому газі й у спорудах ГТС. При цьому кожній технологічній задачі можна поставити у відповідність певні фізичні процеси, а відтак і їх математичні моделі.

На рис. 6.20 показана відповідність між технологічними задачами, пов'язаними із транспортуванням газу і математичними моделями.

6.7. КОНЦЕПЦІЯ ПОЕТАПНОЇ АВТОМАТИЗАЦІЇ УПРАВЛІННЯ ГТС УКРАЇНИ

Стандарт ANSI/ISA 95 утворює концептуальну основу, в рамках якої, застосовуючи сучасні комп'ютерні та інформаційно-комунікаційні-технології, можна вирішувати проблему автоматизації управління ГТС комплексно. За цим підходом, відомим як ТІА (англ. Totally Integrated Automation) [20], системи автоматизації різних рівнів управління, від технологічного до корпоративного, слід було б створювати з «нуля».

Проте, застосування комплексного підходу до автоматизації ГТС України, що було б радикальним вирішенням проблеми, вимагає не тільки докорінної модернізації усієї газотранспортної інфраструктури, але й запровадження цілком інших технологій менеджменту. Реалізація такого завдання для ГТС України на сучасному етапі вимагає занадто великих інвестицій як в розвиток інфраструктури, так і в інтелектуальний потенціал.

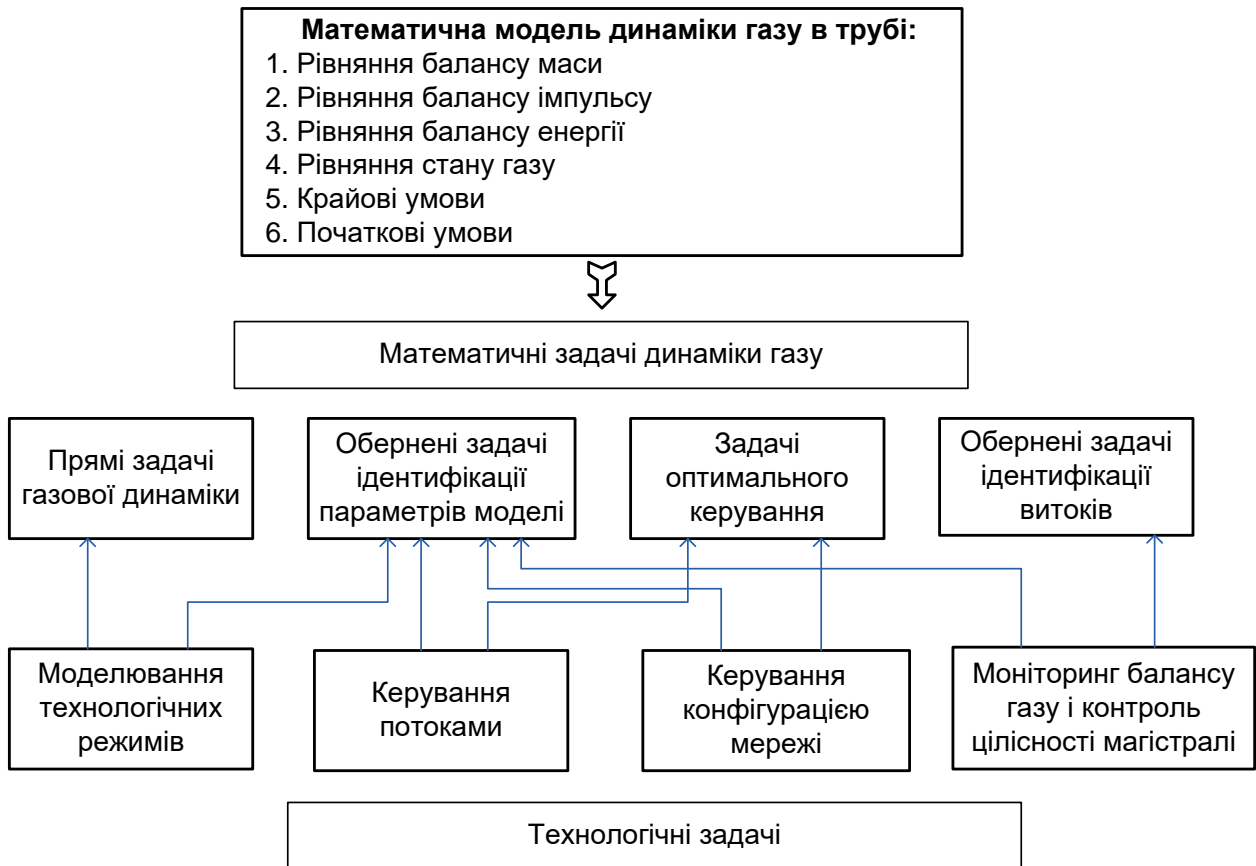


Рисунок 6.20. Технологічні процеси управління транспортуванням газу та відповідні їм математичні задачі

Тому модернізацію управління ГТС доцільно здійснювати поетапно, зі збереженням вже існуючих засобів, шляхом автоматизації оперативного управління із використанням MES [8 –10]. З цією метою був запропонований підхід [21], який передбачає поступове нарощування функціоналу автоматизованої системи управління ГТС (рис. 6.21).

Цей підхід передбачає у першу чергу створення та впровадження системи автоматизації управління на MOM рівні як MES системи згідно зі стандартом ANSI/ISA-95.

Системи оперативного управління найбільш специфічні з-поміж усіх систем автоматизації управління ГТС. Їхній функціонал жорстко пов'язаний із технологічними процесами і базується на математичних моделях виробничого обладнання, визначальних фізичних процесів, середовища функціонування виробництва тощо. Тож практично неможливо взяти одну із існуючих MES систем і налаштувати її для використання в ГТС України. Не вдається також і адаптувати MES системи, які були створені для інших газотранспортних систем, оскільки ГТС України має специфічні характеристики, які не враховані під час побудови цих систем.

Другий етап – запровадження автоматичного моніторингу параметрів технологічних і передавання їх на рівень оперативного управління. На цьому етапі запроваджується також автоматичне передавання команд і сигналів управління, які формуються на третьому рівні, на другий рівень, а сигналів і повідомлень підтвердження – з другого на третій рівень.

Наступний етап – створення та впровадження ІС, структура та функціонування якої узгоджується із методологією MES, моделлю PERA та процесною моделлю управління. Тут буде запроваджений автоматичний обмін даними між системою оперативного управління та спеціалізованими базами ІС. Система оперативного рівня розміщатиме в тематичних БД після попереднього оброблення дані моніторингу параметрів фізичних і технологічних процесів, дані про команди і сигнали керування, передані нею на технологічний рівень, а також про повідомлення і сигнали отримані нею із цього рівня у відповідь.



Рисунок 6.21. Схема поетапного впровадження системи автоматизації управління в ГТС України

Далі йде впровадження систем автоматизації корпоративного рівня, таких як EPR, CRM, HRM тощо. Бізнес-логіка цих систем забезпечує формування інформації на основі даних ІС, зокрема тих, що надходять із технологічного й оперативного рівнів, і відображення її у відповідних форматах згідно запитів їхніх користувачів.

Функціонал систем автоматизації управління на корпоративному рівні не так тісно пов'язаний із технологічними процесами, як на рівнях MOM і PAS. Тому тут можна використовувати існуючі програмні системи ERP рівня які дозволяють налаштувати їхній функціонал до потреб користувача.

На п'ятому етапі запроваджується моніторинг параметрів усіх бізнес процесів. Бізнес логіка комп'ютеризованих систем автоматизації управління, які діють на другому, третьому та четвертому рівнях забезпечує автоматичне збереження у відповідних БД ІС даних щодо здійснених ними транзакцій. На цьому етапі запроваджується інформаційний обмін між четвертим та третім рівнем згідно методології MES через відповідні тематичні бази даних ІС.

Автоматизація управління ГТС за запропонованим підходом є сукупністю двох процесів – створення автоматизованої системи оперативного управління та створення автоматизованої системи корпоративного управління. Кожен із цих процесів складається із трьох завдань, які виконуються ітераційно. Перший процес передбачає етапи з першого по третій, а другий – з третього по п'ятий. На початкових стадіях реалізації ці два процеси практично не взаємодіють. Тому за потреби/необхідності їх можна реалізувати паралельно.

6.8. ВИСНОВКИ

Використовуючи понятійний апарат теорії множин і теорії графів, побудовані формалізовані моделі для опису бізнес процесів транспортування і зберігання газу, а також фізичних процесів у спорудах і газі ГТС. Модель структури для бізнес процесу «транспортування газу» представлена у вигляді дводольного орієнтованого графа, ребра якого поєднують входи та виходи ГТС. Модель структури для бізнес процесу «зберігання газу» є сукупністю двох орієнтованих дводольних графів: перший поєднує входи ГТС із ПСГ, а другий поєднує ПЗГ із виходами ГТС. Для обох бізнес

процесів введені множини їхніх визначальних параметрів, які необхідні для управління цими процесами на рівнях ERP, MOM і PAS. Моделі структури і множини визначальних параметрів для цих бізнес процесів розраховуються виходячи із моделі структури ГТС і моделі управління потоками газу, розглянутими у розділі 2.

З використанням методології IDEF0 проведено аналіз функцій управління ГТС як специфічної логістичної системи, яка на стратегічному рівні має ознаки, притаманні дискретним виробництвам, а на рівнях MOM і PAS – неперервним. Це дозволило розробити модель управління ГТС в рамках концепції MES систем, базуючись на моделі функціональної ієрархії PERA. Її складовими є інформаційна модель та модель активності на рівні оперативного управління ГТС. Розроблена інформаційна модель визначає зміст інформаційних потоків між MOM і PAS та MOM і ERP рівнями для бізнес процесів транспортування та зберігання газу. В рамках моделі c-MES деталізовано визначальні процеси активності на рівні MOM, які враховують специфіку ГТС.

Запропонована структура програмно-апаратного комплексу для автоматизації управління ГТС. Визначені функції програмно-технічних систем, які використовуються на різних рівнях управління, математично-алгоритмічне забезпечення для цих систем.

Розроблена концепція поетапної модернізації ГТС України, яка базується на створенні, згідно зі стандартом INSI/ISA-95, автоматизованої системи оперативного управління, що функціонує на принципах MES. Реалізація цієї концепції дозволить забезпечити автоматичний обмін даними на вертикалі «стратегічне управління – керування технологічними процесами», а також у межах кожного рівня управління. Це дозволить створити САУ ГТС України, що діятиме на усіх трьох рівнях і в усіх п'яти функціональних напрямках управління (інформаційні процеси, бізнес-процеси, транспортування газу, зберігання газу, експлуатація об'єктів і споруд ГТС).

Результати цього розділу висвітлені в публікаціях [168 – 176].

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано важливу науково-прикладну проблему – розроблення концепції побудови програмно-технічної системи для автоматизації управління ГТС на основі розроблених математичних моделей, методів і алгоритмів для керування процесами транспортування газу МГ.

Зважаючи на закони збереження маси, імпульсу та енергії розроблені математичні моделі динаміки газу в лінійних та вузлових елементах ГТС. Встановлені також умови спряження ключових функції ЛЕ і ВЕ на межах їхнього контакту.

Розроблена математична модель локального витoku, яка дає змогу враховувати інтенсивність витoku через негерметичність стінки труби чи нещільність з'єднання, площа якого мала порівнюючи з перетином трубопроводу, залежно від тиску (густини) та температури газу в трубі в околі місця розгерметизації.

