

## ІГРОВИЙ МЕТОД ПОШУКУ ДИНАМІЧНОГО ОБ'ЄКТА З ВІДНОСНОЮ ДИСПЕРСІЄЮ КООРДИНАТ

© П. Кравець, 2005

Розв'язано ігрову задачу стохастичного пошуку динамічного об'єкта, переміщення якого задається дискретним розподілом з відносною дисперсією координат. Відносна дисперсія є функцією поточної відстані до шуканого об'єкта. Розглянуто варіанти з лінійно зростаючою та спадаючою функціями зміни дисперсії. Розроблено ігровий метод, алгоритм та виконано програмне моделювання пошуку динамічного об'єкта у дискретному евклідовому просторі.

**Game task of stochastic search of dynamic object, which moving is set by discrete distribution with relative dispersion of coordinates, is solved. Relative dispersion is by function of current distance to required object. The variants with linearly increasing and decreasing functions of change dispersion are considered. A game method and algorithm are developed, and the program modeling of search of dynamic object in discrete Euclidean space is executed.**

### Вступ

Сучасні системи керування, автоматизованого проектування, інформаційні та інші є динамічними, багатофакторними, розподіленими, з елементами невизначеності системами. Оптимізація роботи таких систем є складним та тривалим процесом, який залежить від зростаючої кількості параметрів. Одним із ефективних способів розв'язання проблеми розмірності оптимізаційної задачі в умовах невизначеності є залучення методів та засобів розподіленого штучного інтелекту, що базується на системі агентів [1, 2].

Для вирішення конкретної задачі мультиагентна система повинна будуватись на засадах інтелектуальної кооперації та координації робіт між агентами, які можуть бути досліджені та побудовані за допомогою моделей і методів стохастичних ігор [3 – 6].

Відомим тестовим завданням вирішення проблем у галузі розподіленого штучного інтелекту є гра – "пошук – переслідування" [7, 8]. Різні дослідники використовують різні версії такої гри. Як правило, гра відбувається на обмеженій сітці квадратів, які можуть бути порожні або зайняті агентами. Розрізняють агентів здобичі і агентів хижаків. На кожному кроці агент може залишитися в його поточному місці розташування або переміщуватися по вузлах сітки. Мета переслідування може бути такою: 1) перехопити агента здобичі, коли хижак займає те ж саме місце розташування, що й жертва; 2) оточити агента здобичі агентами хижака.

Під час пошуку–переслідування можуть існувати недостатньо досліджені у літературі ефекти залежності активності здобичі від її енергетичного потенціалу або відслідковування позиції переслідувача. Наприклад, з часом енергетичний потенціал здобичі може виснажуватись або з наближенням хижака здобич може встановлювати інформаційні завади. Надалі залежність поведінки здобичі від відстані до хижака називатимемо відносною [9, 10], а хижака та здобич – об'єктами гри.

### Мета роботи

Метою цієї роботи є побудова ефективних ігрових методів розв'язування пошукової задачі хижак–здобич в умовах відносної активності здобичі. Для досягнення мети необхідно: 1) виконати формальну постановку задачі – визначити вхідні та вихідні дані, мету розв'язування та обмеження;

2) вибрати або побудувати ігровий метод розв'язування задачі; 3) розробити алгоритм та програму імітаційного моделювання пошукового процесу; 4) проаналізувати результати комп'ютерного моделювання та виробити рекомендації щодо практичного використання ігрових методів випадкового пошуку.

### Формулювання задачі

Для практичного спрямування проблеми сформулюємо ігрову задачу пошуку динамічного об'єкта. Нехай у дискретному просторі з евклідовою метрикою знаходиться два переміщуваних об'єкти  $A$  та  $B$ . Простір пошуку  $X = \bigotimes_{i=1, m} X^i \subset R_+^m$  задають системою дискретних координат

$X^i = \{x^i(1), x^i(2), \dots, x^i(N_i)\}$ ,  $i = \overline{1, m}$ , де  $\bigotimes$  – операція декартового добутку,  $R_+^m$  – невід'ємний ортант простору дійсних чисел. Позицію об'єкта  $A$  задають координатами  $x \in X$ , а позицію об'єкта  $B$  – координатами  $y \in X$ . Об'єкти переміщуються дискретними кроками у дискретні моменти часу  $n = 1, 2, \dots$ . Траєкторії переміщення об'єктів задаються послідовностями їх координат  $x_\tau \in X$  та  $y_\tau \in X$ , де  $\tau = 1, 2, \dots, n$ .

Задачею об'єкта  $A$  є перехоплення об'єкта  $B$ . Мета пошуку полягає у максимальному наближенні об'єкта  $A$  до об'єкта  $B$ , тобто у виконанні умови:

$$\xi_n = \sqrt{\sum_{i=1}^m (x_n^i - y_n^i)^2} \leq r, \quad (1)$$

де  $\xi_n$  – поточна відстань між об'єктами,  $r \geq 0$  – мінімально необхідна відстань наближення.

Нехай координати об'єкта  $B$  розподілені за нормальним законом  $y_n^i \sim Normal(m_y, d_y)$  з математичним сподіванням  $m_y = const$ ,  $m_y \in X$  та дисперсією  $d_y = f(\xi_n)$ , яка обчислюється відносно поточної відстані  $\xi_n$  (1) між об'єктами.

Функціональну залежність дисперсії об'єкта  $B$  від відстані між об'єктами можна розуміти так. Переслідований об'єкт  $B$  має можливість оцінити поточну відстань до переслідувача  $A$  і залежно від неї змінює своє розташування. Наприклад, якщо ця відстань зменшується, то об'єкт  $B$  випадково переміщується більшими кроками (здобич утікає від свого переслідувача) або меншими кроками (здобич втомлюється або розуміє невідворотність своєї долі і не пробує утікати від переслідувача). В загальному поведінка об'єкта  $B$  може бути складнішою.

