

Висновок

Алгоритм забезпечує захист даних від несанкціонованого доступу завдяки їх проміжному перетворенню в код в'язанки, параметри якої відомі тільки користувачу. За допомогою монолітних кодів, побудованих за допомогою в'язанок, є можливість застосовувати ефективні алгоритми кодування і декодування інформації, що розширює сферу практичних застосувань у задачах інформаційної техніки і проектування систем кодування.

Результати досліджень кодування інформації на основі нееквідистантних комбінаторних конфігурацій типу ЧЛВ дають підстави стверджувати про можливість їх використання у сучасних інформаційних технологіях.

1. Різник О.Я. Завадостійкий спосіб перетворення сигналів // Матеріали Четвертої укр. конф. з автоматичного керування ("Автоматика-97"). – Черкаси, 1997. – С.34. 2. Різник О.Я. Комбінаторные модели для синтеза технических устройств и систем на основе числовых линейных цепочек // Контрольно-измерительная техника. – Львов: Вища школа, 1989. – Вып.45. – С. 23–25. 3. Різник В.В. Синтез оптимальных комбінаторных систем. – Львів, 1989.

УДК 681.84.087.4

А. Ковальчук

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра автоматизованих систем управління

РОЗПОДІЛ ТЕРИТОРІЇ НА ЕКОНОМІЧНІ ЗОНИ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

© Ковальчук А., 2005

Запропоновано модель розподілу території на економічні зони з використанням методів теорії нечітких множин.

Model of separation of territory on economic zones with by use of methods of the theory of fuzzy sets is offered

1. Вступ

Мета роботи полягає в тому, щоб описати метод розподілу на торговельні зони в нечітких умовах, коли інформація за своєю природою неповна і рішення споживача про вибір неточний. Припущення про однорідність ринку послаблені, наскільки це можливо, з тим щоби кількість аксіом під час побудови моделей була мінімальною. Основу методу дослідження складає теорія нечітких множин, яка оперує нечітким представленням нечітких понять. Хоча ця теорія вже застосовувалася в загальному аналізі поведінки людини та, зокрема, в аналізі просторової економічної активності, фундаментальне поняття розподілу торговельних зон між фірмами детально не розглядалось. Першою спробою такого роду було, очевидно, застосування нечітких кластерів для групування споживачів за фірмами*.

2. Моделі розподілу на торговельні зони в нечітких умовах

Традиційні дослідження торговельної зони часто спираються на поняття інформації та припущення про однорідність ринку. Поведінкові постулати часто виявляються або занадто спрощеними, або неузгодженими.

* *Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения: Пер. с англ. / Под. ред. Р. Р. Ягера. – М.: Радио и связь, 1986. – 407 с.*

Такі припущення, як постійність транспортних витрат та однаковий рівень фірм, замінюються нечітким сприйняттям відстані і привабливості фірм відносно різних характерних властивостей. Перевага, яку віддають користувачі тій чи іншій фірмі, виявляється у вигляді випуклої нечіткої підмножини для дослідження перекриття торговельних зон. Встановлюється поріг розподілу. В цьому підході замість чітко окресленого опису торговельних зон в традиційному аналізі використовують ступінь розподілу. Побудовані дві моделі, підтверджені прикладами. Першою моделлю передбачено, що різниця у відстані -- це єдиний вирішальний фактор просторової переваги користувача, тоді як друга модель формулюється з використанням соціально-психологічних і економічних факторів, які впливають на прийняття користувачем рішення про поїздку.

Модель 1 – розподіл за лінійною моделлю ринку. В моделі прийнято такі припущення:

- 1) існування ринку, що відповідає лінійній моделі;
- 2) довільний характер розподілу населення;
- 3) дві конкуруючі фірми F_1 та F_2 розміщуються в заданих точках α_1 та α_2 відповідно;
- 4) виробляється однорідний товар одного типу;
- 5) ціни однакові;
- 6) існує функція просторової переваги споживача, яка змінюється обернено пропорційно складності долання шляху до фірми.