Для моделювання нестационарної течії газу в МГ розглядали його як лінійну структуру секцій ЛЧ, поєднаних КС, а кожен секцію як систему ЛЕ, послідовно з'єднаних між собою ВЕ. На основі даних моніторингу тиску, температури та витрати (чи швидкості руху) газу на вході та виході кожної КС розраховували відповідні емпіричні функції, які визначають крайові умови для задач моделювання нестационарної течії газу в кожній секції, що дало змогу звести опис течії газу в МГ до опису течії в усіх його секціях, а також проводити моніторинг цілісності трубопроводів та балансування маси газу.

Побудована узагальнена математична модель для опису течії газу в секції МГ за перехідних режимів його експлуатації, яка враховує динаміку для всіх ЛЕ і ВЕ, умови спряження ключових функцій, початкові та крайові умови, визначені з використанням емпіричних функцій. Розглянуто також спрощений варіант моделі, у якому не врахована інерційність мас газу, накопичених у внутрішніх порожнинах ВЕ.

Для секцій, лінійні елементи яких є відрізками труб одного діаметра, запропонований підхід, який базується на моделі віртуального вузлового елемента. За цим підходом ВЕ в моделі структури секції заміняємо відрізками труб, такого ж

діаметра, як і ЛЕ секції. Довжину й коефіцієнт гідравлічного опору віртуального ВЕ вибрано так, щоб його об'єм і гідравлічний опір дорівнювали відповідним значенням цих параметрів реального ВЕ. Це дало змогу звести математичну модель течії в секції до сукупності трьох рівнянь із частинними похідними, які описують перенесення маси, імпульсу та тепла у віртуальній секції та крайових умов, визначених із використанням емпіричних функцій.

Розроблені математичні моделі формують теоретичну основу й математичний апарат для технологічних задач керування потоками газу в МГ, як-от ідентифікація параметрів математичних моделей ЛЕ і ВЕ, числове моделювання, планування та оптимізація стаціонарних і перехідних режимів роботи МГ, балансування маси газу, виявлення витоків та контроль цілісності ЛЧ МГ, оптимізація структури ГТС.

Розроблені моделі керування перехідними процесами. Кожній моделі відповідає певна крайова задача для рівнянь динаміки газу в довгому трубопроводі. Дослідження перехідних процесів для моделей керування, які проведено з використанням функцій керування, що залежить від значення контрольованого параметра та часових параметрів – моментів початку й завершення зміни функції керування, дало змогу визначити ефективність транспортування газу. Результати проведених числових експериментів використовують, щоб керувати параметрами перехідного процесу, як-от його тривалість τ_{gr} , питома механічна робота, затрачена на відбір газу із ГТС на вході трубопроводу та на подавання його в мережу на виході тощо.

У рамках нелінійної моделі динаміки газу в довгому трубопроводі сформульовані задачі оптимального керування стаціонарними потоками транспортування газу магістральним трубопроводом, запропонований метод для їхнього числового розв'язування.

Розроблена математична модель поширення малих збурень у потоці газу трубопроводу, яка включає лінійну систему рівнянь із частинними похідними, коефіцієнти якої сильно залежать від режиму течії – з наближенням до критичного режиму їхні значення та просторова неоднорідність зростають.

У рамках моделі сформульована задача визначення хвильового поля збурення, спричиненого локальною флуктуацією тиску та розроблена методика її числового розв'язування із використанням методу скінченних різниць. Проведені дослідження хвильового поля дали змогу виявити місце виникнення флуктуації та ідентифікувати витоки.

У рамках моделі динаміки газу розроблений метод для виявлення витоків, визначення їхньої інтенсивності та місця розгерметизації в секціях МГ за стаціонарних режимів експлуатації на основі даних вимірювання тиску на вході і виході та в контрольних точках вздовж траси.

Отримані критерії цілісності ЛЕ МГ за нестаціонарних режимів роботи. На цій основі запропоновано метод неперервного контролю цілісності МГ, зважаючи на дані моніторингу значень тиску й температури газу на входах і виходах усіх вузлових елементів, а також швидкості потоку газу на вході першого вузлового елемента.

Розроблено метод контролю цілісності вузлових елементів за нестаціонарних режимів роботи МГ, який базується на аналізі параметрів хвиль акустичної емісії, спричинених витокком газу через наскрізний отвір у стінці трубопроводу. Інформативними параметрами для нього є сигнали акустичної емісії, отримані від п'єзоелектричних перетворювачів, встановлених на поверхні об'єкта контролю. Запропонована структура системи контролю цілісності МГ і її складових – систем контролю цілісності секцій ЛЧ МГ, ділянок секції ЛЧ МГ, а також систем контролю цілісності вузлових елементів ЛЧ МГ.

Побудовані моделі для опису бізнес-процесів транспортування і зберігання газу, а також фізичних процесів у спорудах і газі ГТС. Для обох бізнес-процесів введені множини їхніх визначальних параметрів, які необхідні для управління цими процесами. Моделі структури і множини визначальних параметрів для цих бізнес-процесів розраховуються зважаючи на моделі структури ГТС і моделі управління потоками газу.

З використанням методології IDEF0 проведено аналіз функцій управління ГТС. Розроблена модель управління ГТС у рамках концепції MES систем, базуючись на моделі функціональної ієрархії PERA. Її складовими є інформаційна модель та

модель активності на рівні оперативного управління ГТС. Розроблена інформаційна модель визначає зміст інформаційних потоків для бізнес-процесів транспортування та зберігання газу. Запропонована структура програмно-апаратного комплексу для автоматизації управління ГТС. Визначені функції програмно-технічних систем, які використовуються на різних рівнях управління, математично-алгоритмічне забезпечення для цих систем.

Розроблена концепція поетапної модернізації ГТС України, яка базується на створенні, згідно зі стандартом INSI/ISA-95, автоматизованої системи оперативного управління, що функціонує на принципах MES. Реалізація цієї концепції дасть змогу забезпечити автоматичний обмін даними на вертикалі «стратегічне управління – керування технологічними процесами», а також у межах кожного рівня управління. Це дасть змогу створити САУ ГТС України, що діятиме на всіх трьох рівнях і в усіх п'яти функціональних напрямках управління (інформаційні процеси, бізнес-процеси, транспортування газу, зберігання газу, експлуатація об'єктів і споруд ГТС). Розроблена концепція поетапної модернізації використана під час розроблення планів розвитку ГТС України, проекту «SCADA», який включений у десятирічний «План розвитку газотранспортної системи ТОВ «Оператор газотранспортної системи України» на 2021-2030 роки».

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Правила безпечної експлуатації магістральних газопроводів : Наказ Державного комітету України з промислової безпеки, охорони праці та гірничого нагляду від 27.01.2010 р. № 11. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0292-10#o37> (дата звернення: 08.03.2020).
2. Про об'єкти підвищеної небезпеки : Закон України від 18.01.2001 р. № 2245-III. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2245-14> (дата звернення: 08.03.2020).
3. Про ідентифікацію та декларування безпеки об'єктів підвищеної небезпеки : Постанова Кабінету Міністрів України від 11.07.2002 р. № 956. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/956-2002-п> (дата звернення: 08.03.2020).
4. Mora R. G., Hopkins P., Cote E. I., Shie T. Pipeline Integrity Management Systems: A Practical Approach. ASME Press, 2016. 374 p.
5. Hammer M., Champy J. Reengineering of Corporation. A manifesto for business revolution. New York : HarperBusiness Essentials, 2003. 257 p.
6. Бобровский С. А., Щербаков С. Г., Яковлев Е. И., Гарляускас А. И., Грачев В. В. Трубопроводный транспорт газа. Москва : Наука, 1976. 495 с.
7. Joseph Daniel D., Renardy Yuriko Y. Fundamentals of Two-Fluid Dynamics. Part I: Mathematical Theory and Applications. Springer, 1993. 443 p.
8. Селезнев В. Е., Алешин В. В., Клишин Г. С. Методы и технологии численного моделирования газопроводных систем. Москва : Едиториал УРСС, 2002. 448 с.
9. Lurie Mikhail V. Modeling of Oil Product and Gas Pipeline Transportation. Willey, 2008. 234 p.
10. Maric I., Ivek I. Natural Gas Properties and Flow Computation. *Natural Gas* : book / edited by Primoz Potocnik. InTech, 2010. P. 501–529. URL: <http://www.intechopen.com/books/natural-gas/natural-gas-properties-and-flow-computation> (дата звернення: 10.03.2020).

11. Wang X., Economides M. *Advanced natural gas engineering*. Elsevier, 2009. 368 p.
12. Gerhart P. M., Gerhart A. L., Hochstein J. I. Munson, Young and Okiishi's *Fundamentals of FluidMechanics*. USA : John Wiley & Sons, Inc, 2016. 816 p.
13. Kralik J., Stiegler P., Vostry Z., Zavorka J. Modelling the Dynamics of Flow in Gas Pipelines. *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics*. 1984. Vol. 14, No 4. P. 586–596.
14. Kralik J., Stiegler P., Vostry Z., Zavorka J. A Universal Dynamic Simulation Model of Gas Pipeline Networks. *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics*. 1984. Vol. 14, No 4. P. 597–606.
15. SIMONE Research Group: website. URL: <http://www.simone.eu/rusky/simone-company-about.asp> (дата звернення: 11.03.2020).
16. Chaczykowski M. Sensitivity of pipeline gas flow model to the selection of the equation of state. *Chemical engineering research and design*. 2009. Vol. 87, No 12. P. 1596–1603.
17. Chaczykowski Maciej. Transient flow in natural gas pipeline – The effect of pipeline thermal model. *Applied Mathematical Modelling*. 2010. Vol. 34. P. 1051–1067.
18. Oosterkamp A., Helgaker J. F., Ytrehus T. Modelling of natural gas pipe flow with rapid transients-case study of effect of ambient model. *Energy Procedia*. 2015. Vol. 64. P. 101–110.
19. Farzaneh-Gord Mahmood, Hamid Reza Rahbari. Response of natural gas distribution pipeline networks to ambient temperature variation (unsteady simulation). *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2018. Vol. 52. P. 94–105.
20. Тевяшев А. Д., Гусарова И. Г. Декомпозиционный метод решения заимосвязанных систем дифференциальных уравнений гиперболического типа. *Математическое моделирование*. 1991. Т. 3, № 9. С. 76–86.

21. Тевяшев А. Д., Тевяшева О. А., Смирнова В. С., Фролов В. А. Об одной стратегии оптимизации режимов работы газотранспортных систем. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2010. Vol. 4, No 3. P. 48–52.
22. Буданцева Ю. В., Гусарова И. Г., Тевяшев А. Д. Численное моделирование неустановившихся режимов транспорта природного газа по многокритериальному магистральному газопроводу. *Вісник Харківського національного університету. Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2008. № 833. С. 59–72.
23. Боярская Ю. В., Гусарова И. Г., Каминская А. В., Тевяшев А. Д. Учет моделей технологического оборудования при расчете неустановившихся режимов транспорта газа в многокритериальном магистральном газопроводе. *Вісник Харківського національного університету. Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2009. № 847. С. 25–39.
24. Чекурін В. Ф. Математична модель перехідних процесів перенесення маси й імпульсу в довгому газопроводі. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2010. Вип. 11. С. 210–219.
25. Богомолов С. В., Гаврилюк К. В., Мухин С. И. Течение газа в трубопроводах при наличии стока. *Математическое моделирование*. 1998. Т. 10, № 11. С. 82–92.
26. Nouri-Borujerdi A. Transient modeling of gas flow in pipelines following catastrophic failure. *Mathematical and Computer Modelling*. 2011. № 54. P. 3037–3045.
27. Воеводин А. Ф., Никифоровская В. С. Численный метод определения места утечки жидкости или газа в трубопроводе. *Сибирский журнал индустриальной математики*. 2009. Т. 12, № 1. С. 25–30.
28. Geiger G. State-of-the-Art in Leak Detection and Localisation. *Pipeline Technology 2006 Conference*. URL: <https://www.pipeline-conference.com/sites/default/files/papers/321%20Geiger.pdf> (дата звернення: 13.03.2020).

