

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМІВНОГО СТАНУ ПЛАСТИНКИ З КРИВОЛІНІЙНИМ ОТВОРОМ

О. Думанський^a, Є. Федюк^b

^a Національний лісотехнічний університет України
 вул. Генерала Чупринки, 103, 79057, Львів, Україна

^b Національний університет "Львівська політехніка"
 вул. С.Вандери 12, 79013, Львів, Україна

(Отримано 19 грудня 2004 р.)

Досліджено пружно-рівноважний стан пластинчастого елемента, послабленого n -кутним криволінійним отвором, який знаходиться під дією різноманітних силових факторів. Отримані формули комплексних потенціалів, за якими визначаються концентрація та інтенсивність напружень.

Ключові слова: пружно-рівноважний стан, пластинчастий елемент, n -кутний криволінійний отвір, концентрація напружень, інтенсивність напружень.

2000 MSC: 74R10

УДК: 539.3

I. Актуальність досліджень

У пластинчастих елементах тонкостінних конструкцій, які застосовують в машинобудуванні, літакобудуванні та інших технічних спорудах та устаткуваннях, часто потрібно порушувати їх суцільність вирізами, надрізами, щілинами з метою полегшення конструкції, утворення проходів для інших деталей, кабелів тощо. Різної форми дефекти можуть утворюватися внаслідок експлуатації конструкції і часто в цих випадках вони можуть мати тріщиноподібний вигляд, тобто вигляд гострокінцевих дефектів. У таких випадках досить мала за розмірами тріщина може за певних умов, спонтанно розвиваючись, спричинити руйнування конструкції. Встановлення пружного та гранично-рівноважного стану елемента конструкції за наявності різноманітних дефектів із гладкими лініями їх контурів чи гострокінцевими (тріщиноподібними) є важливою у розрахунках їх надійної експлуатації.

II. Аналіз відомих досліджень і публікацій, яким присвячена означена стаття

На сьогодні опублікована достатня кількість наукових робіт, монографій, які присвячені дослідженню пружного та гранично-рівноважного стану пластинчастих елементів конструкцій, послаблених отворами, порожнинами, надрізами або тріщиноподібними дефектами. Отже, необхідність та доцільність цього напрямку досліджень у механіці суцільного деформованого середовища не викликає сумніву. Фун-

даментальні наукові роботи Мусхелішвілі М.І., Савіна Г.М., Панасюка В.В., Космодам'янського О.С., Камінського А.А., Саврука М.П., Черепанова Г.П. та інших дають досить вичерпні відповіді з дослідження цих задач. У більшості із цих досліджень розглядається пружно-деформівний стан пластинчастих або оболонкових елементів конструкцій з простою геометричною конфігурацією криволінійних отворів, тріщин. Наприклад, у дослідженнях Саврука М.П. [1-3], Стащука М.Г. [4] розглядається гранично-рівноважний стан пластинчастих елементів, послаблених тріщинами у вигляді математичних розрізів (віддаль між берегами тріщини дорівнює нулю).

Але часто в проектуванні конструкцій потрібні отвори складнішої конфігурації, а також під час їх експлуатації утворюються тріщиноподібні дефекти зі складним контуром.

Дана робота має загальний характер, оскільки досліджується пружна рівновага (концентрація напружень вздовж гладкого контуру отвору) та у випадку гострокінцевого отвору (контур отвору має одну або декілька гострокінцевих вершин), розглядається гранично-рівноважний стан пластинчастого елемента конструкції при дії певних силових факторів.

III. Основний матеріал дослідження з обґрунтуванням отриманих наукових результатів

Розглядається пружний ізотропний пластинчастий елемент конструкції, який послаблений n -кутним криволінійним отвором. Віднесемо цей елемент до прямокутної системи декартових координат xOy так,

що початок координат збігається з центром отвору, площина xOy – із серединною поверхнею пластини, а вісь Ox проходить через одну з його вершин. Пластинчастий елемент підданий дії у нескінченно віддалених його точках розтягу або стиску зовнішніми зусиллями p і q , які діють у взаємно перпендикулярних напрямках, причому так, що зусилля p напрямлені під кутом α до осі Ox або зсувним зусиллям τ . На контурі отвору діють рівномірно розподілений тиск до його берегів інтенсивності p_1 або дотичні зусилля T . Потрібно визначити концентрацію напружень, що виникає навколо отвору.

