

ліній допустимим є прийняття калібрування $\nabla\varphi = 0$, оскільки при цьому завжди справедливі вирази (12) і (20).

1. Лоренци Г. А. Теория электронов. – М.: Техничко-теоретической литература. – 1953. – 472 с.

2. Пуанкаре А. Избранные труды. – М.: Наука. – 1974. – 770 с.

О.Лашко, Є.Ваврук

Національний університет "Львівська політехніка"

УДК 621.372:681.3

ШВИДКИЙ АЛГОРИТМ ВИКОНАННЯ КАСКАДУ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ НА ОСНОВІ СПІЛЬНОЇ БАЗОВОЇ ОПЕРАЦІЇ

© Лашко О., Ваврук Є., 2003

Розглядається алгоритм об'єднаного виконання двох тригонометричних перетворень – оберненого дискретного косинусного перетворення другого виду та дискретного синусного перетворення четвертого виду. Доводиться ефективність алгоритму, побудованого на основі схеми перетворення з єдиною базовою операцією, що передбачає використання тангенсних множників.

In paper the algorithm of the integrated performance of two trigonometrically transformations – inverse discrete cosine transformations of the second kind and discrete sinus transformation of the fourth kind is considered. Efficiency of the algorithm constructed on the basis of the circuit of transformation with uniform base operation, which provides use tangents multipliers, is proved.

Вступ

Необхідність послідовного виконання двох тригонометричних перетворень може виникати в системах опрацювання сигналів, зокрема звуку чи зображень. при застосуванні складних методів обробки [1]. Такі методи, як правило, спрямовані на покращання або підкреслення певних характеристик сигналу. Тому важливим є зменшити затрати часу та ресурсів на їх виконання. Так, для виконання ортогонального перетворення з перекриттям (ОПП), яке забезпечує усунення "блочного ефекту" при стиску зображень, необхідно послідовно виконати обернене дискретне косинусне перетворення другого виду (ОДКП II) та дискретне синусне перетворення четвертого виду

(ДСП IV) [1,2]. Причому на цей каскад припадає приблизно половина обчислювальних затрат ОПП. Метою даних досліджень є розробка швидкого алгоритму каскаду згаданих перетворень, впровадження якого приведе до зменшення кількості арифметичних операцій і збільшення ефективності обробки даних.

Вибір базових алгоритмів

Оскільки для ортогональних тригонометричних перетворень напрацьована широка гама швидких алгоритмів, доцільно скористатися ними для побудови скороченого алгоритму каскаду таких перетворень. Необхідно вибрати такі схеми їх окремої реалізації, котрі б забезпечували можливість взаємоусунення частини етапів і забезпечували швидкість обчислень. Зокрема, коли йдеться про можливість об'єднання ОДКП II та ДСП IV, доцільно звернутися до існуючих двокаскадних алгоритмів, запропонованих в [3]. Враховуючи, що косинусне та синусне перетворення другого виду є взаємно оберненими стосовно косинусного та синусного перетворень третього виду, побудуємо каскад: швидке косинусне перетворення третього виду (ШКП III)+швидке синусне перетворення четвертого виду (ШСП IV), який буде тотожний швидкій реалізації ОДКП II та ДСП IV.

Розглянемо N -точкову вхідну послідовність $x(n)$, $n = 0, 1, \dots, N-1$, $N = 2^m$, і нехай послідовність $L_N^{III}(k)$ є її ДКП третього виду, тобто $L_N^{III}(k) = \text{ДКП}_N^{III}\{x(n)\}$, а $Q_N^{IV}(k)$ є її ДСП четвертого виду, тобто $Q_N^{IV}(k) = \text{ДСП}_N^{IV}\{x(n)\}$. Швидкі двокаскадні алгоритми цих перетворень передбачають: етапи підсумовування, згідно з однаковими простими базовими операціями (рис. 1а) та етапи повороту вектора – згідно з базовими операціями, наведеними на рис. 1б для ШКП III та на рис. 1в – для ШСП IV (де $C_{4N}^k = \cos(2\pi k/4N)$, $S_{4N}^k = \sin(2\pi k/4N)$, $C_{8N}^k = \cos(2\pi k/8N)$, $S_{8N}^k = \sin(2\pi k/8N)$).

