

Варто зауважити, якщо центр  $\vec{\delta b}$  еліпсоїда дорівнює нульовому вектору  $\vec{\delta b} = (0, \dots, 0)^T$ , то рівняння (8) істотно спрощується і набуває такого вигляду:

$$[\sigma]^2 \cdot u^2(\alpha) \cdot \vec{k}^T \cdot S^T \cdot \tilde{E}^{-2} \cdot S \cdot \vec{k} = 1, \quad (9)$$

а для розрахунку  $[\sigma]$  використовуємо формулу

$$[\sigma] = 1 / \sqrt{u^2(\alpha) \cdot \vec{k}^T \cdot S^T \cdot E^{-2} \cdot S \cdot \vec{k}}.$$

Розроблений метод передбачається використати для оцінювання допустимих значень характеристик підсистем електрогенеруючих систем та систем електропостачання.

Необхідно зазначити, що запропонований метод допустимого оцінювання вимагає подальшого розвитку в напрямку автоматичного формування вектора  $\vec{k} = (k_1, \dots, k_m)^T$ , що задає співвідношення між дисперсіями параметрів, на основі критерію максимізації допустимої області.

### Висновки

1. На основі аналізу існуючих методів допустимого оцінювання параметрів статичних багатоелементних систем обґрунтоване застосування для цих цілей методів інтервального аналізу, які дають змогу отримати оцінки допустимої області у вигляді багатовимірних еліпсоїдів.

2. Використання еліпсоїдних оцінок допустимої області параметрів уможливило розробити метод оцінювання допустимих значень параметрів підсистем складних систем, який на відміну від існуючих, дає змогу отримати аналітичний розв'язок під час забезпечення заданої імовірності працездатності системи загалом.

1. Дивак М.П. Допустиме оцінювання області параметрів радіоелектронних кіл в класі еліпсоїдів // *Теоретична електротехніка*. – 2002. – Вып. № 56 – С. 113–122. 2. Дивак М.П., Франко Ю.П. Методи аналізу інтервальних даних стосовно оцінки технологічних процесів виготовлення інтегральних схем // *Теоретична електротехніка*. – 2000. – Вып. 55. – С. 167–173. 3. Кривошейкин А.В. Точность параметров и настройка аналоговых радиоэлектронных цепей. – М., 1983.

УДК 621.372

П.І. Чопик<sup>1</sup>, Б.П. Русин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Тернопільський національний педагогічний університет ім. В. Гнатюка,

<sup>2</sup>Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України

### МЕТОДИ ВІДНОВЛЕННЯ ТРИВИМІРНОЇ ФОРМИ ОБ'ЄКТІВ ЗА МЕТАЛОГРАФІЧНИМИ ЗОБРАЖЕННЯМИ

© Чопик П.І., Русин Б.П., 2005

Вибрано метод для відновлення тривимірної форми реальних об'єктів. Розглянуто найпоширеніші методи: із стереозображення, за даними про півтони, за відображенням руху.

The choice of method is the purpose of the article for renewal of three-dimensional form of the real objects. The most widespread methods are considered: shape from stereo, shape from shading, structure from motion.

### Постановка проблеми

Інтерес до методів відновлення тривимірної структури сцен за їх плоскими зображеннями відновився в середині ХХ ст. у зв'язку з дослідженнями в області штучного інтелекту, а практична потреба в робототехнічних пристроях, здатних орієнтуватися в тривимірному просторі, постійно

підтримує цей інтерес в останні десятиліття. Визначення інформації з зображення про об'ємну форму об'єкта важливе взагалі для розуміння зору як процесу, але має також і практичне застосування: для відновлення зображень, для контролю якості, моніторингу. Особливо важливе значення вона набуває в таких новітніх галузях дослідження, як віртуальна реальність, анімація, реконструкція обличчя. Проблема відновлення тривимірної форми об'єктів постає також при розпізнаванні зображень [3]. Розроблено достатньо методів по відновленню тривимірної форми об'єктів, але більшість з них або використовує певні обмеження, або вимагає наявності додаткових умов чи знань про саму сцену [5]. Крім того, в багатьох випадках для відновлення розглядаються зображення об'єктів, які були штучно змодельовані, чи об'єктів з відомою структурою і рідко для реальних зображень. Постає питання у виборі методу, який би уможливив відновити тривимірну інформацію найменшими затратами для таких випадків, як, наприклад, металографічні зображення. Ця проблема до цього часу ще недостатньо вивчена, хоча тривимірне зображення зразка дає можливість дослідити детальніше розміри зерен, густину дислокацій тощо. До сьогодні найбільш поширеним був метод відновлення тривимірної форми за стереозображеннями, але на практиці не завжди вдається забезпечити необхідні умови. У випадку, коли зображення були отримані не спеціально для відновлення форми поверхні, потрібно застосовувати інші методи. Метою роботи є вибір найоптимальнішого методу. Розглянемо поширені методи відновлення тривимірної форми об'єктів.