Розглянемо такі варіанти лінійної залежності дисперсії  $d_y$  від поточної відстані між об'єктами. Під час наближення об'єктів дисперсія:

1) зростає за законом

$$d_y(\xi_n) = k(\xi_{max} - \xi_n), \quad (2)$$

де  $k = const > 0$  – коефіцієнт підсилення дисперсії,  $\xi_{max} < \infty$  – максимально можлива відстань між процесами,  $\xi_n$  – поточна відстань між об'єктами;

2) зменшується за законом

$$d_y(\xi_n) = k\xi_n. \quad (3)$$

Для керування наближенням об'єкта  $A$  до об'єкта  $B$  використаємо адаптивний ігровий метод. Нехай координати об'єкта  $A$  визначено за допомогою  $m$  гравців, кожен з яких задає переміщення за

одним із координатних напрямків. Набір координат  $X^i = \{x^i(1), x^i(2), \dots, x^i(N_i)\}$  є чистими стратегіями  $i$ -го гравця. Вибір координат  $x_n^i \in X^i$ ,  $i = \overline{1, m}$  здійснюється гравцями у моменти часу  $n = 1, 2, \dots$  за допомогою генератора випадкових величин, побудованого на основі динамічних векторів змішаних стратегій  $p_n^i = (p_n^i(1), p_n^i(2), \dots, p_n^i(N_i))$ , які набувають значення на одиничних симплексах

$$S^{N_i} = \left\{ p^i \mid p^i(j) \geq 0 \ (j = \overline{1, N_i}), \sum_{j=1}^{N_i} p^i(j) = 1 \right\}.$$

Номер чистої стратегії  $k_i$  визначають за умовою

$$\min_{k_i} \sum_{j=1}^{k_i} p_n^i(j) \geq \omega, \quad k_i = \overline{1, N_i}, \quad (4)$$

де  $\omega$  – випадкове число, розподілене за рівномірним законом на відрізку  $[0, 1)$ .

Спільний вибір усіх гравців задає поточні координати  $x_n = \{x^i(k_i) \mid i = \overline{1, m}\}$  об'єкта  $A$ . Після зміни розташування об'єкта  $A$  кожен із гравців визначає значення поточного програшу як відстані до об'єкта  $B$  за контрольованим координатним напрямком:

$$\xi_n^i = |x_n^i - y_n^i|, \quad i = \overline{1, m}. \quad (5)$$

Ефективність переслідування оцінюють за допомогою функцій середніх програшів:

$$\Phi_n^i(\{x_n\}) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \xi_t^i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (6)$$

Пошук вважають успішним, якщо значення цих функцій зменшується у часі, тобто:

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \Phi_n^i \rightarrow \min, \quad i = \overline{1, m}.$$

На практиці обмеження кількості кроків гри задається однією з умов:

1) згідно із (1), коли поточна відстань між процесами менша або дорівнює заданій величині  $r > 0$ ;

2) за умови незначної зміни векторів змішаних стратегій за два послідовні моменти часу, тобто коли

$$m^{-1} \sum_{i=1}^m \|p_{n+1}^i - p_n^i\| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0; \quad (7)$$

3) за досягнення заданої кількості кроків  $n_{out}$ , тобто якщо  $n = n_{out}$ .

## Ігровий адаптивний метод розв'язування задач

Для розв'язування сформульованої задачі необхідно визначити метод зміни векторів змішаних стратегій у часі. Нехай елементи векторів є умовними імовірностями вигляду

$$p_n^i(j) = P(x_n^i(j) \in X^i \mid x_t^i, \xi_t^i, t = \overline{1, n-1}), \quad j = \overline{1, N_i},$$

які залежать від передісторії поведінки випадкових процесів  $x_n^i, \xi_n^i$ .

Модифікацію елементів вектора змішаних стратегій виконаємо так, що у разі вибору стратегії  $x_n^i(j)$  елемент  $p_n^i(j)$  змінюється на значення, пропорційне величині поточних втрат  $\xi_n^i$ , а інші елементи нормуються так, щоб забезпечити належність модифікованого вектора  $p_n^i$  одиничному  $\varepsilon$ -симплексу:

$$S_\varepsilon^{N_i} = \left\{ p^i \mid p^i \in S^{N_i}; p^i(j) \geq \varepsilon \quad (j = \overline{1, N_i}) \right\}, \quad \varepsilon \in (0, \min_i N_i^{-1}). \quad (8)$$

Введення  $\varepsilon$ -симплекса необхідне для збирання повних статистичних даних про ефективність чистих стратегій гравців та як додатковий інструмент керування збіжністю ігрового методу за допомогою параметра  $\varepsilon$ .

Узагальнений рекурентний метод перетворення векторів змішаних стратегій матиме вигляд [11]:

$$p_{n+1}^i = \pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_i} \left\{ p_n^i - \gamma_n R(p_n^i, x_n^i, \xi_n^i) \right\}, \quad (9)$$

де  $\pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_i}$  – проектор на одиничний симплекс, що забезпечує виконання умови  $p_{n+1}^i \in S_\varepsilon^{N_i}$ ;  $\gamma_n$  – монотонно спадна послідовність невід'ємних величин, яка регулює величину кроку методу;  $R$  – вектор переміщення або крок методу;  $\varepsilon_n$  – монотонно спадна послідовність невід'ємних величин, яка регулює швидкість розширення  $\varepsilon$ -симплекса.

