

Застосування методу оптимальних структурних пропорцій (ОСП) для розроблення засобів вимірювальної техніки та проектування інформаційних систем дає змогу оптимально використувати властивості цих пропорцій для оптимального розподілу або впорядкування елементів інформаційно-вимірювальних систем і тим самим розширити їх функціональні можливості, забезпечуючи при цьому швидкий і надійний доступ до джерел інформації. Результати досліджень вказують на можливість побудови апіорі нескінченно довгих безнадлишкових рядів на множині ОСП та створення на їх основі нормативної бази для виробництва і проектування пристроїв інформаційно-вимірювальної техніки з поліпшеними технічними характеристиками за надійністю, швидкодією, функціональними можливостями.

1. *Енциклопедія кібернетики*. – К.: Головна редакція УРЕ, 1973. 2. *ГОСТ 8032-84. Предпочтительные числа и ряды предпочтительных чисел*. 3. *Стахов А.П. Введение в алгоритмическую теорию измерения*. – М., 1977. 3. *Різник В.В. Синтез оптимальных комбинаторных систем*. – Львів: Вища школа, 1989.

У. Дзелендзяк, В. Самотий  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра програмного забезпечення

## ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОДНОФАЗНОГО МОСТОВОГО ВИПРЯМЛЯЧА

© Дзелендзяк У., Самотий В., 2005

Наведено математичну модель однофазного мостового випрямляча, основу на неявному методі трапецій, а також запропоновано методику аналізу перехідних і усталених режимів його роботи.

The mathematical model of single-phase bridge rectifier based on implicit method of trapeziums is submitted and method for transient and steady-state analysis of it operational modes is suggested.

### Вступ

Проектування перетворювачів напруги пов'язане з моделюванням та аналізом електромагнетних процесів, що в них відбуваються. В першу чергу – це аналіз динамічних режимів, який передбачає врахування впливу комутаційних процесів силових ключів та характеру навантаження.

Побудова математичної моделі електромагнетного пристрою необхідна для аналізу перехідних і усталених режимів його роботи. Метою наших досліджень є побудова дискретної математичної моделі однофазного мостового випрямляча, яка була б оптимальною з точки зору простоти програмної реалізації, обсягу обчислювальних операцій та точності отримуваних результатів. Особливістю мостових схем є те, що струм крізь вторинну обвитку трансформатора проходить в додатний і від'ємний півперіоди. Складність аналізу таких схем пов'язана з двома типами нелінійностей – кривою намагнетчування трансформатора та вольтамперними характеристиками напівпровідникових ключів.

Аналіз перехідних режимів нелінійних пристроїв зводиться до розв'язування задачі Коші – числового інтегрування рівнянь динаміки від заданих початкових умов на певному проміжку часу. Складнішим є аналіз усталених режимів, основні труднощі якого полягають у визначенні

початкових умов, що задовольняють умову періодичності при розв'язуванні диференціальних рівнянь.

### Аналіз публікацій

У багатьох випадках однофазні мостові випрямлячі описують системою жорстких диференціальних рівнянь. Це, в першу чергу, пов'язано зі значним розкидом параметрів напівпровідникових вентилів у відкритому і закритому станах, характером навантаження, а також з параметрами живлячого трансформатора. Розв'язують таку систему неявними методами. Тому доцільно оглянути праці, де висвітлено питання побудови математичних моделей нелінійних електромагнетних пристроїв, що містять напівпровідникові вентиля.

Найпоширенішим класом серед багатьох неявних методів розв'язування диференційно-інтегрально-скінчених рівнянь до цього часу були методи формул диференціювання назад (ФДН) [3]. Вони мають істотні переваги: відсутність необхідності приведення системи рівнянь до нормальної форми Коші, широкий діапазон зміни кроку інтегрування, пов'язаний із жорсткістю методів. Але поряд з цим, методи ФДН мають і недоліки. По-перше, навіть за невеликих порядків ФДН вимагають значних числових затрат і затрат пам'яті для забезпечення необхідної точності. По-друге, у разі розгону чи збільшення кроку інтегрування ФДН низьких порядків вносять похибку не тільки у величину невідомих координат, але і в їхню фазу, що може привести до обчислення нереальних процесів при певних співвідношеннях параметрів складної системи рівнянь. Оптиміальнішими і позбавленими цих недоліків методами розв'язування диференційно-скінчених рівнянь є неявні однокрокові методи Гаусса, Радау, Лобатто [10].