Побудова швидкого алгоритму

Як було показано у роботі [4], при послідовному виконанні ШКП III та ШСП IV етапи підсумовування можна опустити, ввівши додатковий етап перестановки елементів та нормувавши результат з врахуванням кількості відкинутих етапів. Це приводить до значного зменшення кількості операцій додавання, але кількість операцій множення залишається незмінною.

Для того, щоб досягнути більшої ефективності виконання каскаду ОДКП II та ДСП IV і побудувати модифікований швидкий алгоритм, розглянемо детальніше їх базові операції. Для ШКП III двоточкова операція повороту вектора задається так:

$$a' = a \cos(2\pi k / 4N) - b \sin(2\pi k / 4N); \quad b' = b \cos(2\pi k / 4N) + a \sin(2\pi k / 4N),$$

а для ДСП IV відповідно:

$$a' = a \cos(2\pi k / 8N) - b \sin(2\pi k / 8N); \quad b' = b \cos(2\pi k / 8N) + a \sin(2\pi k / 8N).$$

Оскільки різниця між наведеними виразами лише у тригонометричних аргументах, для каскаду перетворень можна перейти до базової операції єдиного виду, врахувавши

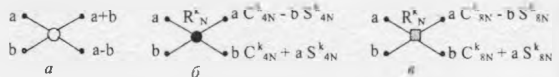


Рис.1 Базові операції ШКП III та ШСП IV: а) проста базова операція; б) поворот вектора ШКП III; в) поворот вектора ШСП IV

величину коефіцієнтів. Тобто значення аргументів повертаючих множників для косинусного перетворення третього виду повинні бути вдвічі збільшені:

$$\cos(2\pi k / 4N) = \cos(2\pi 2k / 8N) = \cos(2\pi k / 8(N/2)),$$

або інакше

$$C_{4N}^k = C_{8(N/2)}^k, \quad S_{4N}^k = S_{8(N/2)}^k.$$

Виходячи з цього, базову операцію повороту вектора для ШКП III можна записати так:

$$\left. \begin{aligned} a(0) &= x(0), b(0) = \sqrt{2} x(N/2); \\ a(n) &= C_{8(N/2)}^n x(n) - S_{8(N/2)}^n x(N/2 - n), \\ b(N/2 - n) &= C_{8(N/2)}^n x(N/2 - n) + S_{8(N/2)}^n x(n), \quad n = 1, 2, \dots, N/2 - 1, \end{aligned} \right\} (1)$$

де $x(n)$ – вхідна N -точкова послідовність, $a(n)$, $b(n)$ – вихідні $N/2$ точкові підпослідовності.

Для ШСП IV етапи повороту вектора описуються виразами:

$$\left. \begin{aligned} Q_N^{IV}(k) &= C_{8N}^{2k+1} Q_{N/2}^{IV}(k) - S_{8N}^{2k+1} Q_{N/2}^{IV}(N/2 - 1 - k), \\ Q_N^{IV}(N - 1 - k) &= C_{8N}^{2k+1} Q_{N/2}^{IV}(N/2 - 1 - k) + S_{8N}^{2k+1} Q_{N/2}^{IV}(k), \quad k = 0, 1, \dots, N/2 - 1, \end{aligned} \right\} (2)$$

де $Q_{N/2}^{IV}(k) = \text{ДСП}_{N/2}^{IV}\{a(n)\}$, $Q_{N/2}^{IV}(k) = \text{ДСП}_{N/2}^{IV}\{b(n)\}$, а послідовності $a(n)$ і $b(n)$ отримуються після етапів підсумовування. Для випадку об'єднання етапів підсумовування ШКП III та ШСП IV двоточкові перетворення здійснюємо за виразами (3), в яких значення коефіцієнтів становлять $C' = C_{16}^1 + S_{16}^1$, $S' = C_{16}^1 - S_{16}^1$.

$$Q_2^{IV}(0) = x(0) C' - x(1) S', \quad Q_2^{IV}(1) = x(1) C' + x(0) S'. \quad (3)$$

Використавши формули віднімання аргументів для тригонометричних функцій:

$$\cos(\alpha - \pi/4) = \cos \alpha \cos(\pi/4) + \sin \alpha \sin(\pi/4),$$

$$\sin(\alpha - \pi/4) = \sin \alpha \cos(\pi/4) - \cos \alpha \sin(\pi/4),$$

та підставивши значення:

$$\alpha = 2\pi/16 \quad \text{дà} \quad \cos(\pi/4) = \sin(\pi/4) = 1/\sqrt{2},$$