### Стереореконструкція карти глибини за декількома зображеннями

Один зі способів одержання інформації про глибину полягає в реєстрації декількох зображень сцени під різними ракурсами. У цьому випадку точки сцени дають зображення, відносно положення яких залежить від відстані до точки спостереження. Виявляється, зіставляючи ці зображення, у багатьох випадках можна реконструювати тривимірну структуру сцени. В XVIII ст. основи теорії визначення положення об'єктів у просторі за їх перспективними зображеннями стали використовуватися з топографічною метою [2].

Розглянемо модель камери, яка реєструє зображення. Якщо відстань між камерою і спостережуваною сценою значно перевищує фокусну відстань оптичної системи, то можна вважати, що зображення будується в її фокальній площині. В цьому випадку зображення тривимірного об'єкта отримується проектуванням його у фокальну площину (площина зображення) через єдину точку — *оптичний центр*. Пов'яжемо з камерою систему координат  $r_1$ , вісь  $z$  якої напрямлена вздовж оптичної осі камери. Визначимо у тривимірному просторі ортогональну праву систему координат  $OXYZ$ , початок якої збігається з оптичним центром і вісь  $Z$  якої напрямлена вздовж осі камери (рис. 1). Нехай площина зображення перебуває на відстані  $f$  від оптичного центра. Точка  $M(X, Y, Z)$  сцени має координати  $m(x, y, z)$  у площині зображення, причому

$$x = fX/Z, \quad y = fY/Z. \quad (1)$$

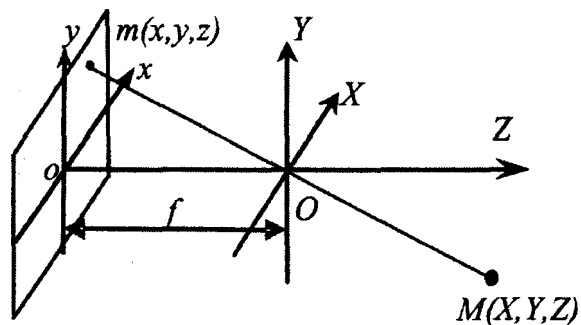


Рис. 1. Модель проективної камери

Нехай маємо дві камери, що реєструють одну і ту саму сцену. Пари зображень, що одержуються при цьому, називають *стереопарою*. Розглянемо найпростіший випадок, коли камери однакові і їхні оптичні центри паралельні (рис. 2).

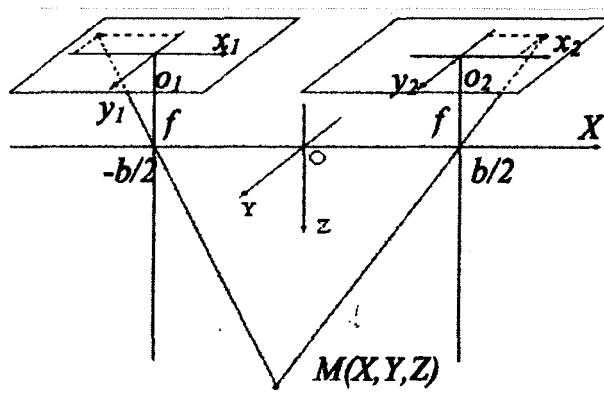


Рис. 2. Стереоскопічна система

У разі, коли камери розташовані довільно, можна застосувати перетворення координат і звести до цього випадку. Нехай довжина відрізка між оптичними центрами (*база*) дорівнює  $b$ . Початок глобальної системи координат  $O$  розташуємо посередині бази, вісь  $OZ$  паралельно до оптичних осей, а вісь  $OX$  спрямована вздовж базової лінії (лінія, що з'єднує оптичні центри камер). Координати проєкцій точки  $M(X, Y, Z)$  в площині зображення першої (лівої) камери позначимо через  $(x_1, y_1, z_1)$ , а в площині зображення другої (правої) камери – через  $(x_2, y_2, z_2)$ . Ці дві проєкції однієї й тієї самої точки  $M$  називаються *сполученими точками*. Тоді

$$x_1 = f(X + b/2)/Z, \quad x_2 = f(X - b/2)/Z, \quad y_1 = y_2 = fY/Z. \quad (2)$$