У роботі [7] для реалізації математичної моделі електричної мережі зі статичним тиристорним компенсатором, що описується жорсткою системою інтегрально-диференційно-скінчених рівнянь, найдоцільнішим, з точки зору економічності та ефективності, було використання неявних методів Радау 3-го та Гаусса 4-го порядків.

Під час вибору моделей напівпровідникових вентилів зупинимося на коловій моделі. Для нашої задачі вона більш прийнятна, оскільки є достатньо простою і відображає вплив параметрів вентилів на роботу схеми. Існує два основні підходи до побудови колових моделей вентилів. Перший підхід замінює вентиль електричною ланкою. В загальному, це може бути довільна RLC-ланка, параметри якої залежать від умов відкриття і закривання вентилів і є функціями струмів або напруг вентилів [1, 8]. За другого підходу вентиль розглядають як ідеальний ключ, характерна риса якого – безмежний опір в закритому стані і нульовий у відкритому [2, 4]. Застосування моделі RLC-ланки приводить до невиправданого росту порядку системи диференціальних рівнянь та ускладнення алгоритму їх розв'язування. Значно привабливішим є використання моделі ідеального ключа, але метод, викладений у роботах [2, 4], орієнтований на явні методи числового інтегрування, тому не може бути безпосередньо застосований для жорстких диференціальних рівнянь.

Підсумовуючи вищесказане, можна зробити такий висновок. Для запису рівнянь динаміки однофазного мостового випрямляча використовуємо метод [9], адаптувавши його до неявних методів числового інтегрування. Моделювання вентилів будемо здійснювати за схемою ідеального ключа [6], а розрахунок усталених режимів доцільно виконувати екстраполяційним  $\epsilon$ -алгоритмом [5, 9].

### Виведення рівнянь динаміки

Розглянемо перетворювач змінного струму в постійний, який складається з однофазного трансформатора, мостової схеми напівпровідникових вентилів, ємнісного фільтра і активного навантаження. Принципову схему такого перетворювача зображено на рис. 1. Для такої схеми можливі три комбінації відкритих і закритих вентилів: 1)  $D_1, D_3$  – відкриті,  $D_2, D_4$  – закриті; 2)  $D_1, D_3$  – закриті,  $D_2, D_4$  – відкриті; 3) коли всі вентиля закриті. Щоб отримати загальні рівняння динаміки, необхідно їх записати окремо для кожної комбінації, а потім об'єднати в одну систему введенням додаткових логічних змінних, які набувають значень 0, 1.

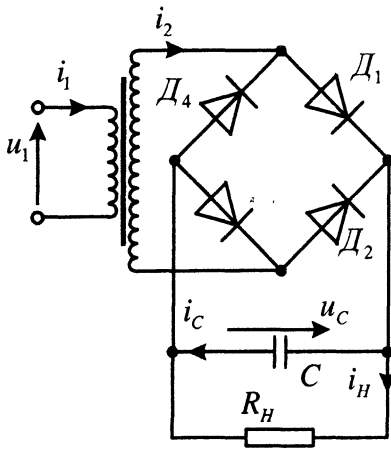


Рис. 1. Принципова схема мостового випрямляча

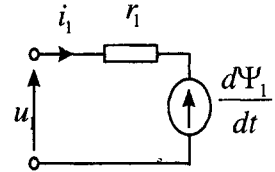


Рис. 2. Розрахункова схема контуру живлення

Розглянемо рівняння динаміки для першого випадку (рис. 2, 3).

$$i_1 = \alpha_1(\Psi_1 - \psi), \quad i_2 = \alpha_2(\Psi_2 - \psi), \quad i_1 + i_2 = \alpha'\psi, \quad (1)$$

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = u_1 - r_1 i_1, \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = -u_C - r_2 i_2, \quad \frac{du_C}{dt} = C^{-1} \left( i_2 - \frac{u_C}{R_H} \right), \quad (2)$$

де  $u_C$  – напруга конденсатора;  $r_1, r_2$  – активні опори первинної і вторинної обмоток відповідно;  $R_H$  – опір навантаження;  $\Psi_1, \Psi_2$  – повні потокозчеплення обмоток;  $\psi$  – робоче потокозчеплення осердя трансформатора.