отримуємо такі вирази для об'єднаної двоточнової операції каскаду перетворень:

$$\cos(-2\pi/16) = 1/\sqrt{2} (\cos(2\pi/16) + \sin(2\pi/16)),$$

$$-\sin(-2\pi/16) = 1/\sqrt{2} (\cos(2\pi/16) - \sin(2\pi/16)).$$

Враховавши властивості парності/непарності тригонометричних функцій, маємо

$$\cos(2\pi/16) + \sin(2\pi/16) = \sqrt{2} \cos(2\pi/16), \quad \cos(2\pi/16) - \sin(2\pi/16) = \sqrt{2} \sin(2\pi/16).$$

$$\text{Тобто } C' = \sqrt{2}C_{16}^1, S' = \sqrt{2}S_{16}^1.$$

Отримане значення постійного множника ($\sqrt{2}$) можна об'єднати з множником для ШКП III ($\sqrt{2}$), за виключенням нульового елемента, та множником, який компенсує етапи підсумовування ($N/2$). Тобто новий коефіцієнт становитиме:

$$s = \sqrt{2}\sqrt{2}(N/2) = N,$$

а для нульового елемента, відповідно $s_0 = N/\sqrt{2}$.

Отже, отриманий алгоритм буде включати базові операції повороту вектора єдиного виду (рис. 1в)

Наступним кроком для побудови модифікованого скороченого алгоритму каскаду тригонометричних перетворень є методика винесення спільних множників на початковий та завершальний етапи перетворення [5].

Поділимо формули (1) на $C_{8(N/2)}^n$, (2) - на C_{8N}^{2k+1} та (3) - на C_{16}^1 . Отримаємо такі процедури розкладу:

для ШКП III:

$$\left. \begin{aligned} a(0) &= x(0), b(0) = \sqrt{2} x(N/2); \\ a(n)/C_{8(N/2)}^n &= x(n) - T_{8(N/2)}^n x(N/2 - n), \\ b(N/2 - n)/C_{8(N/2)}^n &= x(N/2 - n) + T_{8(N/2)}^n x(n), \quad n = 1, 2, \dots, N/2 - 1. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

та для ШСП IV:

$$Q_2^{IV}(0)/C_{16}^1 = x(0) - T_{16}^1 x(1), \quad Q_2^{IV}(1)/C_{16}^1 = x(1) + T_{16}^1 x(0), \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_N^{IV}(k)/C_{8N}^{2k+1} &= Q_{N/2}^{IV}(k) - T_{8N}^{2k+1} Q_{N/2}^{IV}(N/2 - 1 - k), \\ Q_N^{IV}(N - 1 - k)/C_{8N}^{2k+1} &= Q_{N/2}^{IV}(N/2 - 1 - k) + T_{8N}^{2k+1} Q_{N/2}^{IV}(k), \quad k = 0, 1, \dots, N/2 - 1. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

де $T_K^k = \text{tg}(2\pi/K)$.

Об'єднаємо всі необхідні множники на $C_{4N}^n, C_{4(N/2)}^n, C_{4(N/4)}^n$ для (4) в єдиний множник V_N^n , а для (5) у множник U_N^k та винесемо ці коефіцієнти на початковий та завершальний етапи каскадного перетворення відповідно.

Перший складений множник V_N^n утворюється за таким правилом:

$$\left. \begin{aligned} V_2^0 &= 1; \quad V_2^1 = s; \quad V_N^0 = s_0, \quad V_N^{N/2} = s, \quad V_N^n = V_N^{N-n}, \\ V_K^n &= V_{K/2}^n \cos(2\pi n/4K), \quad n = 1, 2, \dots, N/2 - 1, \quad K = 4, 8, \dots, N. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Другий складений множник U_N^k знаходиться за формулами:

$$\left. \begin{aligned} U_2^0 &= \cos(\pi/8); U_K^k = U_K^{N-1-k}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1; \\ U_K^k &= U_{K/2}^k \cos(\pi(2k+1)/4K); \\ U_K^{K/2-1-k} &= U_{K/2}^k \cos(\pi(K-2k-1)/4K), \quad k = 0, 1, \dots, K/4-1, \quad K = 4, 8, \dots, N. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

