УДК 621.372

А.П. Бондарєв

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра теоретичної радіотехніки і радіовимірювань

СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ФАПЧ ДРУГОГО ПОРЯДКУ У ЧАСОВІЙ ОБЛАСТІ

© *Бондарєв А.П., 2005*

Наведено результати аналізу впливу шумової завади на ФАПЧ.

In this paper the PLL device under noise interference influence is analyzed.

Пристрій фазового автопідстроювання частоти (ФАПЧ) є однією з основних частин сучасних приймачів радіосигналів систем телекомунікації, локації і навігації. ФАПЧ забезпечує слідкування за несучою частотою сигналу на фоні завад, чим визначає якість і можливість радіоприймання.

Переважна більшість досліджень ФАПЧ з шумом ставить за мету знаходження залежностей від рівня шуму кількісних статистичних характеристик синхронізації (дисперсії похибки, частоти зривів тощо) [1] без виявлення якісних змін статистичної динаміки. За цими результатами неможливо визначити максимальний припустимий рівень завад, а рекомендації щодо вибору параметрів ґрунтуються на апріорних, суб'єктивно заданих значеннях статистичних характеристик. Спроби означення і визначення максимального рівня шуму, за якого ще можлива синхронізація, зроблені в [2; 3] тільки для ФАПЧ першого порядку (безфільтрових), хоча в реальних пристроях найчастіше використовують ФАПЧ другого порядку. Тому виявлення фізичної границі можливості ФАПЧ другого порядку щодо синхронізації в шумах залишається важливою задачею і становить мету цієї роботи.

Статистичну динаміку ФАПЧ другого порядку з пропорційно-інтегруючим ФНЧ (ПІФ) в колі зворотного зв'язку описує система стохастичних рівнянь [4]:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{d\tau} = \dfrac{y}{\pi\beta} - \dfrac{m}{\pi\beta}\left[\sin\pi x + \dfrac{n_0(\tau)}{\sqrt{\rho}}\right]; \\ \dfrac{dy}{d\tau} = \gamma - y - (1-m)\left[\sin\pi x + \dfrac{n_0(\tau)}{\sqrt{\rho}}\right]. \end{cases} \qquad (1)$$

В (1) позначено: $x=\varphi/\pi$ – нормована миттєва різниця фаз еталонного сигналу та керованого генератора ФАПЧ; y – відношення миттєвої різниці частот еталонного сигналу та керованого генератора до смуги утримання ФАПЧ за відсутності завад; τ – час, нормований до сталої часу ПІФ; β – відношення смуги пропускання ПІФ до смуги утримання; γ – нормоване до смуги утримання початкове розузгодження частот сигналу і керованого генератора; m – коефіцієнт пропорційності ПІФ; ρ – відношення сигнал/шум (за потужністю) у смузі пропускання ПІФ; n_0 – дельтакорельований випадковий процес одиничної інтенсивності. Рівняння (1) описують двовимірний марковський процес, неоднорідний у просторі фазових змінних.

Однією з проблем програмної реалізації безпосереднього інтегрування рівнянь (1) з метою аналізу реалізацій процесу $x(\tau)$ є моделювання стандартними генераторами випадкових чисел білого гауссівського шуму $n_0(\tau)$, який може мати нескінченні викиди. У проведених розрахунках замість $n_0(\tau)$ використано відгук на білий шум формуючої RC-ланки, який вже є обмеженим. Зміна відношення смуги пропускання формуючої ланки до смуги утримання ФАПЧ в межах від 20 до 100 впливала на отримані результати доволі слабко (в межах 5 %).

Отримані розв'язки системи (1) показано на рис. 1 у вигляді фазових траєкторій системи та на рис. 2 – у вигляді реалізацій процесу $x(\tau)$ для різних значень інтенсивності шуму $(1/\rho)$ та початкового розузгодження частот (γ).