Для розв'язування диференціальних рівнянь застосуємо неявний метод трапецій

$$y_{n+1} = y_n + \left( \frac{dy_{n+1}}{dt} + \frac{dy_n}{dt} \right) \Delta t / 2. \quad (3)$$

Введемо позначення  $y_0 = y_n, y = y_{n+1}, \Delta t_1 = \Delta t / 2$ . Розкладемо рівняння (2) за формулою трапецій (3):

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= \Psi_{10} + (u_1 - r_1 i_1) \Delta t_1 + (u_{10} - r_1 i_{10}) \Delta t_1, \\ \Psi_2 &= \Psi_{20} + (-u_C - r_2 i_2) \Delta t_1 + (-u_{C0} - r_2 i_{20}) \Delta t_1, \\ u_C &= u_{C0} + (i_2 - u_C / R_H) \Delta t_1 / C + (i_{20} - u_{C0} / R_H) \Delta t_1 / C \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

У результаті отримаємо систему алгебричних рівнянь (1) і (4), яку необхідно розв'язати. Якщо виключити з системи (4) за рівняннями (1) струми обмоток трансформатора  $i_1, i_2$ , то отримаємо нову систему рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= a_1 + (u_1 - r_1 \alpha_1 (\Psi_1 - \psi)) \Delta t_1, \\ \Psi_2 &= a_2 - (u_C + r_2 \alpha_2 (\Psi_2 - \psi)) \Delta t_1, \\ u_C &= b_1 + \alpha_2 (\Psi_2 - \psi) \Delta t_1 / C, \\ \alpha_1 (\Psi_1 - \psi) + \alpha_2 (\Psi_2 - \psi) &= \varphi(\psi), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

де

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \Psi_{10} + (u_{10} - r_1 \alpha_1 (\Psi_{10} - \psi_0)) \Delta t_1, \\ a_2 &= \Psi_{20} - (u_{C0} + r_2 \alpha_2 (\Psi_{20} - \psi_0)) \Delta t_1, \\ b_1 &= u_{C0} + (\alpha_2 (\Psi_{20} - \psi_0) - u_{C0} / R_H) \Delta t_1 / C \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

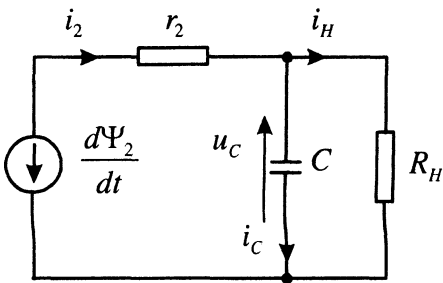


Рис. 3. Розрахункова схема контуру навантаження першої комбінації

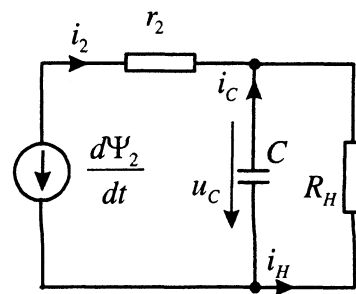


Рис. 4. Розрахункова схема контуру навантаження другої комбінації

Виключивши в системі рівнянь (5) змінні  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$ ,  $u_C$ , отримаємо одне нелінійне рівняння відносно  $\psi$

$$\alpha'(\psi)\psi + A\psi + B = 0, \quad \alpha'(\psi) = \varphi(\psi)/\psi, \quad (7)$$

