

## О МОНИТОРИНГЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ В ХОДЕ СТРОИТЕЛЬСТВА ВАНТОВЫХ МОСТОВ

М. Брынь, Д. Крашеницин, А. Никитчин, О. Сергеев  
Петербургский государственный университет путей сообщения, г. Санкт-Петербург

В. Колгунов  
Национальный университет “Львовська политехника”

К вантовым мостам относятся висячие мосты, состоящие из одного или более пилонов, которые соединяются с дорожным полотном посредством прямолинейных стальных канатов, называемых вантами. В СССР первый вантовый мост был построен в Киеве через р. Днепр в 1976 г. В России в последние годы вантовые мосты построены в Сургуте (2000 г.), Санкт-Петербурге (2004 г.), Москве (2007 г.). Планируется строительство двух вантовых мостов во Владивостоке.

Планово-высотной геодезической основой строительства вантовых мостов служат пункты специально создаваемой геодезической сети, называемой геодезической разбивочной основой (ГРО). Требования к точности определения координат и высот пунктов такой сети определяются СНиП 3.06.04-91 “Мосты и трубы” и составляют 6 мм в плановых координатах и 3 мм в высотах. Однако в силу разных причин (сезонные промерзание и протаивание грунта, морозное пучение грунта, недостаточная глубина закладки центров, неудачно выбранное в геологическом отношении место для закладки пунктов, перемещение значительных объемов грунта вблизи пунктов, движение техники и др.) геодезические пункты изменяют свое положение. Для оценки стабильности пунктов в соответствии со СНиП 3.01.03.84 “Геодезические работы в строительстве” обязательно должен выполняться сезонный контроль: поздней осенью – ранней зимой после замерзания грунта и весной после оттаивания грунта. Он выполняется, как правило, по программе работ, которой придерживались при создании сети, и является мероприятием затратным.

Однако в связи с сокращением сроков строительства вантовых мостов и повышением требований к точности геодезических работ необходимым становится выполнение контроля стабильности пунктов перед каждым циклом разбивочных и других работ, при этом такой контроль целесообразно выполнять с наименьшими затратами времени.

Такой контроль можно выполнить проведением линейно-угловых (электронным тахеометром), высотных (нивелиром или электронным тахеометром) и спутниковых измерений. Однако действующие нормативные документы не устанавливают допустимых расхождений между результатами непосредственных измерений с данными каталога.

Рассмотрим различные варианты такого контроля.

### Контроль планового положения

Если геодезические работы выполняются с пункта ГРО, то в этом случае контроль стабильности можно выполнить измерением расстояний до смежных пунктов или углов между направлениями на смежные пункты. Анализируя результаты измерений, можно установить, какой пункт испытал смещение.

Допустимое расхождение между результатами линейных измерений с данными каталога  $\Delta d$  можно рассчитать по формуле

$$\Delta d = t \sqrt{m_{d_{изм}}^2 + m_{d_{кат}}^2} . \quad (1)$$

В формуле (1)  $t$  – коэффициент перехода к предельным ошибкам (его обычно принимают равным 2 и реже – 2,5 или 3);  $m_{d_{изм}}$  – средняя квадратическая ошибка измерения расстояния (для

тахеометров, используемых в практике построения ГРО,  $m_{d_{изм}} = (1 \div 3) + (2 \div 3) \cdot 10^{-6} \cdot d$  мм);  $m_{d_{кам}}$  – средняя квадратическая ошибка расстояния, вычисленного по координатам  $x_1, y_1, x_2, y_2$  пунктов ГРО по формуле  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ . Эту ошибку можно вычислить по обобщенной формуле оценки точности