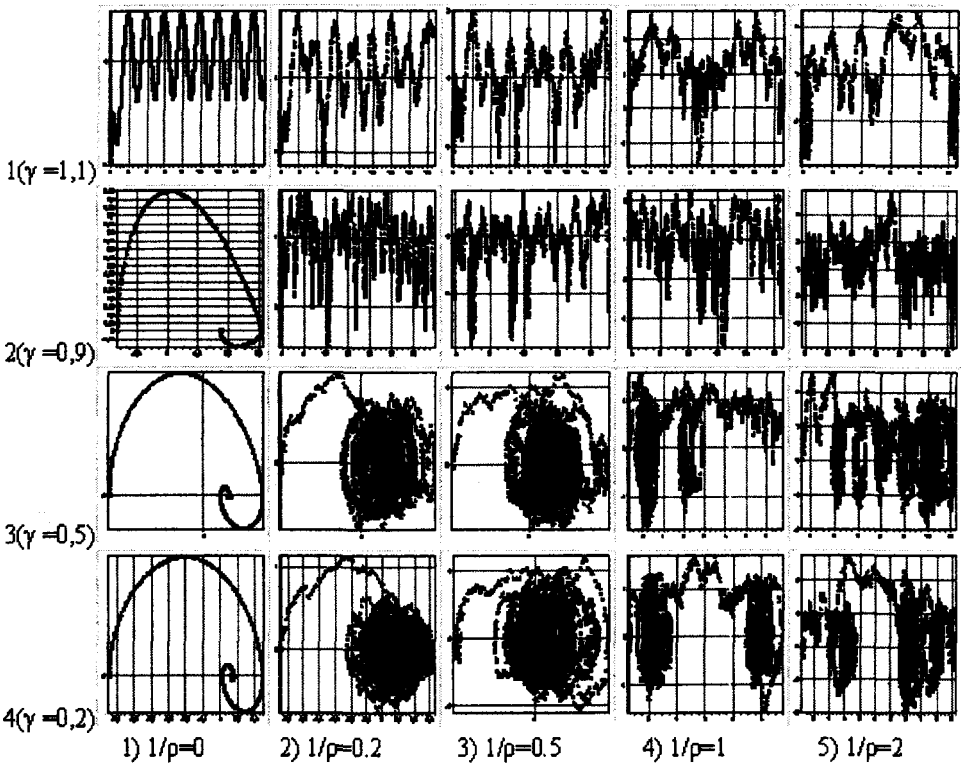


Рис. 1. Фазові портрети процесу (x, y) за різних значень параметрів γ та ρ

За відсутності шуму (стовпці 1) спостерігається або режим синхронізму з постійною різницею фаз і точним збігом частот при $|\gamma|<1$ (рядки 2, 3, 4), або режим биттів з монотонним наростанням різниці фаз та постійною середньою різницею частот при $|\gamma|>1$ (рядок 1). Наявність шуму (стовпці 2–5) приводить до присутності в кожній реалізації як проміжків квазісинхронізму, так і проміжків биттів або проковзувань циклів. Співвідношення тривалостей цих проміжків змінюється із зміною параметрів γ та ρ, що і є однією з причин насамперед кількісного підходу до аналізу статистичної динаміки ФАПЧ.