Вважаємо, що пластинчастий елемент послаблений криволінійним отвором, контур якого описується таким параметричними рівняннями [5]:

$$\begin{cases} x(\theta) = A \left(\cos \theta + m \frac{\cos(n-1)\theta - t \cos \theta}{1 - 2t \cos n\theta + t^2} \right); \\ y(\theta) = A \left(\sin \theta - m \frac{\sin(n-1)\theta + t \sin \theta}{1 - 2t \cos n\theta + t^2} \right) \end{cases} \quad (1)$$

де $0 \leq \theta \leq 2\pi$, $A = \frac{a}{2} [1 - t + (1+t)\varepsilon]$, $m = \frac{(1-\varepsilon)(1-t^2)}{(1-t) + (1+t)\varepsilon}$, $\varepsilon = b/a$, $\left(\frac{n-2}{n} \leq \varepsilon \leq 1\right)$; n – ціле додатне число ($n \geq 1, 2, \dots$), яке означає кількість вершин криволінійного отвору; a і b характерні лінійні розміри отвору, $a = x(\theta)$ – віддаль від центра отвору до найвіддаленіших точок отвору; b – радіус кола, вписаного в контур; t – параметр, значення якого належать відрізьку ($0 \leq t \leq 1$) і обчислюються за формулою

$$t = \frac{4(1 - r_0/a) - n^2(1 - \varepsilon) [(1 - \varepsilon) - 2r_0/a] - 4n\sqrt{r_0/a(1 - r_0/a)(1 - \varepsilon^2)}}{[2 + (1 - \varepsilon)n]^2 - 2r_0/a[2 + n(n + 2)(1 - \varepsilon)]}$$

де r_0 – радіус заокруглення вершини (вершин) отвору, зокрема, при $r_0=0$ маємо гострокінцевий криволінійний отвір (тріциноподібний). При $t = 0$ і будь-якому n параметричні рівняння (1) описують n -кутну гіпотроходу; при $0 < t < 1$ і при $n = 3$ рівняння (1) описують контур правильного трикутного отвору; $n = 4$ квадратний і т.д.

Дослідимо напружено-деформівний стан пластинчастого елемента, послабленого криволінійним отвором, який описується параметричним рівнянням (1). Для розв'язання поставленої задачі скористаємося методом М. І. Мусхелішвілі [6] з використанням конформно перетворюючої функції [5]

$$z = \omega(\zeta) = A \left(\zeta + \frac{m\zeta}{\zeta^n - t} \right), \quad (2)$$

яка перетворює область пластинчастого елемента з криволінійним контуром, описаним рівнянням (1) на зовнішність кругового отвору $|\zeta| \geq 1$, за якими обчислимо концентрацію напружень вздовж контуру отвору, згідно з формулою [7]

$$\sigma_\theta = 4Re \left[\frac{\varphi'(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \right], \quad (3)$$

де $\sigma = e^{i\theta}$ – значення змінної $\zeta = e^{i\theta}$ на контурі отвору.

Із контурної умови [6]

$$\varphi(\sigma) + \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\varphi'(\sigma)} + \overline{\psi(\sigma)} = f(\sigma), \quad \sigma \in \gamma, \quad (4)$$

знаходимо комплексні потенціали $\varphi(\zeta)$ і $\psi(\zeta)$.

Залежно від заданого типу навантаження надаємо функціям $\varphi(\zeta)$ і $\psi(\zeta)$ такий вигляд:

$$\varphi(\zeta) = \Gamma\omega(\zeta) - \frac{X + iY}{2\pi(1 + \chi)} \ln[\omega(\zeta) - \omega(\zeta_0)] + \varphi_0(\zeta),$$