З перших двох співвідношень отримаємо

$$Z = fb/(x_1 - x_2). \quad (3)$$

Отже, вимірявши координати проєкцій однієї й тієї самої точки в площинах зображення камер і знаючи геометрію знімання, можна обчислити глибину цієї точки і обчислити повністю тривимірні координати точки:

$$X = b \frac{(x_1 + x_2)}{2(x_1 - x_2)}; \quad Y = b \frac{(y_1 + y_2)}{2(x_1 - x_2)}, \quad (4)$$

де різниця  $d = x_1 - x_2$  називається *диспаратністю*.

Отже, для знаходження тривимірних координат деякої точки за стереопарою необхідно:

- знати внутрішні параметри камер і їх взаємне розташування (калібрування і взаємного орієнтування);
- знайти і визначити на зображеннях координати, відповідної цій точці, сполучених точок (пошук сполучених точок).

Внутрішні параметри камери можна оцінити за допомогою тестової сцени, в якій є не менше ніж шість опорних точок. Також можна визначити і положення камери щодо системи координат, у якій задана тестова сцена. Це дає змогу, відкалібрувавши дві камери по одній тестовій сцені, визначити їх взаємне положення. Однак, якщо внутрішні параметри камери визначені її конструкцією, то взаємне положення камер може змінюватися залежно від конкретного випадку. Тоді постає задача взаємного орієнтування, яка не припускає наявності тестової сцени. Але найголовнішою проблемою є пошук сполучених точок. Автоматичний пошук сполучених точок полягає в знаходженні точок  $m_1$  і  $m_2$  на двох зображеннях, що є проєкціями однієї й тієї самої точки  $M$  тривимірного простору. Мова йде не про ототожнення окремих точок, а деяких ділянок зображення (околів цих точок). Тоді виникають питання, де шукати сполучену точку, якщо відома точка на одному зображенні і що є критерієм “подібності” фрагментів?

Відповідь на перше запитання можна знайти, розглянувши *епіполярні лінії*. Це лінії, що утворюються при перетині площини, яка проходить через оптичні центри камер і спостережувану точку з площинами зображень камери. Якщо зображення одержано проектуванням точки  $M$  тривимірного простору в першій площині, то відповідна проєкція на другому зображенні повинна бути знайдена вздовж лінії, орієнтація якої визначена розташуванням точки  $M$  і оптичними

центрами двох камер. Це дає можливість значно скоротити розмір зони пошуку і тим самим знизити ймовірність помилкової ідентифікації фрагментів. Однак в цьому випадку все ще залишається багато можливих положень другої точки. По суті є два чітких підходи для вирішення цієї проблеми: яскравісно-кореляційний і такий, що ґрунтується на виділенні ознак. Перший підхід використовує припущення, що яскравість сполучених точок є однаковою. Тому пошук двох відповідних точок зводиться до знаходження ділянок з однаковою яскравістю. Однак за реального знімання виникають відмінності, які залежать не тільки від геометрії знімання, але й від геометричних і фізичних характеристик самої сцени, а також розташування джерела світла щодо поверхні сцени, що впливає на розподіл освітленості. Одним з найпоширеніших методів ідентифікації є кореляційний. За незначних відмінностей у ракурсах знімання й на досить гладких поверхнях від нього можна чекати гарних результатів. Альтернативним методом пошуку "подібності" фрагментів є пошук певних особливостей, наперед взятих з зображення, що уможливорює виділити деякі об'єкти або особливості. Найкращого результату можна чекати, поєднуючи ці методи.

Перевагою цього методу є те, що за наявності великої кількості сполучених точок результат отримується досить точним, однак достатню кількість цих точок знайти важко. Окрім того, лише в невеликій кількості реальних задач в наявності є декілька зображень об'єкта, що досліджується.