де

$$\left. \begin{aligned} A &= \alpha_1(a_{11} - 1) + \alpha_2(a_6 - 1), \quad B = \alpha_1 a_{10} + \alpha_2 a_5, \quad a_{11} = a_7 a_9, \\ a_{10} &= a_7 a_8, \quad a_9 = r_1 \alpha_1 \Delta t_1, \quad a_8 = a_1 + u_1 \Delta t_1, \quad a_7 = 1/(1 + r_1 \alpha_1 \Delta t_1), \\ a_6 &= a_3 a_4, \quad a_5 = a_3 a_{41}, \quad a_4 = (b_3 + r_2 \alpha_2) \Delta t_1, \quad a_{41} = a_2 - b_4 \Delta t_1, \\ a_3 &= 1/(1 + b_3 \Delta t_1 + r_2 \alpha_2 \Delta t_1), \quad b_2 = (1 + \Delta t_1 / R_H C), \\ b_3 &= \alpha_2 \Delta t_1 / b_2 C, \quad b_4 = b_1 / b_2. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Проміжним результатом цих перетворень є вираз для напруги конденсатора

$$u_C = b_4 + b_3(\Psi_2 - \psi), \quad (9)$$

Розглянемо рівняння динаміки для другого випадку. Розрахункову схему контуру навантаження наведено на рис. 4. Рівняння (1) не зміняться, а рівняння (2) будуть такими:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_1}{dt} &= u_1 - r_1 i_1, \\ \frac{d\Psi_2}{dt} &= u_C - r_2 i_2, \\ \frac{du_C}{dt} &= C^{-1} \left( -i_2 - \frac{u_C}{R_H} \right), \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Розклавши систему диференціальних рівнянь (10) за формулою (3) та розв'язавши отриману систему алгебричних рівнянь, як і у першому випадку, отримаємо знову рівняння (7), де

$$\left. \begin{aligned} A &= \alpha_1(a_{11} - 1) + \alpha_2(a_6 - 1), \\ B &= \alpha_1 a_{10} + \alpha_2 a_5, \quad a_{11} = a_7 a_9, \\ a_{10} &= a_7 a_8, \quad a_9 = r_1 \alpha_1 \Delta t_1, \quad a_8 = a_1 + u_1 \Delta t_1, \\ a_7 &= 1/(1 + r_1 \alpha_1 \Delta t_1), \quad a_6 = a_3 a_4, \quad a_5 = a_3 a_{41}, \\ a_4 &= (b_3 + r_2 \alpha_2) \Delta t_1, \quad a_{41} = a_2 + b_4 \Delta t_1, \\ a_3 &= 1/(1 + b_3 \Delta t_1 + r_2 \alpha_2 \Delta t_1), \\ a_1 &= \Psi_{10} + (u_{10} - r_1 \alpha_1 (\Psi_{10} - \psi_0)) \Delta t_1, \\ a_2 &= \Psi_{20} + (u_{C0} - r_2 \alpha_2 (\Psi_{20} - \psi_0)) \Delta t_1, \\ b_1 &= u_{C0} - (\alpha_2 (\Psi_{20} - \psi_0) + u_{C0} / R_H) \Delta t_1 / C \\ b_2 &= (1 + \Delta t_1 / R_H C), \quad b_3 = \alpha_2 \Delta t_1 / b_2 C, \quad b_4 = b_1 / b_2. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Напруга на конденсаторі буде визначатися виразом

$$u_C = b_4 - b_3(\Psi_2 - \psi). \quad (12)$$

Розглянемо рівняння динаміки для третього випадку, коли всі вентиля закриті. Рівняння (1) будуть мати вигляд

$$i_1 = \alpha_1(\Psi_1 - \psi), \quad i_2 = 0, \quad \Psi_2 = \psi, \quad i_3 = \phi(\psi), \quad (13)$$

а рівняння (2) запишуться так

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = u_1 - r_1 i_1, \quad \frac{du_C}{dt} = -\frac{u_C}{R_H C}. \quad (14)$$

Якщо розкласти (14) за формулою (3) і розв'язати отриману систему рівнянь, то в результаті отримаємо вираз, аналогічний (7), де