$$\begin{aligned} \psi(\zeta) &= (\Gamma' + i\tau)\omega(\zeta) + \frac{\chi(X - iY)}{2\pi(1 + \chi)} \ln[\omega(\zeta) - \omega(\zeta_0)] + \\ &+ \left[\frac{iM_0}{2\pi} + \frac{\omega(\zeta_0)}{2\pi(1 + \chi)}(X + iY) \right] \frac{1}{\omega(\zeta) - \omega(\zeta_0)} + \psi_0(\zeta), \end{aligned}$$

$$f(\sigma) = -p_1\omega(\sigma), \quad (5)$$

де X, Y – компоненти зосередженої сили P , прикладеної в точці ζ_0 і в цій же точці прикладена пара сил з моментом M_0 ; Γ і Γ' – постійні, які виражаються через напруження в нескінченно віддалених точках такими формулами: $\Gamma = 1/4(p + q)$, $\Gamma' = -1/2(p - q)e^{-2i\theta}$; τ – інтенсивність дотичних напружень на нескінченності, p_1 – інтенсивність рівномірно розподіленого навантаження на контурі отвору, $\varphi_0(\zeta)$ і $\psi_0(\zeta)$ – регулярні функції в області ζ , включаючи нескінченно віддалену точку.

З контурної умови (4) визначаємо комплексні потенціали залежно від дії певного силового фактора. Наведемо вирази тільки функції $\varphi(\zeta)$, бо згідно з формулою (3) через цю функцію виражається концентрація напружень.

1. При дії рівномірно розподілених зусиль на торцях елемента, напрямлених під кутом α до горизонтальної осі отвору, інтенсивності p і q

$$\varphi(\zeta) = \frac{Ap}{4(\zeta^n - t)} \left\{ (1 + \eta_0)(\zeta^n - t - C_1) + 2(1 - \eta_0)e^{2i\alpha} \left[\frac{\zeta^n - t}{\zeta} - C_2\zeta^3 e^{-4i\alpha} - C_3\zeta^{n-1} \right] \right\}. \quad (6)$$

де

$$C_1 = \frac{m(1-t^2)^2}{(1-t^2)^2 - 2mt(n-1+t^2)};$$

$$C_2 = \frac{m(1-t^2)^2 [(1-t^2)^2 - mt(n-1+t^2)]}{h};$$

$$C_3 = \frac{m^2(1-t^2)^2 [n-3(1-t^2)]}{h};$$

$$h = [1 + (n-1)t^2] \cdot [n-3(1-t^2)] m^2 - [(1-t^2)^2 - mt(n-1+t^2)], \quad \eta_0 = q/p.$$

2. Пластинчастий елемент знаходиться під дією розтяжних зусиль інтенсивності p , напрямлених поперек горизонтальної осі отвору ($\alpha = \pi/2, \eta_0 = 0$):

$$\varphi(\zeta) = \frac{Ap}{4(\zeta^n - t)} \left\{ \zeta(\zeta^n - t - C_1) - 2 \left[\frac{\zeta^n - t}{\zeta} - C_2\zeta^3 - C_3\zeta^{n-1} \right] \right\};$$

3. Пластинчастий елемент підданий дії розтяжних зусиль інтенсивності p , напрямлених вздовж горизонтальної осі отвору ($\alpha = 0, \eta_0 = 0$):

$$\varphi(\zeta) = \frac{Ap}{4(\zeta^n - t)} \left\{ \zeta(\zeta^n - t - C_1) + 2 \left[\frac{\zeta^n - t}{\zeta} - C_2\zeta^3 - C_3\zeta^{n-1} \right] \right\};$$

4. На пластинчастий елемент діє всесторонній розтяг зусиллями ($\alpha = 0, \xi = 1$):

$$\varphi(\zeta) = \frac{\zeta(\zeta^n - t - C_1)}{2(\zeta^n - t)} = \frac{Ap}{2} \left[\zeta \left(1 - \frac{C_1}{\zeta^n - t} \right) \right].$$

5. На пластинчастий елемент діють зсувні зусилля інтенсивності τ :

$$\varphi(\zeta) = i\tau \left(\frac{1}{\zeta} + \frac{C_2\zeta^3 - C_3\zeta^{n-1}}{\zeta^n - t} \right)$$