### Відновлення форми за даними про півтони

На відміну від попередніх методів, де при відновленні тривимірної форми застосовувалося декілька зображень, у цьому методі використовується лише одне зображення об'єкта. У 1977 р. Хорн показав, що за картиною півтонів можна визначити форму об'єкта, якщо відомі функція відбивальної здатності і розташування джерел світла [1].

Функція відбивальної здатності – це функція, яка показує фізичний процес формування зображення і визначається як відношення інтенсивності кожної точки зображення до інтенсивності світла, що відбилосся від поверхні об'єкта. Розглянемо елемент поверхні  $dS$ , нахилений під кутом  $i$  до променя, що падає на поверхню, і під кутом  $e$  до променя, що випромінюється (рис. 3).

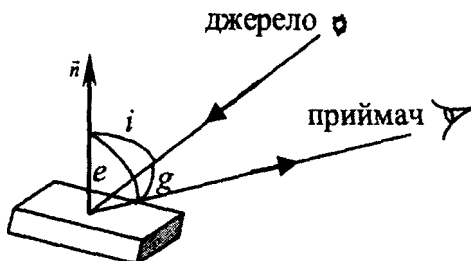


Рис. 3. Визначення функції відбивальної здатності

Нехай інтенсивність світла, що падає на одиничну площадку, перпендикулярну до падаючого променя, дорівнює  $I_1$ . Тоді кількість світла, що падає на елемент поверхні, дорівнює  $I_1 \cos(i) dS$ . І нехай інтенсивність променя, що випромінюється на одиничний тілесний кут на одиничну площадку, перпендикулярну до цього променя, дорівнює  $I_2$ . Відповідно кількість світла, що падає на площадку, яка стягує тілесний кут  $d\omega$ , для цього елемента поверхні дорівнює  $I_2 \cos(e) dS d\omega$ . Тоді функція відбивальної здатності

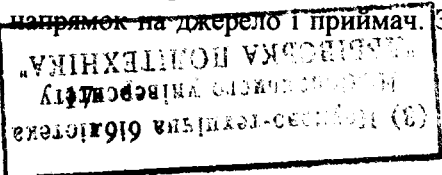
$$R(i, e, g) = I_2 / I_1. \quad (5)$$

Функція відбивальної здатності залежить від властивостей матеріалу поверхні і може бути визначена експериментально чи розрахована теоретично, виходячи з деякої прийнятої мікроструктури поверхні.

Використовуючи функцію відбивальної здатності, можна записати рівняння освітленості зображення. В загальному випадку

$$I(x, y) = R(\vec{n}, \vec{s}, \vec{g}), \quad (6)$$

де  $R$  – функція відбивальної здатності;  $\vec{n}$  – вектор нормалі в кожній точці поверхні;  $\vec{s}$  і  $\vec{g}$  – відповідно одиничні вектори, що вказують напрямком на джерело і приймач. Здебільшого прийма-



ється, що джерело і приймач знаходяться далеко від об'єкта. Тоді  $\vec{s}$  і  $\vec{g}$  можна прийняти за константу. Вектор  $\vec{n}$  можна виразити через компоненти градієнта поверхні об'єкта

$$\vec{n} = \left( \frac{-p}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}, \frac{-q}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}} \right), \quad (7)$$

де

$$(p, q) = \left( \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y} \right). \quad (8)$$

У найпростішому випадку, коли світло від поверхні відбивається лише дифузно без поглинання (*поверхня Ламберта*), функцію відбивальності можна записати

$$R_l = \vec{n} \cdot \vec{s} = \frac{1 + pp_s + qq_s}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1} \sqrt{p_s^2 + q_s^2 + 1}}. \quad (9)$$

Реальні поверхні відбивають світло не тільки дифузно, а й дзеркально. Тому під час запису функції відбивальності враховується дзеркальна компонента і коефіцієнти відбивання (альbedo).

Для знаходження форми поверхні за даними про півтони необхідно розв'язати рівняння освітленості зображення (6). Існує багато запропонованих методів розв'язку [6], але всіх їх можна об'єднати в чотири групи:

- методи мінімізації;
- методи поширення;
- локальні методи;
- лінійні методи.