З а у в а ж е н н я. Обговорюючи зроблені припущення, треба зазначити дві особливості. Перша полягає в тому, що тут не приймається припущення про регулярний розподіл популяції. Розподіл на торговельні зони в цьому формулюванні залежить від виявленого споживачем ступеня переваги для фірм F_1 та F_2 .

Побудувавши нечітке поняття переваги, можна визначити спосіб, за допомогою якого ринок можна розділити між фірмами. Оскільки нечіткі підмножини A_1 та A_2 обмежені максимальними степенями $\sup_x \mu_{A_1}(x)$ та $\sup_x \mu_{A_2}(x)$ в точках α_1 та α_2 відповідно, то їх перетин $A_1 \cap A_2$ також обмежений випуклою нечіткою підмножиною та визначається функцією належності

$$\mu_{A_1 \cap A_2}(x) = \begin{cases} e^{-k(x-\alpha_2)^2} & \text{при } k \geq 1, x \leq \gamma, \\ [e^{-k(x-\alpha_1)^2}]^2 & \text{при } k \geq 1, x \geq \gamma, \end{cases} \quad (1)$$

яка набуває максимального значення $\sup_x \mu_{A_1 \cap A_2}(x)$ в γ . Використовуючи теорему про віддільність, отримуємо, що найвищого ступеня розподілу на торговельні зони, який дорівнює $1 - \sup_x \mu_{A_1 \cap A_2}(x)$,

досягають у точці γ , через яку проходить гіперплощина. У класичній моделі фірма монополізує ринок. Однак модель збуту з домінуванням більш адекватна для опису торговельних зон реального світу. Із цієї ідеї випливає, що перекриття торговельної зони – скоріше загальний феномен, ніж виключення. Для перекриття торговельних зон фірм F_1 та F_2 можна використовувати поняття порогу роздільності. Поріг розділення l визначається умовою

$$l < \max_x \min[\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)] = \sup_x \mu_{A_1 \cap A_2}(x). \quad (2)$$

Отже, для обраного порогу l торговельна зона M_i фірми F_i , $i=1, 2$ визначається нечіткою підмножиною рівня l . Вибираючи різні значення для l , можна отримати різні торговельні зони. Загальне правило полягає в тому, щоб вибрати найбільш можливе значення l , яке менше $\max_x \min[\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)]$:

$$M_i = \{x | \mu_{A_i}(x) \geq \max_x \min[\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)]\} \text{ для всіх } x \in M_i. \quad (3)$$

Описану тут модель можна узагальнити для ринку з m конкуруючими фірмами F_1, F_2, \dots, F_m , які розміщені в областях з густотою населення a_1, a_2, \dots, a_m відповідно. Нехай A_1, A_2, \dots, A_m – обмежені випуклі нечіткі підмножини, які описують переваги F_1, F_2, \dots, F_m та визначаються функціями належності $\mu_{A_1}, \mu_{A_2}, \dots, \mu_{A_m}$. Через випуклість та обмеженість нечітких множин A_1, A_2, \dots, A_m нечіткі підмножини $A_1 \cap A_2, A_1 \cap A_3, \dots, A_1 \cap A_m, A_2 \cap A_3, \dots, A_{m-1} \cap A_m$ будуть також випуклими та обмеженими. Використовуючи вже згадану теорію про віддільність, за допомогою порогу розподілу

$$l < \min_{ij} \max_x \min[\mu_{A_i}(x), \mu_{A_j}(x)] \quad (4)$$

можна визначити торговельні зони M_1, M_2, \dots, M_m відповідно. Торговельна зона $M_i, i=1,2, \dots, m$ буде знову нечіткою рівневою підмножиною, яка визначається відношенням

$$M_i = \left\{ x \mid \mu_{A_i}(x) \geq \min_{ij} \max_x \min[\mu_{A_i}(x), \mu_{A_j}(x)] \right\} \text{ для всіх } x \in M_i. \quad (5)$$

Модель 2 – загальна модель розподілу торговельної зони. В моделі прийнято такі припущення:

- 1) існування ринку;
- 2) довільна схема розселення населення;
- 3) розміщення m конкуруючих фірм F_1, F_2, \dots, F_m у цих пунктах;
- 4) продукція однієї якості;
- 5) фірми характеризуються p ознаками;
- 6) ступені важливості ознак під час прийняття рішення про поїздку змінюються між індивідуумами;
- 7) одна фірма переважає над іншою, якщо її ознаки за своїм ступенем важливості більш близькі до оцінки споживача.

