

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ

І. Горбатий

Національний університет "Львівська політехніка"

УДК 621.372

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОМУТОВАНОГО ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОГО КАНАЛУ

© Горбатий І., 2003

*Розроблено математичну модель комутованого телекомунікаційного каналу.
Наведено основні формули для визначення пропускної здатності такого каналу.*

*Mathematical model of switched telecommunication channel was designed.
Privedenny main formulas for determination of transmission throughput of such channel.*

Вступ

Сьогодні спостерігається різке збільшення обсягів передачі даних за допомогою всесвітньої комп'ютерної мережі Інтернет. Для доступу до цієї мережі найбільш часто використовують комутований телекомунікаційний канал (канал тональної частоти) із модемами на обох кінцях. Передавання інформації при цьому регламентується стандартом V.34+ або його попередніми версіями. До складу комутованого каналу зв'язку входять: дві лінії зв'язку на основі кабелів із металевими жилами (наприклад, кабель типу ТПП), одна або дві АТС та магістральний канал зв'язку, який забезпечує з'єднання двох АТС. Усі ділянки комутованого каналу зв'язку мають різні коефіцієнти передачі за потужністю й різну пропускну здатність, і ці параметри впливають на швидкість передачі даних. При модернізації існуючих та створенні нових комутованих телекомунікаційних каналів виникає необхідність теоретично оцінити максимально можливу пропускну здатність таких каналів загалом.

У працях [1, 2] описано математичні моделі середовища типу "скручена пара" і виділеного телекомунікаційного каналу, які дозволяють визначити пропускну здатність

таких каналів. Сьогодні виникає потреба у створенні математичної моделі, яка б описувала процес поширення цифрових сигналів у комутованому телекомунікаційному каналі.

Метою даної роботи є розробка математичної моделі комутованого телекомунікаційного каналу для визначення коефіцієнта передачі за потужністю та максимальною можливою пропускнуою здатністю каналу з врахуванням впливу адитивних та мультиплікативних завад.

Основні формули математичної моделі

Найпростішим комутований телекомунікаційний канал буде у випадку, коли абонент та інтернет-провайдер користуються однією АТС. Структурну схему такого каналу зв'язку наведено на рис. 1.

Якщо абонент та провайдер користуються різними АТС, то до складу каналу зв'язку в найпростішому випадку входять додатково друга АТС та магістральний канал зв'язку для міжстанційного з'єднання (рис. 2). Можливі й більш складні структури комутованих каналів зв'язку.

При дослідженні процесів проходження сигналів через такі канали зв'язку необхідно враховувати амплітудно-частотні та амплітудні характеристики компонентів каналу зв'язку, а також вплив адитивних та мультиплікативних завад.

При цьому канал 1 можна подати у вигляді, зображеному на рис. 3, а канал 2 – на рис. 4.

На рис. 3 позначено: $S_{e_1}(\omega)$ – енергетична спектральна густина сигналу на вході каналу зв'язку (на виході генератора сигналу); $K_{p1}(\omega)$ – коефіцієнт передачі за потуж-

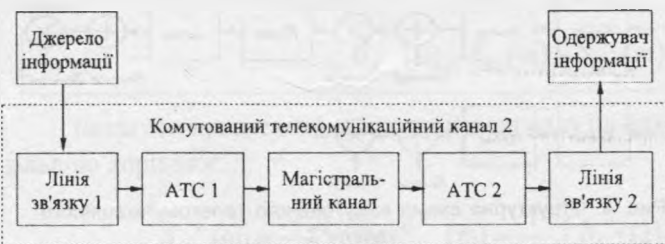


Рис. 2 Комутований телекомунікаційний канал 2

ністю лінії зв'язку 1; $A_{p1}(\omega)$ – амплітудна характеристика лінії зв'язку 1, яка залежить від потужності та частоти сигналу на вході даної лінії; $\hat{S}_{e_{ad1}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина адитивної завади, наведеної на лінію зв'язку 1 та приведеної на її вихід; $S_{e_{m1}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина мультиплікативної завади, наведеної на лінію зв'язку 1 та приведеної на її вихід; $K_{p2}(\omega)$ – коефіцієнт передачі за потужністю АТС між інтерфейсами абонента й провайдера; $A_{p2}(\omega)$ – амплітудна характеристика за потужністю АТС між інтерфейсами абонента й провайдера; $S_{e_{ad2}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина адитивної завади, наведеної