29. Murvay P.-S., Silea I. A survey on gas leak detection and localization techniques. *Journal of Loss Prevention in the Process Industry*. 2012. Vol. 25. P. 966–973.
30. Вакалюк Я. І., Карпаш О. М. Вибір методу визначення місць витоків газу з підземних газопроводів. *Методи та прилади контролю якості*. 2013. № 1(30). С. 55–63.
31. Яворський А. В., Карпаш О. М., Рибіцький І. В. Підходи до виявлення витоків газу з лінійної частини магістральних газопроводів у зонах геодинамічного ризику. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 2011. № 1(38). С. 113–119.
32. Williams T. J. The Purdue enterprise reference architecture. *Computers in industry*. 1994. Vol. 24(2). P. 141–158.
33. Bernus P., Nemes L. A framework to define a generic enterprise reference architecture and methodology. *Computer Integrated Manufacturing Systems*. 1996. Vol. 9(3). P. 179–191.
34. Шопин А. Г., Занин И. В., Бурдин А. В. MIS и ЕМІ: информационные системы уровня MES. *Автоматизация в промышленности*. 2009. № 9. С. 29–34.
35. Решетников И. С. Автоматизация производственной деятельности газотранспортной компании. Москва : НГСС, 2011. 116 с.
36. Пономарев Ю., Клюк Б., Борисенко В. Концепция построения и методы реализации автоматизированной системы оперативно-диспетчерского управления газотранспортной системой Украины. *Natural and Artificial Intelligence* / edited by K. Markov, V. Velychko, O. Voloshin. Sofia : ITHEA, 2010. С. 189–193.
37. System 800xA. Fully automated ESD System for major gas plant increases safety. URL:
[http://www05.abb.com/global/scot/scot349.nsf/veritydisplay/ac82e4f7a4c9c9d7c12576540058ca95/\\$file/](http://www05.abb.com/global/scot/scot349.nsf/veritydisplay/ac82e4f7a4c9c9d7c12576540058ca95/$file/) (дата звернення: 15.03.2020).
38. Emerson Process Management. URL: <http://www2.emersonprocess.com/en-US/industries/oil-gas/Pages/OilandGas.aspx> (дата звернення: 15.03.2020).

39. Wanderware: MES and EMI. URL: http://global.wonderware.com/EN/PDF%20Library/Brochure_Wonderware_MES-EMI.pdf (дата звернення: 16.03.2020).
40. OSI Soft : website. URL: <http://www.osisoft.com/> (дата звернення: 17.03.2020).
41. Gas Grids and Pipelines. PSI : website. URL: <http://www.psi.de/en/psi-energymanagement/oil-and-gas/> (дата звернення: 17.03.2020).
42. **SAP for Oil & Gas.** URL: <http://www.sap.com/solution/industry/oil-gas.html> (дата звернення: 19.03.2020).
43. Чекурін В. Ф., Притула М. Г., Химко О. М. Структура та функції інтегрованого програмно-технічного комплексу для автоматизації управління газотранспортною системою. *Автоматика, вимірювання та керування*. 2013. № 774. С. 51–60.
44. Herran-Gonzalez A., De La Cruz J. M., De Andres-Toro B., Risco-Martín J. L. Modeling and simulation of a gas distribution pipeline network. *Applied Mathematical Modelling*. 2009. № 33(3). P. 1584–1600.
45. Чекурін В. Ф. До побудови програмної системи для моделювання та оптимізації процесів транспортування природного газу. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2007. № 5. С. 158–169.
46. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. Москва : Мир, 1978. 432 с.
47. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов. Санкт-Петербург : Питер, 2000. 304 с.
48. Fox R. W., McDonald A. T., Prichard P. J. Introduction to fluid mechanics. John Wiley and Sons, 2004. 790 p.
49. **Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах** : 2-е изд., перераб. и доп. **Москва : Недра, 1975.** 296 с.
50. Brkić D. Review of explicit approximations to the Colebrook relation for flow friction. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2011. № 77(1). P. 34–48.

51. **Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям** : 2-е изд., перераб. и доп. Москва : Машиностроение, **1975**. 559 с.
52. **Справочник по гидравлическим расчетам** / под ред. П. Г. Киселева. Москва : Энергия, 1972. 312 с.
53. Burmeister L. C. *Convective Heat Transfer* : 2nd ed. Wiley-Interscience, 1993. 640 p.
54. Кириллилин В. А., Сычев В. В., Шейндлин А. Е. *Техническая термодинамика*. Москва : МЭИ, 2008. 496 с.
55. Cengel Yunus A., Michael A. Boles. *Thermodynamics: An Engineering Approach* 6th ed. New York : The McGraw-Hill Companies, Inc., 2007. 1016 p.
56. Anderson G. M. *Thermodynamics of natural systems*. Cambridge University Press, 2005. 648 p.
57. Kunz O., Klimeck R., Wagner W., Jaeschke M. The GERG-2004 wide-range equation of state for natural gases and other mixtures. 2007. 256 p.
58. Olivier Le Corre, Khaled Loubar. *Natural Gas : Physical Properties and Combustion Features* / edited by Primoz Potocnik. 2010. URL: <http://www.intechopen.com/books/natural-gas/natural-gas-physical-properties-and-combustion-features> (дата звернення: 12.04.2020).
59. Farzaneh-Gord M., Khamforoush A., Hashemi S., Pourkhadem H. Computing thermal properties of natural gas by utilizing AGA8 equation of state. *International Journal of Chemical Engineering and Applications*. 2010. Vol. 1, No 1. P. 20–24.
60. Elsharkawy A. M., Elkamel A. The accuracy of predicting compressibility factor for sour natural gases. *Petroleum science and technology*. 2001. Vol. 19, No 5-6. P. 711–731.
61. Farzaneh-Gord M., Khamforoush A., Hashemi S., Namin H. Computing Thermal Properties of Natural Gas by Utilizing AGA8 Equation of State. *International Journal of Chemical Engineering and Applications*. 2010. Vol. 1, No 1. P. 20–24.
62. Kunz O., Wagner W. The GERG-2008 Wide-Range Equation of State for Natural Gases and Other Mixtures: An Expansion of GERG-2004. *Journal of Chemical & Engineering Data*. 2012. Vol. 57. P. 3032–3091.

63. ISO 12213-1. 2nd ed. Natural gas. Calculation of compression factor. Part 1: Introduction and guidelines. 2006. 18 p.
64. ISO 12213-2:2006. 2nd ed. Natural gas. Calculation of compression factor. Part 2: Calculation using molar-composition analysis. 2006. 32 p.
65. Pistun Y. P. , Lesovoy L. V. , Matiko F. D. , Fedoryshyn R. M. Computer Aided Design of Differential Pressure Flow Meters. *World Journal of Engineering and Technology*. - Vol.2. - No.2. - 2014. - PP.68–77.
66. Эксплуатация магистральных газопроводов: учеб. пособ. / под общей редакцией Ю. Д. Земенкова. Тюмень : ГНГУ, 2002. 525 с.
67. Alobaidi W. M., Alkuam E. A., Al-Rizzo H. M., Sandgren E. Applications of ultrasonic techniques in oil and gas pipeline industries: a review. *American Journal of Operations Research*. 2015. Vol. 5, No 4. P. 274–287.
68. Chekurin V., Khymko O. Graph Theoretic Model For Structure Of A Gas Transmission System. In book : *Nauka i technika u progu III tysiąclecia / pod red. Aleksandry Mreły i Piotra Wikoszewskiego*. Bydgoszcz: Wydawnictwo Kujawsko-Pomorskiej Szkoły Wyższej w Bydgoszczy, 2014. 158 s. P. 18–28.
69. Чекурін В., Притула М., Химко О. Математична модель структури газотранспортної системи. *Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2013. № 771. С. 187–196.
70. Pyanylo Ya., Prytula N., Prytula M., Khymko O. On an invariant of a non-stationary model of pipelines gas flow. *Mathematical modeling and computing*. 2019. Vol. 6, No 1. P. 116–128.
71. Chekurin V. F., Khymko O. M. Numerical modeling transient processes in a long gas pipeline. *Mathematical modeling and computing*. 2019. Vol. 6, No 2. P. 220–238.
72. Chekurin V., Ponomaryov Yu., Khymko O. A mathematical model for evaluation the efficiency of gas-main pipeline in transient operational modes. *Econtechmod*. 2015. Vol. 4, No 3. P. 25–32.
73. Чекурін В. Ф., Химко О. М. Прямі і обернені задачі динаміки газу в довгому трубопроводі. *Обчислювальні методи і системи перетворення інформації* :

- зб. праць V наук.-техн. конф., м. Львів, 4-5 жовтня 2018 р. Львів, 2018. Вип. 5. С. 81–83.
74. Ортега Д., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. Москва : Наука, 1986. 288 с.
75. Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. New York : Cambridge University Press, 2007. 1262 p.
76. Hairer E., Norsett S., Wanner G. Solving Ordinary Differential equations I. Nonstiff Problems. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2008. 542 p.
77. Hairer E., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2010. 614 p.
78. Mathews J. H., Fink K. K. Numerical methods using Matlab. New Jersey : Prentice-Hall Inc., 2004. 664 p.
79. MATLAB Documentation. URL: <https://www.mathworks.com/help/matlab/> (дата звернення: 24.05.2020).
80. GNU Octave. URL: <http://octave.org/doc/interpreter/index.html> (дата звернення: 24.05.2020).
81. Radhakrishnan K. Description and Use of LSODE, the Livermore Solver for Ordinary Differential Equations. Cleveland, OH : NASA, 1993. 124 p.
82. Suili E., Mayers D. An introduction to Numerical Analysis. New York : Cambridge University Press, 2003. 444 p.
83. Integration and ODEs (scipy.integrate). SciPy.org : website. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/integrate.html> (дата звернення: 06.06.2020).
84. Яковлев М. Ф., Герасимова Т. О., Бруснікін В. М. Розв'язування задач з початковими умовами для систем звичайних диференціальних рівнянь на багатоядерному комп'ютері з графічними прискорювачами Інпарком. *Математичні машини і системи*. 2015. № 2. С. 20–27.

85. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. Москва : Бином, 2001. 632 с.
86. Деннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. Москва : Мир, 1988. 440 с.
87. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. Москва : Наука, 1988. 552 с.
88. Чекурін В. Ф., Химко О. М. Задачі оптимального керування потоками газу в довгому трубопроводі. *Механіко-технологічні системи та комплекси*. 2015. № 21. С. 104–111.
89. Притула Н., Боярин І., Ямнич В., Гринів О., Химко О. Ідентифікація параметрів моделі газотранспортної системи. *Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. Львів, 2011. № 694. С. 270–276.
90. Чекурін В. Математична модель перехідних процесів перенесення маси та імпульсу в довгому газопроводі. Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. - 2010. - Вип. 11. - С. 210-219.
91. Клюк Б. О., Вечерік Р. Л., Рудко В. В., Гордієнко О. М., Гуменюк А. І., Микитин В. М., Петришак Г. В., Химко О. М. Пристрій для очищення внутрішньої поверхні трубопроводу малого діаметру: пат. України на корисну модель. № 58710; опубл. 26.04.2011, Бюл. № 8.
92. Hough J. E. Leak testing of pipelines uses pressure and acoustic velocity. *Oil and Gas Journal*. 1988. Vol. 86, No 47. P. 35–41.
93. Chekurin V., Khymko O. Mathematical modeling of a small pressure disturbance in gas flow of a long pipeline. *Mathematical Modeling and Computing*. 2017. Vol. 4, No 2. P. 126–138.
94. Chekurin V., Khymko O. Mathematical model for propagation of long acoustic waves in the flow of a gas pipeline. *Workshop on direct and inverse problems of electromagnetic and acoustic wave theory (DIPED) : Proceedings of XXII International Seminar*. Dnipro, September 25-28, 2017. P. 80–83.
95. Chekurin Vasyl, Khymko Olga. Wave of pressure in gas pipeline: a telegraph-type model. *Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and*

- Acoustic Wave Theory (DIPED-2018)* : Proceedings of XXIII International Seminar. Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, 2018. P. 157–160.
96. Leak Detection Based Pipeline Integrity Systems. Guidance Note. Glasgow : TUV NEL, 2010. 7 p.
 97. API 1130 Computational Pipeline Monitoring for Liquid Pipelines : 2nd Edition. American Petroleum Institute, 2002.
 98. V. Beskorovainyi, O. Solonets, K. Kulagin, T. Koshel, S. Petrov, A. Koshel. The method of system planning of network facilities for special control // Сучасні інформаційні системи. – 2017. – Т. 1, № 2. – С. 15–20.
 99. Zhang J. Designing a cost-effective and reliable pipeline leak-detection system. *Pipes and Pipelines International*. 1997. Vol. 42, No 1. P. 20–26.
 100. Jiangwen Wan J., Yu Y., Wu Y. et al. Hierarchical Leak Detection and Localization Method in Natural Gas Pipeline Monitoring Sensor Networks. *Sensors*. 2012. Vol. 12. P. 189–214.
 101. Shaw D., Phillips P., Baker R. et al. Leak Detection Study. Final Report to U.S. Department Of Transportation Pipeline And Hazardousmaterials Safety Administration : Kiefner and Associates, Inc., December 10, 2012. 281 p.
 102. Klein W. R. Acoustic leak detection. *American Society of Mechanical Engineers. Petroleum Division*. 1993. Vol. 55. P. 57–61.
 103. Brunner A., Barbezat M. Acoustic Emission Leak Testing of Pipes for Pressuarized Gas Usin Active Fiber Composite Elements as Sensors. *J. Acoustic Emission*. 2007. Vol. 25. P. 42–50.
 104. Hough J. E. Leak testing of pipelines uses pressure and acoustic velocity. *Oil and Gas Journal*. 1988. Vol. 86, No 47. P. 35–41.
 105. Liu A. E. Overview: Pipeline Accounting and Leak Detection by Mass Balance, Theory and Hardware Implementation. QUANTUM DYNAMICS, INC., 2008. URL: http://www.pstrust.org/library/docs/massbalance_ld.pdf (дата звернення: 02.09.2020).
 106. Zhang X. Statistical leak detection in gas and liquid pipelines. *Pipes & pipelines international*. 1993. Vol. 38, No 4. P. 26–29.

107. Geiger G., Gregoritz W., Matko D. Leak detection and localisation in pipes and pipelines. *Computer Aided Chemical Engineering*. Elsevier, 2000. Vol. 8. P. 781–786.
108. Geiger G. Principles of leak detection. KROHNE: Oil and Gas. 2005. 61 p.
109. Oyedeko K. F. K., Balogun H. A. Modeling and simulation of a leak detection for oil and gas pipelines via transient model: A case study of the niger delta. *Journal of Energy Technologies and Policy*. 2015. Vol. 5, No 1. P. 16–27.
110. Scott S. L., Barrufet M. A. Worldwide assessment of industry leak detection capabilities for single & multiphase pipelines : Project Report Prepared for the Minerals Management Service. OTRC Library Number : 8/03A120. Austin : University of Texas, 2003.
111. Sulaima M. F., Abdullah F., Jali M. H. et. al. A Feasibility Study of Internal and External Based System for Pipeline Leak Detection in Upstream Petroleum Industry. *Aust. J. Basic & Appl. Sci.* 2014. Vol. 8, No 3. P. 204–210.
112. Argosy Technologies : website. URL: <http://www.argosy-tech.ru/solutions-and-services/sistema-obnaruzheniya-utechek-at> (дата звернення: 05.10.2020)
113. Krone : website. URL: <http://www.krohne.com> (дата звернення: 12.10.2020).
114. PSI : website. URL: <http://www.psoilandgas.com> (дата звернення: 12.10.2020).
115. Ultrasonic flowmeters. FUS-LDS Leak Detection System : Operating Instructions, 2012. URL: https://cache.industry.siemens.com/dl/files/989/23909989/att_99750/v1/FUS-LDS_manual_EN_A5E03687684-02.pdf (дата звернення: 13.10.2020).
116. Gabbar H. A., Kishawy H. A. Framework of pipeline integrity management. *Int. J. Process Systems Engineering*. 2011. Vol. 1, No 3/4. P. 215–236.
117. Акопова Г. С., Дорохова Е. В., Попов П. Б. Оценка объемов потерь метана с утечками от технологического оборудования газотранспортных объектов ОАО «Газпром». *Вести газовой науки*. 2013. № 2(13). С. 63–67.
118. Іванік Є. Б. Досвід діагностування магістральних газопроводів ДК “Укртрансгаз” за допомогою внутрішньотрубних інспекційних поршнів. *Трубопровідний транспорт*. 2010. № 5(65). С. 9–11.

119. Грудз В. Я., Мельник Л. І. та ін. Сучасні програмні продукти як засіб діагностування неізотермічних нафтопроводів. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 2012. № 1(42). С. 7–16.
120. ASTM E1211 – 07. Standard Practice for Leak Detection and Location Using Surface-Mounted Acoustic Emission Sensors. URL: <https://www.astm.org/DATABASE.CART/HISTORICAL/E1211-07.htm> (дата звернення: 21.10.2020).
121. Котляр И. Я., Пиляк В. М. Эксплуатация магистральных газопроводов. Ленинград : Недра, 1971. 248 с.
122. Чекурін В. Ф., Химко О. Я. Математична модель для контролю цілісності лінійної частини магістрального газопроводу. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки*. 2019. № 30(69), № 1(Ч.1). С. 158–164.
123. Неразрушающий контроль : справочник: в 7 т. / под общей редакцией В. В. Клюева. Т. 7 : в 2-х кн. : Кн. 1 / В. И. Иванов, И. Э. Власов. Метод акустической эмиссии. Кн. 2 / Ф. Я. Балицкий, А. В. Барков, Н. А. Баркова и др. Вибродиагностика. Москва : Машиностроение, 2005. 829 с.
124. Gorbiychuk M. I., Vila O. T., Humeniuk T. V., Zaiachuk Y. I. Development of a method for optimizing operation of centrifugal gas superchargers under conditions of uncertainty. *Earsten-European Journal of Enterprise Technologies*. 5/4(101). 2019. Pp. 6 – 17.
125. Kourousis D., Bollas K., Anastasopoulos A. Acoustic emission leak detection of buried oil pipelines, river and road crossings. *Envirocoustics ABEE*, Athens, Greece. URL: https://www.ndt.net/article/ecndt2010/reports/1_07_01.pdf (дата звернення: 11.11.2020).
126. Brunner A J., Barbezat M. Acoustic emission leak testing of pipes for pressurized gas using active fiber composite elements as sensors. *J. Acoustic Emission*. 2007. No 25. P. 42–50.
127. Knapp C. H., Carter G. C. The generalized correlation method for estimation of time delay. *J. Sound Vib*. 1976. No 24. P. 320–327.

128. Almeida F., Brennan M., Joseph P., Whitfield S., Dray S., Paschoalini A. On the Acoustic Filtering of the Pipe and Sensor in a Buried Plastic Water Pipe and its Effect on Leak Detection: An Experimental Investigation. *Sensors*. 2014. No 14. P. 5595–5610.
129. Ozevin D., Harding J. Novel leak localization in pressurized pipeline networks using acoustic emission and geometric connectivity. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2012. Vol. 92. P. 63–69.
130. Химко О., Гринів О., Притула Н., Притула М. Алгоритмічний метод діагностики витоків газу на ділянках магістральних газопроводів. *Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. Львів, 2015. № 26. С.404–412.
131. Чекурін В. Ф., Химко О. М. Моделювання системи виявлення та ідентифікації витоків у магістральних газопроводах. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія : технічні науки*. 2018. Т. 29(68), Ч. 2, № 1. С. 52–57.
132. Чекурін В. Ф., Химко О. Я. Пономарьов Ю. В. Метод контролю цілісності лінійної частини магістрального газопроводу за даними моніторингу параметрів потоку. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки*. 2019. Т. 30(69), Ч. 1, № 2. С. 234–240.
133. Чекурін В. Ф., Химко О. М. Перехідні процеси течії газу в трубопроводі, спричинені локальним витокком. *Математичні методи та фізико-механічні поля*. 2019. Т. 62, № 3. С. 142–158.
134. Chekurin V., Kushnir R., Ponomarev Yu., Prytula M., Khyenko O. A Model of a System for Gas Transmission Pipeline Integrity Monitoring. *Degradation Assessment and Failure Prevention of Pipeline Systems* : book / eds. G. Bolzon, G. Gabetta, H. Nykyforchyn. Series: Lecture Notes in Civil Engineering. Springer, 2021. Vol. 102. P. 99–114.
135. Чекурін В., Химко О. Математичні моделі для ідентифікації витоків в довгому газопроводі. Стационарний режим. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2017. Вип. 25. С. 157–169.