Для досягнення мети вектор переміщення повинен у середньому утворювати гострий кут з напрямком на оптимальний розв'язок ігрової задачі, що визначається умовою псевдоградієнтності:

$$\rho_n(p^i) = \left\langle M \{ R(p_n^i, x_n^i, \xi_n^i) \mid p_n^i = p^i \}, \nabla_{p^i} \Delta(p) \right\rangle \geq 0, \quad (10)$$

де  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  – скалярний добуток векторів у евклідовому просторі;  $p^i \in S_0^{N_i}$ ;  $p \in S$ ;  $S = \prod_{i=1}^m S_0^{N_i}$ ;

$\Delta(p)$  – функція Ляпунова. Функція Ляпунова задовольняє такі умови: 1)  $\Delta(p)$  – диференційована на симплексі  $S$ ; 2)  $\Delta(p) > 0$  для всіх точок симплекса  $S$ , крім точок оптимального розв'язку  $p^* \in S$ ; 3)  $\Delta(p^*) = 0$  у точках оптимального розв'язку.

Загалом цим умовам відповідає функція

$$\Delta_n = \sum_{i=1}^m \Delta_n^i = \sum_{i=1}^m \|p_n^i - p^{i*}\|^2,$$

де  $p^{i*}$  – оптимальна стратегія  $i$ -го гравця.

Псевдоградієнтність можна забезпечити цілим класом рекурентних методів виду (9). Для побудови рекурентного методу використаємо метод стохастичної апроксимації [12]. Припустимо, що математичні сподівання випадкових величин відомі  $M\{\xi_n^i(x)\} = v^i(x)$  для всіх  $x \in X$ . Тоді функція середніх виграшів обчислюється так:

$$V^i(p) = \sum_{x \in X} v^i(x) \prod_{j=1}^m p^j(x^j), \quad (11)$$

де  $p \in S$ ,  $x^j \in x$ ,  $i = \overline{1, m}$ .

Враховуючи специфіку організації пошукового простору, яка проявляється у тому, що втрати  $i$ -го гравця не залежать від стратегій усіх інших гравців, функції (11) запишемо так:

$$V^i(p^i) = \sum_{x^i \in X^i} v^i(x^i) p^i(x^i). \quad (12)$$

Мета матричної гри полягає у мінімізації функцій середніх виграшів (12):

$$V^i(p^i) \rightarrow \min_{p^i}, \quad (13)$$

за обмежень  $p^i \in S_\varepsilon^{N_i}$ ,  $i = \overline{1, m}$ .

Побудуємо метод, який забезпечує отримання розв'язку ігрової задачі на вершині одиничного симплекса. Для функції (12) умова знаходження розв'язку на вершині одиничного симплекса має вигляд:

$$\text{diag}(p^i)[V^i e^{N_i} - \nabla_{p^i} V^i] = 0, \quad (14)$$

де  $\text{diag}(p^i)$  – квадратна діагональна матриця порядку  $N_i$ .

Для функції (11) умова (14) додатково описує розв'язки у змішаних вирівнювальних стратегіях, які задовольняють умову доповняльної нежорсткості матричної гри [13].

Нехай математичне сподівання вектора  $R_n$  дорівнює:

$$M\{R_n | p_n^i = p^i\} = \text{diag}(p^i)[V^i e^{N_i} - \nabla_{p^i} V^i].$$

Тоді умова псевдоградієнтності (10) матиме вигляд

$$\sum_{j=1}^{N_i} p^i(j)(V^i - \nabla V^i(j))(p^i(j) - p^{i*}(j)) \geq 0. \quad (15)$$

Умова (15) виконується для функції (12) у знакододатних середовищах ( $V^i(p) > 0$  для всіх  $p \in S$ ) при  $p^{i*} = \frac{\text{diag}(p^i) \nabla V^i}{V^i} = e_\kappa^{N_i}$ , де  $e_\kappa^{N_i}$  – одиничний вектор, у якому елемент з номером  $1 \leq \kappa \leq N_i$  дорівнює 1, а всі інші елементи дорівнюють 0.

Враховуючи, що  $\text{diag}(p^i)(V^i e^{N_i} - \nabla_{p^i} V^i) = M\{\xi_n^i [p_n^i - e(x_n^i)] \mid p_n^i = p^i\}$ , на основі методу стохастичної апроксимації отримуємо такий рекурентний метод

$$p_{n+1}^i = \pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_i} \left\{ p_n^i - \gamma_n \xi_n^i [e(x_n^i) - p_n^i] \right\}, \quad (16)$$

де  $e(x_n^i)$  – одиничний вектор-індикатор вибору чистої стратегії  $x_n^i \in X^i$ .

У класі послідовностей величин

$$\gamma_n = \gamma_0 n^{-\alpha}, \quad \varepsilon_n = \varepsilon_0 n^{-\beta}, \quad (17)$$

де  $\gamma_0, \alpha, \beta > 0$ ,  $\varepsilon_0 \in (0, \min_i N_i^{-1})$ , метод (16) забезпечує середньоквадратичну швидкість збіжності з порядком  $n^{-\theta}$ , де  $\theta = \min(1 + \beta - \alpha, \alpha)$ , що існує при  $\alpha \in (0, 1]$ ;  $\beta > 0$  для знакододатних середовищ (при  $v^i(x) > 0$  для всіх  $x \in X$ ,  $i = \overline{1, m}$ ). Умови збіжності отримано на основі рекурентного оцінювання послідовностей випадкових величин [14].