Рис. 1. Найпростіший комутований телекомунікаційний канал 1

ністю лінії зв'язку 1; $A_{p1}(\omega)$ – амплітудна характеристика лінії зв'язку 1, яка залежить від потужності та частоти сигналу на вході даної лінії; $\hat{S}_{e_{ad1}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина адитивної завади, наведеної на лінію

на АТС та приведеної на її вихід; $\hat{S}_{e_{p2}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина мультиплікативної завади, наведеної на АТС та приведеної на її вихід; $K_{p3}(\omega)$ – коефіцієнт передачі по потужності лінії зв'язку 2; $A_{p3}(\omega)$ – амплітудна характеристика лінії зв'язку

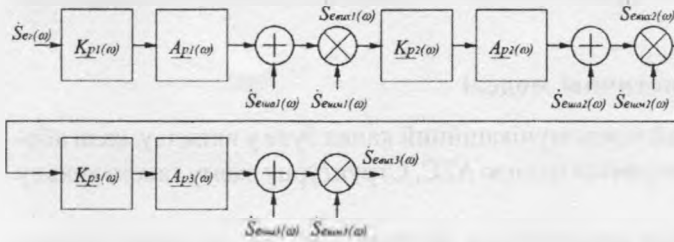


Рис. 3. Структурна схема комутованого телекомунікаційного каналу 1

$K_{p4}(\omega)$ – коефіцієнт передачі за потужністю лінії зв'язку 1; $A_{p4}(\omega)$ – амплітудна характеристика лінії зв'язку 1, яка залежить від потужності та частоти сигналу на вході даної лінії; $\hat{S}_{e_{p4}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина адитивної завади, наведеної на лінію зв'язку 1 та приведеної на її вихід; $\hat{S}_{e_{m4}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина мультиплікативної завади, наведеної на лінію зв'язку 1 та приведеної на її вихід; $K_{p5}(\omega)$ – коефіцієнт передачі за потужністю АТС 1 між інтерфейсом провайдера та інтерфейсом для міжстанційного з'єднання; $A_{p5}(\omega)$ – амплітудна характеристика по потужності АТС 1 між інтерфейсом провайдера та інтерфейсом для міжстанційного з'єднання; $\hat{S}_{e_{p5}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина адитивної завади, наведеної на АТС 1 та приведеної на її інтерфейс для міжстанційного з'єднання; $\hat{S}_{e_{m5}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина мультиплікативної завади, наведеної на АТС 1 та приведеної на її інтерфейс для міжстанційного з'єднання; $K_{p6}(\omega)$ – коефіцієнт передачі по потужності магістрального каналу для міжстанційного з'єднання; $A_{p6}(\omega)$ – амплітудна характеристика магістрального каналу; $\hat{S}_{e_{p6}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина адитивної завади, наведеної на магістральний канал та приведеної на його

2; $\hat{S}_{e_{m6}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина адитивної завади, наведеної на лінію зв'язку 2 та приведеної на її вихід; $\hat{S}_{e_{p3}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина мультиплікативної завади, наведеної на лінію зв'язку 2 та приведеної на її вихід.

На рис. 4 позначено:

$K_{p4}(\omega)$ – коефіцієнт передачі за потужністю лінії зв'язку 1; $A_{p4}(\omega)$ – амплітудна характеристика лінії зв'язку 1, яка залежить від потужності та частоти сигналу на вході даної лінії; $\hat{S}_{e_{p4}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина адитивної завади, наведеної на лінію зв'язку 1 та приведеної на її вихід; $\hat{S}_{e_{m4}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина мультиплікативної завади, наведеної на лінію зв'язку 1 та приведеної на її вихід; $K_{p5}(\omega)$ – коефіцієнт передачі за потужністю АТС 1 між інтерфейсом провайдера та інтерфейсом для міжстанційного з'єднання; $A_{p5}(\omega)$ – амплітудна характеристика по потужності АТС 1 між інтерфейсом провайдера та інтерфейсом для міжстанційного з'єднання; $\hat{S}_{e_{p5}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина адитивної завади, наведеної на АТС 1 та приведеної на її інтерфейс для міжстанційного з'єднання; $\hat{S}_{e_{m5}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина мультиплікативної завади, наведеної на АТС 1 та приведеної на її інтерфейс для міжстанційного з'єднання; $K_{p6}(\omega)$ – коефіцієнт передачі по потужності магістрального каналу для міжстанційного з'єднання; $A_{p6}(\omega)$ – амплітудна характеристика магістрального каналу; $\hat{S}_{e_{p6}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина адитивної завади, наведеної на магістральний канал та приведеної на його