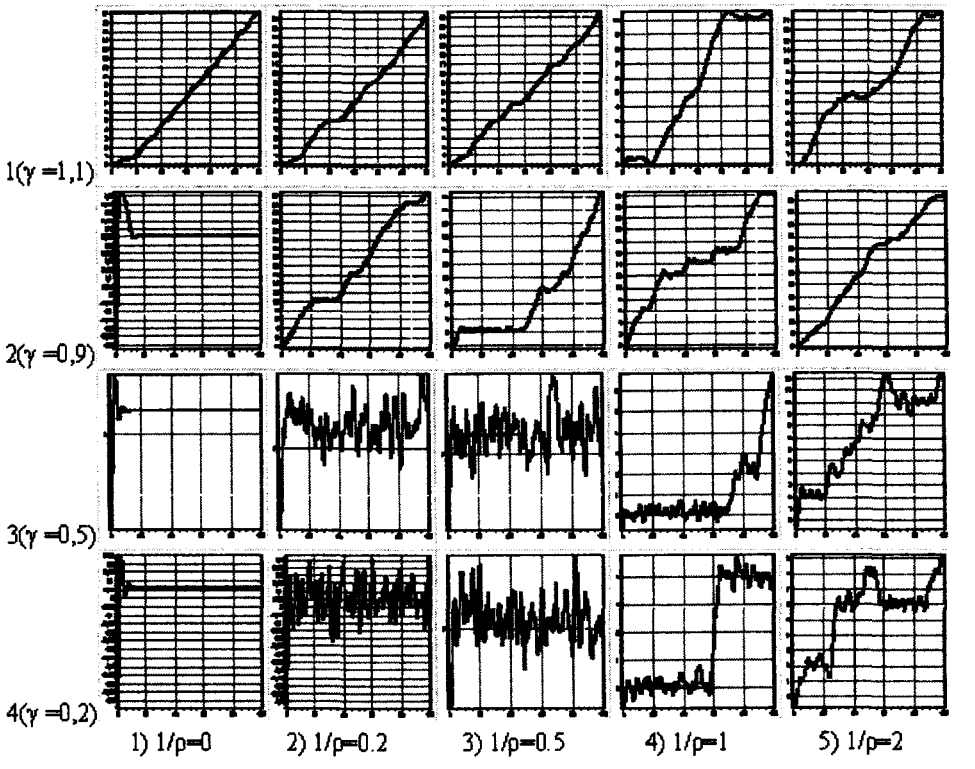


Рис. 2. Реалізації процесу x(τ) за різних значень параметрів γ та ρ

Однак для інженерної практики важливо виявити, за яких значень параметрів синхронізм, хоча б і з низькою якістю, є можливим, а за яких – неможливим. Порівняння рядків 1 і 2 на рис. 1, 2 показує, що при дії шуму значення $|\gamma|=1$ перестає бути біфуркаційним. Навіть при $|\gamma|>1$, коли в автономній системі відсутня точка стійкої рівноваги, спостерігаються проміжки з нульовою середньою різницею частот, однак тривалість цих проміжків сумірна з тривалістю перехідних процесів і рекомендувати їх для технічного використання неможливо. Зменшення частотного розузгодження γ (рядки 3, 4; стовпці 2, 3) приводить до якісних змін – перехідні процеси скорочуються і спостерігаються тривалі флуктуації фази навколо стану стійкої рівноваги за нульової середньої різниці частот. В деякому діапазоні інтенсивностей шуму (рядок 4, стовпець 4) проковзування циклів залишаються короткотривалими, а з подальшим зростанням шуму (рядок 3, стовпці 4, 5; рядок 4, стовпець 5) тривалість проковзувань знову стає істотною.

Для кількісного відображення описаних якісних особливостей була розрахована імовірність синхронізму $W_C=T_C/T_P$, де T_C – час перебування в околі стійкого стану, T_P – тривалість реалізації. Перебір параметрів γ, $1/\rho$ був здійснений з кроком 0,1. Для кожної комбінації параметрів проаналізовано по 20 реалізацій тривалістю τ =300, оскільки статистична стійкість результатів спостерігалась за тривалості реалізації не менше 100 та кількості реалізацій не менше 10. Результати розрахунку імовірності синхронізму показані на рис. 3 у вигляді ліній рівних значень для декількох значень параметрів m і β. Характерною особливістю цих результатів є групування ліній рівних значень у порівняно вузькій області площини параметрів (γ, $1/\rho$), тобто різка зміна імовірності синхронізму поблизу деякої лінії $\gamma(1/\rho)$ і незначна зміна при віддаленні від цієї лінії. Біфуркаційна крива, отримана кумулянтним методом в [5], практично збігається з лінією W=0,8. З огляду на описані якісні особливості статистичної динаміки ФАПЧ цю криву можна вважати біфуркаційною границею можливості синхронізму (звісно, в імовірнісному сенсі). Показані на рис. 3 результати говорять про те, що область працездатності розширюється зі зростанням параметра β, а зі зростанням параметра m спочатку розширюється, а потім звужується, тобто для кожного значення β існує оптимальне значення m, що добре узгоджується з [4].