Максимальний порядок швидкості збіжності ігрових методів у знакододатних середовищах дорівнює  $\theta_{\max} = 1$ . Можливість досягнення максимального порядку визначається належним підбором початкових значень параметрів методів  $\gamma_0$  та  $\varepsilon_0$ .

### Ігровий алгоритм пошуку об'єкта з відносною дисперсією координат

Алгоритм пошуку об'єкта  $B$  об'єктом  $A$  складається з таких кроків:

*Крок 1. Ініціалізація методу.* Задати кількість гравців  $m$ , початкові значення параметрів ігрового методу  $\gamma_0, \alpha, \varepsilon_0, \beta$ , які задовольняють умови асимптотичної збіжності, та початкові значення векторів змішаних стратегій  $p_0^i$ ,  $i = \overline{1, m}$ . Вектори змішаних стратегій можуть набувати довільних значень на одиничному  $\varepsilon$ -симплексі ( $\varepsilon > 0$ ). У початковий момент часу доцільно задати  $p_0^i(j) = 1/N_i$ ;  $j = \overline{1, N_i}$ ;  $i = \overline{1, m}$ . Задати момент часу  $n = 1$ .

*Крок 2. Вибір чистих стратегій гравців та визначення координат об'єкта  $A$ .* Для кожного гравця  $i = \overline{1, m}$  згенерувати випадкове число  $\omega$ , розподілене за рівномірним законом на відрізку  $[0, 1)$ , та визначити номер  $k_i$  чистої стратегії з виконання умови (4). За номером чистої стратегії визначити  $i$ -ту координату випадкового процесу  $x_n$ .

*Крок 3. Обчислення дисперсії та визначення координат об'єкта  $B$ .* Визначити дисперсію координат об'єкта  $B$  згідно з (2) або (3). Координати некерованого процесу  $y^i$  визначаються як випадкові величини, розподілені за нормальним законом з математичним сподіванням  $m_y^i$  та дисперсією  $d_y^i$ .

*Крок 4. Визначення поточних втрат гравців.* Поточні втрати  $\xi_n^i$  визначаються для кожного гравця згідно із (5) як відстань між об'єктами по  $i$ -му координатному напрямку.

*Крок 5. Зміна регульованих параметрів алгоритму.* Обчислити поточні значення параметрів  $\gamma_n$  та  $\varepsilon_n$  згідно із (17).

*Крок 6. Перерахунок елементів векторів змішаних стратегій.* Обчислення нових векторів змішаних стратегій здійснюється за рекурентним перетворенням (16), після чого виконується їх

проектування на одиничний  $\varepsilon$ -симплекс, яке зводиться до ітераційного алгоритму проектування вектора на одиничну гіперплощину з подальшим зануленням його від'ємних компонентів [11].

*Крок 7. Перевірка умови завершення гри.* Момент закінчення гри визначається однією з вище визначених умов або їх диз'юнкцією. Якщо умова не виконана, то задати  $n = n + 1$  і перейти на крок 2, інакше – на крок 8.

*Крок 8. Виведення координат об'єкта A.* Кінець.

### Аналіз результатів комп'ютерної реалізації

Достовірність результатів комп'ютерного експерименту забезпечується усередненням показників стохастичної гри по  $k_{exp} = 100$  реалізаціях алгоритму.

Нехай  $n_{out}$  є моментом завершення гри. Значення  $n_{out}$  є випадковою величиною, яка залежить від послідовності реалізацій подій стохастичної гри. Ефективність пошуку об'єкта за допомогою ігрового методу (16) визначається середньою кількістю кроків

$$\bar{n} = k_{exp}^{-1} \sum_{j=1}^{k_{exp}} n_{out}(j). \quad (18)$$

Середні значення координат об'єкта A на момент завершення гри обчислюють так:

$$\bar{x}^i = k_{exp}^{-1} \sum_{j=1}^{k_{exp}} x^i(j), \quad i = \overline{1, m}. \quad (19)$$

На основі (19) обчислюють середню відстань від об'єкта A до точки, координати якої є математичним сподіванням позиції об'єкта B:

$$s = \left\| \bar{x} - m_y \right\|. \quad (20)$$

Розмірність дискретного пошукового простору визначається кількістю координатних напрямків (вимірів)  $m$  та шириною  $N_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ). Ширину пошукового простору визначають кількістю варіантів, які може набувати координата об'єкта за  $i$ -м напрямком. Приймемо, що  $N_i = N$  для всіх  $i = \overline{1, m}$ .

Дослідження впливу відносної дисперсії переслідуваного об'єкта та розмірності пошукового простору на ефективність адаптивного ігрового методу (16) виконаємо для значень параметрів  $\alpha = 0.3$ ,  $\beta = 2$ ,  $\gamma_0 = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 0.999N^{-1}$ .

Нехай стохастичні переміщення об'єкта B описано нормальним розподілом координат  $y \sim Normal(m_y, d_y)$ , де  $y \in X$ . Математичне сподівання координат об'єкта B є стаціонарним  $m_y = (m_y(j) | j = \overline{1, m}) = const$ , а дисперсія  $d_y = var$  може змінюватися у часі. Приймемо, що  $m_y = (7, 1, 3, 1, 7, 8, 6, 6, 9, 7)$  для простору з  $m = 10$  вимірами та  $N = 10$  станами за кожним виміром. Для менших значень  $m$  математичне сподівання координат шуканого об'єкта визначають першими елементами вектора  $m_y$ . Відносна дисперсія  $d_y$  об'єкта B є лінійно зростаючою (2) або лінійно спадаючою (3) функцією поточної відстані  $\xi_n^i$  між об'єктами.

Завершення роботи ігрового методу визначається диз'юнкцією умов (1) та (7) при  $r = 0$ , що дозволяє значно скоротити кількість кроків розв'язування пошукової задачі при збереженні точності (20).

