найбільшого числа десяткового кон'юнктерма та закреслити у них ті значення одноіменних розрядів, які відрізняються між собою; 2) записати псевдотрійковий код кон'юнктерма, переписавши значення незакреслених розрядів та замінивши значення закреслених розрядів символом поглинання "–"; 3) відповідно до заданого кортежу змінних записати аналітичний вираз кон'юнктерма, замінивши кожний i-тий розряд зі значеннями 0 і 1 псевдотрійкового коду на $\bar{x}_i$ і x_i, відповідно. Наприклад, аналітичний вираз десяткового кон'юнктерма (16,17,24,25) одержимо так: $(16,17,24,25) \Rightarrow \begin{pmatrix} 1\cancel{0}00\cancel{0} \\ 1\cancel{1}00\cancel{1} \end{pmatrix} \Rightarrow (1-00-) \Rightarrow x_1\bar{x}_3\bar{x}_4$. Перейти від аналітичного запису кон'юнктерма до його десяткового відповідника як упорядкованої множини числових мінтермів можна шляхом заповнення символів "–" у псевдотрійковому коді значеннями 0 і 1, починаючи з найменшого, що ілюструє приклад: $\bar{x}_2x_3x_5 \Rightarrow (-01-1) \Rightarrow \begin{pmatrix} 00101 \\ 00111 \\ 10101 \\ 10111 \end{pmatrix} \Rightarrow (5,7,21,23)$.

Висновок

Запропонований простий щодо реалізації спосіб побудови кон'юнктермового поля можна успішно використовувати для пошуку множини простих кон'юнктермів у задачі мінімізації не лише повних, але й частинних булових функцій, а також функцій чи їх систем, заданих у класі ДНФ.

1. Quine W.V. The Problem of Simplifyinq Truth Functions //American Mathematical Monthly. – 1952. – 59. – P. 521–531. 2. McCluskey E.J. Minimization of Boolean Functions //Bell System Technical Journal. – 1956. – 35. – P. 1417–1444. 3. Рыцар Б.Е. Метод минимизации булевых функций // Проблемы управления и информатики. – 1997. – № 2. – С. 100–113. 4. Rytsar B. Minimization method of Boolean functions // Selected Papers on Optoelectronic and Hybryd Optical / Digital Systems for Image Processing. – Proc. SPIE. – 1997. – Vol. 3238. – P. 54–63.

УДК 62.507

В.В. Мінзюк

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра радіоелектронних пристроїв та систем

СПОСІБ СПРОЩЕННЯ ЗАДАЧІ ПОКРИТТЯ БУЛОВИХ ФУНКЦІЙ

Запропоновано спосіб спрощення задачі покриття булових функцій, що враховує взаємне розташування простих кон'юнктермів у логіковому просторі та виділяє на цій основі певний клас задач покриття, для яких відсутня проблема перебору.

In this paper technique of simplifying of Boolean functions covering problem is proposed. The technique consider prime conjuncterms arrangement in logic space and define on this base certain kind of covering problems, which have simple solution.

Вступ

Основна важкість мінімізації булових функцій, як однієї з основних складових логікового синтезу комбінаційних мереж, полягає у вирішенні проблеми мінімального покриття – знаходженні у множині всіх простих кон'юнктермів (кон'юнктивних термів) такої підмножини, кон'юнктерми якої разом містять усі мінтерми заданої функції, а також є мінімальною ціна покриття (наприклад, сума потужності підмножини та рангів всіх кон'юнктермів, що їй належать) [1–4]. Ця важкість пов'язана з тим, що проблема покриття булової функції належить до класу комбінаторних задач неполіномного типу так званої *NP*-складності, для яких існують лише степеневі (неполіномні) алгоритми.

Переважна більшість відомих методів знаходження мінімального покриття булової функції ґрунтується на ідеї Квайна [2] – покритті таблиці кон'юнктермів мінімальною кількістю рядків (простих кон'юнктермів), одиниці яких охоплюють всі її стовпці (задані мінтерми). У [3; 4], зокрема роль такої таблиці відіграє булова матриця, елементами якої є нулі (0) й одиниці (1), а координати – символи, що відображають прості кон'юнктерми і задані мінтерми. Після процедури спрощення матриці в одержаній множині покриття символи заміняють на відповідні їм прості кон'юнктерми, що становлять шукану мінімальну форму заданої функції.