Нехай $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – множина покупців, а $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_p\}$ – множина ознак фірми і $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_m\}$ – множина фірм.

Нехай $\Phi_R: X \times Y \rightarrow [0,1]$ є функцією належності нечіткого бінарного відношення R . Для всіх $x \in X$ та всіх $y \in Y$ функція $\Phi_R(x,y)$ – ступінь важливості ознаки y за оцінкою індивідуума x під час визначення ним переваги фірми. Відношення R можна подати у матричній формі:

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} y_1 & y_2 & \dots & y_p \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} \Phi_R(x_1, y_1) & \Phi_R(x_1, y_2) & \dots & \Phi_R(x_1, y_p) \\ \Phi_R(x_2, y_1) & \Phi_R(x_2, y_2) & \dots & \Phi_R(x_2, y_p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Phi_R(x_n, y_1) & \Phi_R(x_n, y_2) & \dots & \Phi_R(x_n, y_p) \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Нехай $\pi_S: Y \times Z \rightarrow [0,1]$ є функцією належності нечіткого бінарного відношення S . Для всіх $y \in Y$ та всіх $z \in Z$ $\pi_S(y,z)$ дорівнює ступеню належності або сумісності фірми z з ознакою y . В матричній формі відношення має вигляд:

$$S = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 & \dots & z_m \end{matrix} \\ \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_p \end{matrix} & \begin{bmatrix} \pi_S(y_1, z_1) & \pi_S(y_1, z_2) & \dots & \pi_S(y_1, z_m) \\ \pi_S(y_2, z_1) & \pi_S(y_2, z_2) & \dots & \pi_S(y_2, z_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \pi_S(y_p, z_1) & \pi_S(y_p, z_2) & \dots & \pi_S(y_p, z_m) \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Тепер можна отримати матрицю T :

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 & \dots & z_m \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} \mu_{A_1}(x_1, z_1) & \mu_{A_2}(x_1, z_2) & \dots & \mu_{A_m}(x_1, z_m) \\ \mu_{A_1}(x_2, z_1) & \mu_{A_2}(x_2, z_2) & \dots & \mu_{A_m}(x_2, z_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_{A_1}(x_n, z_1) & \mu_{A_2}(x_n, z_2) & \dots & \mu_{A_m}(x_n, z_m) \end{bmatrix} \end{matrix}$$

елементи якої визначаються функцією належності

$$\mu_{A_i}(x, z_i) = \frac{\sum_y \Phi_R(x, y) \cdot \pi_S(y, z_i)}{\sum_y \Phi_R(x, y)} \quad \text{для всіх } x \in X, y \in Y \text{ та } z \in Z \quad (6)$$

Сума $\sum_y \Phi_R(x, y)$ дорівнює ступеню нечіткої підмножини, що вказує на кількість найважливіших ознак y , які споживач x використовує для оцінки фірми, а $\mu_{A_i}(x, z_i)$ інтерпретувати як виважений ступінь переваги фірми z_i індивідумом x . Функція переваги, описана рівнянням (6), задовольняє визначення випуклої нечіткої підмножини

$$\mu_{A_i}[\lambda(x_1, z_i) + (1 - \lambda)(x_2, z_i)] \geq \min[\mu_{A_i}(x_1, z_i), \mu_{A_i}(x_2, z_i)] \quad \forall x_1, \forall x_2, \forall z_i \in Z, \forall \lambda \in [0, 1]. \quad (7)$$