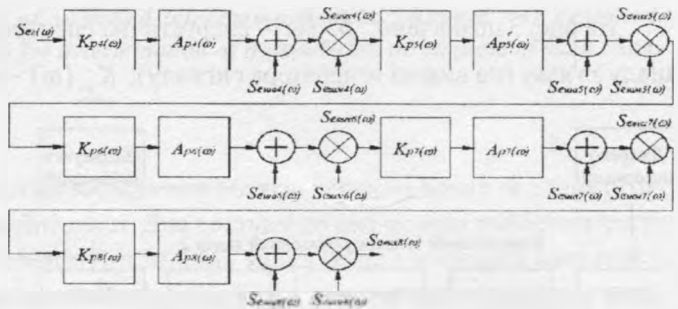


Рис. 4. Структурна схема комутованого телекомунікаційного каналу 2

вихід; $\dot{S}_{e_{p7e}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина мультиплікативної завади, наведеної на магістральний канал та приведеної на його вихід; $\underline{K}_{p7}(\omega)$ – коефіцієнт передачі за потужністю АТС 2 між інтерфейсом для міжстанційного з'єднання та абонентським інтерфейсом; $\underline{A}_{p7}(\omega)$ – амплітудна характеристика за потужністю АТС 2 між інтерфейсом для міжстанційного з'єднання та абонентським інтерфейсом; $\dot{S}_{e_{a1}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина адитивної завади, наведеної на АТС 2 та приведеної на її абонентський інтерфейс; $\dot{S}_{e_{a7}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина мультиплікативної завади, наведеної на АТС 2 та приведеної на її абонентський інтерфейс; $\underline{K}_{p8}(\omega)$ – коефіцієнт передачі за потужністю лінії зв'язку 2; $\underline{A}_{p8}(\omega)$ – амплітудна характеристика лінії зв'язку 2; $\dot{S}_{e_{a2}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина адитивної завади, наведеної на лінію зв'язку 2 та приведеної на її вихід; $\dot{S}_{e_{m2}}(\omega)$ – енергетична спектральна густина мультиплікативної завади, наведеної на лінію зв'язку 2 та приведеної на її вихід.

Адитивна завада потужністю $P_{e_a}(t)$ додається до вхідного сигналу $P_{e_m}(t)$, у такому випадку потужність сигналу із завадою описується згідно з формулою [3]:

$$P_{e_{oa}}(t) = P_a(t) + P_{e_a}(t). \quad (1)$$

При дії мультиплікативної завади потужністю $P_e(t)$ результуючий сигнал дорівнює:

$$P_{e_{oi}}(t) = P_a(t)P_e(t). \quad (2)$$

З врахуванням властивостей сигналів та їх спектрів енергетична спектральна густина сигналу на виході каналу з адитивною завадою згідно з [4] дорівнює

$$\dot{S}_{\dot{a}_{oa}}(\omega) = \dot{S}_{\dot{a}_a}(\omega) + \dot{S}_{\dot{a}_{e_a}}(\omega). \quad (3)$$

Енергетична спектральна густина сигналу на виході каналу з мультиплікативною завадою дорівнює

$$\dot{S}_{\dot{a}_{oi}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \dot{S}_{\dot{a}_a}(\omega) \dot{S}_{\dot{a}_e}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\dot{a}_a}(\Omega) \dot{S}_{\dot{a}_e}(\Omega - \omega) d\Omega. \quad (4)$$

З врахуванням співвідношень (1)–(4) для комутованого телекомунікаційного каналу 1 енергетична спектральна густина сигналу із завадою на виході лінії зв'язку 1, АТС та лінії зв'язку 2 відповідно дорівнюють:

$$\dot{S}_{e_{oa1}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_a}(\omega) \underline{K}_{p1}(\omega) \underline{A}_{p1}(\omega) + \dot{S}_{e_{a1}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{o1}}(\omega), \quad (5)$$

$$\dot{S}_{e_{\omega p2}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\omega p1}}(\omega) \underline{K}_{p2}(\omega) \underline{A}_{p2}(\omega) + \dot{S}_{e_{\omega p3}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\omega 2}}(\omega), \quad (6)$$

$$\dot{S}_{e_{\omega p3}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\omega p2}}(\omega) \underline{K}_{p3}(\omega) \underline{A}_{p3}(\omega) + \dot{S}_{e_{\omega p1}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\omega 3}}(\omega). \quad (7)$$