З розвитком мікроелектроніки спостерігається загальна тенденція до зростання розмірності задач мінімізації та, відповідно, обсягів обчислювальних робіт для їх розв'язання. Навіть у разі використання комп'ютерної техніки задача покриття булової функції багатьох змінних вимагає таких обчислювальних затрат (апаратурних ресурсів та машинного часу), що можливості комп'ютера можуть виявитися недостатніми для її розв'язання. Тому для успішного розв'язання задачі покриття постає проблема зменшення розмірності таблиці кон'юнктермів.

Знання певних закономірностей дає змогу спростити задачу покриття. Наприклад, істотні кон'юнктерми можна одразу віднести до множини мінімального покриття та вилучити їх із подальшого розгляду. Знайти такі кон'юнктерми можна за допомогою таблиці кон'юнктермів. Для цього достатньо знайти стовпці з одиночною вагою. Рядки, що містять одиниці у цих стовпцях, відповідають істотним кон'юнктермам. Після вилучення із таблиці розглянутих стовпців і рядків залишаються кон'юнктерми (циклічна частина [3]), всі мінтерми яких містяться в інших простих кон'юнктермах. Тоді прийняття рішення про статус певного кон'юнктерма є умовним, тобто залежить від визначення статусу кон'юнктермів, з якими перетинається розглядуваний. Отже, в цій частині задача мінімального покриття набуває комбінаторної складності (проблема перебору). Частково спрощення задачі покриття досягають за допомогою поглинання стовпців таблиці кон'юнктермів [3; 4]. У роботі запропоновано спосіб додаткового зменшення розмірності одержаної таблиці.

1. Розбиття множини простих кон'юнктермів

Нехай після вилучення істотних кон'юнктермів та поглинання стовпців таблиці кон'юнктермів одержано деяку множину мінтермів *M*, яку покриває множина простих кон'юнктермів *K*, необхідно знайти підмножину K_{min}, що є мінімальним покриттям *M*. Якщо множину *K* можна розбити на підмножини $K = \bigcup_i K_i$ так, що не існує такого мінтерма, який належить кон'юнктермам різних підмножин, тоді кожна підмножина простих кон'юнктермів K_i покриває певну підмножину мінтермів M_i, причому множина підмножин M_i є розбиттям множини мінтермів *M*, тобто $M = \bigcup_i M_i$, та для будь-яких i та j справедливо $M_i \cap M_j = \varnothing$ при $i \neq j$. Оскільки при цьому прийняття рішення про статус певного кон'юнктерма деякої підмножини K_i не залежить від статусу кон'юнктермів інших підмножин, можна окремо розв'язувати задачу покриття кожної підмножини M_i, а об'єднання розв'язків окремих задач дає розв'язок задачі в цілому $K_{min} = \bigcup_i K_{i\,min}$. Отже, задачу покриття можна розбити на незалежні задачі меншої розмірності. Щоб розбити множину *K* на підмножини, що не мають спільних мінтермів, можна, наприклад, застосувати до таблиці кон'юнктермів запропонований у [3] алгоритм визначення зв'язності графа через матрицю суміжностей.

2. Частковий випадок циклічної частини

У разі, якщо прості кон'юнктерми циклічної частини є одного рангу, а вага кожного стовпця таблиці кон'юнктермів становить 2, для подальшого спрощення задачі покриття можна використати інформацію про взаємне розташування простих кон'юнктермів. За описаних умов вони утворюють у логіковому просторі своєрідний ланцюг, ланки якого відображають рядки таблиці кон'юнктермів, а осі – її стовпці. Упорядкуємо множину простих кон'юнктермів в такий спосіб, щоб відобразити порядок черговості ланок у зазначеному ланцюгу. Для цього необхідно:

1) вибрати в таблиці рядок одиночної ваги (якщо такого немає, то перший рядок); відповідному кон'юнктерму присвоїти номер один;

2) знайти ліву, не викреслену одиницю, у вибраному рядку та вибрати відповідний стовпець; рядок викреслити;

3) у стовпці знайти ще одну невикреслену одиницю та вибрати рядок, що її містить; відповідному кон'юнктерму присвоїти номер, на одиницю більший від попереднього; стовпець викреслити;

4) якщо, крім вибраного, всі рядки викреслені, то множину упорядковано, інакше перейти до пункту 2.