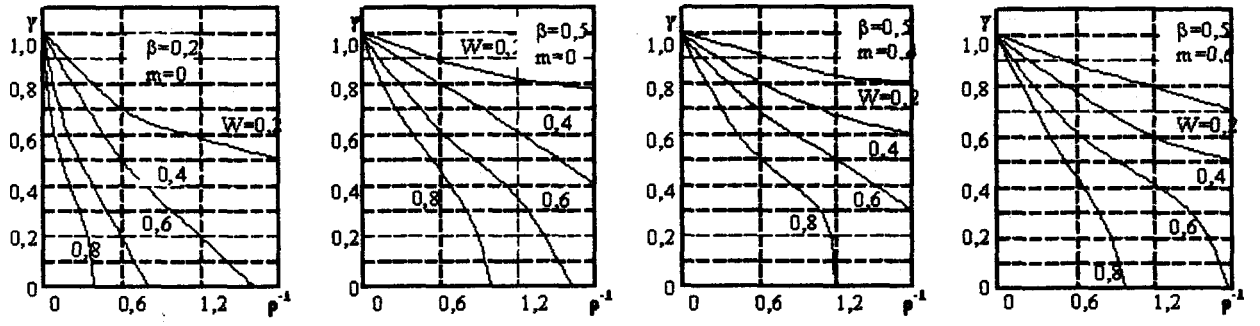
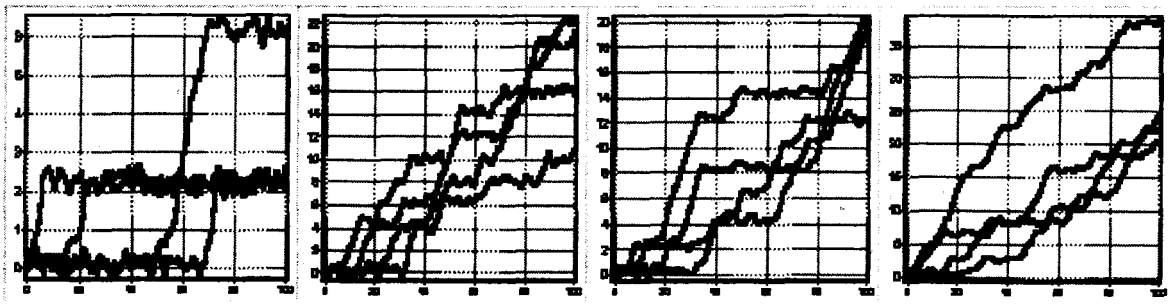


Рис. 3. Імовірність синхронізму за різних значень параметрів

Можливості технічного виконання пристроїв синхронізації на базі ФАПЧ демонструє порівняння груп по чотири реалізації процесу $x(\tau)$ для добіфуркаційних та забіфуркаційних значень параметрів. У першому випадку (рис. 4, *а*) імовірність збігу проковзувань циклів в різних реалізаціях дуже мала і при W=0,8 імовірність синхронізму хоча б в одній з трьох реалізацій становить 99 %. Оскільки основними джерелами шуму приймача є антена та вхідний підсилювач, впевнену синхронізацію з несучою можна забезпечити багатоканальним прийманням з розпаралеленими вхідними колами. У випадку великих значень γ або ρ (рис. 4, *б*, *в*, *г*) імовірність збігу в часі перехідних процесів у різних реалізаціях є великою і багатоканальність не гарантуватиме неперервного синхронізму.



а *б* *в* *г*

Рис. 4. Групи реалізацій процесу x(τ) при γ=0,5, 1/ρ=0,5 (а); γ=0,5, 1/ρ=1,5 (б); γ=0,8, 1/ρ=0,5 (в); γ=0,8, 1/ρ=0,8 (г)

Проведений у роботі часовий аналіз реалізацій нестаціонарної різниці фаз еталонного сигналу та керованого генератора ФАПЧ другого порядку показав існування якісно різних типів статистичної динаміки ФАПЧ. Отримані кількісні оцінки імовірності синхронізму та гранично припустимих параметрів ФАПЧ можуть бути корисними під час проектування пристроїв синхронізації. Подальші дослідження дають змогу з'ясувати вплив початкових умов на можливість досягнення описаних режимів, тобто характеристики схоплення за синхронізації в шумах.

1. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. – М. –1977. 2. Мандзий Б.А., Бондарев А.П. Качественный анализ статистической динамики системы ФАПЧ // Изв. ВУЗов СССР. Радиоэлектроника. – 1988. – № 12. 3. Бондарєв А.П., Капшій О.В. Критерій граничної завадостійкості системи фазової синхронізації / Вісник ДУ "Львівська політехніка" "Радіоелектроніка та телекомунікації". – 1998. – № 352. – С. 98–100. 4. Бондарєв А.П Енергетичні умови зриву синхронізації / Моделювання та інформаційні технології. – 2002. – Вип. 19. 5. Бондарев А.П., Мандзий Б.А. Кумулянтный анализ статистической динамики систем фазовой синхронизации второго порядка: Вестник ЛПИ "Теория и проектирование полупроводниковых и радиоэлектронных устройств". – 1985. – № 196.