КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ І МЕРЕЖІ

Т. 1, № 1, 2019

https://doi.org/10.23939/csn2019.01.092

УДК 004.032.026

# МОДЕЛЬ НЕЙРОННОЇ СХЕМИ СЛІДКУЮЧОГО КЕРУВАННЯ НЕЛІНІЙНИМИ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ НЕПЕРЕРВНОГО ЧАСУ

**П. В. Тимощук**

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра систем автоматизованого проектування



**Запропоновано модель нейронної схеми, призначеної для слідкуючого керування невідомими нелінійними динамічними системами. Для опису моделі використано диференційне рівняння першого порядку із змінною структурою і вихідне рівняння. Модель дає можливість досягати скінченного часу збіжності до робочих станів і обмеженої похибки слідкування. Вона не потребує навчання у режимі офлайн. Для мінімізації похибки відслідковування траєкторії об'єкта модель використовує лише виходи системи і об'єкта. Вона має просту структуру і її можна використовувати, коли внутрішня динаміка і параметри керованої системи невідомі. Наведено результати комп'ютерного моделювання застосування моделі для оптимального слідкуючого керування кутом повороту дволанкового планарного маніпулятора, які підтверджують теоретичні положення та ілюструють високу ефективність функціонування моделі.**

**Ключові слова: модель нейронної схеми, нелінійна система, слідкуюче керування.**

## Вступ

Розв'язання задачі слідкуючого керування полягає у проектуванні такої системи, вихід якої приблизно повторює змінну у часі траєкторію об'єкта, яка, як припущено, наперед визначена. Системи слідкуючого керування використовують у телекомунікаціях, відео, в автомобілях, на кораблях, у літаках, робототехніці, біомедичній інженерії та багатьох інших застосуваннях. Наприклад, такі задачі, як рух корабля вздовж заданого маршруту або рух кінцівки маніпулятора є типовими задачами слідкуючого керування. Існує багато підходів до відстежування заданої траєкторії за допомогою нелінійних динамічних систем, які використовують апроксимацію, зокрема, лінеаризацію їх нелінійностей. Крім цього, такі підходи використовують припущення щодо структури слідкуючої системи і керування типу ПІД [1–3]. Для відстежування заданої траєкторії найчастіше використовують лінійний зворотний зв'язок. Хоча здебільшого метод лінеаризації забезпечує високу ефективність, відомо багато застосувань, де необхідні досконаліші слідкуючі контролери. Таке завдання особливо важливе, якщо необхідно виконувати високоточне і швидкісне слідкуюче керування істотно нелінійної системи у режимі реального часу.

## Аналіз останніх досліджень та публікацій

Запропоновано різні слідкуючі контролери нелінійних динамічних систем [4]. Більшість таких контролерів спроектовано для афінних за керуванням нелінійних динамічних систем. Ці методи слідкуючого керування нелінійних систем неперервного і дискретного часу забезпечують збіжність керуючих входів до робочих станів протягом теоретично нескінченного проміжку часу [5], експоненціальну стабільність і збіжність до робочих станів [6], а також однорідну стабільність і збіжність до робочих станів [7].

У цій статті подано модель нейронної схеми (НС) неперервного часу слідкуючого керування невідомими нелінійними динамічними системами. Модель описано диференційним рівнянням першого порядку із змінною структурою і вихідним рівнянням. Для мінімізації похибки стеження за траєкторією об'єкта схема використовує різницю між виходом невідомої нелінійної динамічної системи і об'єкта. Наведено результати комп'ютерного моделювання, які підтверджують теоретичні положення й ілюструють ефективність схеми.

### Постановка задачі

Нейронні мережі неперервного часу порівняно з їх версіями дискретного часу спроможні забезпечувати стійке функціонування у широких діапазонах змін параметрів. Крім цього, мережі неперервного часу, реалізовані в аналоговому апаратному забезпеченні, можуть досягати вищих швидкодії, рівня мініатюризації та енергоефективності порівняно з їх аналогами дискретного часу. Розглянемо задачу слідкуючого керування неперервного часу невідомої неафінної за керуванням нелінійної динамічної системи, яку описують так [1, 4]:

$$\dot{x}(t) = f\left(x(t), w(t)\right), \tag{1}$$

де $x(t) \in \Re^n$ – неперервний диференційований вектор стану системи, $w(t) \in \Re^n$ – керуючий вхід, $f(x,w) \in \Re^n$ – невідома нелінійна функція, $\dot{x}(t)dx/dt$ – похідна за часом вектора стану системи, $x(0) = x_0 \in \Re^n$ – початкова умова.