6. Пластинчастий елемент знаходиться під дією рівномірного тиску інтенсивності p_1 і дотичних (зсувних) зусиль інтенсивності T на контурі отвору:

$$\varphi(\zeta) = -\frac{p_1 Am}{\zeta^n - t}; \quad \varphi(\zeta) = -\frac{T Am i}{\zeta^n - t}$$

Якщо у формулах (6) – (12) надати певним параметрам відповідних значень, то одержимо вирази $\phi(\zeta)$:

при $t = 0$ (гіпотрохоїда)

$$\varphi(\zeta) = -\frac{Ap}{h\zeta^n} \left\{ (1 + \eta_0)\zeta(\zeta^n - C_1) + 2(1 - \eta_0)e^{2i\alpha} [\zeta^{n-1}(1 - C_3) - C_2\zeta^3 e^{4i\alpha}] \right\}$$

– під час розтягу,

$$\varphi(\zeta) = iA\tau \left(\frac{1}{\zeta} (1 - C_3) + \frac{C_2}{\zeta^{n-3}} \right)$$

– при дії зсувних зусиль τ ,

$$\varphi(\zeta) = -\frac{p_1 Am}{\zeta^n}, \quad \varphi(\zeta) = -\frac{T Am i}{\zeta^n}$$

– при тиску інтенсивністю p_1 і зсувних зусиллях T на берегах контуру відповідно,

де $C_1 = m, C_2 = \frac{m}{h}, C_3 = \frac{m^2(n-3)}{h}; h = (n-3)m^2 - 1;$

– при $t = 0$ і $m = 1$ (еліптичний отвір)

$$\varphi(\zeta) = \frac{R\rho}{4\zeta} \left\{ (1 + \eta_0)(\zeta - C_1)\zeta + 2(1 - \eta_0)e^{2i\alpha} [1 - C_3 - C_2\zeta^3 e^{-4i\alpha}] \right\}$$

– під час розтягу зусиллями p і q під кутом α до великої півосі еліпса;

$$\varphi(\zeta) = iA\tau \left[\frac{1 - C_3}{\zeta} + C_2\zeta^2 \right]$$

– при дії зсувних зусиль τ ;

$$\varphi(\zeta) = -\frac{p_1 R m}{\zeta}; \quad \varphi(\zeta) = \frac{T R m i}{\zeta}$$

– при тиску інтенсивністю p_1 і зсувних зусиллях T на берегах контуру відповідно,

де $C_1 = m$, $C_2 = -\frac{m}{2m^2 + 1}$, $C_3 = \frac{2m^2}{2m^2 + 1}$.
при $t = 0$, $m = 0$ (круговий отвір): $A = 2R$

$$\varphi(\zeta) = \frac{Rp}{2} \left[(1 + \eta_0) + \frac{2(1 - \zeta) e^{2i\alpha}}{\zeta} \right]$$

- у випадку загального розтягу;

$$\varphi(\zeta) = \frac{2iR\tau}{\zeta}$$

- при дії зсувних зусиль τ ;

$$\varphi(\zeta) = 0.$$

- при тиску інтенсивністю p_1 і зсувних зусиллях T на берегах контуру відповідно.

IV. Пружно-деформівний стан пластинчастого елемента

Згідно з формулою (3) обчислимо концентрацію напружень вздовж контуру отвору при дії:

1) розтягуючих зусиль p і q під кутом α до горизонтальної осі отвору

$$\sigma_\theta = p \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{A_2^2 + B_2^2}, \quad (13)$$

де

$$A_1 = (1 + \eta_0) \left[(\cos n\theta - t)^2 - \sin^2 n\theta \right] - 2(1 - \eta_0) \left[(\cos n\theta - t)^2 - \sin^2 n\theta \right] \cos 2(\alpha - \theta) + 4(1 - \eta_0) \times \\ \times \sin 2(\alpha - \theta) \sin n\theta (\cos n\theta - t) + (1 + \eta_0) [(n - 1) \cos n\theta + t] + 2C_3 (1 - \eta_0) [\cos 2(2 + (n + 1)\theta) + \\ + (n - 1)t \cos(2\alpha + (n - 2)\theta)] + 2(1 - \eta_0) C_2 [(n - 3) \cos(2\alpha - (n + 2)\theta) + 3t \cos 2(\alpha - \theta)];$$