Розв'язок задачі покриття для такого випадку є тривіальний:

– якщо під час упорядкування множини першим вибрано рядок із вагою 2, то існує два розв'язки; у перший входять усі кон'юнктерми з непарними номерами, а у другий – з парними;

– якщо під час упорядкування множини першим вибрано рядок із вагою 1 і кількість кон'юнктермів є непарною, то розв'язком є множина кон'юнктермів із парними номерами;

– якщо під час упорядкування множини першим вибрано рядок із вагою 1 і кількість кон'юнктермів є парним числом *m*, то існує *m*/2 розв'язків; для знаходження кожного з них необхідно вибрати деякий парний номер p ($1 < p \le m$), тоді у множину часткового розв'язку входять кон'юнктерми із парними номерами k ($1 < k \le p$) та непарними номерами l ($p < l < m$).

Приклад. Знайти мінімальне покриття функції, скорочена теоретико-множинна форма якої

$$Y^1 = \{(0,1),(8,0),(1,5),(10,8),(5,7),(14,10),(7,6),(6,14),(48,49),(58,122),(53,55),(49,53),(62,58),(55,54),(54,62)\}^1.$$

Розв'язання. Побудуємо таблицю простих кон'юнктермів, рядками якої є прості кон'юнктерми, а стовпцями – мінтерми. Після усунення з розгляду істотних кон'юнктермів (48,49) та (58,122) одержимо циклічну частину (табл. 1).

Таблиця 1

Циклічна частина таблиці простих кон'юнктермів

	0	1	5	7	6	14	10	8	53	55	54	62
(0,1)	1	1										
(8,0)	1							1				
(1,5)		1	1									
(10,8)							1	1				
(5,7)			1	1								
(14,10)						1	1					
(7,6)				1	1							
(6,14)					1	1						
(53,55)									1	1		
(49,53)									1			
(62,58)												1
(55,54)										1	1	
(54,62)											1	1

Множину простих кон'юнктермів циклічної частини можна розбити на такі дві підмножини: $K_1 = \{(0,1),(8,0),(1,5),(10,8),(5,7),(14,10),(7,6),(6,14)\}$ та $K_2 = \{(53,55),(49,53),(62,58),(55,54),(54,62)\}$, коли жоден кон'юнктерм однієї підмножини не перетинається з жодним кон'юнктермом іншої підмножини. Тому задачу покриття для кожної з них можна розв'язувати окремо.

Розглянемо задачу покриття для множини K_1, всі прості кон'юнктерми якої є рангу 2, а вага кожного стовпця таблиці кон'юнктермів (табл. 2) становить 2. Упорядкуємо K_1 за алгоритмом, описаним у пункті 2. У табл. 2 немає рядка одиничної ваги, тому вибираємо перший рядок і присвоюємо відповідному кон'юнктерму номер 1 (номер позначатимемо нижнім індексом): $(0,1)_1$.

Таблиця 2

Таблиці простих кон'юнктермів підмножини K_1

	0	1	5	7	6	14	10	8
(0,1)	1	1						
(8,0)	1							1
(1,5)		1	1					
(10,8)							1	1
(5,7)			1	1				
(14,10)						1	1	
(7,6)				1	1			
(6,14)					1	1		

Згідно з описаним вище алгоритмом остаточно одержимо

$$K_1 = \langle (0,1)_1, (1,5)_2, (5,7)_3, (7,6)_4, (6,14)_5, (14,10)_6, (10,8)_7, (8,0)_8 \rangle .$$

Оскільки під час упорядкування множини K_1 першим вибрано рядок із вагою 2, то існує два розв'язки; у перший входять усі кон'юнктерми з непарними номерами

$$K_{1,1} = \{(0,1)_1, (5,7)_3, (6,14)_5, (10,8)_7\},$$

а у другий – з парними:

$$K_{1,2} = \{(1,5)_2, (7,6)_4, (14,10)_6, (8,0)_8\}.$$

Тепер розглянемо задачу покриття для множини K_2, всі прості кон'юнктерми якої є рангу 2, а вага кожного стовпця таблиці кон'юнктермів (табл. 3) становить 2. Упорядкуємо K_2 за алгоритмом, описаним у пункті 2. Знаходимо рядок із вагою 1 і присвоюємо відповідному кон'юнктерму номер 1: $(49,53)_1$.