136. Чекурін В., Химко О. Чисельне дослідження перехідних процесів у довгому газопроводі, спричинених розгерметизацією. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2017. Вип. 26. С. 100–111.
137. Чекурін В. Ф., Химко О. М. Математичні моделі, методи та алгоритми виявлення та ідентифікації витоків у магістральних газопроводах. *АВТОМАТИКА – 2017* : матеріали XIV міжнар. конф. з автоматичного управління, м. Київ, 13-15 вересня 2017 р. С. 49–51.
138. Чекурін В., Химко О. Задачі динаміки газу в довгому трубопроводі за локальної розгерметизації. *Сучасні проблеми механіки та математики* : матеріали міжнар. наук. конф., м. Львів, 22-25 травня 2018 р. С. 32.
139. Чекурін В., Пономарьов Ю., Химко О. Математичне моделювання перехідних процесів у довгому газопроводі з локальним витокком. *Інформаційні системи та технології. ICT-2019* : матеріали 8-ї міжнар. наук.-техн. конф., мм. Коблеве-Харків, 9-14 верес. 2019 р. С. 297–301.
140. A Reference Model For Computer Integrated Manufacturing (CIM). *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*. Purdue Research Foundation, 1989. Vol. 2(2). P. 114–127.
141. Bernus P., Nemes L. A framework to define a generic enterprise reference architecture and methodology. *Computer Integrated Manufacturing Systems*. 1996. Vol. 9(3). P. 179–191.
142. Meyer Heiko, Fuchs Franz, Thiel Klaus. *Manufacturing Execution Systems: Optimal Design, Planning, and Deployment*. 2009. New York : McGraw Hill. 248 p.
143. Govindaraju R., Lukman K., Chandra D. Manufacturing execution system design using ISA-95. *Advanced Materials Research*. 2014. Vol. 980. P. 248–252. URL: <https://www.scientific net/AMR.980.248> (дата звернення: 08.03.2020).
144. Машков О.А., Дурняк Б.В., Мамчур Ю.В., Тимченко О.В. Синтез алгоритму програмного керування на тренажері дистанційно пілотованого літального апарата на основі алгоритмічної процедури рішення оберненої

- задачі динаміки (детермінована постановка) // Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – Вип.83. – К.: 2017. – С.166-176.
145. ISA-95. URL: <http://www.isa-95.com/> (дата звернення: 18.11.2020).
 146. Van der Linden D. How to apply ANSI/ISA 88 or IEC 61512-01. URL: <http://docshare02.docshare.tips/files/18356/183564093.pdf> (дата звернення: 18.11.2020).
 147. ANSI/ISA-95.00.01-2010. Enterprise-Control System Integration. Part 1: Models and Terminology. ISA, Raleigh, North Carolina, U.S.A.
 148. ANSI/ISA-95.00.02-2018. Enterprise-Control System Integration. Part 2: Objects and Attributes for Enterprise-Control System Integration. ISA, Raleigh, North Carolina, U.S.A.
 149. ANSI/ISA-95.00.03-2013. Enterprise-Control System Integration. Part 3: Activity Models of Manufacturing Operations Management. ISA, Raleigh, North Carolina, U.S.A.
 150. ANSI/ISA-95.00.04-2012. Enterprise-Control System Integration. Part 4: Objects and attributes for manufacturing operations management integration. ISA, Raleigh, North Carolina, U.S.A.
 151. ANSI/ISA-95.00.05-2018. Enterprise-Control System Integration. Part 5: Business-to-Manufacturing Transactions. ISA, Raleigh, North Carolina, U.S.A.
 152. IEC 62264-1 Edition 2.0 2013. Enterprise-control system integration. Part 1: Models and terminology. Geneva, Switzerland.
 153. IEC 62264-2 Edition 2.0 2013. Enterprise-control system integration. Part 2: Objects and attributes for enterprise-control system integration.
 154. IEC 62264-3 Edition 2.0 2016. Enterprise-control system integration. Part 3: Activity models of manufacturing operations management.
 155. IEC 62264-4 Edition 1.0 2015. Enterprise-control system integration. Part 4: Object model attributes for manufacturing operations management integration.
 156. IEC 62264-5 Edition 2.0 2016. Enterprise-control system integration. Part 5: Business to manufacturing transactions.

157. ISA88. Batch Control. URL: <https://www.isa.org/standards-and-publications/isa-standards/isa-standards-committees/isa88> (дата звернення: 28.11.2020).
158. REC-xml-19980210. Extensible Markup Language. The World Wide Web Consortium. URL: <http://www.w3.org/TR/1998/REC-xml-19980210> (дата звернення: 28.11.2020).
159. Business To Manufacturing Markup Language. URL: <https://schemas.liquid-technologies.com/b2mml/v0401/> (дата звернення: 30.11.2020).
160. Song X. Y., Zhuo Z. B., Bai X. B., Xue J. S. Construction the Collaborative Manufacturing Execution System Based on NetworK. *Information and Control*. 2005. Vol. 34(4). P. 466–469.
161. OLE for Process Control (OPC). URL: https://www.ge.com/digital/documentation/ifix/version61/Subsystems/UND/content/und_ole_for_process_control_opc.htm (дата звернення: 02.12.2020).
162. Laudon K. C., Laudon J. P. Management information systems. Upper Saddle River : Pearson. 2015. 143 p.
163. Gmelch O. User-Centric application integration in enterprise portal systems. Lohmar-Koln. 2012. 260 p.
164. MSDN. Tutorial 1 : Enterprise Application Integration. URL: <http://msdn.microsoft.com/en-us/library/aa578030.aspx> (дата звернення: 10.12.2020).
165. Totally Integrated Automation Portal. One integrated engineering framework for all automation tasks. URL: https://www.automation.siemens.com/salesmaterial-as/brochure/en/brochure_tia_portal_en.pdf (дата звернення: 10.12.2020).
166. SIMATIC IT — для построения MES систем. От планирования к производству. Информация по продукту. Siemens. URL: http://www.siemens.com/simatic_it (дата звернення: 11.12.2020).
167. Dorador J. M., Young R. I. Application of IDEF0, IDEF3 and UML methodologies in the creation of information models. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*. 2000. Vol. 13(5). P. 430–445.

168. Чекурін В. Ф., Ю.В. Пономарьов, Притула М. Г., Химко О. М. Підхід до автоматизації управління газотранспортною системою України. Надійність і довговічність матеріалів, конструкцій, обладнання та споруд: Збірник наукових статей за результатами, отриманими впродовж 2016-2020 рр. / Інститут електрозварювання ім.Є.О.Патона НАН України. Київ, 2020. С.142-154.
169. Чекурін В. Ф., Притула М. Г., Химко О. М. Методологія MES і комп'ютеризація управління ГТС. *Комп'ютерні системи та мережі*. 2014. № 806. С. 275–283.
170. Пономарьов Ю. В., Притула М. Г., Химко О. М., Чекурін В. Ф. Автоматизація управління ГТС: стан та перспективи розвитку з використанням MES. *Нафтогазова галузь України*. 2015. № 5. С. 40–45.
171. Притула М. Г., Химко О. М., Чекурін В. Ф. Методологія побудови комп'ютеризованих систем управління виробничими підприємствами з використанням MES. *Нафтогазова галузь України*. 2015. № 1. С. 31–36.
172. Чекурін В. Ф., Химко О. М. Моделювання функцій програмного комплексу для автоматизації управління газотранспортними системами. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки*. 2018. Вип. 29(68), № 2. С. 192–197.
173. Chekurin V., Ponomaryov Yu., Prytula M., Khymko O. Development of an approach to automation of gas transmission system management. *Technology Audit and Production Reserves*. 2018. № 5/1(43). P. 52–60.
174. Чекурін В. Ф., Пономарьов Ю. В., Притула М. Г., Химко О. М. Підхід до автоматизації управління газотранспортною системою України. *Технічна діагностика та неруйнівний контроль*. 2020. № 4. С. 23–31.
175. Чекурін В., Притула М., Химко О. Моделювання архітектури та функціональності програмно-технічного комплексу для автоматизації управління магістральними газопроводами. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2013. № 18. С. 209–218.

176. Чекурін В. Ф., Притула М. Г., Пономарьов Ю. В, Химко О. М. Концепція MES і автоматизація управління ГТС. *Нафтогазова енергетика 2015* : матеріали IV міжнар. наук.-техн. конф., м. Івано-Франківськ, 21-24 квітня 2015 р. С. 135–139.
177. Химко О., Чекурін В. Моделювання структури програмного комплексу для управління газотранспортними системами. *Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання* : матеріали міжнар. наук.-практ. конф., м. Івано-Франківськ, 15-20 травня 2017 р. Голіней, 2017. С. 28–31.

її підсистем. Загалом обчислення проведені для семи підсистем:

- КС Красилів – ПВВГ Дідушичі.
- КС Красилів – КС Тернопіль.
- ПВВГ Дідушичі – КС Долина.
- ПВВГ Ходовичі КЗУ 2 – КС Долина.
- ПВВГ Довге – КС Долина.
- ПВВГ Чагрів – КС Долина,
- ПВВГ Ходовичі 1400 – КС Долина.

Дані про розбаланс розглянутих підсистем, розраховані на основі проведених експериментів, подані в таблиці А.1.

Таблиця А.1 – Дані про розбаланс

№	Ділянка	Період	Розбаланс
1	КС Красилів – ПВВГ Дідушичі	23.03.2016 – 04.04.2016	0,94%
2	КС Красилів – КС Тернопіль	09.07.2018 – 07.08.2018	1,02%;
3	ПГЗ Дідушичі – КС Долина	01.07.2018 – 20.02.2018	0,365%;
4	ПВВГ Ходовичі КЗУ-2 – КС Долина	20.04.2018 – 08.05.2018	0,04%;
5	ПВВГ Довге – КС Долина	20.04.2018 – 08.05.2018	0,672%
6	ПВВГ Чагрів – КС Долина	15.04.2018 – 27.04.2018	-0,1%;
7	ПВВГ Ходовичі 1400 – КС Долина	20.05.2018 – 18.06.2018	0,014%

А.2 РОЗРАХУНОК ПІДСИСТЕМИ ГТС КС КРАСИЛІВ – ПВВГ ДІДУШИЧІ

Технологічна схема ділянки показана на рисунку А.1. Результати проведених обчислювальних експериментів подані на рисунках А.2 – А.4 і у таблиці А.2.

На рисунку А.2 показані часові залежності параметрів течії газу в ПВВГ Красилів – на верхньому графіку витрати Q , а на нижньому тиску P . Червоний колір кривих, наведених на графіках, відповідає вимірним значенням параметрів Q і P , які використовувалися як крайові умови для формулювання задачі. Крива, що зображена зеленим кольором, зображає залежність тиску, розрахованого в цій контрольній точці, на основі отриманого розв'язку задачі. Зіставляючи дві криві, що

зображені на нижньому графіку, можемо судити про відхилення розрахованих значень тиску від вимірних у цій точці.

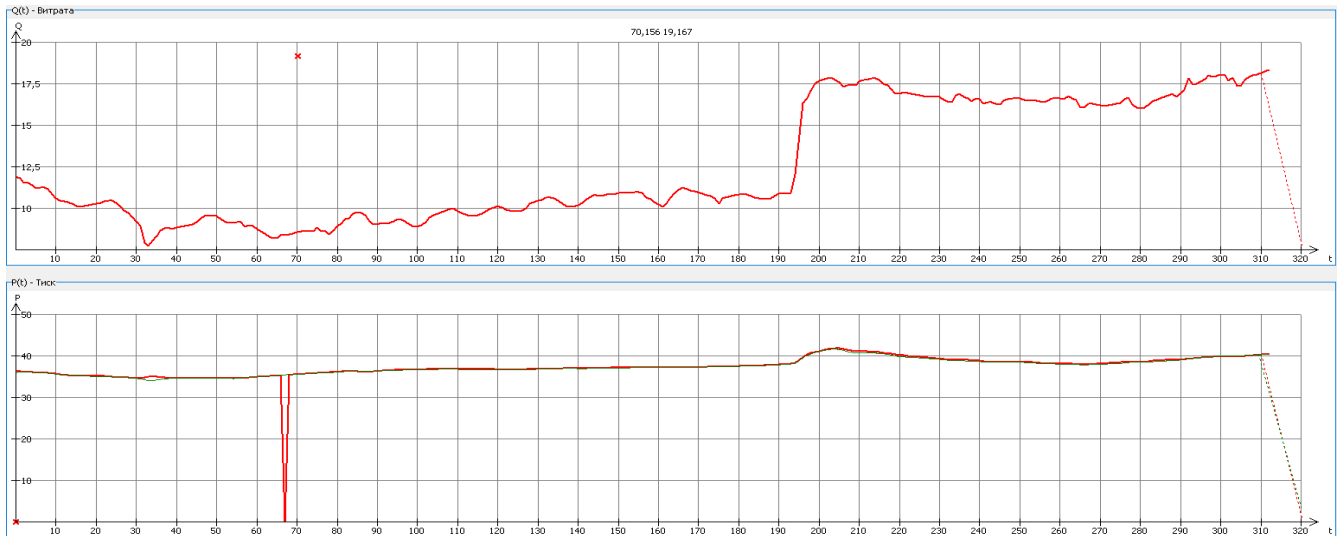


Рисунок А.2 – Вимірні і розраховані параметри течії газу в ПВВГ Красилів

На рисунку А.3 показані часові залежності параметрів течії газу в ПВВГ Дідушичі. Криві червоного представляють результати вимірювання параметрів Q і P в залежності від часу, а зелена – результати розрахунку витрати Q . Тут можна зіставити часові залежності витрати, які розраховані на основі розв'язку задачі, із вимірними в ПВВГ Дідушичі.