$$\left. \begin{aligned} A &= \alpha_1(a_{11} - 1), \quad B = \alpha_1 a_{10}, \quad a_{11} = a_7 a_9, \\ a_{10} &= a_7 a_8, \quad a_9 = r_1 \alpha_1 \Delta t_1, \quad a_8 = a_1 + u_1 \Delta t_1, \quad a_7 = 1/(1 + r_1 \alpha_1 \Delta t_1), \\ a_6 &= 1, \quad a_5 = 0, \quad a_4 = (b_3 + r_2 \alpha_2) \Delta t_1, \quad a_{41} = a_2, \\ a_3 &= 1/(1 + b_3 \Delta t_1 + r_2 \alpha_2 \Delta t_1), \quad a_1 = \Psi_{10} + (u_{10} - r_1 \alpha_1 (\Psi_{10} - \Psi_0)) \Delta t_1, \\ a_2 &= \Psi_{20} + (u_{C0} - r_2 \alpha_2 (\Psi_{20} - \Psi_0)) \Delta t_1, \quad b_1 = u_{C0} (1 - \Delta t_1 / (R_H C)), \\ b_2 &= (1 + \Delta t_1 / R_H C), \quad b_3 = 0, \quad b_4 = b_1 / b_2. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Напруга на конденсаторі дорівнюватиме:

$$u_C = b_4. \quad (16)$$

Узагальнимо вирази (8), (11), (15) за допомогою додаткових логічних змінних  $k_1$  і  $k_2$ , які набувають значень 0, 1. Причому 0 відповідає закритому стану вентиля, а 1 – відкритому. Тоді узагальнені вирази коефіцієнтів рівнянь будуть такими

$$\left. \begin{aligned} A &= \alpha_1(a_{11} - 1) + \alpha_2(k_1 + k_2)(a_6 - 1), \quad B = \alpha_1 a_{10} + (k_1 + k_2) \alpha_2 a_5, \quad a_{11} = a_7 a_9, \\ a_{10} &= a_7 a_8, \quad a_9 = r_1 \alpha_1 \Delta t_1, \quad a_8 = a_1 + u_1 \Delta t_1, \quad a_7 = 1/(1 + r_1 \alpha_1 \Delta t_1), \\ a_6 &= (k_1 + k_2) a_3 a_4 + 1 - k_1 - k_2, \quad a_5 = (k_1 + k_2) a_3 a_{41}, \quad a_4 = (b_3 + r_2 \alpha_2) \Delta t_1, \\ a_{41} &= a_2 - (k_1 - k_2) b_4 \Delta t_1, \quad a_1 = \Psi_{10} + (u_{10} - r_1 \alpha_1 (\Psi_{10} - \Psi_0)) \Delta t_1 \\ a_2 &= \Psi_{20} + ((k_1 - k_2) u_{C0} + r_2 \alpha_2 (\Psi_{20} - \Psi_0)) \Delta t_1, \quad a_3 = 1/(1 + b_3 \Delta t_1 + r_2 \alpha_2 \Delta t_1), \\ b_1 &= u_{C0} + ((k_1 - k_2) \alpha_2 (\Psi_{20} - \Psi_0) - \frac{u_{C0}}{R_H C}) \frac{\Delta t_1}{C}, \quad b_2 = (1 + \Delta t_1 / R_H C), \\ b_3 &= (k_1 - k_2) \alpha_2 \Delta t_1 / b_2 C, \quad b_4 = b_1 / b_2. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Якщо підставити в (17) значення  $k_1 = 1, k_2 = 0$ , то отримаємо вирази (6, 8) для першої комбінації;  $k_1 = 0, k_2 = 1$  - вираз (11) для другої комбінації,  $k_1 = 0, k_2 = 0$  - вираз (15) для третьої комбінації.

Рівняння (7) запишемо у вигляді нелінійного рівняння

$$F(\psi) = \alpha'(\psi)\psi + A\psi + B = 0, \quad (18)$$

яке розв'язуємо ітераційним методом Ньютона

$$\psi^{(k+1)} = \psi^{(k)} - (F'(\psi^{(k)}))^{-1} F(\psi^{(k)}), \quad (19)$$

де  $F'(\psi)$  – часткова похідна рівняння (18)

$$F'(\psi) = \alpha''(\psi) + A, \quad \alpha''(\psi) = \partial^2 \Phi(\psi) / \partial \psi^2. \quad (20)$$

Ітераційний процес (19) зупиняється тоді, коли виконано умову його збіжності

$$\left| \frac{\Psi^{(k+1)} - \Psi^{(k)}}{\Psi^{(k+1)}} \right| < \varepsilon, \quad (21)$$

де  $\varepsilon$  – похибка збіжності ітераційного процесу.