Для прийнятої структури пошукового простору значення відносної дисперсії змінюється від мінімального  $d_y = 0$  до максимального  $d_y = N\sqrt{m}$  значення. Цим обумовлено вибір наступних варіантів машинного експерименту.

Вплив відносної дисперсії на збіжність ігрового методу (16) при  $N = 10$  та зростанні кількості вимірів пошукового простору зображено у вигляді графіків на рис. 1. У цьому експерименті коефіцієнт підсилення дисперсії  $k = 1$ . Графік 1 відповідає експерименту пошуку стаціонарного об'єкта при  $d_y = 0$ , графік 2 отримано для динамічного об'єкта з постійною дисперсією переміщення  $d_y = N\sqrt{m}$ , що відповідає максимальному значенню відносної дисперсії для простору з  $N^m$  станами, графік 3 – для лінійно спадаючої дисперсії  $d_y(\xi_n^i) = k\xi_n^i$ , графік 4 – для лінійно зростаючої дисперсії  $d_y(\xi_n^i) = k(\xi_{\max}^i - \xi_n^i)$ . Відповідні числові дані наведено у табл. 1.

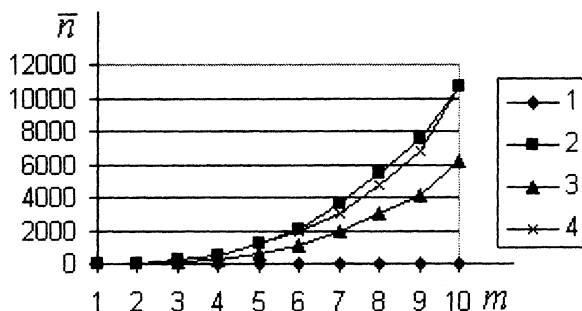


Рис. 1. Залежність середньої кількості пошукових кроків від кількості вимірів пошукового простору:

1 –  $d_y = 0$ ; 2 –  $d_y = N\sqrt{m}$ ; 3 –  $d_y(\xi_n^i) = k\xi_n^i$ ; 4 –  $d_y(\xi_n^i) = k(\xi_{\max}^i - \xi_n^i)$

Таблиця 1

**Вплив відносної дисперсії та кількості вимірів пошукового простору на ефективність адаптивного ігрового методу**

Дисперсія	Кількість вимірів пошукового простору $m$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_y = 0$	6	11	13	13	15	15	15	16	16	16
$d_y = N\sqrt{m}$	11	49	278	523	1273	2078	3591	5473	7519	10717
$d_y(\xi_n^i) = k\xi_n^i$	10	36	113	204	584	1140	1908	3025	4165	6148
$d_y(\xi_n^i) = k(\xi_{\max}^i - \xi_n^i)$	11	55	249	462	1189	1890	2999	4774	6758	10629

Із зростанням кількості вимірів пошукового простору зростає похибка (20) локалізації шуканого об'єкта, обумовлена дією дисперсії його переміщення та умовами завершення (1), (7).



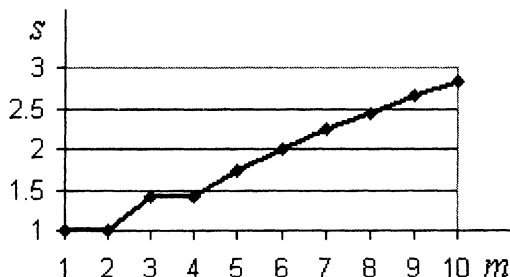


Рис. 2. Залежність похибки досягнення об'єкта від кількості вимірів пошукового простору

З рис. 1 видно, що адаптивний ігровий метод (16) забезпечує розв'язування пошукової задачі як для лінійно зростаючої так і для лінійно спадаючої дисперсії координат об'єкта  $B$ . Мінімальна кількість кроків, необхідних для розв'язування пошукової задачі, забезпечується ігровим методом у випадку відсутності випадкових переміщень шуканого об'єкта, тобто при  $d_y = 0$ . Для пошуку об'єкта з дисперсією переміщення  $d_y = N\sqrt{m}$ , вимагається найбільша кількість кроків ігрового методу. Середня кількість кроків, необхідних для розв'язування пошукової задачі при дії відносної дисперсії, знаходиться між цими мінімальним та максимальним значеннями.

Під час наближення об'єктів зростає відносна дисперсія  $d_y(\xi_n^i) = k(\xi_{\max}^i - \xi_n^i)$  та зменшується відносна дисперсія  $d_y(\xi_n^i) = k\xi_n^i$ . Варіант зростання є гіршим за ефективністю від варіанта зі зменшенням відносної дисперсії. Це пов'язано з тим, що чим ближче об'єкт  $A$  знаходиться до об'єкта  $B$ , тим більші втрати він отримує. Зменшення відносної дисперсії призводить до зменшення поточних втрат об'єкта  $A$ . Результатом цього є зменшення кількості пошукових кроків, необхідних для зближення об'єктів.

З підсиленням дисперсії ігрові методи з лінійно спадаючою та зростаючою дисперсією можуть змінюватися за ефективністю, що видно із рис. 3. По осі абсцис відкладено значення  $\sqrt{k}$ , де  $k$  – коефіцієнт підсилення дисперсії, а по осі ординат – середня кількість кроків ігрового методу  $\bar{n}$ . Дані отримано для значень параметрів  $m = 2$ ,  $N = 10$ ,  $\alpha = 0.3$ ,  $\beta = 2$ ,  $\gamma_0 = 1$ ,  $\epsilon_0 = 0.999N^{-1}$ .