Методи мінімізації ґрунтуються на мінімізації функції енергії під час обчислення форми поверхні. Один з перших методів мінімізації полягає у відновленні градієнта поверхні. Кожна точка поверхні має дві невідомі (компоненти градієнта), а кожен піксел зображення дає одне значення яскравості. Для того, щоб доозначити систему, вводяться два обмеження: *яскравісне обмеження* і *обмеження гладкості*. *Яскравісне обмеження* вимагає, щоб відновлений об'єкт утворював таку саму яскравість, як вхідне зображення у кожній точці поверхні одночасно, коли *обмеження гладкості* забезпечує відновлення неперервності поверхні. *Яскравісне обмеження* може бути отримане з рівняння освітленості поверхні (6). Воно показує загальне відхилення яскравості відновленого зображення, порівняного з вхідним зображенням:

$$\iint (I - R)^2 dx dy, \quad (10)$$

де  $I$  – виміряна інтенсивність;  $R$  – розрахована інтенсивність відбитого світла.

*Обмеження гладкості* можна записати як

$$\iint (p_x^2 + p_y^2 + q_x^2 + q_y^2) dx dy, \quad (11)$$

де  $p$  і  $q$  – градієнти по поверхні вздовж напрямків  $x$  і  $y$ .

Замість обмеження гладкості можна ввести інші обмеження:

*обмеження інтегрованості* для поверхонь, де  $Z_{x,y} = Z_{y,x}$ ;

*обмеження градієнта інтенсивності*:

$$\iint ((R_x - I_x)^2 + (R_y - I_y)^2) dx dy; \quad (12)$$

*обмеження одиночного вектора нормалі*

$$\iint (|\vec{n}|^2 - 1) dx dy. \quad (13)$$

Використовуючи *обмеження градієнта інтенсивності*, функція енергії набирає вигляду

$$\iint ((I - R)^2 + ((R_x - I_x)^2 + (R_y - I_y)^2) + \mu((Z_x - p)^2 + (Z_y - q)^2)) dx dy. \quad (14)$$

Недоліком методів мінімізації є повільна збіжність.

Методи поширення починають обчислення форми поверхні з певної визначеної точки чи набору точок, положення яких точно відомо або може бути однозначно доозначено (наприклад, сингулярні точки), і далі поширюють інформацію про форму поверхні вздовж цілого зображення. Прикладом методу поширення є *метод характерних смуг Хорна*. Характеристична смуга – лінія на зображенні, вздовж якої глибина поверхні та її орієнтація можуть бути обчислені, якщо ці величини відомі в початковій точці. Метод Хорна утворює криві навколо околів сингулярних точок, використовуючи сферичні наближення. Інформація про форму поширюється вздовж характерних смуг назовні, вважаючи, що сусідні смуги не перетинаються.

Локальні методи отримують інформацію про форму, припускаючи локальний тип поверхні. Вони використовують інформацію про похідні інтенсивності і припущення про те, що поверхня локально сферична в кожній точці. Однак припущення про локальну форму поверхні обмежує їх застосування.

Лінійні методи дають змогу застосувати лінеаризацію функції відбивальної здатності для спрощення обчислень. Вони ґрунтуються на припущенні, що в функції відбивання переважають компоненти менших степенів. Однак ці алгоритми працюють добре тільки в цьому припущенні. Пентланд застосував лінійне наближення функції відбивальної здатності в одиницях градієнта до поверхні і застосував перетворення Фур'є для лінійної функції для того, щоб отримати розв'язок в аналітичному вигляді для глибини в кожній точці. Використовуючи це для відбивання Ламберта, функція відбивальної здатності

$$I(x, y) = \cos\sigma_s + p \cos\tau_s \sin\sigma_s + q \sin\tau_s \sin\sigma_s, \quad (15)$$

де  $\sigma_s$  і  $\tau_s$  визначають напрямки на джерело світла.

### Визначення структури об'єкта по відображенню руху

Визначення структури об'єкта по відображенню руху — процес відновлення тривимірної інформації під час переміщення деталей, зареєстрованих в послідовності динамічних зображень. Тут, як і в стереоскопії переміщення деталей, сцени внаслідок руху камери відносно сцени є джерелом геометричної інформації, що використовується для відновлення тривимірної форми.