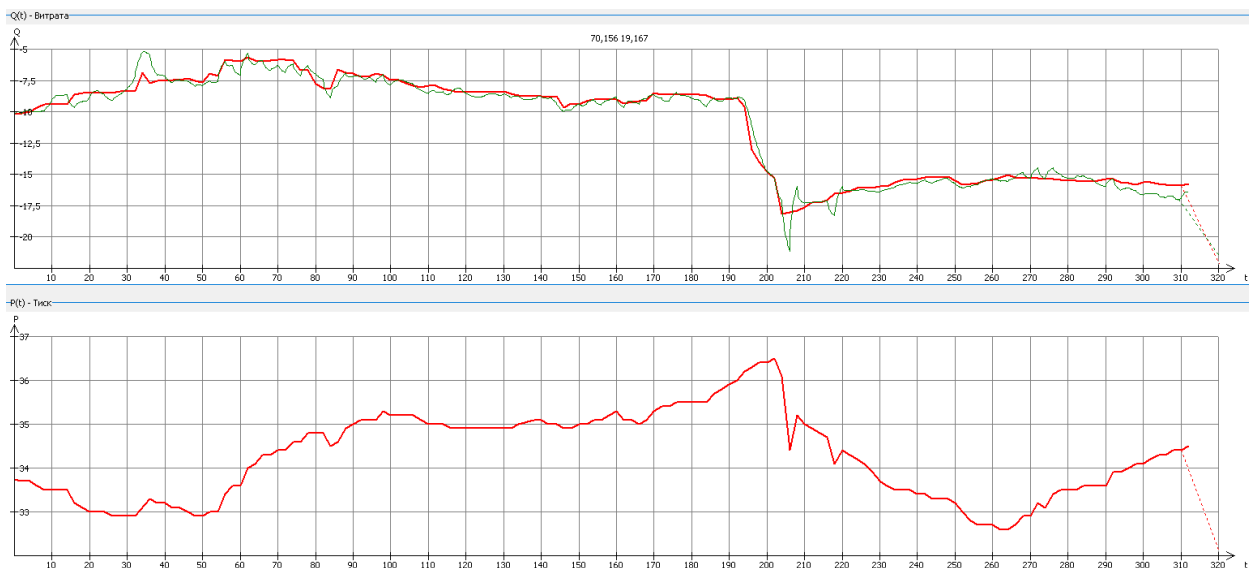


Рисунок А.3 – Вимірні і розраховані параметри течії газу в ПВВГ Дідушичі

В таблиці А.2 наведені деякі результати які отримані із розв'язку задачі.

Таблиця А.2

Дата	Красилів тис.м ³ /д	Дідушичі, тис. м ³ /д	Спожи- вачі, тис м ³ /д	Запас газу, м ³	Зміна запасу газу, тис. м ³	Розба- ланс, тис. м ³	Розба- ланс, %
23.03.2016	11254	9298	2631	15318677,87			
24.03.2016	10700	9177	1991	14850918,52	-468	0	0,00
25.03.2016	9063	7317	1836	14764539,14	-86	-4	-0,04
26.03.2016	8726	5593	1494	15307427,84	543	1096	12,56
27.03.2016	9040	6982	1561	15689569,14	382	115	1,27
28.03.2016	9523	7742	1670	15667646,76	-22	133	1,40
29.03.2016	10212	8585	1447	15780655,87	113	67	0,66
30.03.2016	10764	9159	1402	15838518,28	58	145	1,35
31.03.2016	10748	8761	1506	16194142,71	356	125	1,17
01.04.2016	16366	14436	1152	16720592,55	526	252	1,54
02.04.2016	16259	16221	1302	15938332,62	-782	-482	-2,96
03.04.2016	16506	15430	1243	15557264,47	-381	214	1,30
04.04.2016	16323	15350	867	15970817,52	414	-308	-1,88
						1354	0,94

Сумарний розбаланс на цій ділянці за період 23.03.2016 – 04.04.2016 склав 1354 тис. м³ або 0,94% від об'єму перекачаного на цій ділянці газу.



Рисунок А.4 – Зміна об'єму акумульованого газу на ділянці ГТС КС Красилів – ПВВГ Дідушичі за період 23.03.2016 – 04.04.2016.

На рисунку А.4 показаний графік зміни в часі обсягу газу накопиченого на цій ділянці.

А.3 РОЗРАХУНОК ДІЛЯНКИ ПВВГ ХОДОВИЧІ КЗУ-2 – КС ДОЛИНА

На цій ділянці виявлено один із найнижчих рівнів розбалансу (0,04%). Її технологічна схема показана на рисунку 2.5.

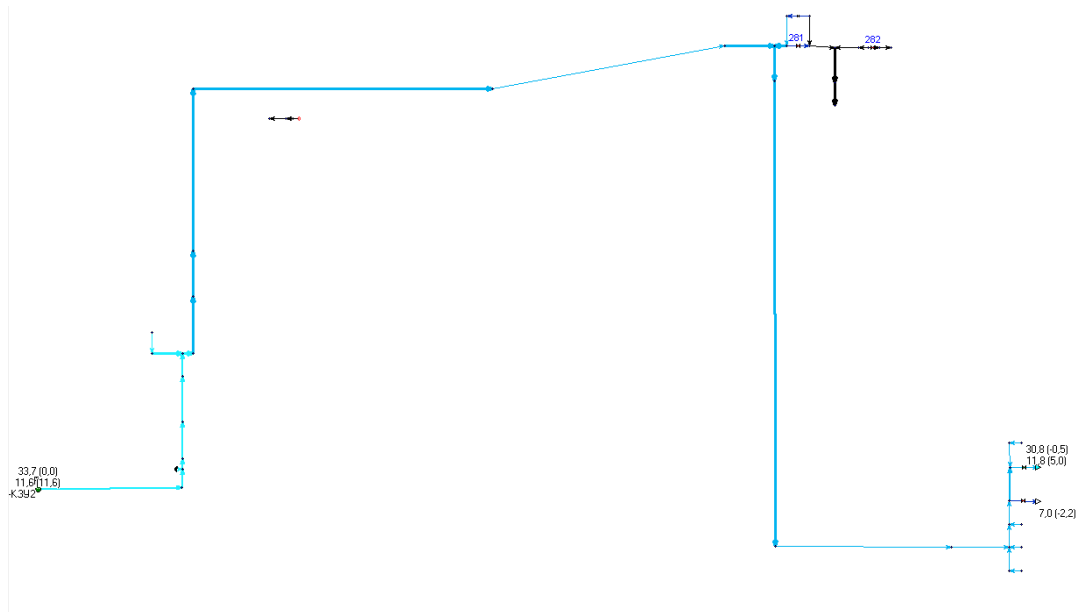


Рисунок А.5 – Технологічна схема ділянки ПВВГ Ходовичі КЗУ-2 – КС Долина

На рисунках А.6. і А.7 показані графіки зміни параметрів течії газу в ПВВГ Ходовичі КЗУ-2 і в КС Долина відповідно. На верхніх графіках подані значення витрати Q , а на нижніх – значення тиску P у цих двох точках. Червоним кольором подані результати вимірювань, а зеленим розраховані параметри – витрата Q у пункті ПВВГ Ходовичі КЗУ-2 і тиск P у пункті КС Долина. Зіставляючи дві криві на нижньому графіку рисунку А.6 та дві криві на верхньому графіку рисунку А.7, зауважуємо, що розбіжність між розрахованими і вимірними параметрами є мала, тобто запропонована математична модель з високою точністю описує течію газу на цій ділянці.