Маючи робоче потокозчеплення, визначаємо решту змінних

$$\left. \begin{aligned} u_c &= b_4 + b_3(\Psi_2 - \psi), \\ \Psi_1 &= a_{11}\psi + a_{10}, \quad \Psi_2 = a_6\psi + a_5, \\ i_1 &= \alpha_1(\Psi_1 - \psi), \quad i_2 = \alpha_2(\Psi_2 - \psi). \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Змінюючи поточний час та розв'язуючи (18) за формулою (19), ми отримуємо розрахунок перехідного процесу. Умови відкриття і закриття вентилів визначають так. Якщо всі вентилялі закриті  $k_1 = k_2 = 0$ , тоді необхідно обчислити напругу  $u_{13}$  на парах вентилів  $D_1, D_3$  та напругу  $u_{24}$  на парах вентилів  $D_2, D_4$

$$u_{13} = -\frac{d\psi}{dt} - u_c, \quad (23)$$

$$u_{24} = \frac{d\psi}{dt} - u_c. \quad (24)$$

Якщо виконано умову  $u_{13} > 0$ , то присвоюємо  $k_1 = 1, k_2 = 0$ . Якщо виконано умову  $u_{24} > 0$ , то присвоюємо  $k_1 = 0, k_2 = 1$ .

Якщо якась пара вентилів відкрита, то перевіряємо умову її закриття, а саме

$$i_2(t_j) \times i_2(t_{j+1}) < 0. \quad (25)$$

Це означає, що вентилялі закриваємо в момент зміни знаку вихідного струму трансформатора. При виконанні умови (25) присвоюємо

$$i_2(t_{j+1}) = 0, \quad k_1 = k_2 = 0. \quad (26)$$

### Аналіз усталених режимів

Інтегруючи рівняння динаміки до усталення процесу, можна отримати вимушений періодичний режим. Але за тривалих перехідних процесів цей метод неефективний, бо приводить до накопичення похибок числового інтегрування і не має критерію завершення перехідного режиму. Тому доцільно скористатися методами прискореного пошуку періодичних режимів, які зводяться до обчислення таких початкових умов, що дозволяють в процесі інтегрування рівнянь стану системи отримати безпосередньо усталений режим в обхід перехідного. Для даного прикладу застосуємо екстраполяційний  $\varepsilon$ -алгоритм [5, 9], оскільки він є значно простіший в алгоритмічному відношенні від моделі чутливостей до початкових умов.

Метод екстраполяції полягає у визначенні границі послідовності числових значень

$$X_{GP} = \lim_{k \rightarrow \infty} X(kT), \quad (27)$$

де  $X = (\Psi_1, \Psi_2, u_c)^T$  – матриця-стовпчик шуканих змінних. Інтегруючи рівняння стану на  $q + d$  періодах, формуємо послідовність числових значень

$$X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(q+d)}, \quad (28)$$

де  $X^{(q+d)} = X((q+d)T)$ ;  $T$  – період напруги живлення. Для послідовності (28), починаючи з  $q$ , застосовуємо екстраполяційну формулу

$$X(0) = EXTR(X^{(q+1)}, X^{(q+2)}, \dots, X^{(q+d)}), \quad (29)$$

де  $X(0)$  – початкові умови входження в усталений режим.

Як функцію  $EXTR$  доцільно використати  $\varepsilon$  – алгоритм [8], який виконує обчислення границі послідовності з експоненційними складовими. Формула для обчислення наступного значення  $X_{s+1}^{(r)}$  має вигляд

$$X_{s+1}^{(r)} = X_{s-1}^{(r+1)} + (X_s^{(r+1)} - X_s^{(r)})^{-1}; \quad s = 0, 1, \dots, m-1; \quad r = 0, 1, \dots, m-1, \quad (30)$$

де  $X_{-1}^{(r)} = 0$ ;  $r = 1, 2, \dots, m$ ;  $X_0^{(r)} = X(rT)$ ;  $r = 0, 1, \dots, m$ . У результаті екстраполяції згідно з формулою (30) отримуємо нові початкові умови періодичного режиму

$$X(0)_{n+1} = X_m^{(0)}, \quad (31)$$

де  $n = 0, 1, 2, \dots$  – номер ітерації. У виразі (30) використовують процедуру обертання Самельсона  $V^{-1} = V / \sum_{i=1}^k V_i^2$ , де  $V_i$  –  $i$ -й елемент  $k$ -мірної колонки  $V$ . Для систем розмірності  $k$  значення  $m = 2k$ . Основний недолік екстраполяційних методів полягає в необхідності інтегрування рівнянь динаміки на значному інтервалі часу.