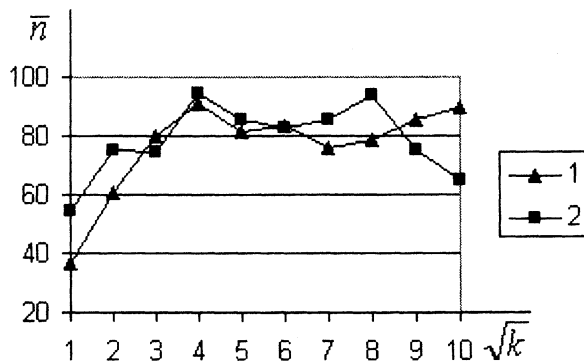


Рис. 3. Залежність середньої кількості кроків ігрового методу (16)

від коефіцієнта підсилення дисперсії: 1 –  $d_y(\xi_n^i) = k\xi_n^i$ ; 2 –  $d_y(\xi_n^i) = k(\xi_{\max}^i - \xi_n^i)$

Зміна ефективності пов'язана із особливістю навчання ігрового методу. Для заданих значень параметрів збільшення амплітуди переміщення об'єкта  $B$  призводить до зростання величини втрат і до зменшення швидкості навчання ігрового методу.

Вплив ширини пошукового простору на ефективність роботи ігрового методу (16) при дії відносної дисперсії зображено на рис. 4. Відповідні числові дані подано у табл. 2. Абсолютна похибка обчислення становить від 1 до 2 кроків. Дані отримано для значень параметрів  $m = 2$ ,  $\alpha = 0.3$ ,  $\beta = 2$ ,  $\gamma_0 = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 0.999N^{-1}$  для однакового початкового розміщення шуканого об'єкта  $m_y = (7, 1)$ . Коефіцієнт підсилення дисперсії  $k = 1$ .

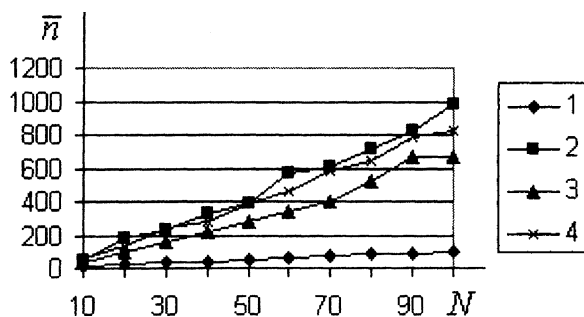


Рис. 4. Залежність середньої кількості пошукових кроків від ширини пошукового простору:

$$1 - d_y = 0; 2 - d_y = N\sqrt{m}; 3 - d_y(\xi_n^i) = k\xi_n^i;$$

$$4 - d_y(\xi_n^i) = k(\xi_{\max}^i - \xi_n^i)$$

Таблиця 2

**Вплив відносної дисперсії та ширини пошукового простору на ефективність адаптивного ігрового методу**

Дисперсія	Ширина пошукового простору $N$									
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$d_y = 0$	11	19	30	40	50	61	70	79	91	98
$d_y = N\sqrt{m}$	49	176	234	333	385	566	603	717	827	987
$d_y(\xi_n^i) = k\xi_n^i$	36	93	153	216	275	341	401	521	665	663
$d_y(\xi_n^i) = k(\xi_{\max}^i - \xi_n^i)$	55	137	247	283	394	464	576	648	784	826

Результати моделювання підтверджують ефективність адаптивного ігрового методу (16) при функціональній зміні дисперсії об'єкта  $B$  та зростанні ширини простору пошуку. Розмірність пошукового простору  $m$  більше впливає на роботу пошукових методів, ніж його ширина  $N$ . Це пояснюється тим, що загальна кількість варіантів пошуку  $N^m$  (при  $N_i = N$  для всіх  $i = \overline{1, m}$ ) є показниковою функцією кількості вимірів  $m$  і степеневою функцією ширини  $N$  пошукового простору.

Одну із реалізацій траєкторії керованого об'єкта  $A$  у двовимірному дискретному просторі зображено на рис. 5 для лінійно спадаючої та лінійно зростаючої дисперсії відносних втрат.

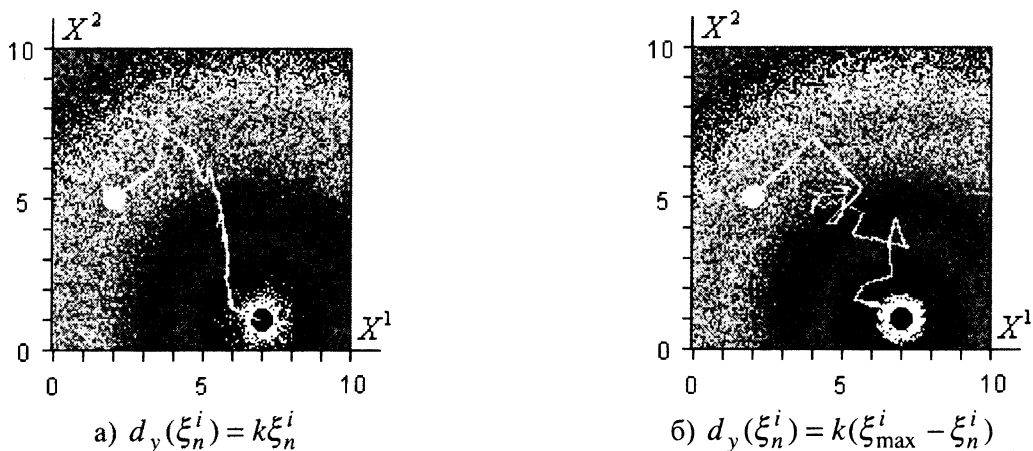


Рис. 5. Траскторії пошуку об'єкта при спаданні (а) та зростанні (б) значення дисперсії

Для згладжування траскторії переміщення об'єкта виконано усереднення його поточних координат:

$$\bar{x}_n^i = n^{-1} \sum_{t=1}^n x_t^i, \quad i = \overline{1, m}.$$

На рис. 5 спостерігається цілеспрямоване наближення об'єкта-гравця  $A$  до динамічного об'єкта  $B$  для обох варіантів зміни відносних втрат.