$$m_{d_{кам}} = \sqrt{F \mathbf{K}_E F^T},$$

где ковариационная матрица 4 порядка плановых координат двух пунктов

$$\mathbf{K}_E = \begin{bmatrix} m_{x_1}^2 & r_{x_1 y_1} m_{x_1} m_{y_1} & r_{x_1 x_2} m_{x_1} m_{x_2} & r_{x_1 y_2} m_{x_1} m_{y_2} \\ r_{x_1 y_1} m_{x_1} m_{y_1} & m_{y_1}^2 & r_{y_1 x_2} m_{y_1} m_{x_2} & r_{y_1 y_2} m_{y_1} m_{y_2} \\ r_{x_1 x_2} m_{x_1} m_{x_2} & r_{y_1 x_2} m_{y_1} m_{x_2} & m_{x_2}^2 & r_{x_2 y_2} m_{x_2} m_{y_2} \\ r_{x_1 y_2} m_{x_1} m_{y_2} & r_{y_1 y_2} m_{y_1} m_{y_2} & r_{x_2 y_2} m_{x_2} m_{y_2} & m_{y_2}^2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $F$  – строка частных производных, элементы которой вычисляют по формуле

$$F = \left[ \frac{\partial d}{\partial x_1} \quad \frac{\partial d}{\partial y_1} \quad \frac{\partial d}{\partial x_2} \quad \frac{\partial d}{\partial y_2} \right] = \left[ -\frac{x_2 - x_1}{d} \quad -\frac{y_2 - y_1}{d} \quad \frac{x_2 - x_1}{d} \quad \frac{y_2 - y_1}{d} \right],$$

$r_{x_i y_j}, r_{x_i x_j}, r_{y_i y_j}$  – коэффициенты корреляции, характеризующие линейную зависимость между элементами координат.

Матрица  $\mathbf{K}_E$  может быть получена из уравнительных вычислений разбивочной сети. К сожалению, современные программные продукты уравнивания геодезических сетей не предоставляют такую информацию.

Если принять, что  $m_{x_1} = m_{y_1} = m_{x(y)_1}$  и  $m_{x_2} = m_{y_2} = m_{x(y)_2}$ , тогда для независимых определений координат пунктов ГРО

$$m_{d_{кам}} = \sqrt{m_{x(y)_1}^2 + m_{x(y)_2}^2}.$$

При условии равенства ошибок положений пунктов  $m_{t_1} = m_{t_2} = m_t$ , где  $m_{t_i} = m_{x(y)_i} \sqrt{2}$ , будем иметь

$$m_{d_{кам}} = m_t.$$

Для примера, подставим это выражение в формулу (1) и при  $t=2$ ,  $m_{d_{изм}} = 2,6$  мм,  $m_{d_{кам}} = 4$  мм получим допустимое расхождение между результатами непосредственных измерений расстояния и данными каталога  $\Delta d = 9,5$  мм.

Рассмотрим теперь вопрос определения допустимого углового расхождения  $\Delta \beta$  при измерении контрольного угла (рисунок).

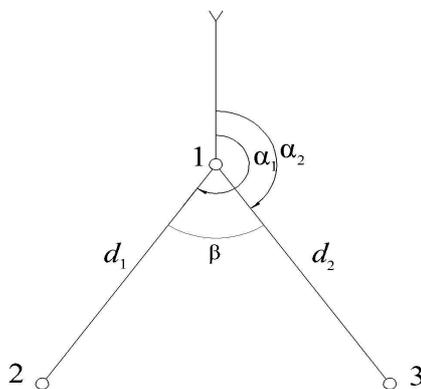


Схема угла

В этом случае

$$\Delta\beta = t\sqrt{m_{\beta_{изм}}^2 + m_{\beta_{кам}}^2}, \quad (3)$$

где  $m_{\beta_{изм}}$  – средняя квадратическая ошибка измерения углов (для тахеометров, используемых в практике построения ГРО,  $m_{\beta_{изм}} = (1 \div 3)''$ );  $m_{\beta_{кам}}$  – средняя квадратическая ошибка угла, вычисленного по координатам пунктов ГРО. Эту ошибку можно вычислить по формуле

$$m_{\beta_{кам}} = \sqrt{F\mathbf{K}_E F^T},$$

где ковариационная матрица плановых координат  $\mathbf{K}_E$  имеет структуру аналогичную (2), только будет 6 порядка.