### Результати числового аналізу

Результати комп'ютерного симулювання усталеного режиму однофазного мостового випрямляча наведено на рис. 5–7. Для розрахунків використано такі вхідні дані:  $C = 100$  мкФ;  $R_H = 80$  Ом;  $r_1 = 2$  Ом;  $r_2 = 3.6$  Ом;  $\alpha_1 = \alpha_2 = 270$  Гн<sup>-1</sup>.

Крива намагнетчування апроксимована трьома ділянками, дві з них є рівняннями прямих, а одна – кубічним сплайном

$$\varphi(\psi) = \begin{cases} a_1\psi, & |\psi| > \psi_1, \\ S_3(\psi), & \psi_1 \leq |\psi| \leq \psi_2, \\ a_2\psi - a_0, & |\psi| > \psi_2 \end{cases} \quad (32)$$

де  $a_1 = 0.25$  Гн<sup>-1</sup>;  $a_2 = 3.5$  Гн<sup>-1</sup>;  $a_0 = 1.8$  А;  $\psi_1 = 0.2$  Вб;  $\psi_2 = 0.9$  Вб;  $\varphi(\psi_1) = 0.05$  А;  $\varphi(\psi_2) = 0.9$  А;  $S_3(\psi)$  – кубічний сплайн;  $\alpha''(\psi_1) = a_1$ ,  $\alpha''(\psi_2) = a_2$ .

На рис. 5 наведено криву усталеного значення струму вторинної обвитки трансформатора  $i_2$ . На графіку видно ділянки, де цей струм дорівнює нулеві, що відповідає режиму неробочого ходу трансформатора, коли всі вентиля закриті. Тривалість цього режиму залежить виключно від ємності конденсатора. Чим більшою буде ємність, тим більшою буде тривалість режиму неробочого ходу. Під час сучасного навантаження такий режим відсутній.

На рис. 6 наведено криві напруги конденсатора  $u_C$ . Тонка лінія відповідає напрузі конденсатора при  $C = 100$  мкФ, товста лінія – при  $C = 200$  мкФ. Амплітуда змінної складової відносно постійної при  $C = 100$  мкФ становить 33 %, а при  $C = 200$  мкФ – 19 %.

На рис. 7 наведено криву робочого потокозчеплення трансформатора  $\psi$  в усталеному режимі. Результат отримали за 3 ітерації формули (30). На кожній ітерації рівняння динаміки інтегрувалися на інтервалі 7 періодів, тобто для отримання усталеного режиму необхідно було проінтегрувати 21 період. Цей же результат отримали прямим інтегруванням рівнянь динаміки до усталення процесу. Для цього необхідно було проінтегрувати 120 періодів. Отже, навіть у такому не дуже інерційному об'єкті витрати машинного часу менші у шість разів.

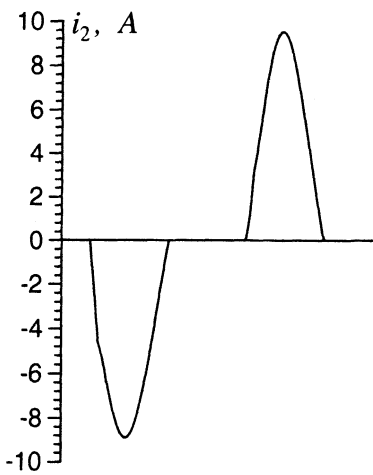


Рис. 5. Розрахункова крива усталеного значення струму вторинної обмотки трансформатора