Функція вартості, асоційована з (1), виглядає так:

$$J(x,d) = \int_0^\infty \varphi\left(x(t), d(t)\right), \tag{2}$$

де $d(t) \in \Re^n$ – траєкторія об'єкта слідкування (тобто, бажана траєкторія), $\varphi(x,d) \in \Re^n$ – позитивно визначена функція.

Розв'язання задачі слідкуючого керування полягає у проектуванні такого слідкуючого контролера неперервного часу, щоб, стартуючи з довільного скінченного початкового стану $-\infty < x_0 < \infty$, коли $t$ прямує до безмежності, (2) мінімізувалась, тобто, функція оптимального значення

$$V^*(x) = \min_d \int_0^\infty \varphi\left(x(t), d(t)\right), \tag{3}$$

для всіх можливих початкових значень $x_0$. Рівняння (3) означає, що, стартуючи з довільного початкового значення, (2) має прямувати до свого мінімуму, тобто, проектована схема має бути стабільною. Для розв'язання сформульованої вище задачі слідкуючого керування невідомої неафінної нелінійної динамічної системи неперервного часу необхідно спроектувати такий контролер, щоб змінна *x(t)* відстежувала задану змінну у часі траєкторію об'єкта $d(t)$.

### Модель нейронної схеми слідкуючого керування

Спроектуємо НС слідкуючого керування неперервного часу для особливого випадку (1) у такий спосіб. Розглянемо невідому нелінійну динамічну систему, яку описують так:

$$\dot{y}(t) = g\left(y(t)\right), \tag{4}$$

де $y(t) \in \Re^n$ – неперервний диференційований вектор стану системи, $g(y) \in \Re^n$ – невідома нелінійна функція, $\dot{y}(t) = dy/dt \in \Re^n$ – часова похідна вектора станів системи, $y(0) = y_0 \in \Re^n$ – початкова умова. Визначимо керовану траєкторію системи так:

$$z(t) = y(t) + u(t)\,, \tag{5}$$

де $u(t) \in \Re^n$ – керуючий вхід. Використаємо рівняння станів (4) і вихідне рівняння (5) для опису нелінійної динамічної системи з керованим виходом.

Для зручності визначимо додаткову траєкторію об'єкта у вигляді:

$$v(t) = r(t) - y(t)\,, \tag{6}$$

де $r(t) \in \Re^n$ – неперервна диференційована траєкторія об'єкта, тобто, бажаний вихід. Беручи до уваги (5) і (6), похибку слідкування можна подати так:

$$e(t) = z(t) - r(t) = u(t) - v(t). \tag{7}$$

Припустимо, що бажаний вихід *r(t)*, стан системи *y(t)* та їх похідні $\dot{r}(t)$ і $\dot{y}(t)$ – обмежені й наявні для обчислень. Це припущення для реальних систем може задовольняти сама задача слідкуючого керування, де $r(t)$ і $y(t)$ є доступними у кожний момент часу і $r(t)$, $y(t)$, $\dot{r}(t)$, $\dot{y}(t)$ – обмежені. Тому часові похідні $r(t)$ і $y(t)$ можна отримувати за допомогою числового диференціювання [1] і часову похідну траєкторії додаткового об'єкта слідкування можна подати у вигляді:

$$\dot{v}(t) = \dot{r}(t) - \dot{y}(t)\,. \tag{8}$$

Опишемо модель НС слідкуючого керування неперервного часу за допомогою такого рівняння станів із змінною структурою:

$$\dot{u} = \frac{du}{dt} = -\left(\alpha + |\dot{v}|\right) sgn(u - v) = \begin{cases} -\alpha - |\dot{v}|, & якщо \quad u > v; \\ 0, & якщо \quad u = v; \\ \alpha + |\dot{v}|, & якщо \quad u < v, \end{cases} \tag{9}$$

де $u \in \Re^n$ – вектор станів, $a \in \Re^n$ – постійний параметр,

$$\mathrm{sgn}(u - v) = \begin{cases} 1, & якщо \quad u > v; \\ 0, & якщо \quad u = v; \\ -1, & якщо \quad u < v \end{cases} \tag{10}$$

– жорстко-обмежувальна функція [8], $u(0) = u_0 \in \Re^n$ – початкова умова.