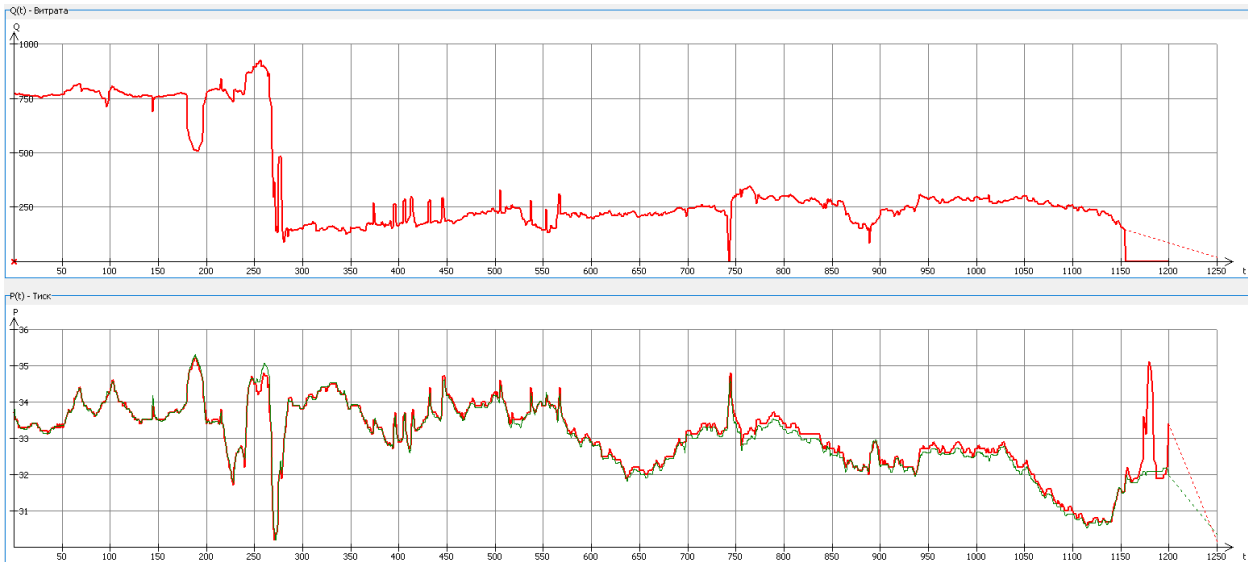


Рисунок А.6 – Зміна параметрів течії газу в пункті ПВВГ Ходовичі КЗУ-2

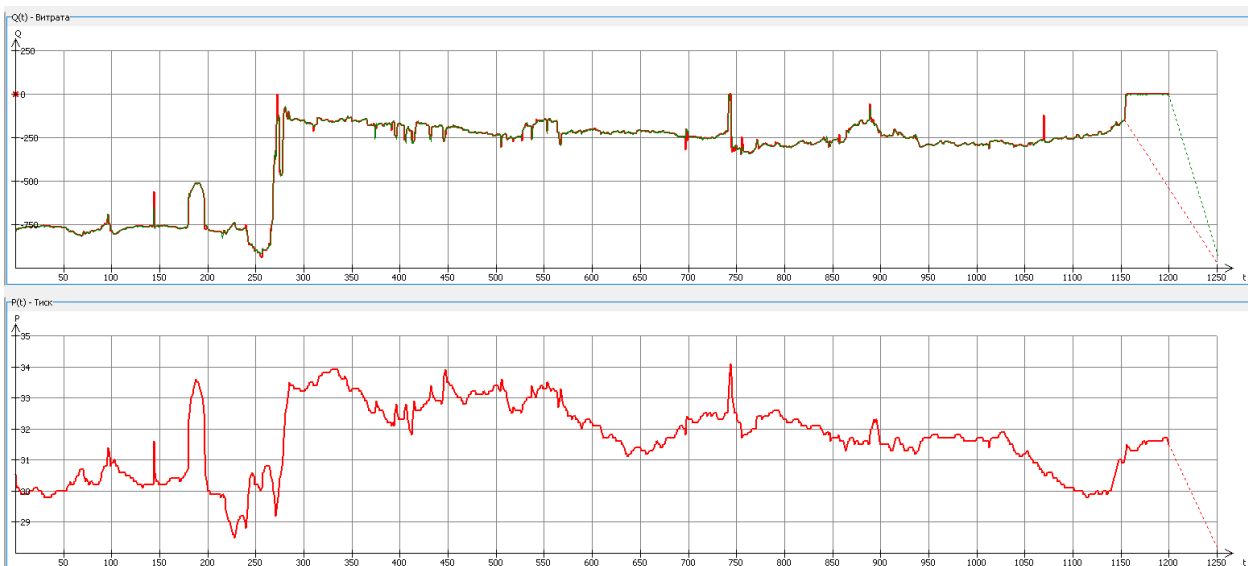


Рисунок А.7 – Зміна параметрів течії газу в пункті КС Долина

На рисунку А.8 приведена залежність зміни в часі обсягу газу накопиченого в трубопроводах цієї ділянки.

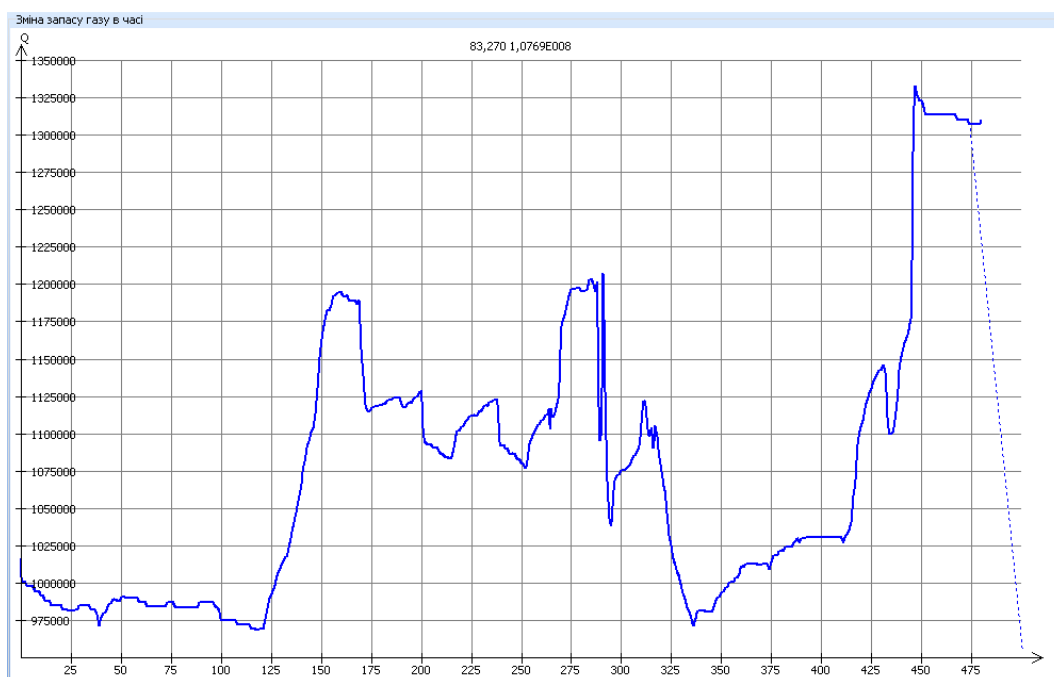


Рисунок А.8 – Графік зміни об'єму акумульованого газу на ділянці ПВВГ Ходовичі КЗУ - 2 – КС Долина в період 01.01.2018 – 18.02.2018

Об'єм газу перекачаного через цю ділянку за період 01.01.2018 – 18.02.2018 склав 392552,25 тис. м³, розбаланс за цей період становить 159,33 тис. м³, що складає 0,04%.

А.4 РОЗРАХУНОК ПІДСИСТЕМИ КС КРАСИЛІВ – КС ТЕРНОПІЛЬ

Розрахунок балансу газу на ділянці КС Красилів – КС Тернопіль провели для періоду 09.07.2018 – 07.08.2018.

Технологічна схема цієї ділянки показана на рисунку А.9, а залежності параметрів течії газу на вході ділянки (КС Красилів) і її виході (КС Тернопіль) показані на рисунках А.10, А.11.

Крайові умови для задачі чисельного моделювання течії газу на цій ділянці визначали виходячи із вимірних значень витрати газу на її вході – пункт КС Красилів (верхній графік на рисунку А.10) та вимірних значень тиску на виході – КС Тернопіль (нижній графік на рисунку А.11). Крім цього використовували дані вимірювання температури на вході і виході ділянки, а також вимірні дані про зміну витрати, тиску, температури у всіх проміжних точках виходу з підсистеми.

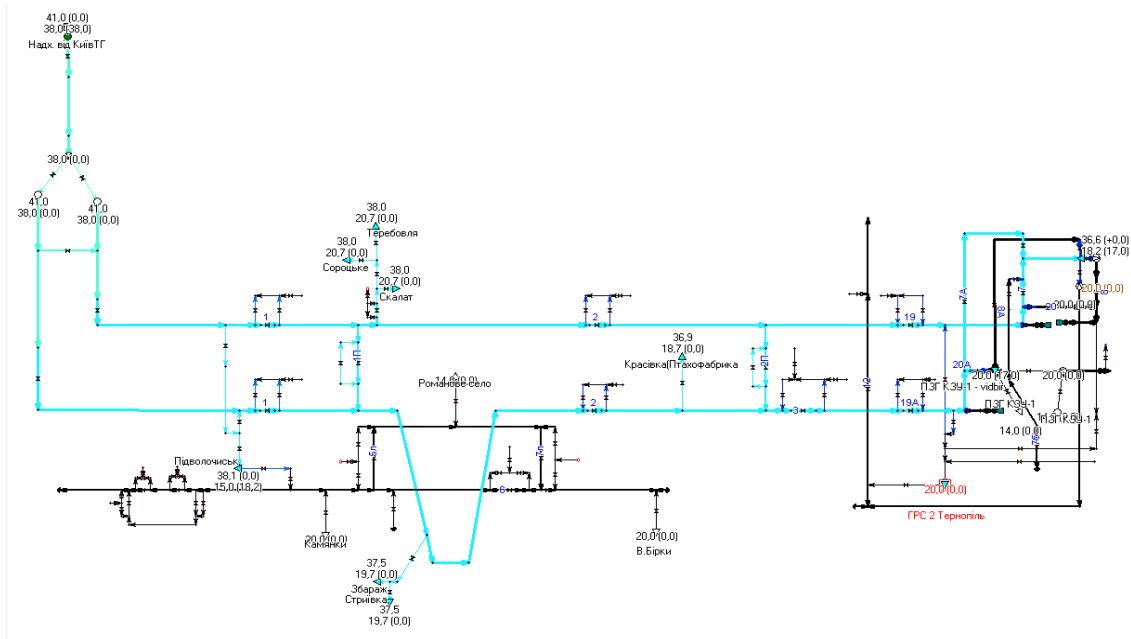


Рисунок А.9 – Технологічна схема ділянки КС Красилів – КС Тернопіль

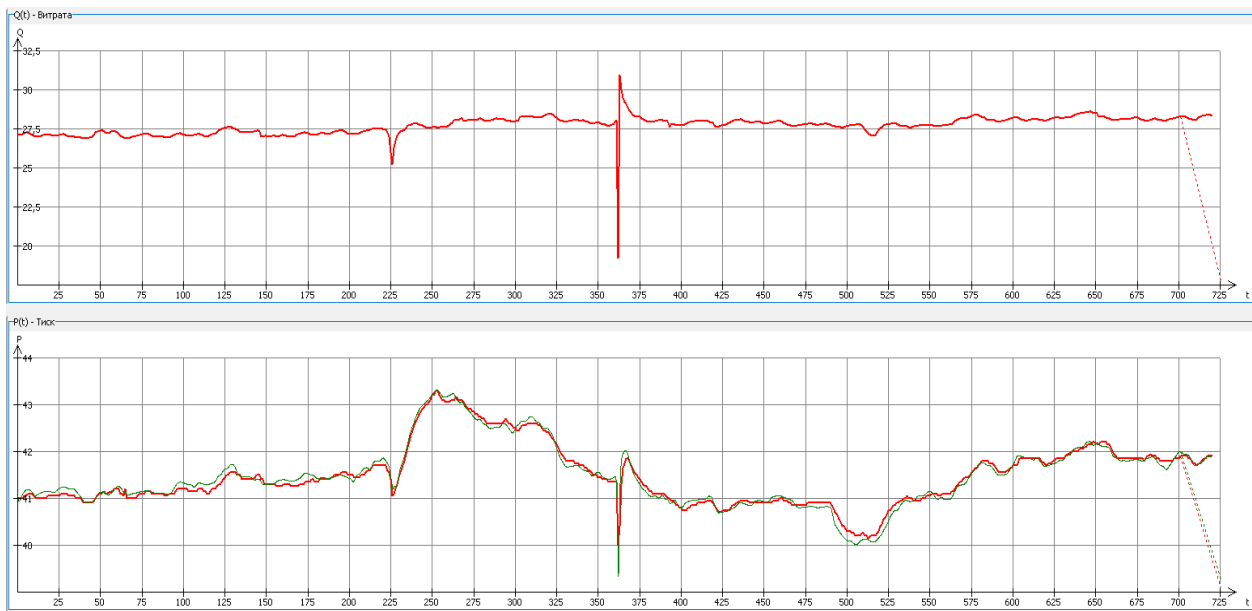


Рисунок А.10 – Зміна параметрів течії газу в контрольному в ПВВГ Красилів

Червоні криві на графіках рисунків А.10, А.11 представляють результати вимірювань штатними приладами, а зелені – результати розрахунку, отримані із розв'язку задачі.