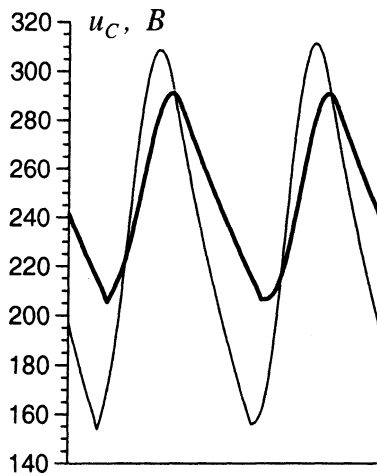


Рис. 6. Розрахункові криві усталених значень напруги конденсатора для різних значень ємностей

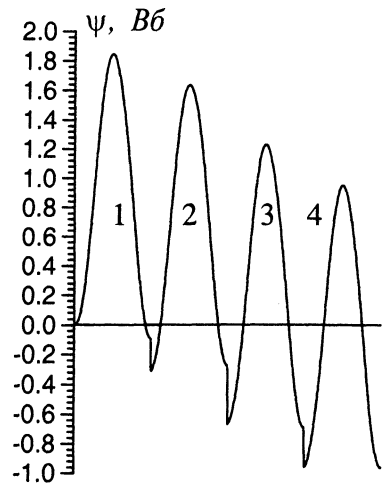


Рис. 7. Розрахункові криві робочого поточозчеплення на окремих ітераціях 1, 2, 3, що привели до усталеного режиму 4

### Висновок

Розроблено методику аналізу режимів роботи однофазного мостового випрямляча, яка базується на застосуванні неявних методів числового інтегрування. Роботу напівпровідникових вентилів моделюють за схемою ідеального ключа введенням додаткових логічних змінних, які змінюють свої значення з 0 на 1 і навпаки залежно від виконання умов відкриття і закриття вентилів. Це істотно спрощує алгоритм аналізу та зменшує кількість обчислювальних операцій. Так, в нашому прикладі, на кожному кроці інтегрування ми розв'язуємо лише одне нелінійне рівняння (18), решта рівнянь є лінійними. Якщо б моделювання вентилів здійснювали  $RLC$ -ланками зі змінними параметрами, то в результаті ми отримали б додаткові нелінійні диференціальні рівняння, які необхідно розв'язати. Отже, запропонована методика є оптимальною з точки зору обсягу обчислень. Використання неявних методів числового інтегрування робить її універсальною, оскільки вона є працездатною навіть у випадку жорстких диференціальних рівнянь.

1. Бондаренко В.М., Абидов С.Т., Калиев В.К. Дискретные модели нелинейных трансформаторов и их программная реализация на ЭВМ. – К.: Ин-т электродинамики АН УССР, 1987. – № 518. – 87 с.
2. Глухивский Л. И. Расчет периодических процессов электротехнических устройств. – Львов: Вища школа, 1984. – 164 с.
3. Чуа Л.О., Лин Пен-Мин. Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы. Пер. с англ. – М.: Энергия, 1980. – 640 с.
4. Чабан В.И. Основы теории переходных процессов электромашиных систем. – Львов: Вища школа, 1980. – 200 с.
5. Чабан В.И., Самотый В.В. Применение экстраполяционного метода в задачах ускоренного поиска стационарных процессов электромагнитных устройств // Изв. вузов СССР. “Электро-механика”. – 1987. – № 8. – С. 13–17.
6. Чабан В.И., Самотый В.В. Алгоритм расчета переходных и стационарных процессов однофазного мостового выпрямителя // Изв. вузов СССР. “Радиоэлектроника”. – 1987. – № 3. – С. 76–77.
7. Равлик О.М., Сегеда М.С., Равлик Н.О. Цифровая модель аналізу електромагнітних процесів електричної мережі зі статичним тиристорним компенсатором на основі неявних однокрокових методів // Технічна електродинаміка. – 2003. – №4. – С. 65–68.
8. Aprille T.I., Triek T.N. A computer algorithm to determine the steady-state response of nonlinear oscillator. – IEEE Trans. Circuit Theory, 1972, vol. ct-19, pp. 354-360.
9. McLeod. A note on the  $\epsilon$ -algorithm // Computing (Arch. Electron. Rechnen). – 1971. – V. 7. – P. 17 – 24.
10. Hairer E., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations II. Stiff and Differential – Algebraic Problems. – Springer series in computational mathematics. Ser.2. – 1996. – Vol. 14. – P.616.