Розглянемо модель, описану рівнянням станів (9) і вихідним рівнянням (5). Тут $v \in \Re^n$ можна трактувати, як вхідний сигнал, функцію $sgn(u - v)$ як знакову активаційну функцію, вектор станів $u \in \Re^n$ як змінний нахил і $z \in \Re^n$ як вихідний сигнал. Зауважимо, що перелічені вище елементи є основними елементами нелінійної моделі штучного нейрона [8]. Крім цього, рівняння станів (9)) можна інтерпретувати, як рівняння навчання нейрона із вчителем зі швидкістю навчання $\alpha + |\dot{v}|$. До того ж, на відміну від багатошарових взаємозв'язаних НМ, модель (9), (5) описує лише один шар нейронів, які не містять взаємозв'язків. Тому модель, яку описують рівнянням станів (9) і вихідним рівнянням (5), у цій статті називають моделлю НС слідкуючого керування неперервного часу.

## Результати комп'ютерного моделювання схеми

Розглянемо приклад комп'ютерного моделювання практичного застосування НС неперервного часу, що описують рівняннями (9) і (5), для слідкуючого керування, який ілюструє її ефективність.

*Приклад.* Для порівняння з іншими близькими аналогами розглянемо приклад моделювання відстежування кутів повороту дволанкового планарного маніпулятора без тертя [9], [10]. Кути повороту маніпулятора описують спільною змінною $u = (u_1, u_2)^T$, де $u_1$ – дійсний кут повороту першої ланки і $u_2$ – дійсний кут повороту другої ланки. Оскільки у цьому прикладі $y = (y_1, y_2)^T = (0,0)^T$, тому задовольняються рівності $z = (z_1, z_2)^T = u$ і $v = (v_1, v_2)^T = r = (r_1, r_2)^T$, де $r_1$

і $r_2$ – бажані кути повороту маніпулятора. Для опису змін бажаних кутів повороту маніпулятора застосовують такі закони: $r_1(t)=\sin(t)$ і $r_2(t)=\cos(t)$. Для отримання розв'язків рівняння (9) чисельним методом використовують відповідні два різницеві рівняння з кроками по часу $\Delta t_1=\Delta t_2=1.0\times 10^{-3}$. Елементи функції $|\dot{r}|$ у цих рівняннях обчислюють, як скінченні різниці першого порядку (різницеві коефіцієнти Ньютона). У вказаних рівняннях рівність $u=r$ заміняється на нерівність $|u-r|\le 0,01v$.

На рисунку показано динаміку бажаного кута повороту $r$ маніпулятора і динаміку стану $u(t)$ моделі НС слідкуючого керування неперервного часу, що описують різницевими рівняннями, де $\alpha_k=7.0$, $u_k(0)\in(-0,4,0,4)$ – 50 однорідно розподілених випадкових чисел, $k$=1,2. Як можна побачити з рис. 1, $u_1$ і $u_2$ прямують до $r_1$ і $r_2$ відповідно протягом скінченного проміжку часу для різних початкових умов $u_k(0)$, $k$=1,2. Отримана точність відстежування кутів повороту маніпулятора не нижча від такої точності у близьких аналогів, описаних в [9] і [10]. Однак у [9] для відстежування використовують стандартний адаптивний контролер, якого описують диференційними рівняннями другого порядку з доволі складною матрицею функцій робота, які потрібно явно отримати з динаміки кожної ланки маніпулятора. В [10] для відстежування кутів повороту маніпулятора застосовують НМ контролер з десятьма нейронами, розміщеними у прихованих шарах. Структура моделі НС слідкуючого керування неперервного часу, описаної рівнянням станів (9) і вихідним рівнянням (5), простіша, ніж структури моделей стандартного адаптивного контролера, описаного в [9], і багатошарового НМ контролера, поданого в [10].