Енергетична спектральна густина адитивної завади на виході лінії зв'язку 1, АТС та лінії зв'язку 2 із врахуванням впливу мультиплікативної завади відповідно дорівнюють:

$$\dot{S}_{e_{\omega 1}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \dot{S}_{e_{\omega p1}}(\omega) \dot{S}_{e_{\omega 1}}(\omega), \quad (8)$$

$$\dot{S}_{e_{\omega 2}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\omega p1}}(\omega) \underline{K}_{p2}(\omega) \underline{A}_{p2}(\omega) + \dot{S}_{e_{\omega p2}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\omega 2}}(\omega), \quad (9)$$

$$\dot{S}_{e_{\omega 3}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\omega p2}}(\omega) \underline{K}_{p3}(\omega) \underline{A}_{p3}(\omega) + \dot{S}_{e_{\omega p1}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\omega 3}}(\omega). \quad (10)$$

У такому випадку максимально можлива пропускну здатність телекомунікаційного каналу 1 дорівнює:

$$C_{p1} = \int_{f_1}^{f_2} \log_2 \left(\frac{\dot{S}_{e_{\omega p3}}(\omega)}{\dot{S}_{e_{\omega p1}}(\omega)} \right). \quad (11)$$

Коефіцієнт передачі за потужністю для лінії зв'язку 1, для лінії зв'язку 1 та АТС і для комутованого телекомунікаційного каналу 1 загалом з врахуванням мультиплікативної завади дорівнює

$$\underline{K}_{p1}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\underline{K}_{p1}(\omega) \underline{A}_{p1}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\omega 1}}(\omega); \quad (12)$$

$$\underline{K}_{p2}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\underline{K}_{p1}(\omega) \underline{K}_{p2}(\omega) \underline{A}_{p2}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\omega 2}}(\omega); \quad (13)$$

$$\underline{K}_{p3}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\underline{K}_{p2}(\omega) \underline{K}_{p3}(\omega) \underline{A}_{p3}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\omega 3}}(\omega). \quad (14)$$

Для комутованого телекомунікаційного каналу 2 енергетична спектральна густина сигналу із завадою на виході лінії зв'язку 1, АТС 1, магістрального каналу для міжстанційного з'єднання, АТС 2 та лінії зв'язку 2 відповідно дорівнюють:

$$\dot{S}_{e_{\omega 4}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\omega 1}}(\omega) \underline{K}_{p4}(\omega) \underline{A}_{p4}(\omega) + \dot{S}_{e_{\omega 2}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\omega 4}}(\omega), \quad (15)$$

$$\dot{S}_{e_{\text{вп}5}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\text{вп}4}}(\omega) \underline{K}_{p5}(\omega) \underline{A}_{p5}(\omega) + \dot{S}_{e_{\text{вп}3}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\text{вп}5}}(\omega), \quad (16)$$

$$\dot{S}_{e_{\text{вп}6}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\text{вп}5}}(\omega) \underline{K}_{p6}(\omega) \underline{A}_{p6}(\omega) + \dot{S}_{e_{\text{вп}6}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\text{вп}6}}(\omega), \quad (17)$$

$$\dot{S}_{e_{\text{вп}7}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\text{вп}6}}(\omega) \underline{K}_{p7}(\omega) \underline{A}_{p7}(\omega) + \dot{S}_{e_{\text{вп}7}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\text{вп}7}}(\omega), \quad (18)$$

$$\dot{S}_{e_{\text{вп}8}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\text{вп}7}}(\omega) \underline{K}_{p8}(\omega) \underline{A}_{p8}(\omega) + \dot{S}_{e_{\text{вп}8}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\text{вп}8}}(\omega). \quad (19)$$

Енергетична спектральна густина адитивної завади на виході лінії зв'язку 1, АТС 1, магістрального каналу для міжстанційного з'єднання, АТС 2 та лінії зв'язку 2 із врахуванням впливу мультиплікативної завади відповідно дорівнюють:

$$\dot{S}_{e_{\text{вп}4}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \dot{S}_{e_{\text{вп}4}}(\omega) \dot{S}_{e_{\text{вп}4}}(\omega), \quad (20)$$

$$\dot{S}_{e_{\text{вп}5}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\text{вп}4}}(\omega) \underline{K}_{p5}(\omega) \underline{A}_{p5}(\omega) + \dot{S}_{e_{\text{вп}5}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\text{вп}5}}(\omega), \quad (21)$$