С учетом того, что  $\beta = \alpha_1 - \alpha_2 = \arctg \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \arctg \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$ , строка частных производных

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial\beta}{\partial x_1} & \frac{\partial\beta}{\partial y_1} & \frac{\partial\beta}{\partial x_2} & \frac{\partial\beta}{\partial y_2} & \frac{\partial\beta}{\partial x_3} & \frac{\partial\beta}{\partial y_3} \end{bmatrix} = \left[ \begin{pmatrix} \frac{\sin \alpha_1}{d_1} - \frac{\sin \alpha_2}{d_2} \\ -\frac{\cos \alpha_1}{d_1} + \frac{\cos \alpha_2}{d_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\sin \alpha_1}{d_1} \\ \frac{\cos \alpha_1}{d_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\sin \alpha_2}{d_2} \\ \frac{\cos \alpha_2}{d_2} \end{pmatrix} \right].$$

При независимых определениях координат с учетом того, что  $m_{t_1} = m_{t_2} = m_t$ , после несложных преобразований, переходя от линейных к угловым величинам, получим

$$m_{\beta_{кам}}'' = \rho'' m_t \sqrt{\frac{1}{d_1^2} + \frac{1}{d_2^2} - \frac{\cos \beta}{d_1 d_2}}.$$

Если  $d_1 = d_2 = d$ ,  $\beta = 90^\circ$ , то

$$m_{(\beta=90^\circ)_{кам}}'' = \rho'' \frac{m_t}{d} \sqrt{2}.$$

Для примера, подставляя это выражение в формулу (3), при  $t = 2$ ,  $m_{\beta_{изм}} = 3''$ ,  $m_t = 4$  мм,  $d = 200$  м получим  $\Delta\beta = 13,1''$ .

В последние годы в практике инженерно-геодезических работ широкое распространение получил метод свободного стационарирования, сущность которого заключается в установке электронного тахеометра в любом удобном для выполнения работ месте и определении его положения обратной засечкой (угловой, линейной, линейно-угловой). В процессе выполнения обратной засечки современные тахеометры осуществляют оценку точности ( $m_x$ ,  $m_y$ ) определяемых координат по методу наименьших квадратов, при этом весовая матрица  $P$  назначается без учета ошибок исходных данных. На основе анализа средних квадратических ошибок  $m_x$ ,  $m_y$  при разном сочетании наблюдаемых пунктов можно определить, какой пункт изменил свое плановое положение.

Ковариационную матрицу координат точки стояния тахеометра с учетом ошибок исходных данных можно определить по формуле [1]

$$\mathbf{K}_X = K_{изм} + K_{исх} = \mu^2 \mathbf{N}^{-1} + \mathbf{C}\Phi\mathbf{K}_E(\mathbf{C}\Phi)^T, \quad (4)$$

где  $\mu$  – средняя квадратическая ошибка единицы веса,  $\mathbf{N}$  – матрица коэффициентов нормальных уравнений;  $\mathbf{C} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{L}$  – вспомогательная матрица, где  $\mathbf{A}$  – матрица коэффициентов уравнений поправок,  $\mathbf{L}$  – вектор свободных членов;  $\Phi$  – матрица частных производных координат точки стояния тахеометра от координат пунктов ГРО;  $\mathbf{K}_E$  – ковариационная матрица исходных данных (координат пунктов ГРО).

В формуле (4) первое слагаемое является ковариационной матрицей координат точки стояния тахеометра, обусловленное ошибками результатов измерений, а второе слагаемое обусловлено ошибками исходных данных.

Допустимое расхождение по осям координат может быть вычислено по формулам

$$\Delta x = t\sqrt{K_{x_{11}}}, \quad \Delta y = t\sqrt{K_{x_{22}}}.$$

### Контроль высотного положения

Определение отметок конструктивных элементов при строительстве вантовых мостов осуществляется нивелирами, а в последние годы – преимущественно электронными тахеометрами.

При использовании электронного тахеометра для выноса в натуру проектных отметок следует с целью контроля стабильности пунктов измерить по стороне сети превышение методом тригонометрического нивелирования. При этом измеренное превышение будет получено по формуле

$$h_{изм} = d \operatorname{ctg} z + i - v + f,$$

где  $d$  – измеренное горизонтальное проложение линии,  $z$  – измеренное зенитное расстояние,  $i$  – высота прибора,  $v$  – высота визирной цели,  $f$  – поправка за кривизну Земли и рефракцию.