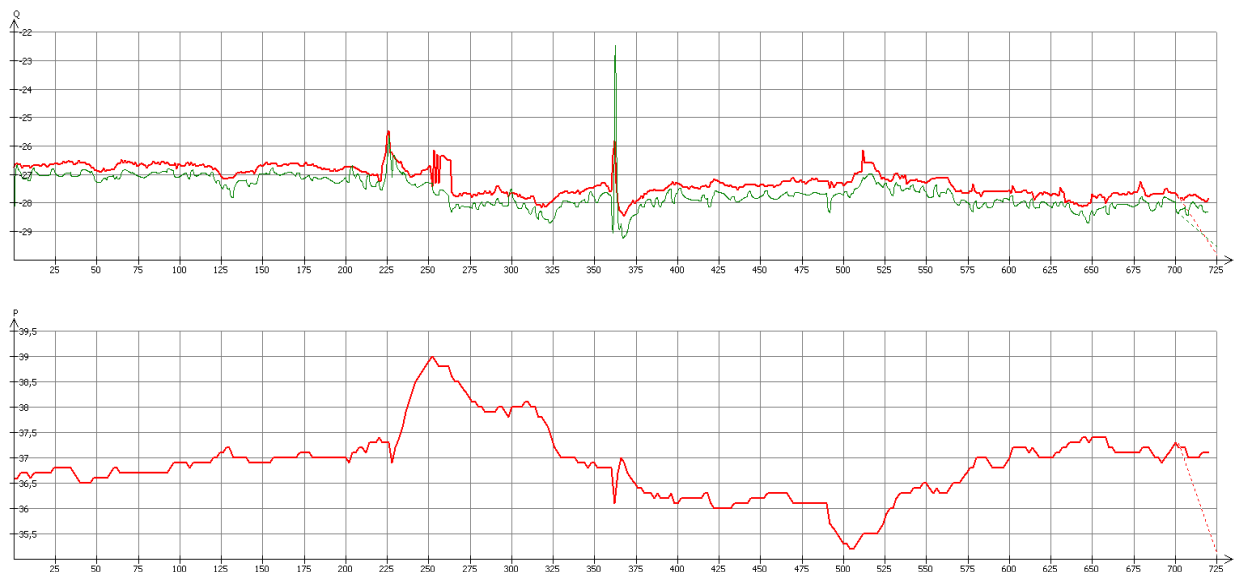


Рисунок А.11 – Зміна параметрів течії газу в контрольному в ПВВГ Тернопіль

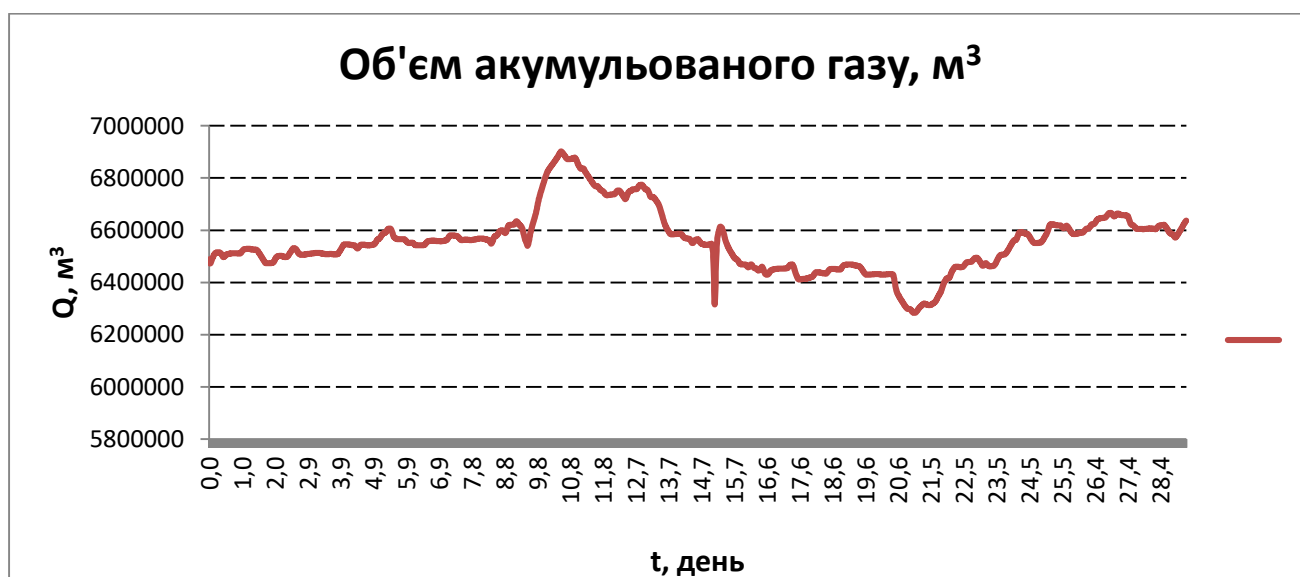


Рисунок А.12 – Зміна в часі об'єму акумульовано газу на цій ділянці

Зіставляючи криві на нижньому графіку рисунку А.10, бачимо, що результати розрахунку тиску в пункті КС Красилів в добре збігаються з результатами вимірювань. Натомість, аналізуючи криві на верхньому графіку рисунку А.11 зауважуємо істотну відмінність між результатами розрахунку витрати в пункті КС Тернопіль і вимірними в цьому пункті значеннями витрати. Це можна пояснити систематичною похибкою приладу вимірювання витрати, що використовується у цьому пункті.

За період з 09.07.2018 по 07.08.2018 через ділянку прокачано 802240,621 тис. м³ газу, сумарний розбаланс на цій ділянці за цей період дорівнює 8146,74, що складає 1,02%.

А.5 Висновки до додатку А

Проведеними дослідженнями, шляхом співставлення результатів розрахунку параметрів течії газу в контрольних точках і результатів вимірювання їхнього вимірювання штатними приладами, встановленими в цих точках, підтверджено високу точність розробленої математичної моделі для опису динаміки газу в магістральних газопроводах.

Експериментально підтверджено, що розроблену в ході виконання проєкту методологію моніторингу балансу газу можна застосовувати на магістральних газопроводах України, використовуючи як вхідні дані для неї результати вимірювання параметрів течії газу в контрольних точках штатними приладами, встановленими в цих точках.

ДОДАТОК Б.



Товариство з обмеженою
відповідальністю

«Оператор
газотранспортної
системи України»

Україна,
01010, м. Київ,
Любомира Гузара,
буд. 44

Т.: +38 (044) 461 20 13

ДОВІДКА

про впровадження результатів дисертаційних досліджень
Химко Ольги Мирославівни

Результати досліджень, отримані у докторській дисертації доцента НУ «Львівська політехніка» к.т.н. Химко Ольги Мирославівни «Математичні моделі, методи та алгоритми для автоматизації управління газотранспортними системами», які викладені у розділах «Математичні моделі для керування потоками в магістральних газопроводах» та «Математичні моделі методи та алгоритми для контролю цілісності лінійної частини» мають важливе прикладне значення для ГТС України.

Ці результати були використані в ході реалізації проєктів «Аналіз факторів впливу на точність розрахунку балансу газу в системі ГТС АТ "Укртрансгаз"» (Угода № 1.6.15-11/2015-2016) та «Розроблення програмного комплексу автоматизації процесів формування ефективних рішень щодо диспетчерського керування газовими потоками для основних газопроводів АТ "Укртрансгаз"» (Угода № 1.1.4-10/2016-2017). Це дозволило створити методичне, математичне та програмне забезпечення, яке було інтегроване у систему підтримки прийняття рішень диспетчерських служб ТОВ «Оператор ГТС України».

Запропонована у дисертаційній роботі О.М. Химко концепція поетапної автоматизації управління ГТС України використана під час розроблення планів розвитку ГТС України, зокрема, – формування проєкту «SCADA», який включений у десятирічний «План розвитку газотранспортної системи ТОВ «Оператор газотранспортної системи України» на 2021 – 2030 роки»

Директор з диспетчеризації
ТОВ «Оператор ГТС України»

В.А. Фролов

Начальник управління оптимізації режимів
і перспективного планування
транспортування газу, к.т.н

С.В. Гладун

Акціонерне товариство
«Укртрансгаз»
Філія «Науково-дослідний
інститут транспорту газу»

Україна, 61004, м. Харків,
вул. Конєва, 16
тел.: +38 (057) 733-31-85
e-mail: i-office@utg.ua



Ukrtransgaz
Joint Stock Company
Branch «R&D Institute
of Gas Transportation»

16, Koneva st.
Kharkov, 61004, Ukraine
tel.: +38 (057) 733-31-85
e-mail: i-office@utg.ua

№ _____
На № _____

Акт

впровадження результатів досліджень, отриманих у дисертаційній роботі доцента НУ «Львівська політехніка» к.т.н. Химко Ольги Мирославівни «Математичні моделі, методи та алгоритми для автоматизації управління газотранспортними системи»

З використанням розроблених Химко О.М. математичних моделей, методів і алгоритмів для чисельного моделювання нестационарних процесів течії газу в трубопроводах на основі даних вимірювання параметрів потоків у контрольних точках запропоновано методику оперативного балансування газу в магістральних газопроводах. Ці результати передані філії «Науково-дослідний інститут транспорту газу» АТ «Укртрансгаз» і використовуються у складі програмного комплексу, створеного у Відділі розробки систем оптимального планування і прогнозування режимів роботи ГТС. Цей комплекс використовується в диспетчерському керуванні потоками газу в ГТС.

Запропонована методика була застосована для моніторингу балансу газу на відрізьку магістрального газопроводу «КС Красилів – ПВВГ Дідушичі». У ході впровадження методики було проведено її тестування шляхом зіставлення результатів розрахунку параметрів течії газу в контрольних точках і результатів їхнього вимірювання штатними приладами, встановленими в цих точках. Це підтвердило високу точність розробленої математичної моделі і обчислювальних методів для опису динаміки газу в магістральних газопроводах, а також високу ефективність розробленої методики.

Заступник директора з наукової роботи
канд. техн. наук, доцент

Начальник відділу розробки
систем оптимального планування і
прогнозування режимів роботи ГТС
канд. техн. наук

Ю.В. Пономарьов

Н.М. Притула

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Проректор з науково-педагогічної
роботи Національного університету
«Львівська політехніка»

О. Р. Давидчак

12 2020 р.



АКТ

про впровадження у навчальний процес наукових результатів дисертаційної роботи доцента кафедри автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій Химко Ольги Мирославівни «Математичні моделі, методи та алгоритми для автоматизації управління газотранспортними системами», представленої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.13.07 – Автоматизація процесів керування

Ми, що нижче підписалися, директор інституту енергетики та систем керування, д.т.н., професор Лозинський А. О., завідувач кафедри автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій, д.т.н., професор Пістун Є. П., доцент кафедри АВКТ Крих Г. Б., склали цей акт у тому, що матеріали дисертаційної роботи Химко Ольги Мирославівни «Математичні моделі, методи та алгоритми для автоматизації управління газотранспортними системами» впроваджені у навчальний процес при вивченні дисциплін «Метрологічне забезпечення технологічних вимірювань» та «Теорія автоматичного керування та основи системного аналізу» для студентів спеціальності 151 - «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології».

Директор інституту енергетики
та систем керування, д.т.н., професор

А. О. Лозинський

Завідувач кафедри автоматизації та
комп'ютерно-інтегрованих
технологій, д.т.н., професор

Є. П. Пістун

Доцент кафедри автоматизації та
комп'ютерно-інтегрованих
технологій, к.т.н., доцент

Г. Б. Крих