Оскільки всі $\mu_{A_i}(x, z_i)$ випуклі, їх перетини також випуклі функції. Отже, можна побудувати матрицю W :

$$W = \begin{bmatrix} \mu_{A_1}(x_1, z_1) \wedge \mu_{A_2}(x_1, z_2) & \dots & \mu_{A_{m-1}}(x_1, z_{m-1}) \wedge \mu_{A_m}(x_1, z_m) \\ \mu_{A_1}(x_2, z_1) \wedge \mu_{A_2}(x_2, z_2) & \dots & \mu_{A_{m-1}}(x_2, z_{m-1}) \wedge \mu_{A_m}(x_2, z_m) \\ \mu_{A_1}(x_n, z_1) \wedge \mu_{A_2}(x_n, z_2) & \dots & \mu_{A_{m-1}}(x_n, z_{m-1}) \wedge \mu_{A_m}(x_n, z_m) \end{bmatrix}$$

З тих же самих міркувань, наведених в лінійній моделі розподілу ринку, у цій моделі поріг розподілу торговельної зони можна обмежити умовою

$$l < \min_{ij} \max_x \min[\mu_{A_i}(x, z_j)]. \quad (8)$$

Якщо поріг l вибрано, то торговельна зона $M_i, i=1, 2, \dots, m$ описується рівневою множиною

$$M_i = \{x | \mu_{A_i}(x) \geq \min_{ij} \max_x \min[\mu_{A_i}(x, z_j), \mu_{A_j}(x, z_j)]\} \quad \text{для всіх } x \in M_i. \quad (9)$$

Для ілюстрації практичного використання описаних теоретичних результатів про задачу розподілу торговельної зони розглянемо приклад.

Нехай $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{12}\}$ – множина покупців, а $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ – множина ознак фірми і $Z = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$ – множина фірм. За значень елементів матриць R і S , наведених нижче, територія розподіляється на зони M_1, M_2, M_3, M_4 , що графічно показано на рис. 1.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.8 & 0.4 & 0.5 & 0.9 \\ 0.7 & 0.3 & 0.4 & 0.8 \\ 0.5 & 0.8 & 0.8 & 0.2 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.5 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 & 0.5 & 0.7 \\ 0.5 & 0.9 & 0.6 & 0.6 \\ 0.4 & 0.9 & 0.5 & 0.4 \\ 0.8 & 0.1 & 0.5 & 0.6 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = \{x_1, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