$$B_1 = 2(1 + \eta_0) \sin n\theta (\cos n\theta - t) - 2(1 - \eta_0) [2 \sin n\theta (\cos n\theta - t) \cos 2(\alpha - \theta) + \sin 2(\alpha - \theta) \times \\ \times (\cos n\theta - t)^2 - \sin^2 n\theta \sin 2(\alpha - \theta)] + (n - 1)(1 + \eta_0) C_1 \sin n\theta + 2(1 - \eta_0) C_3 [\sin 2(\alpha + (n - 1)\theta) + \\ + (n - 1)t \sin(2\alpha + (n - 2)\theta)] - 2C_2 (1 - \eta_0) [(n - 3) \sin(2\alpha + (n + 2)\theta) + 3t \sin 2(\alpha - \theta)];$$

$$A_2 = (\cos \theta - t)^2 - \sin^2 n\theta - mt - (n - 1)m \cos n\theta;$$

$$B_2 = \sin n\theta [2(\cos n\theta - t) - (n - 1)m], \quad \eta_0 = q/p.$$

C_1, C_2, C_3 мають аналогічні значення, як і у формулах (6).

2) розтягуючих зусиль впоперек горизонтальної осі отвору ($\eta_0 = 0$, $\alpha = \pi/2$):

$$\sigma_\theta = p \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2}, \quad (14)$$

де

$$a_1 = (\cos \theta - t)^2 (1 + 2 \cos 2\theta) - \sin n\theta (1 + 2 \sin n\theta \cos 2\theta) + 4 \sin 2\theta (\cos n\theta - t) + \\ + C_1 [(n - 1) \cos n\theta + t] - 2C_3 [\cos 2(n + 1)\theta + (n - 1)t \cos 2(n - 2)\theta] - 2C_2 [(n - 3) \times \\ \times \cos(n + 2)\theta + 3t \cos 2\theta];$$

$$b_1 = 2 \sin n\theta (\cos n\theta - t) + 2 [2 \sin n\theta (\cos n\theta - t) \cos 2\theta - \sin 2\theta (\cos n\theta - t)^2 + \sin^2 n\theta \sin 2\theta] + \\ + (n - 1) C_1 \sin n\theta - 2C_3 [\sin 2(n - 1)\theta + (n - 1)t \sin 2(n - 2)\theta] + 2C_2 [(n - 3) \sin 2(n + 2)\theta - 3t \sin 2\theta];$$

$$a_2 = (\cos n\theta - t)^2 - \sin^2 n\theta - mt - (n - 1)m \cos n\theta;$$

$$b_2 = \sin n\theta [2(\cos n\theta - t) - (n - 1)m];$$

3) розтягу вздовж горизонтальної осі контуру ($\eta_0 = 0$, $\alpha = 0$):

$$\sigma_\theta = 2p \frac{d_1 \cdot a_2 + l_1 \cdot b_2}{a_2^2 + b_2^2}, \quad (15)$$

$$d_1 = \frac{1}{2} [(\cos n\theta - t^2) - \sin^2 \theta] - [(\cos \theta - t)^2 - \sin^2 n\theta] \cos 2\theta - 2 \sin 2\theta \sin \theta (\cos n\theta - t) + \\ + \frac{C_1}{2} [(n - 1) \cos n\theta + t] + C_3 [\cos 2(n + 1)\theta + (n - 1)t \cos(n - 2)\theta] + C_2 [(n - 3) \cos(n + 2)\theta + \\ + 3t \cos 2\theta];$$

$$l_1 = \left[\begin{aligned} & \left[\sin n\theta (\cos n\theta - t) - \left[2 \sin n\theta (\cos n\theta - t) \cos 2\theta - \sin 2\theta [\cos n\theta - t]^2 + \sin^2 n\theta \sin 2\theta \right] + \right. \\ & \left. + \frac{n-1}{2} C_1 \sin n\theta + C_3 [\sin 2(n-1)\theta + (n-1)t \sin(n-2)\theta] - C_2 [(n-3) \sin(n+2)\theta + (n-1) \times \right. \\ & \left. \left. \times t \sin 2(n-2)\theta \right] \right] \end{aligned} \right]$$

a_2 і b_2 аналогічні, як і у формулах (14)