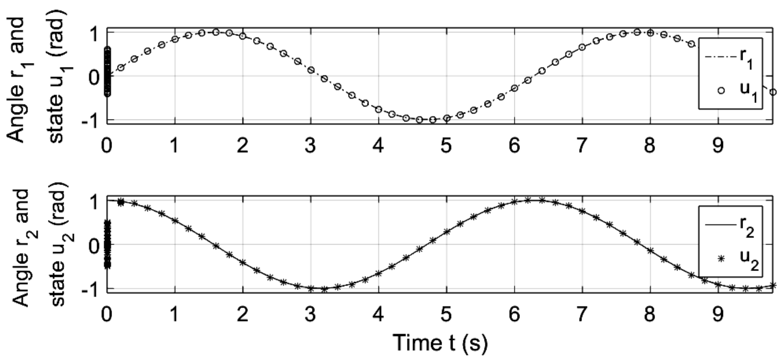


*Рис. 1. Динаміка бажаного кута повороту* $r(t)=(r_1(t),r_2(t))^T$ *маніпулятора і динаміка стану* $u(t)=(u_1(t),u_2(t))^T$ *слідкуючої НС неперервного часу, описаної різницевим рівнянням, яке відповідає диференційному рівнянню (9) з* $\Delta t_1=\Delta t_2=1.0\times 10^{-3}$, $\alpha_k=7.0$, *де* $u_k(0)$ – 50 *однорідно розподілених на інтервалі* (-0.4,0.4), $k$=1,2 *випадкових чисел*

**Висновки**

У статті запропоновано модель НС неперервного часу слідкуючого керування невідомими нелінійними динамічними системами. Модель описано диференційним рівнянням першого порядку із змінною структурою і вихідним рівнянням. Вона забезпечує скінченний час збіжності до робочих станів і обмежену похибку слідкування. Модель не потребує фази навчання в офлайн режимі. Для мінімізації похибки відстежування траєкторії об'єкта і коректного функціонування модель використовує лише виходи системи і об'єкта. Модель вирізняється простою структурою і її можна використовувати, коли внутрішня динаміка і параметри керованої системи невідомі. Комп'ютерне моделювання застосування моделі для оптимального керування відстежуванням кутом повороту дволанкового планарного маніпулятора підтверджує теоретичні положення і демонструє високу ефективність її функціонування. Отже, подану модель НС неперервного часу можна використовувати для проектування ефективних адаптивних і стійких слідкуючих контролерів неперервного часу для невідомих нелінійних динамічних систем.

**Список літератури**

*1. Slotine, J.-J., Li, W. Applied nonlinear control. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA (1991).*

*2. Sastry, S. Nonlinear systems analysis, stability, and control. Springer, Berlin, Germany (1999).*

*3. Naidu, D. Optimal control systems. CRC Press, London, UK (2003).*

*4. Lewis, F. L., Vrabie, D. L., Syrmos, V. L.: Optimal control. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey (2012). doi: 10.1002/9781118122631.*

*5. Navabi, M., Mirzaei, H. Robust optimal adaptive trajectory tracking control of quadrotor helicopter. Latin American Journal of Solids and Structures 14, 1040–1063 (2017). doi: 10.1590/1679-78253595.*

*6. Perez-Cruz, J. H., Rubio, J. J., Ruiz-Velazquez, E., Solis-Perales, G. Tracking control based on recurrent neural networks for nonlinear systems with multiple inputs and unknown dead zone. Abstract and Applied Analysis 2, 1-18 (2012). doi: 10.1155/2012/471281.*

*7. Yen, H.-M., Li, T.-H. S., Chang, Y.-C. Design of a robust neural network-based tracking controller for a class of electrically driven nonholonomic mechanical systems. Information Sciences 222, 559–575 (2013). doi: 10.1016/j.ins.2012.07.053.*

*8. Haykin, S. Neural networks and learning machines. Pearson, Ontario, Canada (2008).*

*9. Slotine, J.-J. E., Li, W.: Adaptive manipulator control: A case study. IEEE Trans. on Automatic Control AC-33(11), 995–1003 (1988). doi: 10.1109/9.14411.*

*10. Lewis, F. L., Yeşildirek, A., Liu, K. Multilayer neural net robot controller with guaranteed tracking performance. IEEE Trans. on Neural Networks 7 (2), 388–399 (1996). doi:10.1109/72.485674.*

## A NEURAL CIRCUIT MODEL OF TRACKING CONTROL FOR CONTINUOUS-TIME NONLINEAR DYNAMIC SYSTEMS

**P. Tymoshchuk**

Lviv Polytechnic National University,
Department of Computer-Aided Design Systems



**A neural circuit model of tracking control for unknown nonlinear dynamic systems is proposed. A first-order differential equation with variable structure and an output equation are used to describe the model. The model gives a possibility to reach a finite convergence time to working modes and limited tracking error. It does not need learning phase in offline mode. The model uses only outputs of the system and object to minimize tracking error of object trajectory. It has simple structure and can be used if internal dynamics and parameters of control system are unknown. Results of computer simulations of the model applications for optimal tracking control of rotation angle of two-link planar elbow manipulator confirming theoretical statements and illustrating its high performance are provided.**

**Key words: neural circuit model, nonlinear system, tracking control.**