$$M_2 = \{x_2, x_3, x_8, x_{10}\},$$

$$M_3 = \{x_2, x_8, x_{10}\},$$

$$M_4 = \{x_1, x_2, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\}.$$

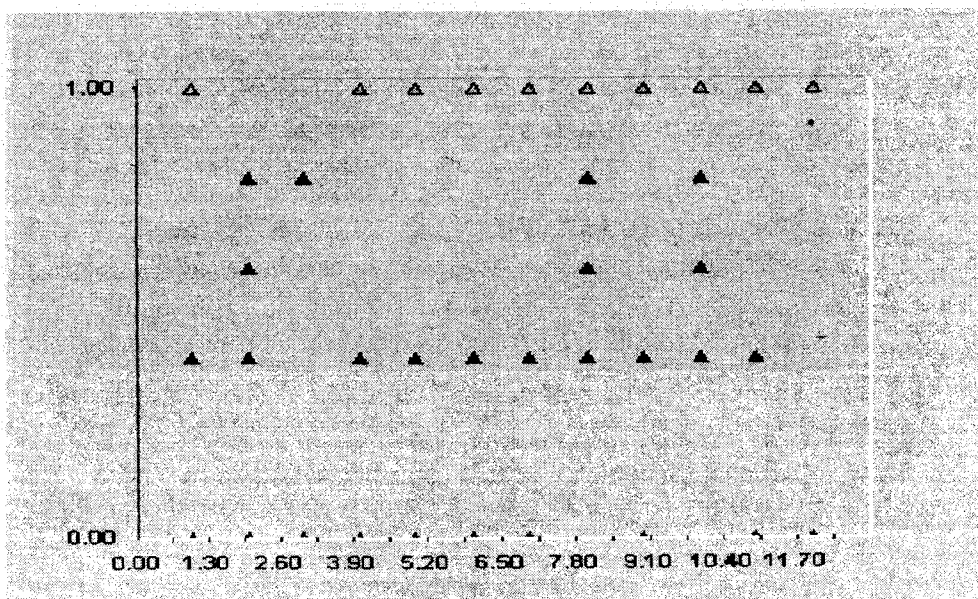


Рис. 1. Перший варіант

Якщо матриці R і S мають вигляд

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.8 & 0.4 & 0.5 & 0.9 \\ 0.7 & 0.3 & 0.4 & 0.8 \\ 0.5 & 0.8 & 0.8 & 0.2 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.6 & 0.3 & 0.3 & 0.5 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 & 0.5 & 0.7 \\ 0.5 & 0.9 & 0.6 & 0.6 \\ 0.4 & 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.8 & 0.1 & 0.5 & 0.6 \end{bmatrix}$$

територія розподіляється на зони M_1, M_2, M_3, M_4

$$M_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

$$M_2 = \{x_2\},$$

$$M_3 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

$$M_4 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

що графічно показано на рис. 2.

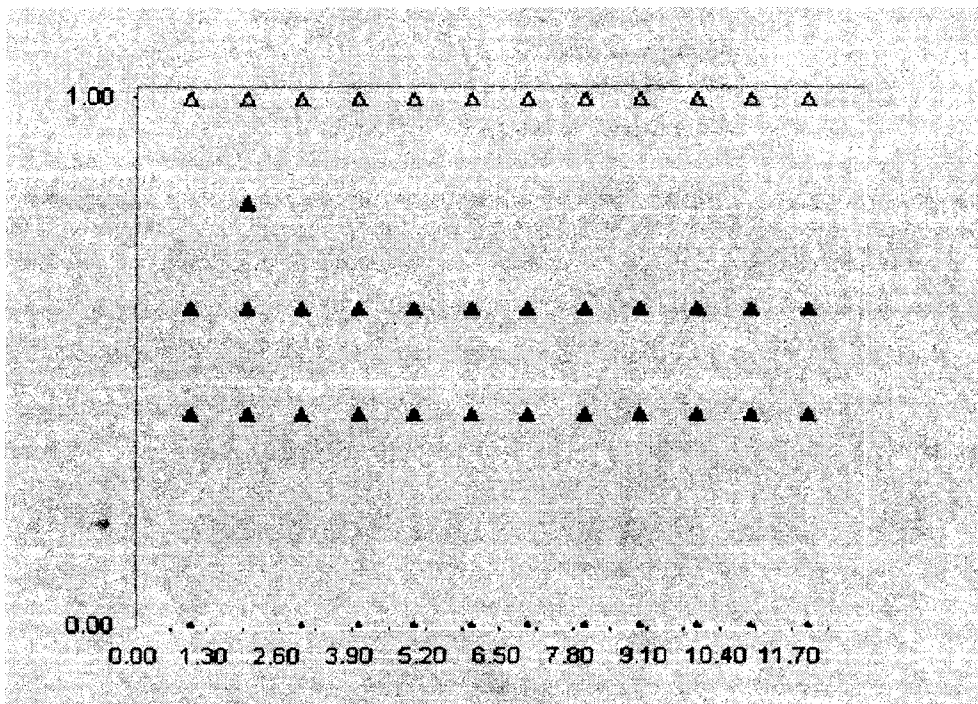


Рис. 2. Другий варіант

Висновок

У двох розглянутих прикладах показано можливість застосування описаної моделі в розподілі території на економічні зони. Запропоновану модель можна застосувати під час планування економічних експериментів.

1. *Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения: Пер. с англ. / Под. ред. Р. Р. Ягера. – М.: Радио и связь, 1986. – 407 с.*