4) всестороннього розтягу ($\eta_0 = 1$):

$$\sigma_\theta = 2p \frac{m_1 \cdot a_2 + m_2 \cdot b_2}{a_2^2 + b_2^2}, \quad (16)$$

$$m_1 = \left[(\cos n\theta - t)^2 - \sin n\theta + C_1 ((n-1) \cos n\theta + t) \right];$$

$$m_2 = \sin n\theta [\cos n\theta - t + C_1 (n-1)];$$

a_2 і b_2 -значення подані у формулах (14).

5) зсувних зусиль інтенсивності τ :

$$\sigma_\theta = 4\tau \frac{a'_1 \cdot a_2 - b'_1 \cdot b_2}{a_1^2 + b_2^2}, \quad (17)$$

де

$$a'_1 = \left[(\cos n\theta - t)^2 - \sin^2 n\theta \right] \sin 2\theta + 2 \cos 2\theta \sin n\theta (\cos n\theta - t) - C_3 [\sin 2(n+1)\theta - (n-1)t \sin 2(n-2)\theta] + C_2 [(n-3) \sin 2(n+2)\theta + 3t \sin 2\theta];$$

$$b'_1 = 2 \sin n\theta (\cos \theta - t) \sin 2\theta + \cos 2\theta (\cos n\theta - t)^2 - C_3 [\cos 2(n-1)\theta + (n-1)t \cos 2(n-2)\theta] - C_2 [(n-3) \cos 2(n+2)\theta + 3t \cos 2\theta].$$

6) на контур отвору рівномірно розподілених зусиль інтенсивності p_1 :

$$\sigma_\theta = 4p_1 mn \frac{A'_1}{B'_1}, \quad (18)$$

$$A'_1 = \cos(n+1)\theta - 2t \cos \theta + t^2 \cos(n-1)\theta - mn;$$

$$B'_1 = (1+t^2)^2 + 4t^2 \cos n\theta (1-t \cos n\theta) - 2mn (\cos(n+1)\theta - 2t \cos \theta + t^2 \cos(n-1)\theta + m^2 n^2 - 4t \cos n\theta).$$

7) на контур отвору зсувних зусиль інтенсивності T :

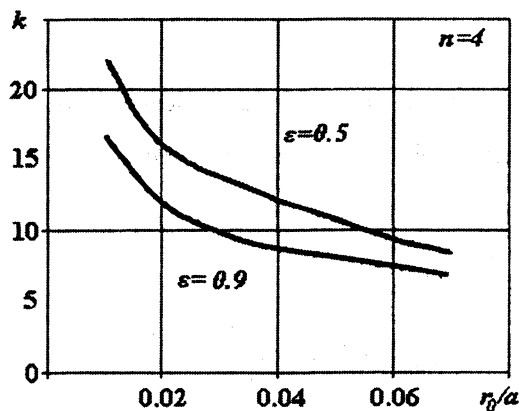
$$\sigma_\theta = 4Tmn \frac{A''_1}{B''_1}, \quad (19)$$

$$A''_1 = \sin(n+1)\theta + 2t \sin \theta - t^2 \sin(n-1)\theta.$$

Прийнявши у формулах (13)-(19) $t = 0$, одержимо розподіл напружень вздовж контуру отвору у вигляді n -кутної гіпотрохоїди [5], а далі, відповідно при $n = 1$ вздовж еліптичного, при $m = 0$ - вздовж кругового [6, 7].

Оскільки максимальні значення концентрації напружень будуть у вершинах отвору при будь-якій дії силових факторів, то проводились обчислення значень коефіцієнта концентрації напружень K у вершинах отворів залежно від радіуса заокруглення вершин при різних n і ε .

На рисунку показаний графік залежності K при $n = 4$ і двох значеннях ε та зміні r_0/a ; в таблиці наведені значення коефіцієнта концентрації напружень $k = \sigma_\theta/p$ при $n = 3; 4; 5$ та різних значень r_0/a і ε .