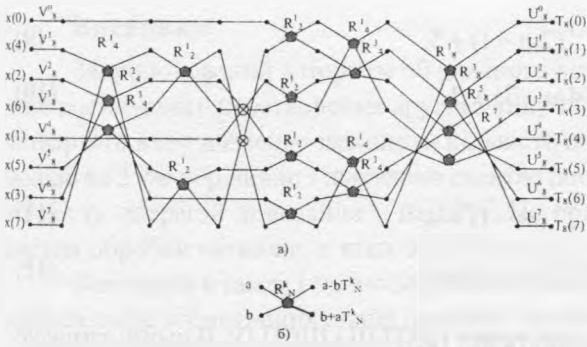


Рис.2. Направлений граф алгоритму ШКП III+ШСП IV для $N=8$ з модифікованою базовою операцією повороту вектора: а) граф; б) базова операція

люємо модифікований алгоритм виконання каскаду ШКП III та ШСП IV над вхідною послідовністю $x(n)$ розмірності N .

Алгоритм

- Крок 1. Зважуємо вхідну послідовність множниками V_N^n , які знаходимо за виразами (7);
- Крок 2. $P = N$. За виразами (4) розділяємо P -точкову послідовність на дві $(P/2)$ -точкові.
- Крок 3. $P = P/2$. Для кожної із утворених на попередньому кроці послідовностей меншої розмірності повторюємо крок 2 доти, поки $P > 2$.
- Крок 4. Переставляємо отриману послідовність за законом двійкової інверсії адрес, а далі – за законом "перша половина на парні номери, друга – на непарні у зворотному порядку" [4].
- Крок 5. Розглядаємо переставлені (на попередньому кроці) дані як $N/2$ двоточкові послідовності і за виразами (5) виконуємо $N/2$ базові операції повороту вектора цих послідовностей.
- Крок 6. За виразами (6) виконуємо об'єднання $N/4$ пар двоточкових послідовностей в чотириточкові.
- Крок 7. Повторюємо крок 6 для чотириточкових, восьмиточкових, ..., $(N/2)$ -точкових послідовностей.
- Крок 8. Зважуємо вихідну послідовність множниками U_N^k , які знаходимо за виразами (8)
- Крок 9. Кінець алгоритму.

Оцінка обчислювальних затрат

Для того, щоб оцінити складність виконання каскаду ШКП III+ШСП IV, наведемо обчислювальні затрати – кількість множень μ_m і додавань α_m – в $N = 2^m$ -точкових алгоритмах ШКП III і ШСП IV. Як було показано у [4], при послідовному виконанні цих перетворень кількість необхідних операцій додавання та множення буде визначатися сумарними затратами обох алгоритмів та становитиме при безпосередньому повороті вектора:

Отже, виконання каскаду ШКП III та ШСП IV буде складатися з таких кроків: 1) зважування вхідної послідовності множниками V_N^n ; 2) $m-1$ етапів повороту вектора; 3) перестановка елементів; 4) етапи повороту вектора; 5) зважування вихідної послідовності множниками U_N^k . Граф такого алгоритму для розмірності вісім наведений на рис. 2.

Виходячи з графа, сформу-

$$\mu_m = 2^{m+1}(2m-1) + 5; \quad (9)$$

$$\alpha_m = 2^m(4m-3) + 2, \quad (10)$$

а при ефективному повороті вектора:

$$\mu_m = 3 \cdot 2^m(m-1) + 4; \quad (11)$$

$$\alpha_m = 2^{m-1}(10m-8) + 3. \quad (12)$$

Розглянемо алгоритм об'єднаного виконання ШКП III і ШСП IV. В ньому замінено етапи заключного підсумовування першого перетворення та $(m-1)$ етап початкового підсумовування другого перетворення на блок перестановок [4]. Крім того, у кожній базовій операції кількість множень зменшилася вдвічі порівняно з виконанням при безпосередньому повороті вектора, а на початковому та завершальному етапах з'явилося множення на зважувальні коефіцієнти. Тому кількість множень μ_m^T для цього алгоритму буде становити:

$$\mu_m^T = 2 \cdot 2^m + (2^{m+1}(2m-1) + 5) / 2 = 2^m(2m+1) + 2; \quad (13)$$

а кількість додавань α_m^T зменшиться на величину $2^m(2m-1)$ порівняно з виконанням як при безпосередньому, так і при ефективному повороті вектора, оскільки відкидаються етапи підсумовування, тобто простої базової операції, тому становитиме при безпосередньому ПВ:

$$\alpha_m^T = 2^m(4m-3) + 2 - 2^m(2m-1) = 2^m(2m-2) + 2 = 2^{m+1}(m-1) + 2; \quad (14)$$