Відповідні траскторіям характеристики динаміки ігрового методу зображено у логарифмічному масштабі на рис. 6. Графік 1 демонструє зміну функції середніх втрат під час розв'язування пошукової задачі, а графіки 2 – зміну норми векторів змішаних стратегій гравців. Зростання норми векторів змішаних стратегій від початкових однакових значень елементів (імовірностей вибору чистих стратегій) свідчить про хід процесу навчання ігрового методу.

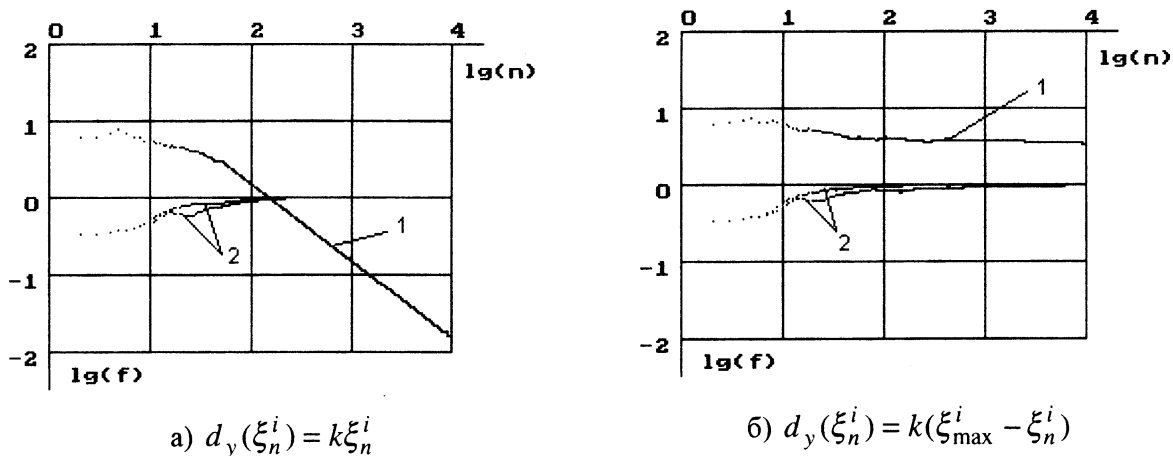


Рис. 6. Характеристики ігрового методу (16) при спаданні (а) та зростанні (б) значення дисперсії

Фінальний розподіл координат керованого та некерованого об'єктів зображено на рис. 7 – 9. Результати отримано на вибірці  $n_{out} = 10^4$  кроків з умовою зупинки гри  $n = n_{out}$ .

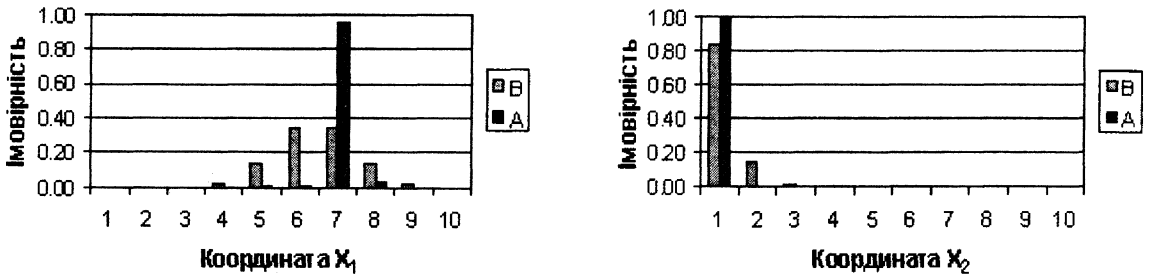


Рис. 7. Дискретний розподіл координат об'єктів при  $d_y = 1$

Якщо об'єкт  $B$  переміщується з постійною дисперсією, то керований ігровим методом (16) об'єкт  $A$  формує селективний вибір координат, наближених до координат точки математичного сподівання шуканого об'єкта. Відповідні розподіли координат об'єктів зображено на рис. 7. Треба зазначити, що так добре виражена селективність характерна лише для цього методу. Для інших методів розподіл координат об'єкта  $A$  може бути іншим.