Графік залежності k від радіуса заокруглення r_0 у вершині отвору

Значення коефіцієнта концентрації напружень

К-ть вершин отвору	r_0/a	ϵ	$k=\sigma_{\theta}/\rho$
	0.100	0.60	7.00
3	0.050	0.55	9.44
	0.030	0.54	11.00
	0.026	0.52	12.91
4	0.200	0.800	5.37
	0.100	0.750	7.20
	0.050	0.720	9.78
	0.034	0.706	11.62
	0.020	0.690	15.61
	0.26	0.882	4.69
5	0.10	0.833	6.96
	0.05	0.808	9.58
	0.01	0.764	21.43

У випадку гострокінцевого криволінійного отвору ($r_0/a = 0$) - маємо тріщиноподібний дефект за визначеними комплексними потенціалами залежно від типу силового навантаження (6-12) знаходимо напруження у вершинах дефекту, які виражаються через коефіцієнти інтенсивності напружень [8].

Наприклад, значення коефіцієнтів інтенсивності розподілу напружень для n -кутного гіпоциклоїдального отвору при дії рівномірно розподілених зусиль інтенсивності p і q у взаємно перпендикулярних напрямках (при тому зусилля p напрямлене під кутом α до осі Ox) мають вигляд

$$k_{1j} = \frac{p\sqrt{(n-1)a}}{n(n^2-3n+4)} [(1+\eta_0)(n^2-3n+4) - 2(1-\eta_0)(n-1)(n-2) \cos 2(\alpha - \frac{n-2}{n}\pi j)],$$

$$k_{2j} = \frac{2p\sqrt{(n-1)a}}{n(n^2-3n+4)} (1-\eta_0)(n-1) \sin 2(\alpha - \frac{n-2}{n}\pi j),$$

де $\eta_0 = q/p, n \geq 3$.

V. Висновки

При зміні параметра $n \geq 2$ і ϵ можемо змінювати геометричну конфігурацію контуру криволінійного отвору від кругового до n -кутної гіпоциклоїди, тобто здійснювати розрахунки розподілу концентрації напружень у випадку заокруглених вершин отвору та інтенсивності напружень - при гострокінцевих

вершинах для різноманітної системи отворів. Як бачимо із рисунка та таблиці, що значення коефіцієнтів концентрації напружень є досить великими, наприклад, при порівнянні із круговим ($k = 3$) або еліптичним ($k = 1 + 2 \cdot a/b, a, b$ - відповідно велика і мала півосі еліпса) отворами.

Література

- [1] Саврук М.П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. – К.: Наук. Думка, 1981. – 324 с.
- [2] Саврук М.П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – К.: Наук. Думка, 1988. – 620 с.
- [3] Саврук М.П., Кравець В.С. Застосування методу сингулярних інтегральних рівнянь для визначення контурів рівномісних отворів у пластинках. // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2002. – № 1. – С. 31–40.
- [4] Стащук Н.Г. Задачи механики упругих тел с трещиноподобными дефектами. – К.: Наук. Думка, 1993. – 359 с.
- [5] Панасюк В.В., Буйна Є.В. Про гранично-рівноважний стан пластини з гострокінцевим отвором. // ДАН УРСР. – 1966. – № 12. – С. 25–28.
- [6] Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 707 с.
- [7] Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. – К.: Наукова думка, 1968. – 887 с.
- [8] Панасюк В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1968. – 248 с.

THE RESEARCH OF STRESSED STATE OF PLATE WITH CURVILINEAR HOLE

O. Dumanskiy^a, E. Fedyuk^b

^a*National of forestni wood tehnology University of Ukraine,
103 Heneral Chuprynka Str., 79057, Lviv, Ukraine*

^b*“Lviv polytechnic” National University
12 S.Bandera Str., 79013, Lviv, Ukraine*

The offered operation is dedicated to research of tight - equilibrium state of a flap-type unit, loosened n -coal curvilinear hole, which one is under an operation of the different power factors. The formulas of complex potentials are obtained, from which one it is possible to define density and intensity of efforts.

Keywords: tight-equilibrium state, flap-type unit, n -coal curvilinear hole, density of efforts, intensity of efforts.

2000 MSC: 74R10

UDK: 539.3