Значение поправки за кривизну Земли и рефракцию вычисляют по формуле

$$f = \frac{1-k}{2R} d^2,$$

где  $k$  – коэффициент рефракции (по данным разных авторов  $k$  находится в пределах от 0,13 до 0,16);  $R$  – средний радиус кривизны земного эллипсоида для района работ.

Современные тахеометры предоставляют возможность выбора формулы для вычисления  $f$  в зависимости от значения коэффициента рефракции. Тем не менее, наибольшие ошибки тригонометрического нивелирования вызывает именно вертикальная рефракция [3]. Ее учет является сложной проблемой, которая окончательно не решена. В [2] отмечается, что если исходить из погрешности, не превышающей 5 мм в определении отметки точки, и влияния одного из пяти факторов ( $d, z, i, v, f$ ) не менее 1–2 мм, то для обеспечения надлежащего качества работ необходимо, чтобы величина погрешности коэффициента рефракции была меньше 1,0 для расстояний до 100 м и в пределах 1,0–0,5 – для расстояний от 100 до 400 м.

Поэтому использование тригонометрического нивелирования в случае применения электронного тахеометра можно рекомендовать для оперативного контроля высотного положения пунктов разбивочной сети, а также при больших перепадах высот. Допустимое расхождение между результатами непосредственных измерений и данными каталога не должно, на наш взгляд, превышать 1 см. И только после того, как возникнут сомнения в стабильности пункта, необходимо перейти к контролю высотного положения методом геометрического нивелирования.

При использовании геометрического нивелирования для определения высот конструктивных элементов строящегося моста необходимо перед выполнением работ измерить превышение между двумя соседними реперами по программе нивелирования, которое использовалось для определения высот этих реперов. Допустимое расхождение между превышением, полученным непосредственно из измерений и вычисленным по данным каталога, не должно превышать величины

$$\Delta h = t\sqrt{m_{h_{изм}}^2 + m_{h_{кат}}^2}, \quad (5)$$

где  $m_{h_{изм}}$  – средняя квадратическая ошибка измерения превышения  $h$  нивелиром (например, для IV класса  $m_{h_{изм}}$  составляет 3 мм с одной установки нивелира и  $3\sqrt{n}$  мм – для  $n$  установок);  $m_{h_{кат}}$  –

средняя квадратическая ошибка превышения, вычисленного по высотам, представленным в каталоге, которая может быть получена по ковариационной матрице высот по формуле

$$m_{h_{кат}} = \sqrt{m_{H_1}^2 + m_{H_2}^2 - 2r_{H_1H_2} m_{H_1} m_{H_2}} . \quad (6)$$

При  $r_{H_1H_2} = 0$  и  $m_{H_1} = m_{H_2} = m_H$  получим

$$m_{h_{кат}} = m_H \sqrt{2} . \quad (7)$$

Для примера, подставляя выражение (7) в формулу (5) при  $t = 2$ ,  $m_{h_{изм}} = 3$  мм и  $m_{h_{кат}} = 2,8$  мм, получим  $\Delta h = 8,2$  мм.

### Контроль стабильности пунктов применением спутниковых технологий

Решение задачи слежения за стабильностью пунктов с помощью спутниковых технологий следует начинать с выбора одного базового пункта, координаты которого считаются известными, и относительно него определять положения других пунктов. На определяемых пунктах следует установить передвижные приемники. По результатам синхронных наблюдений спутников вычисляют разности координат приемников, позволяющие вычислить координаты определяемых пунктов относительно координат базового.

К выбору базового пункта следует подойти с особой тщательностью. Он должен удовлетворять следующим требованиям:

- выше минимального угла отсечки ( $15^\circ$  над горизонтом) не должно быть никаких препятствий;
- вблизи пункта должны отсутствовать отражающие поверхности (плоские металлические крыши, водная поверхность, металлические рекламные щиты и др.);
- поблизости не должны находиться радио- и телевизионные передатчики и другие приборы подобного характера;
- рядом не должно быть движущегося транспорта;
- должны быть обеспечены долговременная сохранность пункта и условия безопасного ведения работ.