при ефективному ПВ:

$$\alpha_m^T = 2^{m-1}(10m-8) + 3 - 2^m(2m-1) = 2^m(3m-3) + 3. \quad (15)$$

Порівнюючи рівності (13) з (9) та (11) бачимо, що у запропонованому алгоритмі об'єднаного виконання ШКП III+ШСП IV з тангенсними фазовими множниками кількість операцій множення зменшилася на величину $(2^m(2m-3) + 3)$ порівняно з послідовним виконанням та безпосереднім поворотом вектора, і на $(2^m(2m-4) + 2)$ операцій порівняно з послідовним виконанням та ефективним поворотом вектора. За наведеними у таблиці даними це становить відповідно 40% та 15%. Якщо врахувати той факт, що множення на зважувачі коефіцієнти можна винести на етапи попередньої та подальшої обробки, то зменшення операцій множення є ще суттєвішим і становить відповідно 65% та 25%.

Кількість операцій додавання зменшилася на величину $2^m(2m-1)$ порівняно з виконанням як при безпосередньому, так і при ефективному повороті вектора, що становить 45% і 60% відповідно [4].

Кількість арифметичних операцій безпосереднього та об'єднаного алгоритмів обчислення каскаду ШКП III+ШСП IV різної довжини перетворення N

N	Запропонований алгоритм				Відомий алгоритм			
	З множенням на V_N^* та U_N^*		Без множення на V_N^* та U_N^*		З ефективним ПВ		З простим ПВ	
	Множ.	Додав.	Множ.	Додав.	Множ.	Додав.	Множ.	Додав.
8	58	34	42	34	52	91	85	74
16	146	98	114	98	148	259	229	210
32	354	258	290	258	388	675	581	546
64	834	642	706	642	964	1667	1413	1218
256	4354	3586	3842	3586	5380	9219	15365	7426
1024	21506	18434	19458	18434	27652	47107	77829	37890

Висновки

Запропонований алгоритм об'єднаного виконання каскаду оберненого дискретного косинусного перетворення другого виду та дискретного синусного перетворення четвертого виду дозволяє зменшити кількість необхідних операцій множення щонайменше на 25% порівняно з існуючою схемою послідовної реалізації цих перетворень, а кількість операцій додавання – на 60%. Це приводить до збільшення ефективності систем обробки сигналів, в яких зустрічається такий каскад перетворень.

Важливим є також і те, що запропонований алгоритм каскадного виконання складається лише з однотипних етапів повороту вектора, що дозволяє уніфікувати його використання, а загальна складність алгоритму залишається $O(\log_2 M)$, тобто він є швидким.

1. Malvar H.S. "The LOT: Transform Coding Without Blocking Effects" IEEE Transaction on Acoustic, Speech and Signal Processing. – Vol-37. – 1989. – №4. – P.553–559.
2. Malvar H.S. "Lapped Transform for Efficient Transform/Subband Coding", IEEE Transaction on Acoustic, Speech and Signal Processing. – Vol-38. – 1990. – № 6. – P.969–978.
3. Яцимирський М., Ліскевич Р., Ліскевич О. Двокаскадний алгоритм швидкого синусного перетворення // Вісник державного університету "Львівська політехніка", 1999. – № 386. – С. 198 – 204.
4. Лашко О.Л. Швидкий алгоритм об'єднаного виконання каскаду тригонометричних перетворень // Збірник наукових праць інституту моделювання в енергетиці. – К., 2002. – № 17. – С. 206–212.
5. Яцимирський М.М. Швидкі алгоритми ДКП-IV і ДСП-IV з тангенсними фазовими множниками / Теорія обчислень: Зб. наук. праць НАН України. – К., 1999. – С. 391–395.

О. Павлюк

Національний університет "Львівська політехніка"

УДК 681.142.37

ВЕРИФІКАЦІЯ ДАНИХ У ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗУВАННЯ В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ

© Павлюк О., 2003

Розглядаються підходи до розв'язання задачі прогнозування в електроенергетиці за допомогою штучних нейронних мереж. Наведено особливості верифікації даних в умовах реального часу.

The approaches to untie of a problem of forecasting in electric power industry with the help of artificial neural network are considered. The features of verification of datas in conditions of real time are indicated.

Вступ

Прогнозування в електроенергетиці відбувається на основі даних, отриманих засобами телемеханіки (ТМ). За рахунок якісного, точного і швидкого розв'язання цих