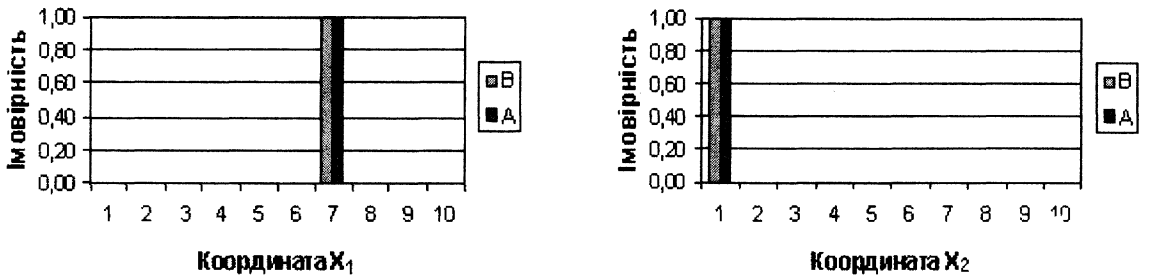


Рис. 8. Дискретний розподіл координат об'єктів при  $d_y(\xi_n^i) = k\xi_n^i$

Згідно із рекурентним методом (16) стратегії об'єкта-гравця  $A$  спрямовані на мінімізацію відстані до об'єкта  $B$ . Якщо переміщення об'єкта  $B$  керується розподілом з лінійно спадною дисперсією, то при зменшенні відстані динамічний об'єкт  $B$  швидко переходить у стан статичного, про що свідчить розподіл його координат, зображений лівими стовпчиками на рис. 8. За адаптивним ігровим методом добре шукається статичний об'єкт і без проблем швидко локалізується в околі точки математичного сподівання, про що свідчить розміщення правих стовпчиків розподілу координат об'єкта  $A$ .

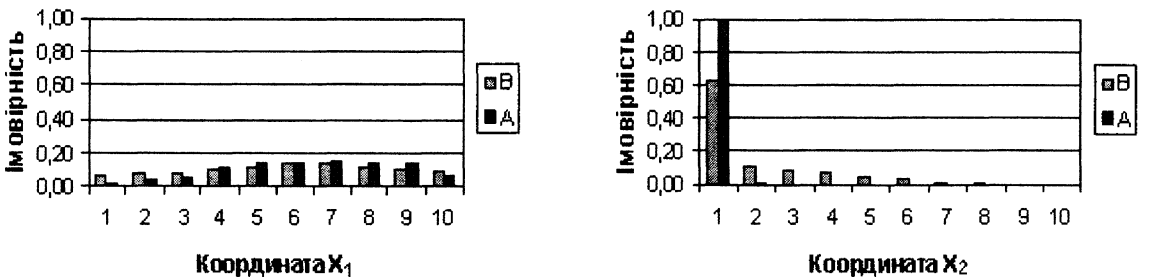


Рис. 9. Дискретний розподіл координат об'єктів при  $d_y(\xi_n^i) = k(\xi_{\max}^i - \xi_n^i)$

Якщо з наближенням об'єкта  $A$  до об'єкта  $B$  останній переміщується зі зростаючою дисперсією, то розподіл його координат стає більш розмитим, як це зображено на рис. 9. У процесі наближення керований об'єкт  $A$  набуває стохастичних характеристик некерованого об'єкта  $B$ , що

добре видно для координати  $X_1$  на рис. 9, а. У цьому випадку перехоплення об'єкта  $B$  можливе за рахунок випадкової складової пошукового процесу. Наслідком цього є те, що для пошуку об'єкта зі зростаючою дисперсією переміщення потрібно більше кроків, ніж для об'єкта зі спадаючою дисперсією переміщення. Добре виражена селективність вибору координати  $X_2$  на рис. 9, б пояснюється розміщенням значення  $X_2 = 1$  на межі пошукового простору та заборонаю виходу за його межі.

### Висновки

Випадковий пошук об'єкта з відносною дисперсією координат – багатофакторний процес, ефективність якого визначається функцією зміни дисперсії, пошуковим методом та співвідношенням їх параметрів.

Результати дослідження виявили, що ефективно керувати випадковим пошуком об'єкта з відносною дисперсією переміщення в умовах невизначеності можна за допомогою адаптивних ігрових методів за рахунок паралельного та раціонального вибору пошукових варіантів у ході навчання векторів змішаних стратегій.

1. Gerhard Weiss and Sandip Sen, editors. *Adaptation and Learning in Multiagent Systems*. Springer Verlag, Berlin, 1996.
2. Stone P. *Layered Learning in Multiagent Systems*. MIT Press, 2000.
3. Fudenberg D., Levine D.K. *The Theory of Learning in Games*. MIT Press, 1998.
4. Кравець П.О. Рекурентні ігрові алгоритми з обміном інформацією // Вісник Держ. ун-ту "Львівська політехніка". – 1999. – № 383. – С. 112–128.
5. Кравець П.О. Регуляризований ігровий метод керування випадковими процесами в умовах невизначеності // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2002. – № 468. – С. 101 – 109.
6. Кравець П.О. Самоорганізація гри активних елементів в умовах дії колективних оцінок // Искусственный интеллект: Міжнародний науково-теоретичний журнал Інституту проблем штучного інтелекту. – Донецьк. – 2004 – № 4. – С. 358 – 367.
7. Korf R. E. A Simple Solution to Pursuit Games // *Proceedings of the Eleventh International Workshop on Distributed Artificial Intelligence*, Glen Arbor, Michigan, February 1992, pp. 183–194.
8. Stephens L. M., Merx M. The Effect of Agent Control Strategy on the Performance of a DAI Pursuit Problem // *Proceedings of the Tenth International Workshop on Distributed Artificial Intelligence*, Bandera, Texas, October 1990, pp. 263–292.
9. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. – М.: Наука, 1983.
10. Муртазин Д.А., Позняк А.С. Рекурентные алгоритмы поисковой оптимизации в условиях относительных помех. Предельные возможности // *Автоматика и телемеханика*. – 1987. – № 9. – С. 95–109.
11. Назин А.В., Позняк А.С. Адаптивный выбор вариантов: Рекурентные алгоритмы. – М.: Наука, 1986.
12. Вазан М. Стохастическая аппроксимация. – М.: Мир, 1972.
13. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. – М.: Мир, 1985.
14. Невельсон М.Б., Хасьминский Р.З. Стохастическая оптимизация и рекурентное оценивание. – М.: Наука, 1972.