На первом этапе для проведения измерений можно рекомендовать *режим быстрой статики* и *лучевой метод определения координат*. Безусловно, результаты спутниковых измерений необходимо трансформировать в систему координат, существующую на объекте работ. Если будут сомнения в стабильности положения пункта, то его координаты необходимо определить уже в *режиме статики сетевым методом*.

Вопросы применения спутниковых технологий для определения смещений центров пунктов разбивочных геодезических сетей являются во многом новыми и нуждаются как в теоретических, так и в экспериментальных исследованиях. Для того, чтобы определить, смещения какого порядка выявляются с помощью спутниковых технологий, авторами был проведен следующий эксперимент. На объекте работ были заложены 10 марок. Измерения выполнялись тремя двухчастотными приемниками фирмы *Leica*. Один из приемников устанавливался на базовом пункте, а два других выполняли измерения на марках. На каждой марке было выполнено по 6 сеансов измерений общей длительностью 105 мин.

После обработки спутниковых измерений были получены расстояния между марками и их пространственные координаты. В дальнейшем было выполнено сравнение полученных результатов с проведенными по тем же маркам высокоточными линейными, угловыми и высотными измерениями.

Проведенные эксперименты показали, что плановые и высотные смещения марок порядка 5 мм с помощью спутниковых технологий обнаруживаются.

### **Выводы**

1. В процессе строительства вантовых мостов необходимо осуществлять мониторинг деформаций пунктов геодезической разбивочной основы перед каждым циклом геодезических работ с опорой на эти пункты, т.е. практически ежедневно.

2. Разработаны способы проведения такого мониторинга, основанные на выполнении линейных, угловых и спутниковых измерений. Обоснованы допустимые расхождения между результатами непосредственных измерений и данными каталога.

3. Для получения допустимых значений необходимо иметь программный продукт, который доставлял бы исполнителю геодезических работ ковариационные матрицы координат и высот пунктов геодезической разбивочной сети, получаемых по результатам уравнивания.

### **Литература**

1. Геодезические работы при строительстве мостов / В.А. Коугия, В.В. Грузинов, О.Н. Малковский и др. – М.: Недра, 1986. – 248 с.

2. Применение геодезических засечек, их обобщенные схемы и способы машинного решения / П.И. Баран, В.И. Мицкевич, Ю.В. Полищук и др. – М.: Недра, 1986. – 166 с.

3. Кравчук О.В., Островський А.Л. Дослідження закономірностей дії вертикальної рефракції та точності тригонометричного нівелювання над водними поверхнями // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2007. – № 69. – С. 83–90.

### **Про моніторинг геодезичної мережі під час будівництва вантових мостів**

М. Бринь, Д. Крашеніцин, А. Нікітчин, О. Сергеев, В. Колгунов

Розглянуто способи моніторингу геодезичної мережі для будівництва вантових мостів. Способи ґрунтуються на виконанні лінійно-кутових, супутникових та висотних вимірювань. Наведено формули для обчислення допустимих розбіжностей між результатами безпосередніх вимірювань та даними каталогу.

### **О мониторинге геодезической сети в ходе строительства вантовых мостов**

М. Брын, Д. Крашеницин, А. Никитчин, О. Сергеев, В. Колгунов

Приведены способы мониторинга геодезической сети для строительства вантовых мостов. Способы основаны на проведении линейно-угловых, спутниковых и высотных измерений. Приведены формулы вычисления допустимых расхождений между результатами непосредственных измерений и данными каталога.

### **About monitoring of geodetic network during construction of the cable-stayed bridges**

M. Bryn, D. Krachenicyn, A. Nikitich, O. Sergeev, V. Kolgunov

Ways of monitoring of geodetic network for construction of the cable-stayed bridges are resulted. Ways are based on carrying out of linearly-angular, satellite and high-altitude measurements.

Formulae of calculation of admissible divergences between results of direct measurements and catalogue data are resulted.