$$\dot{S}_{e_{\text{вп}6}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\text{вп}5}}(\omega) \underline{K}_{p6}(\omega) \underline{A}_{p6}(\omega) + \dot{S}_{e_{\text{вп}6}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\text{вп}6}}(\omega), \quad (22)$$

$$\dot{S}_{e_{\text{вп}7}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\text{вп}6}}(\omega) \underline{K}_{p7}(\omega) \underline{A}_{p7}(\omega) + \dot{S}_{e_{\text{вп}7}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\text{вп}7}}(\omega), \quad (23)$$

$$\dot{S}_{e_{\text{вп}8}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\dot{S}_{e_{\text{вп}7}}(\omega) \underline{K}_{p8}(\omega) \underline{A}_{p8}(\omega) + \dot{S}_{e_{\text{вп}8}}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{\text{вп}8}}(\omega). \quad (24)$$

У такому випадку максимально можлива пропускна здатність телекомунікаційного каналу 2 дорівнює:

$$C_{p2} = \int_{f_1}^{f_2} \log_2 \left(\frac{\dot{S}_{e_{\text{вп}4}}(\omega)}{\dot{S}_{e_{\text{вп}8}}(\omega)} \right) d\omega. \quad (25)$$

Коефіцієнт передачі за потужністю для лінії зв'язку 1, для лінії зв'язку 1 та АТС 1, для абонентської лінії 1, АТС 1 та магістрального каналу для міжстанційного з'єднання, для лінії зв'язку 1, АТС 1, магістрального каналу для міжстанційного з'єднання та АТС 2 і для комутованого телекомунікаційного каналу 2 загалом з врахуванням мультиплікативної завади дорівнює

$$\underline{K}_{p14}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\underline{K}_{p4}(\omega) \underline{A}_{p4}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{o,4}}(\omega), \quad (26)$$

$$\underline{K}_{p15}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\underline{K}_{p14}(\omega) \underline{K}_{p4}(\omega) \underline{A}_{p4}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{o,5}}(\omega), \quad (27)$$

$$\underline{K}_{p16}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\underline{K}_{p15}(\omega) \underline{K}_{p6}(\omega) \underline{A}_{p6}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{o,6}}(\omega), \quad (28)$$

$$\underline{K}_{p17}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\underline{K}_{p16}(\omega) \underline{K}_{p7}(\omega) \underline{A}_{p7}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{o,7}}(\omega), \quad (29)$$

$$\underline{K}_{p18}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\underline{K}_{p17}(\omega) \underline{K}_{p8}(\omega) \underline{A}_{p8}(\omega) \right) \dot{S}_{e_{o,8}}(\omega). \quad (30)$$

Для кожного конкретного випадку ця структура (модель) може бути спрощена. Наприклад, лінію зв'язку, як правило, використовують у лінійному режимі, тому її амплітудна характеристика не буде залежати від частоти й потужності вхідного сигналу.

Необхідно зазначити, що запропонована математична модель дозволяє описувати неперервний, дискретний, дискретно-неперервний та неперервно-дискретний канал зв'язку, при цьому відповідні компоненти каналу повинні бути неперервними або дискретними.

Висновки

- У результаті проведених теоретичних досліджень розроблено математичну модель комутованого телекомунікаційного каналу.
- Виведено формули (12)–(14) для визначення коефіцієнта передачі за потужністю телекомунікаційного каналу 1 та формулу (11) для визначення максимально можливої пропускної здатності такого каналу з врахуванням адитивної та мультиплікативної завад.
- Виведено формули (26)–(30) для визначення коефіцієнтів передачі за потужністю телекомунікаційного каналу 2 та формулу (25) для визначення максимально можливої пропускної здатності такого каналу з врахуванням адитивної та мультиплікативної завад.

Надалі необхідно провести комп'ютерне моделювання процесів поширення сигналу в комутованих телекомунікаційних каналах, враховуючи формули, наведені вище і формули, наведені в роботах [1, 2].

1. Тимченко О., Горбатий І. Моделювання поширення сигналу в середовищі типу "вита пара" // Вісник національного університету "Львівська політехніка". – 2003, №481. – С. 72–78.
2. О. В. Тимченко, І. В. Горбатий. Математична модель виділеного телекомунікаційного каналу зв'язку // Збірник наукових праць ІМЕ НАН України. – К., 2002. – Вип. 17. – С. 12–20.
3. Канали связи/ Ю. П. Жураковский. В. Д. Назаров. – К.: Вища школа. 1985. – 232 с.
4. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник. – М.: Высш. школа, 1983. – 536 с., ил.