В загальному випадку інтенсивність світла, що попадає на сцену, змінюється під час руху камери, але в цьому підході вона вважається сталою. Тому

$$I(x+u\delta t, y+v\delta t, t+\delta t) = I(x, y, t), \quad (16)$$

де  $t$  – момент часу;  $\delta t$  – короткий проміжок часу. Використовуючи розклад в ряд Тейлора правої частини і припущення, що  $\delta t$  дуже мале, отримаємо рівняння оптичного потоку

$$\frac{\partial I}{\partial x} u + \frac{\partial I}{\partial y} v + \frac{\partial I}{\partial t} = 0, \quad (17)$$

яке вказує на обмеження значень  $u$  і  $v$ . Алгоритм для обчислення оптичного потоку, окрім (17), має містити додаткове припущення, таке, як умова неперервності. Одним з методів, який використовується при визначенні структури об'єкта, є метод найменших квадратів. Цей метод ґрунтується на мінімізації функціонала

$$e = \iint ((u - u_m)^2 + (v - v_m)^2) dx dy, \quad (18)$$

де  $u$  і  $v$  описують спостережуваний рух, а  $u_m$  і  $v_m$  — функції тривимірних параметрів, обчислені за використання певної моделі руху. Для прикладу розглянемо випадок правостороннього руху з постійною швидкістю. Точка поверхні  $\vec{R} = (X, Y, Z)$  рухається з кутовою швидкістю  $\vec{\omega} = (A, B, C)$  і лінійною швидкістю  $\vec{v} = (U, V, W)$ . Результируюча швидкість

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{v} + [\vec{\omega} \cdot \vec{R}]. \quad (19)$$

Вона викликає оптичний потік, який можна знайти з (19), використовуючи рівняння перспективної проєкції (1). Отримаємо

$$u_m = u_t + u_r, v_m = v_t + v_r,$$

де

$$\begin{aligned}u_t &= (U - xW)/Z, \quad v_t = (V - yW)/Z ; \\u_r &= -Axy + B(1 + x^2 - Cy), \quad v_r = -A(1 + y^2) + Bxy - Cx.\end{aligned}\quad (20)$$

Підставляючи (20) в (18), отримаємо формулу для визначення глибини:

$$Z(x, y) = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha u + \beta v}, \quad (21)$$

де  $\alpha = U - xW$ ,  $\beta = V - yW$ .

Крім розглянутих вище методів відновлення тривимірної форми об'єктів, є ще декілька: реконструкція карти глибини по текстурі, визначення форми по дефокусуванню, визначення форми по контуру. Однак вони дають лише або оцінкову інформацію або використовуються лише для зображень, які задовольняють певним умовам. Тому ці методи не є поширеними і не розглядаються у цій роботі.

### Висновки

Аналізуючи наведені тут методи, можна прийти до таких висновків:

- 1) недоліком методів відновлення форми за стереоскопічними зображенням і відображенням руху є вимога наявності більше одного зображення;
- 2) стереореконострукція дає точні результати для складних зображень лише за наявності великої кількості сполучних точок;
- 3) методи відновлення за даними про півтони складні в реалізації, але, використовуючи певні обмеження при врахуванні конкретної задачі, дають змогу спростити обрахунок.

Враховуючи це, найбільш перспективними є методи реконструкції тривимірної форми, що використовують півтони.

1. Бертольд Хорн. *Определение формы по данным о полутонах. Психология машинного зрения* / Под ред. П. Уинстона. – М.: Мир, 1978. – 340 с. 2. Грузман И.С., Киричук В.С., Косых В.П., Перетягин Г.И., Спектор А.А. *Цифровая обработка изображений в информационных системах: Учебное пособие*. – Новосибирск, 2000. 3. Русин Б.П. *Системы синтеза, обработки та розпізнавання складноструктурованих зображень*. – Львів, 1997. 4. Forsyth D. A., Ponce J. *Computer Vision: A Modern Approach*, Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., – 2002. – P. 234–251. 5. Jose R.A. *Torreao 3D shape estimation in computer vision*//Revista Controle & Automacao /Vol.10 no.02/ Maio, Jun., Jul. e Agosto – 1999. – P. 118–123. 6. Ruo Zhang, Ping-Sing Tsai, James Edwin Cryer and Mubarak Shah. *Shape from Shading: A Survey. Tehnical Report, Computer Vision Lab School of Computer Science University of Central Florida*. – 41 p.