Таблиця 3

Таблиці простих кон'юнктермів підмножини K_2

	53	55	54	62
(53,55)	1	1		
(49,53)	1			
(62,58)				1
(55,54)		1	1	
(54,62)			1	1

Згідно з описаним вище алгоритмом остаточно одержимо

$$K_2 = \langle (49,53)_1, (53,55)_2, (55,54)_3, (54,62)_4, (62,58)_5 \rangle .$$

Оскільки під час упорядкування множини K_2 першим вибрано рядок із вагою 1 і кількість кон'юнктермів є непарною, то розв'язком є множина кон'юнктермів із парними номерами

$$K_{2,1} = \{(53,55)_2, (54,62)_4\}.$$

Остаточно одержимо два розв'язки задачі покриття заданої функції Y. Перший розв'язок становить множина простих кон'юнктермів як об'єднання множин $K_{1,1}$, $K_{2,1}$ та множини істотних кон'юнктермів, а другий – об'єднання множин $K_{1,2}$, $K_{2,1}$ та множини істотних кон'юнктермів.

Висновки

Запропонований у цій роботі спосіб спрощення задачі покриття булових функцій враховує взаємне розташування простих кон'юнктермів у логіковому просторі та виділяє на цій основі певний клас задач покриття, для яких відсутня проблема перебору. Це уможливлює зменшити витрати комп'ютерного часу та вимоги до оперативної пам'яті і в такий спосіб розширити коло практично розв'язуваних задач. Подальші дослідження у цьому напрямку можуть розширити клас задач покриття, для яких існують швидкі алгоритми пошуку розв'язків.

1. McCluskey E.J. Minimization of Boolean *Functions / Bell System Technical Journal. – 1956. – 35. – P. 1417–1444. 2. Quine W.V. The Problem of Simplifying Truth Functions / American Mathematical Monthly. – 1952. – 59. – P. 521–531. 3. Закревский А.Д. Алгоритмы синтеза дискретных автоматов. – М., 1971. 4. Рицар Б.Є. Мінімізація булових функцій методом розчеплення кон'юнктермів / Управляющие системы и машины. – 1998. – № 5. – С. 14–22.*

УДК 621.396.6.019.3

Б.Ю. Волочій[1], О.В. Малиновський[1], Д. Улибін[2]

[1]Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра теоретичної радіотехніки і радіовимірювань,
[2]Український Львівський філіал інституту бізнесу та інформатики

ПРОГРАМНА МОДЕЛЬ ВІДМОВОСТІЙКОЇ СИСТЕМИ З КОМБІНОВАНИМ ЗАМІЩУВАЛЬНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ

Розглянуто відмовостійку систему, яка складається з основної системи і кількох резервних систем. Основна система складається з однотипних модулів і для них передбачено ковзний резерв. Для інтерактивного надійнісного проектування такої відмовостійкої системи запропоновано програмну модель.

The fault-tolerant system set of basic system and some redundant systems is analyzed in this article. The basic system is formed of the equitype modules and the sliding redundancy is provided for them. The program model is proposed for interactive reliability design of such fault-tolerant system.

Постановка задачі

У практиці проектування радіоелектронних інформаційних систем знайшли застосування відмовостійкі системи з комбінованим заміщувальним резервуванням [1]. Під комбінованим заміщувальним резервуванням вважаємо поєднання у відмовостійкій системі двох способів підключення резервних модулів і резервних систем в робочу конфігурацію: ковзного для модулів та фіксованого загального для систем. Однак у відомих нам інформаційних джерелах [2; 3] математичні моделі та відповідні методики аналізу таких відмовостійких систем відсутні.

У цій роботі показано розв'язання задачі надійнісного проектування відмовостійкої системи в класі відмовостійких систем з заміщувальним резервуванням на основі оригінальної технології моделювання [1], яка дає змогу значною мірою автоматизувати процес отримання необхідного результату. Моделювання структури і поведінки відмовостійкої системи проводиться на основі відповідності об'єкта дослідження дискретно-неперервному марковському процесу. Для заданої відмовостійкої системи формується програмна модель. Програмною моделлю називаємо програмний засіб, який в автоматизованому режимі виконує розробку графа станів і переходів, формує систему диференціальних рівнянь Колмогорова–Чепмена, розв'язує її та визначає показники надійності.

Структура програмної моделі складається з двох частин: уніфікованої та об'єктно-орієнтованої. Уніфікована частина програмної моделі у цій роботі не розглядається. Предметом розробки є складова об'єктно-орієнтованої частини, а саме – структурно-автоматна модель (САМ). САМ у